HW7主观题

HW7.1(2×10分)

使用**推理规则**做推理演算

1. $(\forall x)(P(x) \vee Q(x)) \wedge (\forall x)(Q(x) \to \neg R(x)) \wedge (\forall x)R(x) \Rightarrow (\forall x)P(x)$

   证明:

   (1)$(\forall x)(P(x) \vee Q(x))$(前提)

   (2)$(\forall x)(Q(x) \to \neg R(x))$(前提)

   (3)$(\forall x)R(x)$(前提)

   (4)$P(c) \vee Q(c)$((1)全称量词消去)

   (5)$Q(c) \to \neg R(c)$((2)全称量词消去)

   (6)$R(c)$((3)全称量词消去)

   (7)$\neg Q(c) \to P(c)$((4)置换)

   (8)$R(c) \to \neg Q(c)$((5)置换)

   (9)$R(c) \to P(c)$((7)(8)三段论)

   (10)$P(c)$((6)(9)分离)

   (11)$(\forall x)P(x)$ ((10)全称量词推广)

2. 大学里的学生不是本科生就是研究生，有的学生是高材生，John不是研究生但是高材生，从而如果John是大学里的学生必是本科生。

   证明:

   形式化该命题:

   $P(x)$:x是大学里的学生

   $Q(x)$:x是本科生

   $R(x)$:x是研究生

   $S(x)$:x是高材生

   待证明的形式化命题:

   $$(\forall x)(P(x) \to Q(x) \overline{\vee} R(x)) \wedge (\exists x)(P(x) \wedge S(x)) \wedge (\neg R(John) \wedge S(John)) \Rightarrow P(John) \to Q(John)$$

   推理:

   (1)$(\forall x)(P(x) \to Q(x) \overline{\vee} R(x))$(前提)

   (2)$\neg R(John) \wedge S(John)$(前提)

   (3)$\neg R(John)$(由(2)推出)

   (4)$P(John) \to Q(John) \overline{\vee} R(John)$(全程量词消去)

   (5)$P(John)$(附加前提引入)

   (6)$Q(John) \overline{\vee} R(John)$((4)(5)分离)

   (7)$(Q(John) \wedge \neg R(John)) \vee (\neg Q(John) \wedge R(John))$((6)置换)

   (8)$(Q(John) \vee R(John)) \wedge (\neg Q(John) \vee \neg R(John))$((7)置换)

   (9)$R(John) \vee Q(John)$((8)推出)

   (10)$\neg R(John) \to Q(John)$((9)置换)

   (11)$Q(John)$((3)(10)分离)

   (12)$P(John) \to Q(John)$(条件证明规则)

HW7.2(2×10分)

使用**归结法**做推理演算

1. $(\forall x)(P(x)\vee Q(x))\wedge(\forall x)(Q(x)\to\neg R(x))\wedge(\forall x)R(x)\Rightarrow(\forall x)P(x)$

   证明：

   即证明G为永假式

   $$G=(\forall x)(P(x)\vee Q(x))\wedge(\forall x)(Q(x)\to\neg R(x))\wedge(\forall x)R(x)\wedge\neg(\forall x)P(x)$$

   化为Skolem标准型

   $$G^*=(\forall x)(P(x)\vee Q(x))\wedge(\neg Q(x)\vee\neg R(x))\wedge R(x)\wedge\neg P(a))$$

   建立子句集：

   $$\{P(x)\vee Q(x),\neg Q(x)\vee\neg R(x),R(x),\neg P(a)\}$$

   开始归结推理：

   (1)$P(x)\vee Q(x)$

   (2)$\neg Q(x)\vee\neg R(x)$

   (3)$R(x)$

   (4)$\neg P(a)$

   (5)$Q(a)$((1)(4)归结)

   (6)$\neg R(a)$((2)(5)归结)

   (7)□((3)(6)归结)

2. 大学里的学生不是本科生就是研究生，有的学生是高材生，John不是研究生但是高材生，从而如果John是大学里的学生必是本科生。

   证明：

   形式化该命题：

   $P(x)$:x是大学里的学生

   $Q(x)$:x是本科生

   $R(x)$:x是研究生

   $S(x)$:x是高材生

   待证明的形式化命题:

$$(\forall x)(P(x)\to Q(x)\,\overline{\vee}\,R(x))\wedge(\exists x)(P(x)\wedge S(x))\wedge(\neg R(John)\wedge S(John))\Rightarrow P(John)\to Q(John)$$

   即证明G为永假式

$$G=(\forall x)(P(x)\to Q(x)\,\overline{\vee}\,R(x))\wedge(\exists x)(P(x)\wedge S(x))\wedge(\neg R(John)\wedge S(John))\wedge\neg(P(John)\to Q(John))$$

   化为Skolem标准型

$$G^*=(\forall x)((\neg P(x)\vee Q(x)\,\overline{\vee}\,R(x))\wedge(P(a)\wedge S(a))\wedge\neg R(John)\wedge S(John)\wedge P(John)\wedge\neg Q(John))$$

   建立子句集

   $$\{\neg P(x)\vee(Q(x)\,\overline{\vee}\,R(x)),P(a),S(a),\neg R(John),S(John),P(John),\neg Q(John)\}$$

   开始归结推理：

(1) $\neg P(x) \vee Q(x) \overline{\triangledown} R(x)$

(2) $P(John)$

(3) $S(a)$

(4) $\neg R(John)$

(5) $S(John)$

(6) $P(John)$

(7) $\neg Q(John)$

(8) $Q(John) \overline{\triangledown} R(John)$((1)(6)归结)

(9) $Q(John)$((4)(8)归结)

(10) $\square$((7)(9)归结)