摘要

本文提出了一种新型的减隔震装置——两级摩擦摆支座。围绕着该新支座的力学性能及减隔震效果，本文从恢复力模型、新支座的构造与工作机制、减隔震性能、参数优化设计等四个角度进行详细叙述。

首先，总结了已有双曲面摩擦摆支座的恢复力模型，并对其假设条件进行了分析。随后基于力矩平衡提出了一种新的摩擦摆恢复力模型，给出了该新模型详细的推导过程和结论公式。并将该新模型与已有模型从假设条件和误差来源等角度进行了对比，指出了新模型在准确性上的优势。然后，使用abaqus进行了支座实体有限元分析，验证了新恢复力模型的正确性。接着，使用新恢复力模型对接触面压力分布、支座剪切-扭转耦合下失稳问题进行了研究，并得出了相关的具有指导价值的结论。

其次，介绍了两级摩擦摆支座的构造形式和工作机制。并利用新提出的恢复力模型，对两级摩擦摆支座的滞回曲线进行了全阶段受力分析，给出了恢复力表达公式和参数取值限制。利用abaqus建立实体有限元模型验证此理论分析的正确性。

再者，提出了两级摩擦摆支座的简化模拟方式。基于一实际桥梁结构，建立了该结构的在不同支座设置方式下的空间杆系有限元模型。并对比此模型在6条人工波、2种水平地震动下的地震响应。对比结果表明，两级摩擦摆支座具有对不同水平地震动的自适应性，能够在不同强度的地震下发挥出自身的减隔震效果。

最后，研究了双线性滞回系统的参数优化设计。提出了新的规则桥梁的简化双自由度模型计算方法，并通过matlab自编有限元程序FEM3DFRAME验证了该方法的正确性。借助sap2000的OAPI手册对双线性滞回系统进行了大规模参数化计算。结果表明双线性滞回系统参数设计关键在于屈服力设计，屈服力对墩梁相对位移和桥墩力的影响是矛盾的。从理论上证明了最优屈服力取值的存在。使用MonteCarlo模拟法研究了双线性滞回系统参数取值受地震波的响应规律。并且指出地震响应为随机变量，设计时应考虑置信水平。并利用相似原理解决了最优取值在不同地震波、不同PGA和不同结构特性上的推广问题。依赖于以上成果，提出了两级摩擦摆支座的参数设计策略。

**关键词：**新型减隔震支座，桥梁抗震，恢复力模型，大规模参数化计算，参数优化设计，MonteCarlo模拟法

# 绪论

## 引言

地震是一种持续时间短能量释放十分剧烈的自然灾害。其产生的能量会对地面的建筑物和构筑物造成严重的破坏，甚至使其倒塌。而震后的火灾、瘟疫、海啸、核泄漏等次生灾害同样极大地威胁着人类的生命财产安全。

为了使结构物能够抵御地震活动，人类逐渐发展总结出延性设计抗震方法和减隔震设计抗震方法。其中减隔震设计通过使用减隔震装置，耗散地震输入的能量，或者延长结构自振周期，避开地震波的卓越周期，减少地震输入的能量。耗散输入的地震能量是为减震，减少输入的地震能量是为隔震。因而这种抗震方法被称为减隔震设计方法。在各类减隔震装置中，摩擦摆支座（Friction Pendulum Bearing，FPB）以较大的竖向承载力、良好的自复位能力、对地震激励频率范围的低敏感性、刚度与上部结构物无关等优点得到了设计者的认可，并在工程中广泛运用。

随着结构的发展和人们对摩擦摆支座结构的理论试验研究的推进，越来越多新型摩擦摆支座结构形式出现了。大部分的新型摩擦摆支座改变了原有单摩擦摆结构的滑动曲面的形状、滑动曲面的数量、滑动曲面的曲率分布等等。也有将摩擦摆支座和其他减隔震装置（如拉索、速度锁定装置）进行组合使用。无论是通过哪一种方式，新型摩擦摆支座实现了比原有单摩擦摆支座更优异的减隔震效果和更好的工程应用价值。

本文提出了一种新型摩擦摆支座结构——两级摩擦摆支座。并对两级摩擦摆的滞回性能、有限元模拟方法、减隔震效果、支座参数设计进行了研究，对两级摩擦摆支座的设计研究具有重要意义，为以后两级摩擦摆支座的工程运用奠定理论基础。

## 文献综述

### 复合摩擦摆支座的发展历程和研究现状

摩擦摆支座的概念来源于单摆运动，利用曲面正压力在水平方向的分力作为回复力。在地震作用下一方面可以实现将地震输入的能量转化为上部结构在曲面山滑动后抬起的重力势能，另一方面通过互相紧贴接触曲面的摩擦进行耗能，以此达到减隔震效果。最早的摩擦摆支座由美国加州大学Zayas于1985年提出[1]。因摩擦摆支座优异的工作性能（更大的承载力、更大的允许位移、良好的耐久性），摩擦摆支座在各类工程结构中得到越来越多的运用。但是，单一摩擦面系统在工作时存在使上部结构物扭转的问题。为了解决扭转问题，现在广泛运用在工程结构中的摩擦摆支座均为双曲面摩擦摆支座（如图 1.2）。同时，新增的曲面的上座板也为上部结构提供了良好的连接面。为了避免引起歧义，特此说明：本论文中所有的复合摩擦摆支座均指类似于图 1.2中的双曲面摩擦摆支座。目前国内外学者对于复合摩擦摆支座的减隔震效果、滞回力模型、模型振动台试验、有限元模拟方法已有了广泛的讨论和成熟的研究成果。

