

主观题 HW2

HW2.1

将下列公式写为波兰式和逆波兰式。

1. $P \vee Q \rightarrow R \vee S$ (5分)
2. $\neg P \wedge R \leftrightarrow P \wedge Q$ (5分)
3. $\neg \neg P \vee (W \wedge R) \vee \neg Q$ (5分)
4. $P \wedge (Q \rightarrow \neg R)$ (5分)

注意不能改变原有式子的计算顺序，一般同等优先级下从左到右计算。

解：

(1)

波兰表达式 $\rightarrow \vee PQ \vee RS$

逆波兰表达式 $PQ \vee RS \vee \rightarrow$

(2)

波兰表达式 $\leftrightarrow \wedge \neg PR \wedge PQ$

逆波兰表达式 $P \neg R \wedge PQ \wedge \leftrightarrow$

(3)

波兰表达式 $\vee \vee \neg \neg P \wedge WR \neg Q$

逆波兰表达式 $P \neg \neg WR \wedge \vee Q \neg \vee$

(4)

波兰表达式 $\wedge P \rightarrow Q \neg R$

逆波兰表达式 $PQR \neg \rightarrow \wedge$

HW2.2

证明下列等值公式：

1. $P \rightarrow Q = \neg Q \rightarrow \neg P$ (5分)

$$2. ((P \rightarrow \neg Q) \rightarrow (Q \rightarrow \neg P)) \wedge R = R \text{ (5分)}$$

$$3. (P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow ((P \wedge \neg Q) \vee (Q \wedge \neg P)) = P \wedge \neg P \text{ (5分)}$$

$$4. P \rightarrow (Q \rightarrow R) = (P \wedge Q) \rightarrow R \text{ (5分)}$$

请写明相应的基本等值定律，如结合律，分配律等教材上带有名字的公式。不能用自己的公式证明自己。

证明：

1.

$$P \rightarrow Q = \neg P \vee Q \text{ (蕴含等值式)} = Q \vee \neg P \text{ (交换律)} = \neg \neg Q \vee \neg P \text{ (双重否定律)} = \neg Q \rightarrow \neg P \text{ (蕴含等值式)}$$

2.

$$P \rightarrow \neg Q = \neg P \vee \neg Q \text{ (蕴含等值式)}$$

$$Q \rightarrow \neg P = \neg Q \vee \neg P \text{ (蕴含等值式)}$$

$$\neg P \vee \neg Q = \neg Q \vee \neg P \text{ (交换律)}$$

$$((P \rightarrow \neg Q) \rightarrow (Q \rightarrow \neg P)) = ((\neg P \vee \neg Q) \rightarrow (\neg Q \vee \neg P)) = (\neg Q \vee \neg P) \rightarrow (\neg Q \vee \neg P) = S \rightarrow S \text{ (置换规则)} = T \text{ (等幂律)}$$

$$T \wedge R = \text{(同一律)}$$

$$\text{所以有 } ((P \rightarrow \neg Q) \rightarrow (Q \rightarrow \neg P)) \wedge R = R$$

3.

$$(P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow ((P \wedge \neg Q) \vee (Q \wedge \neg P)) = (P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow (\neg(\neg P \vee \neg \neg Q) \vee \neg(\neg Q \vee \neg \neg P)) \text{ (德摩根律)} = (P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow (\neg(\neg P \vee Q) \vee \neg(\neg Q \vee P)) \text{ (双重否定律)} = (P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow (\neg(P \rightarrow Q) \vee \neg(Q \rightarrow P)) = (P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow \neg((P \rightarrow Q) \wedge (Q \rightarrow P)) \text{ (德摩根律)} = (P \leftrightarrow Q) \leftrightarrow \neg(P \leftrightarrow Q) \text{ (等价等值式)} = S \leftrightarrow \neg S \text{ (置换规则)} = F \text{ (补余律)} = P \wedge \neg P \text{ (补余律)}$$

4.

$$P \rightarrow (Q \rightarrow R) = \neg P \vee (Q \rightarrow R) \text{ (蕴含等值式)} = \neg P \vee (\neg Q \vee R) \text{ (蕴含等值式)} = \neg P \vee \neg Q \vee R \text{ (结合律)} = \neg(P \wedge Q) \vee R \text{ (德摩根律)} = (P \wedge Q) \rightarrow R \text{ (蕴含等值式)}$$

HW2.3

由下列真值表，分别从 T 和 F 来列写出 A 和 B 的表达式（20分）。

P	Q	A	B
F	F	T	T
F	T	F	T
T	F	F	F
T	T	F	T

解：

(1)

用T

$$A = \neg P \wedge \neg Q$$

用F

$$A = (P \vee \neg Q) \wedge (\neg P \vee Q) \wedge (\neg P \vee \neg Q)$$

(2)

用T

$$B = (\neg P \wedge \neg Q) \vee (\neg P \wedge Q) \vee (P \wedge Q)$$

用F

$$B = \neg P \vee Q$$

HW2.4

分别用 \uparrow 和 \downarrow 表示出 \neg 、 \wedge 、 \vee 和 \rightarrow （总共8个式子，且式子中不可以使用T和F，使用尽量简单的表达。（40分）

解：

利用 $P \uparrow Q = \neg(P \wedge Q)$ 以及 $P \downarrow Q = \neg(P \vee Q)$

(1)

$$\neg P = \neg(P \wedge \neg P) \text{ (幂等律)} = P \uparrow P$$

(2)

$$\neg P = \neg(P \vee \neg P) \text{ (幂等律)} = P \downarrow P$$

(3)

$$P \wedge Q = \neg(\neg(P \wedge Q)) \text{ (双重否定律)} = \neg(P \uparrow Q) = (P \uparrow Q) \uparrow (P \uparrow Q)$$

(4)

$$P \wedge Q = \neg(\neg P \vee \neg Q) \text{ (德摩根律)} = (P \downarrow P) \downarrow (Q \downarrow Q)$$

(5)

$$P \vee Q = \neg(\neg P \wedge \neg Q) \text{ (德摩根律)} = (P \uparrow P) \uparrow (Q \uparrow Q)$$

(6)

$$P \vee Q = \neg(\neg(P \vee Q))(\text{双重否定律}) = (P \downarrow Q) \downarrow (Q \downarrow P)$$

(7)

$$\begin{aligned} P \rightarrow Q &= \neg P \vee Q(\text{蕴含等值}) = (P \uparrow P) \vee Q = ((P \uparrow P) \uparrow (P \uparrow P)) \uparrow (Q \uparrow Q) = \\ &= \neg((P \uparrow P) \wedge (P \uparrow P)) \uparrow (Q \uparrow Q) = \neg(P \uparrow P) \uparrow (Q \uparrow Q) = \neg\neg(P \wedge P) \uparrow (Q \uparrow Q) = \\ &= (P \wedge P) \uparrow (Q \uparrow Q) = P \uparrow (Q \uparrow Q) \end{aligned}$$

(8)

$$P \rightarrow Q = \neg P \vee Q(\text{蕴含等值}) = (P \downarrow P) \vee Q = ((P \downarrow P) \downarrow Q) \downarrow ((P \downarrow P) \downarrow Q)$$