

高等数学

函数

- 基本初等函数类型
  - 幂函数
  - 指数函数
  - 对数函数
  - 三角函数
  - 反三角函数
  - 反函数
- 基本初等函数的性质
  - 连续性
  - 单调性
  - 奇偶性
  - 周期性
- 函数的运算
- 函数的四则运算

极限与连续

- 数列极限
  - 数列极限的定义(只有n趋近于无穷大一种)
  - 数列极限的重要性质
    - 唯一性
    - 有界性
    - 保号性
    - 继承性
  - 数列极限的计算
    - 若数列易于连续化,转化为函数极限的计算
    - 若数列不易于连续化,夹逼准则,适当放缩,其中可使用定积分的定义
    - 若数列由递推式给出,可以用单调有界准则适当放缩 $x_n = x_{n-1}$ 之类
- 函数极限
  - 函数极限的定义
  - 函数极限的24种定义
  - 函数极限的性质
    - 极限存在唯一性
    - 局部有界性
    - 局部保号性
  - 极限的四则运算
    - 多个已存在的极限四则运算符和正常规律
    - 含有无穷大或无穷小的四则运算只满足
      - 无穷小的和是无穷小
      - 有界函数或常数与无穷小的积是无穷小
  - 两个重要极限
  - 无穷大与无穷小
    - 常见等价无穷小
    - 无穷小的比较(高阶低阶同阶k阶)
  - 极限的计算
    - 化简先行
      - 恒等变形
      - 等价无穷小替换
      - 及时提出极限不为零的因式
      - 指数对数代换
    - 洛必达法则
    - 利用泰勒公式的低阶展开作为工具
      - A/B型 上下同阶原则(展开至上下同次)
      - A-B型 幂次最低原则(展开至系数不想等的x最低次幂)
    - 多项式型的函数极限,在保证分母不为零的情况下可以直接把x0代入
- 函数的连续与间断
  - 连续
  - 证明函数是否连续
  - 间断
    - 间断点
      - 第一类间断点
        - 跳跃间断点
        - 可去间断点
      - 第二类间断点
        - 无穷间断点
        - 震荡间断点

求极限的计算

一元函数微分学

- 导数
  - 导数的定义
    - 增量式
      - 左右导数有别
      - DX广义化
    - 差值式
    - 一静一动原则
  - 导数的性质与证明
  - 求导
    - 函数的和差求导
    - 函数的积商求导法则
    - 复合函数求导法则
    - 反函数的求导法则
    - 隐函数的求导法则
    - 参数方程的求导
    - 对数求导法
  - 高阶函数的求导
    - 莱布尼茨公式
    - 找规律用数学归纳法
    - 展开式法
- 一元函数微分学证明(10大定理)
  - 洛必达法则
  - 涉及f(x)的定理
    - 有界性定理
    - 最值定理
    - 介值定理(三部曲)
    - 零点定理
    - 费马定理
  - 涉及f'(x)的定理
    - 罗尔定理
      - 构造法(求导公式逆用)(常用三种构造)
      - 积分还原法(三部曲)本质也是构造
    - 拉格朗日中值定理
      - f复杂化
      - 高阶条件证低阶
      - 低阶条件证高阶
      - 具体化f,或具体与抽象结合
      - 。。的具体表达式
    - 柯西中值定理
    - 泰勒定理
    - 积分中值定理
- 函数的微分
  - 泰勒公式
    - 初值确定
      - 在x=0展开 n阶麦克劳林公式
      - 其他
    - 初值不确定
    - 佩亚诺余项 常用于证明
    - 拉格朗日余项 常用于计算
  - 三性两线一线(极值点 最值点 拐点 单调性 凹凸性 渐近线)
    - 函数的凹凸性与拐点
    - 函数的极值与最值
      - 函数的极值
      - 函数的最值
    - 函数的渐近线
      - 水平渐近线
      - 垂直渐近线
      - 斜渐近线
    - 函数图形的绘制
      - 弧微分
      - 曲率
        - 曲率
        - 曲率公式
        - 曲率圆

证明常用十大定理

微分的应用

一元函数积分学

- 不定积分
  - 不定积分的定义
    - 原函数
    - 不定积分
  - 不定积分的性质
  - 求积分的基本方法
    - 定义法
    - 凑微分法
    - 换元法
      - 第一类换元法 本质上还是凑微分
      - 第二类换元法
        - 三角换元
        - 倒代换
        - 复杂部分代换
    - 分部积分法(表格法)"反对幂指三"
      - 积分降次
      - 循环积分
      - 消去复杂部分
    - 有理函数的积分
- 定积分
  - 定积分的定义
  - 可积的两个充要条件
  - 定积分的性质
  - 重点两个积分中值定理
  - 定积分的计算
    - 牛顿-莱布尼兹公式
    - 换元法
      - 积分元素
      - 三换
        - 上下限
        - 被积函数
      - (四个)重要结论
        - 奇偶函数积分的结论
        - 周期函数积分的两个重要结论
        - 华里士公式(点火公式)
    - 分部积分法
    - 反常积分
      - 敛散性
      - 无穷限的反常积分
      - 无界函数的反常积分
- 积分的应用
  - 积分的几何运用
    - 面积
    - 体积
      - 旋转体体积
        - 绕x轴旋转
        - 绕y轴旋转
    - 平面曲线的弧长
    - 计算函数的平均值
  - 积分的物理运用

不定积分的计算

定积分的计算

积分的应用

微分方程

- 微分方程的定义
- 一阶微分方程
  - 可分离变量的一阶微分方程
  - 一阶齐次微分方程
  - 一阶线性微分方程
    - 齐次的通解
    - 非齐次的通解
- 可降阶的高阶微分方程
  - 只含最高阶 直接不断积分
  - 含 $y'', y', x$  换元法
  - 含 $y'', y', y$  换元法
  - 伯努利方程
- 不可降阶的高阶微分方程
  - 常系数
    - 齐次
      - 二阶齐次线性微分方程
      - n阶齐次线性微分方程
    - 非齐次
      - 二阶非齐次线性微分方程
      - 二阶非齐次线性微分方程
  - 变系数 欧拉方程

微分方程的求解