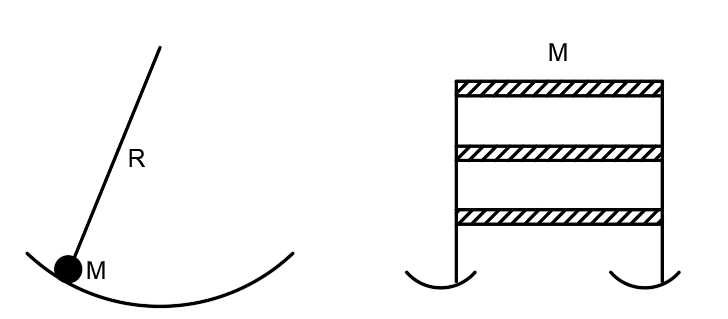


图 1.1 摩擦摆减隔震的原理

Figure 1.1 the Seismic Principle of FPB



图 1.2 典型的双曲面摩擦摆支座

Figure 1.2 the Diagram of a Typical FPB with Double Curved Surfaces

M.C.Constantinou等人于1987年通过试验研究了聚四氟乙烯钢板接触面的摩擦特性[2]。研究的因素有竖压力、加载速率和振动台激励的峰值加速度。结果表明摩擦力随着加速度的下降而减小，随着压应力的增大而减小。论文还提出了聚四氟乙烯钢板具有较好的滑移特性，在基础隔震领域有巨大应用价值。

Anoop Mokha等人于1990年研究了片装(sheet type)聚四氟乙烯-钢板接触面的摩擦特性。研究的因素包括滑移速度、加速度、压应力、聚四氟乙烯的种类和表面光洁度。此论文首先通过试验得出了以下结论：滑移加速度对摩擦特性影响较小而摩擦力随着滑移速度增大而增大直至一个平台段，且摩擦力会随着压应力的增大而减小，试验中也发现静摩擦系数是动摩擦系数的2~4倍[3]。在试验研究的基础上，Anoop Mokha等人提出了能够模拟聚四氟乙烯滑移摩擦规律的数学模型。此数学模型可以考虑的因素有：聚四氟乙烯-钢板接触面的单向滑移和多向滑移，摩擦系数对速度和压应力的依赖性，动摩擦和静摩擦的区别。并在论文中给出了此模型在隔离系统中的运用。

Eric Abrahamson和Steve Mitcheell于2003年提出了一种专用于模拟结构地震响应分析的铅芯橡胶支座单元和摩擦摆支座单元[4]。此摩擦摆支座单元可以考虑常摩擦系数和变摩擦系数，并且单元的有效性在物理试验中得到了验证。此论文提出的单元是能考虑速度、压力影响和竖向/水平向位移耦合效应的点对点接触单元。

Eroz和Murat指出在多跨高速公路桥中使用灵活的隔震单元可以延长结构周期和增加阻尼耗散以增强桥梁的抗震性能[5]。基于state of the art分析模型研究了使用滑移类型的隔震支座的桥梁性能并给出了建议。此模型可以解释法向力的振动、摩擦系数的变化、大变形效应和竖向运动与水平运动的耦合效应。作者同时也给出了此类隔震桥梁的抗震风险、分析和设计方法，并做了部分针对摩擦摆支座的最优参数分析。

Sevket Ates等人研究了采用了摩擦摆减隔震装置在空间变化地震作用下的随机响应[6]。空间变化地震作用考虑了不连贯、行波效应和场地反应因素。其中不连贯性采用Harichandran的相干模型，行波效应使用变化的波速研究，场地反应使用软土、中等坚固和坚固的土地条件模拟。地震激励来源于白噪声，并且作用于支承点。由摩擦摆支座造成的非线性方程使用非线性随机分析的等效线性技术（equivalent linearization techniques of non-linear stochastic analyses）求解。作者在此基础上将此原理使用FORTRAN语言编程程序实现。结果表明摩擦摆系统对于随机响应有重要的影响。

李大望和关罡在2000年研究了摩擦摆系统的微幅振动方程[7]，运用等效非线性系统法预测了FPS系统对高期白噪声激励的稳态随机响应，所得解析结果表明，体系滑动转角和速度响应具有复杂的非高斯分布特征。

焦常科等人研究了竖向动压力对FPS隔震连续梁桥的地震响应的影响[8]。作者首先对动压力对于摩擦力的影响模型进行了分析和有限元实现。在4跨连续梁桥模型下，通过建立2种不同的摩擦摆支座模型，得出了考虑动压力后，FPB支座滞回环不再是标准的平行四边形，而是呈现出一定的波动性。同时考虑动压力影响后，可以避免墩底反力被高估。

温佳年等人对三种不同的摩擦摆隔震支座进行了振动台试验研究[9]。结果表明：滑动摩擦摆支座能有效减小地震对上部结构的影响，滑动摩擦隔震支座周期与上部结构无关，只与支座摩擦系数和等效曲率半径有关。

张常勇等人从能量的角度研究了摩擦摆支座的减隔震效果[10]。借助有限元数值模拟，得出了在一定范围内增大等效半径和摩擦系数均有利于提高摩擦摆支座的滞回耗能的结论。

综上所述，复合摩擦摆支座经过30多年的研究和发展后，其恢复力模型、减隔震效果、模型试验研究、有限元模拟方法的研究成果已较为成熟，并已经推向了工程运用。摩擦摆支座已经运用到民用建筑楼房、机场、桥梁、工厂特殊结构等各类建筑结构中[11]，在不同的结构中发挥着自身独有的减隔震效果。

### 新型摩擦摆支座的文献综述

Morgan提出了多重摩擦摆支座的概念[12]，并认为三重摩擦摆（TFPB）支座是最为理想的。该支座一共设置了4个可滑动的曲面。通过设置不同的曲面半径和摩擦系数组合，实现TFPB在地震下的多级运动表现和刚度转换。李振洋[13]对TFPB进行了理论分析和数值模拟，并结合桥梁结构地震响应的数值模拟，进一步验证了TFPB良好的减隔震效果。

王辉提出了热滑移型摩擦摆隔震支座[14]。该支座将传统摩擦摆支座的球曲面变化为一个方向上的球曲面（隔震方向）和垂直方向上的平面（滑移方向），即桶曲面。并对其滞回力进行了理论分析、支座有限元实体模型分析和结构地震响应数值模拟。分析结果表明：热滑移支座具有在一个方向上隔震一个方向上滑移的特点，对于烟风道结构具有良好的隔震效果。

陈忠海提出了十字摩擦摆支座[15]。该支座将传统摩擦摆支座的圆形接触面变化为十字型。作者对此十字摩擦摆支座提出了恢复力公式并进行了有限元模拟和试验研究。研究结果表明：十字摩擦摆支座依然能够发挥经典双曲面摩擦摆支座的减隔震效果，实现了桥梁在不同方向上周期与位移的不同需求。

Murnal和Pranesh提出了变曲率摩擦摆（VFPI）支座[16-18]。该支座在滑动曲面上设置不同的曲率分布，而非传统摩擦摆支座的定值。变化的曲率半径产生了变化的隔震周期，避开了近断层长周期脉冲型地震的共振区。邓雪松[19]推导了VFPI的刚度及残余位移的计算公式，并通过实体单元有限元模拟得出了VFPI滞回曲线饱满，有比传统复合摩擦摆支座更大的粘滞阻尼比和耗能系数的结论。项敬辉在VFPI的基础上安装速度锁定器来实现桥梁正常使用和不同水准地震水平下的工作方式，提高桥梁抗震性能，节约工程造价[20]。

聂健行提出了拉索防落梁摩擦摆支座[21]。在传统摩擦摆支座中加入了防落梁的拉索。并通过对桥梁结构地震响应的数字模拟得出了防落梁摩擦摆支座能减小主梁与下部结构的相对位移，防止桥梁上部结构之间发生撞击损害，减小落梁灾害的发生。

综上所述，大部分新型摩擦摆支座的产生来源于改变了传统摩擦摆支座的摩擦滑动曲面的形状、数量、曲率分布，或者是与其他减隔震装置组合使用，以达到对传统摩擦摆支座某些性能参数改变的目的，最终实现比传统摩擦摆支座更好的减隔震效果和工程应用价值。

## 研究目标及内容

本文在现有摩擦摆支座的基础上，提出了一种新型的摩擦摆支座——两级摩擦摆支座（double stage friction pendulum bearing，DSFPB）。两级摩擦摆支座拥有比传统复合摩擦摆支座更灵活的减隔震工作方式，能够自适应不同水平的地震动。同时两级摩擦摆支座通过加载卸载过程中刚度的差异实现更小的残余位移量，比传统复合摩擦摆具有更好的减隔震效果，具有不错工程应用前景。

本文的主要研究内容有：

（1）总结过往复合摩擦摆支座恢复力推导理论。通过刚体运动平衡方程和摩擦摆支座边界约束条件，对两种常见复合摩擦摆支座形式，提出新的复合摩擦摆恢复力理论公式。并对新旧恢复力公式的适用范围、假设条件进行对比。使用abaqus有限元建立复合摩擦摆实体模型，比较新旧恢复力公式的误差，验证理论公式的准确性。并使用新恢复力模型研究摩擦接触面压力分布、摩擦摆剪切-扭转耦合失稳问题。

（2）介绍两级摩擦摆支座构造特点和工作模式。描述两级摩擦摆支座在不同工作模式下的整体运动行为和各滑动摩擦面滑动与静止的分布情况。结合复合摩擦摆支座滞回力公式分析原理，推导两级摩擦摆支座在不同工作模式下滞回力理论公式。通过abaqus实体建模，验证理论公式的准确性。

（3）提出两级摩擦摆支座的简化模拟方式。通过模拟实际结构在含两级摩擦摆支座与传统的双线性滞回系统支座的减隔震的地震响应，证明两级摩擦摆支座的减隔震性能，并通过对比指出两级摩擦摆支座在减隔震效果上的特点。

（4）研究两级摩擦摆支座的参数设计方法。提出一套能够运用于多种结构、多种地震动输入下的、可靠的支座选型方法。

# 摩擦摆支座恢复力模型

## 已有的复合摩擦摆恢复力模型文献综述

典型的复合摩擦摆支座主体结构由上座板、下座板、滑块、摩擦副和挡块组成。如图 1.2所示，上、下座板近滑块一侧为光滑曲面，与滑块表面具有相同的曲率半径，保证摩擦摆工作时两个曲面紧密贴合受力均匀。支座在结构中通常作为连接上部结构与下部结构的连接部位，它承担着巨大的上部结构重力。因此上座板、下座板、滑块、挡块等摩擦摆支座构件使用钢材制作。但是钢材不允许直接与钢材接触并摩擦。一则因为钢材之间摩擦系数较大，通常可达0.2。较大摩擦系数使得摩擦摆难以进入摩擦面滑动阶段，影响减隔震功能的发挥；二则钢材之间的摩擦对钢材自身损坏极大，严重影响摩擦摆工作的可靠性稳定性。为了防止钢构件与钢构件的直接摩擦和降低摩擦系数，必须在滑动面设置一层低摩擦材料层。现有的摩擦层处理方式通常有两种：一是以美国EPS（Earthquake Protection Systems）公司为代表的，使用复合材料涂层的方式[22]。将特制的自润滑高强度低摩擦的复合材料涂在接触面之上；二是使用摩擦副的方式。通过在滑块曲面上设置厚度3~5mm的圆形凹槽，内嵌一个相同半径厚度约为6mm的圆形摩擦副。由此，摩擦副与钢材的摩擦代替了滑块与上、下座板之间钢与钢的摩擦，实现了降低摩擦系数和避免摩擦面损失的目的。常见的摩擦副材料为改性超高分子量聚四氟乙烯[23]。为了进一步降低摩擦系数，摩擦副表面可均布设置宽约10mm的凹槽，并在摩擦曲面涂抹润滑剂（如硅脂油）。聚四氟乙烯板与钢材板之间的摩擦系数通常低于0.08，涂有润滑剂时为0.01~0.03[24]。

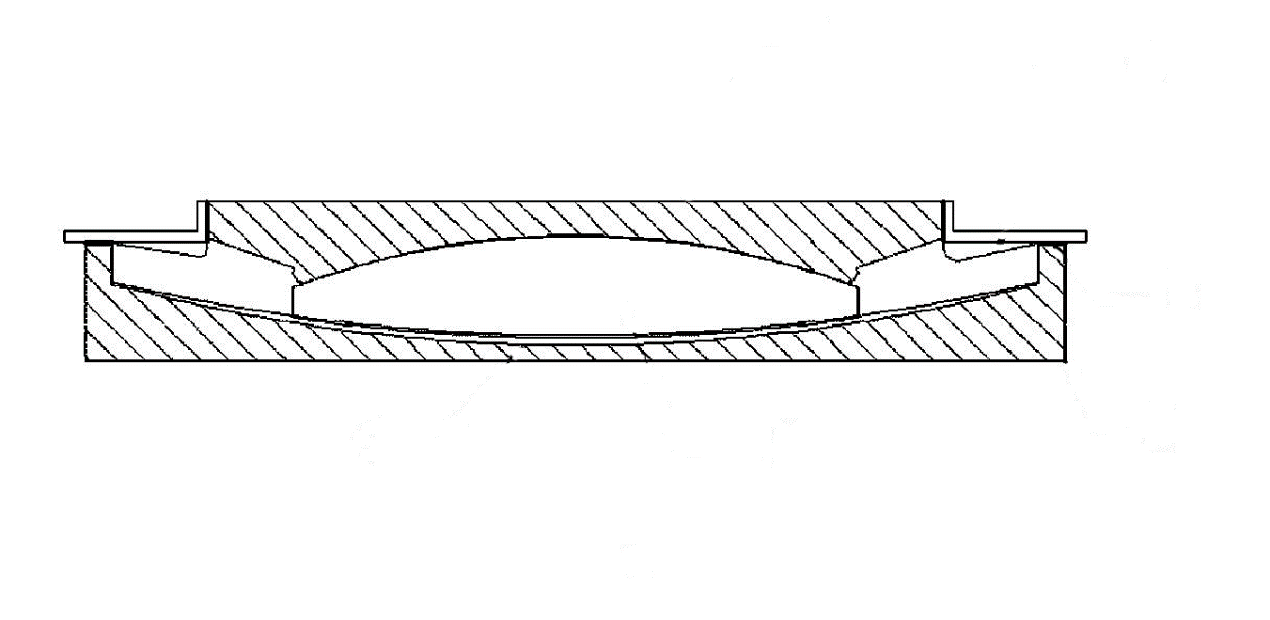


图 2.1 使用涂层的摩擦摆支座

Figure 2.1 FPB using Paintcoat



图 2.2 使用摩擦副的摩擦摆支座

Figure 2.2 FPB using Friction Pairs

### 已有的单曲面摩擦摆和复合摩擦摆滞回力模型

单曲面摩擦摆恢复力力学模型在诸多论文中已有讨论。各学者根据单摆运动的原理建立和推导了单曲面摩擦摆水平恢复力F的理论力学公式：



式中： F——水平回复力

W——上部结构重力

d——单曲面摩擦摆支座水平位移量

f——滑动面上沿切向的摩擦力

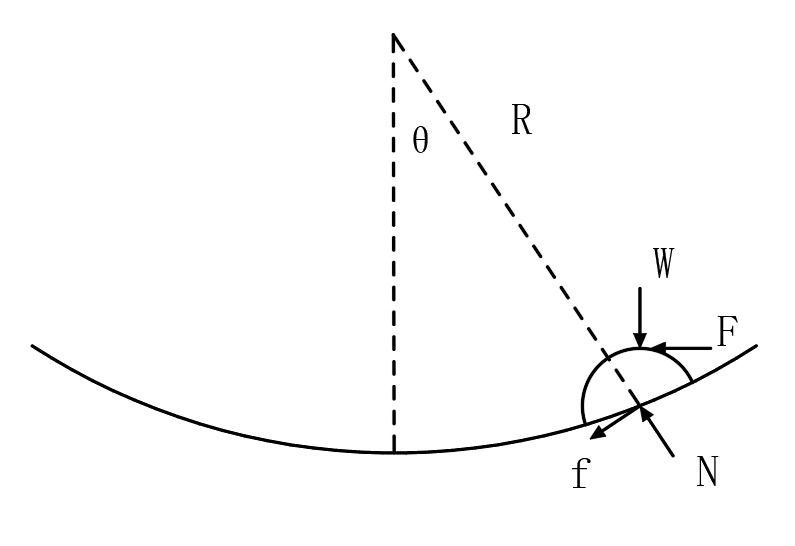
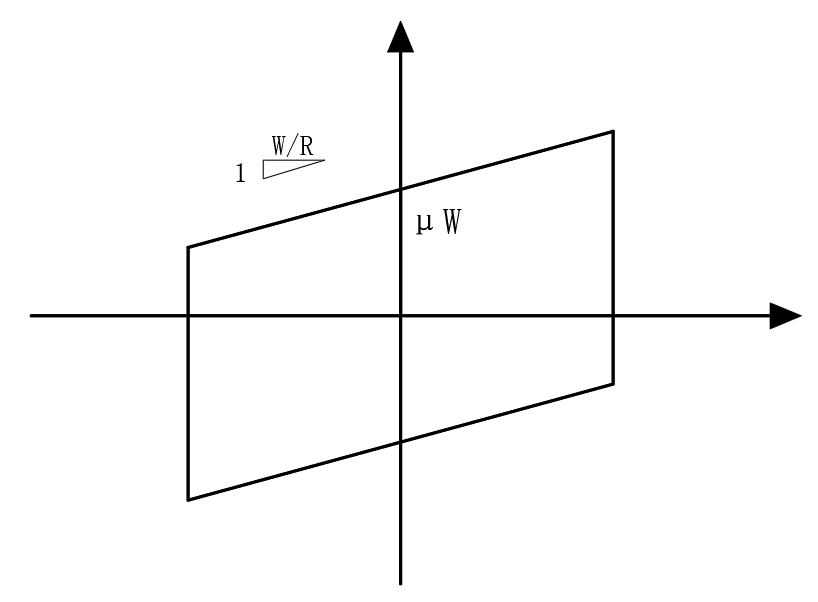
θ——滑块在摩擦曲面上转过的角度

在实际运用时，θ可看做小量，f可近似等于μW，上式可写为：



（ 2.1 ）

式中： μ——摩擦系数

a)推导示意图 b)滞回曲线

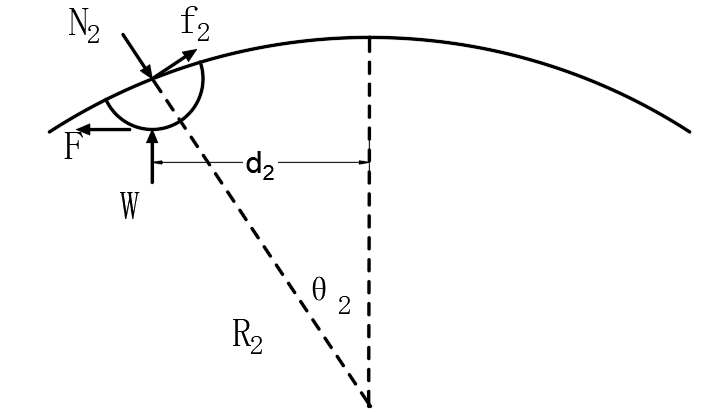
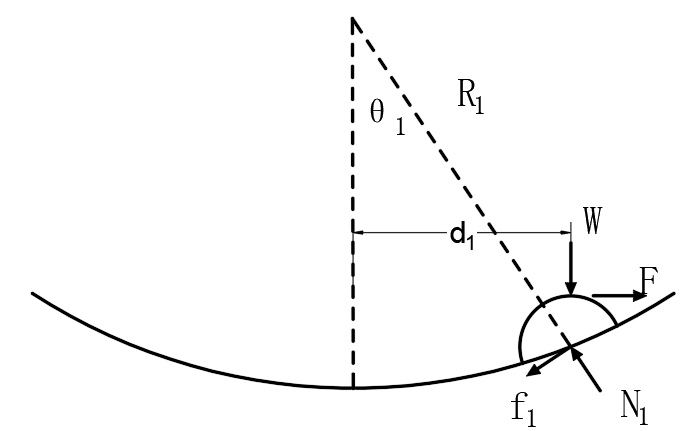
a)the Derivation Diagram b)the hysteretic curve

图 2.3单曲面摩擦摆恢复力模型

Figure 2.3 the Restoring Force Model of FPB

复合摩擦摆支座在单曲面摩擦摆支座的基础上，在上座板和滑块之间增加了第二个摩擦接触面，带来了新的曲率半径和摩擦系数。上座板和滑块之间的滑动使得上部结构重力作用点不再固定，无法使用上述单曲面摩擦摆进行恢复力的推导。涉及复合摩擦摆支座的恢复力模型论文较少。学者邓雪松[25]和韩俊华[26]将复合摩擦摆分解为两个隔离体，对单个隔离体使用单摆原理列力平衡方程，再通过隔离体之间的力耦合关系，求解出了复合摩擦摆支座恢复力理论公式。详细推导过程如下。

以穿过滑块的任意线将复合摩擦摆支座分为上下两个隔离体。在两个隔离体内滑块与单曲面摩擦摆支座的受力一致。



a)下隔离体 b)上隔离体

a) the Lower Free Body b)the Upper Free Body

图 2.4 复合摩擦摆隔离体示意图

Figure 2.4 Diagram of Free Bodies in DC-FPB

以下隔离体为例，以滑块作为力分析对象，列出接触点法向和切向的力平衡方程：



（ 2.2 ）



（ 2.3 ）

式中： W——上部结构重力，也是滑块分割处的竖向力

θ1、θ2——滑块在下、上曲面上转过的角度

F——支座的水平回复力，也是滑块分割处的水平力

N1、N2——下、上曲面对滑块正压力

f1、f2——下、上曲面对滑块的摩擦力

上式可以解出水平回复力F:



观察图 2.4中的几何可得，位移量与曲率半径存在关系式：



（ 2.4 ）

式中： d1、d2——滑块偏离下、上曲面圆心水平距离

R1、R2——滑块下、上曲面的曲率半径

代入式（ 2.3 ）得：



（ 2.5 ）

同理对上隔离体中滑块进行受力分析，可得：



（ 2.6 ）

显然，复合摩擦摆支座整体的水平位移量等于两个单摆运动的水平位移量的叠加，即：



（ 2.7 ）

联立式（ 2.5 ）、式（ 2.6 ）、式（ 2.7 ），消去d1、d2可得复合摩擦摆恢复力等于：



（ 2.8 ）

考虑到实际摩擦摆支座θ1、θ2为小量，式（ 2.2 ）、式（ 2.8 ）可写为：



（ 2.9 ）



（ 2.10 ）

根据式（ 2.9 ）可知，上下曲面接触正压力等于上部结构重力，从而：



（ 2.11 ）

式中：μ1、μ2——下、上曲面的动摩擦系数

将式（ 2.11 ）代入式（ 2.10 ）中，可得复合摩擦摆恢复力实用公式为：



（ 2.12 ）

式（ 2.12 ）反应出复合摩擦摆支座水平恢复力*F*与支座水平位移量*d*的函数关系是一次幂函数关系。恢复力*F*由重力产生的恢复力和摩擦力两部分组合而成。其水平刚度*k*和摩擦力*fy*为：





由于摩擦力与支座运动方向有关，式（ 2.12 ）可严格写为：



（ 2.13 ）

式中： sgn——符号函数

 ——支座变形速度

根据式（ 2.13 ）可用的滞回曲线可用下图表示：

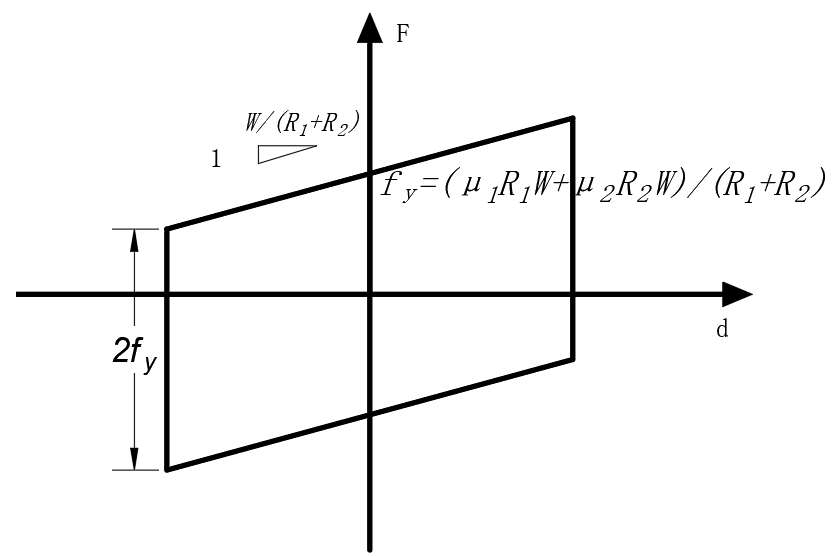


图 2.5 复合摩擦摆支座的滞回曲线

Figure 2.5 the hysteretic curve of DC-FPB

对比单曲面摩擦摆滞回力公式（ 2.1 ）和复合摩擦摆滞回力公式（ 2.12 ），复合摩擦摆支座的第二个曲面对整个支座滞回力产生了重要贡献，但是公式总体的形式类似，滞回力组成均为重力在曲面上产生的水平回复力和摩擦力的叠加。分别对比此两项可以发现：1）复合摩擦摆的屈前刚度为两个曲面曲率半径之和的倒数，而非单个曲面的曲率半径的倒数。复合摩擦摆支座可以通过两个单摆运动的组合获得更小的屈后刚度和更大的位移允许量。而单曲面摩擦摆支座为了达到同样的效果必然会导致曲率半径和支座平面尺寸的大幅度增加，随之而来是加工难度和工程成本的增加。2）复合摩擦摆支座的摩擦力为两个曲面摩擦系数对曲率半径的加权平均。工程中，接触面的摩擦系数绝非无级可调，通常由耐磨材料决定。总的来说摩擦系数的取值只有几种。如若想获得其他的摩擦系数取值，开发新的耐磨材料耗时耗力。而复合摩擦摆滞回力理论公式揭示了可以通过一大一小两种摩擦系数进行加权平均获得目标的摩擦系数从而获得理想的摩擦力。复合摩擦摆支座可以实现比单曲面摩擦摆支座更多样化的摩擦力。

### 已有滞回力模型的假设条件

纵观式（ 2.13 ）的推导过程，使用的假设条件有：

（1）认为上、下座板和滑块在上下曲面处紧密贴合。

（2）认为上、下座板和滑块为刚体，忽略其变形量，同时也忽略耐磨材料的变形。

（3）认为滑块在上下曲面的转角为小量，其正弦函数值近似为0，余弦函数值近似为1。

（4）认为上下曲面接触面切向力、正压力均匀分布，且合力在滑块圆弧的中点处，并认为正压力合力方向指向圆弧段中点的径向，切向力合力方向指向圆弧段中点的切向。

尽管以上四点为推导的假设条件，可以根据实际工程中摩擦摆支座的使用状态推测各个假设条件的合理性。

对于假设（1），接触曲面是否紧密贴合与支座构件的加工精度有巨大关系。工业数控机床在20世纪末期对于钢构件加工精度可达±0.002~0.005mm[27]。表 2.1给出了道某州桥多种设计竖向承载力的复合摩擦摆支座几何构造尺寸。圆弧曲面的加工由曲面的弦长a和深度t决定，它们与曲率半径R存在如下关系式：



按照数控机床加工中误差δ=±0.01mm，根据误差传播定律计算下座板的曲率半径加工中误差△R：



根据上市统计道某州桥各摩擦摆支座的下曲面加工中误差百分比。从表中数据可知加工中误差普遍小于0.03%，说明按照目前机械加工精度可以认为各曲面能紧密接触。

表 2.1 道某州桥摩擦摆支座尺寸表

Table 2.1 the Dimensions of FPBs somewhere

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 设计竖向承载力（kN） | 下摩擦面半径R（mm） | 下座板滑道宽度a（mm） | 曲面深度t（mm） | 下曲面半径加工中误差△R（mm） | 下曲面半径加工中误差百分比 |
| 10000 | 3000 | 1150 | 55.620 | 0.643 | 0.021% |
| 15000 | 3500 | 1060 | 40.361 | 0.998 | 0.029% |
| 17500 | 4000 | 1100 | 37.993 | 1.198 | 0.030% |
| 20000 | 4500 | 1159 | 37.469 | 1.356 | 0.030% |
| 25000 | 4500 | 1240 | 42.916 | 1.193 | 0.027% |
| 40000 | 5500 | 1700 | 66.079 | 0.961 | 0.017% |
| 45000 | 5500 | 1570 | 56.309 | 1.116 | 0.020% |

对于假设条件（2），摩擦摆支座中间滑块材料的应力最大，可达40MPa左右，应变量约为1.9×10-4。而滑块在竖向的尺寸不会超过300mm，滑块的变形量小于0.057mm，可以忽略此变形量。

对于假设条件（3），大部分摩擦摆支座地震下的容许位移小于300mm，转角小于0.03rad，此转角对应的正弦值和余弦值分别为0.9996和0.0300。从值上判断，可以将余弦值等效为1。但是将正弦值近似为0，可能会带来不小的偏差。在复合摩擦摆公式推导过程中，式（ 2.9 ）的得出使用了正弦值为1的假设。因而最终公式中的摩擦力*fy*存在误差。

对于假设条件（4），只有当正压力在圆弧段上均匀分布时，正压力和切向力合力才会作用在滑块圆弧段中点，并且分别指向中点的径向和切向。而实际上当滑块在曲面上转动时，实体有限元模拟显示大部分的压力都积聚在滑块靠近支座中心线一侧。在滑块上正压力不可能是均匀分布，自然切向力也不会是均匀分布。假设条件（4）影响了推导过程的图 2.4中*f1*、*N1*、*f1*、*N1*的位置，从而影响了描述位移量和曲率半径几何关系的式（ 2.4 ）。这将对最终公式中的屈后刚度*k*造成误差。另外，图 2.4中正压力、切向力指向了错误的方向，可以将它们看做是真实正压力、切向力的分量。而分量不存在切向力等于正压力乘以摩擦系数的约束条件。因而最终公式中摩擦力项也会存在误差。

综述所述，假设条件（1）、（2）是成立的，即可以认为摩擦摆支座各摩擦面紧密贴合且可以认为各构件是刚体。但是假设条件（3）（4）会带来一定量的误差。虽然依然可以认为滑块与上、下座板错动的角度的余弦值为1，但是将其正弦值计为0是不合适的。滑块圆弧段上的正压力切向力不是均匀分布。它们对最终滞回力公式（ 2.12 ）中屈后刚度*k*和摩擦力*fy*均造成了误差。

## 基于力矩平衡的摩擦摆滞回力模型介绍

针对已有摩擦摆恢复力模型中的误差来源，本文提出了基于力矩平衡下的摩擦摆恢复力模型。此力学模型根据刚体平衡条件，推导出了所需假设条件更合理、误差更小的滞回力理论公式。

复合摩擦摆支座发生位移量为d的侧向变形，上、下座板和滑块的相对位置发生如图 2.6的错动。

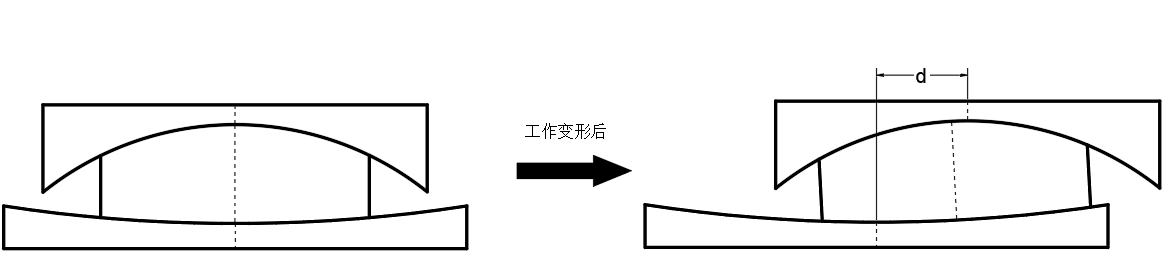


图 2.6 复合摩擦摆的变形图

Figure 2.6 the Deformation Diagram of DC-FPB

依据力的等效原理，上部结构作用在摩擦摆支座上座板的力可以用两个正交的集中力和一个弯矩：作用在上座板中点处的上部结构重力*W*、上部结构作用在上座板的水平力*F*和绕上座板中点的弯矩*Mb*。

取上座板和滑块组成的隔离体,对下曲面圆心C1列力矩平衡方程：

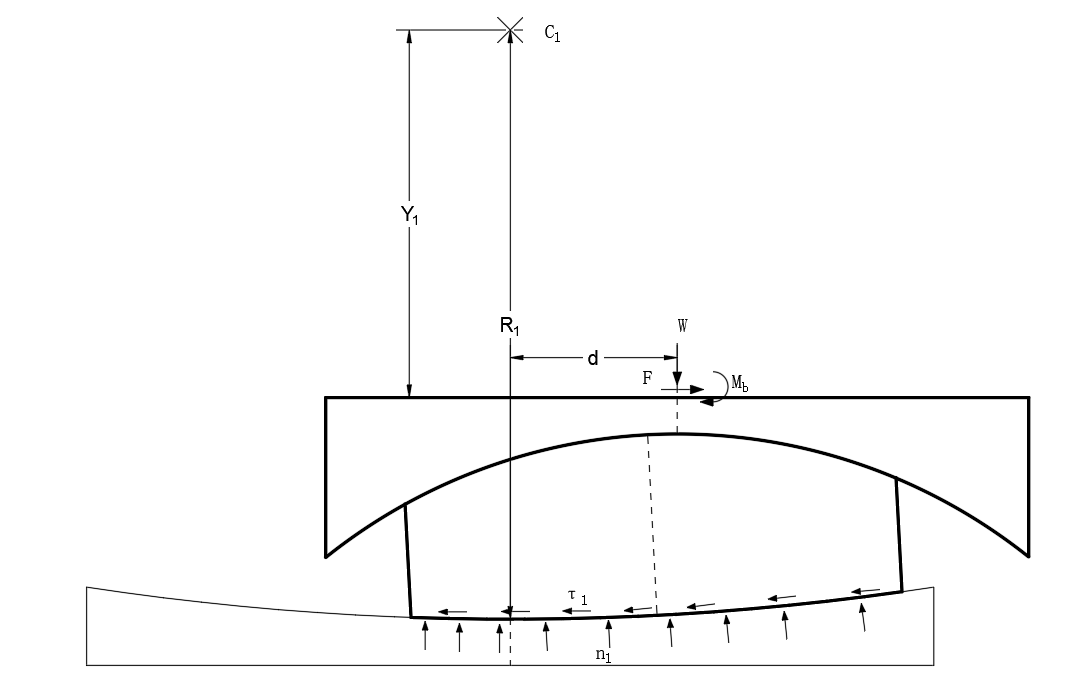


图 2.7 上座板和滑块受力图

Figure 2.7 Force Diagram of the Upper Plate and Sliding Block



（ 2.14 ）

式中： *C1*——下曲面圆心

*W*——上部结构的重力

*d*——支座的水平变形量

*F*——上部结构作用在支座上的水平力

*Y1*——上座板中点距C1的竖向距离

*τ1*——下座板对滑块产生的摩擦切向力，向量值函数

*n1*——下座板对滑块产生的正压力，向量值函数

*r1*——积分点指向C1的向量

*l1*——滑块的下曲面段

*Mb*——上部结构对支座作用的力矩

取上座板隔离体,对上曲面圆心C2列力矩平衡方程：

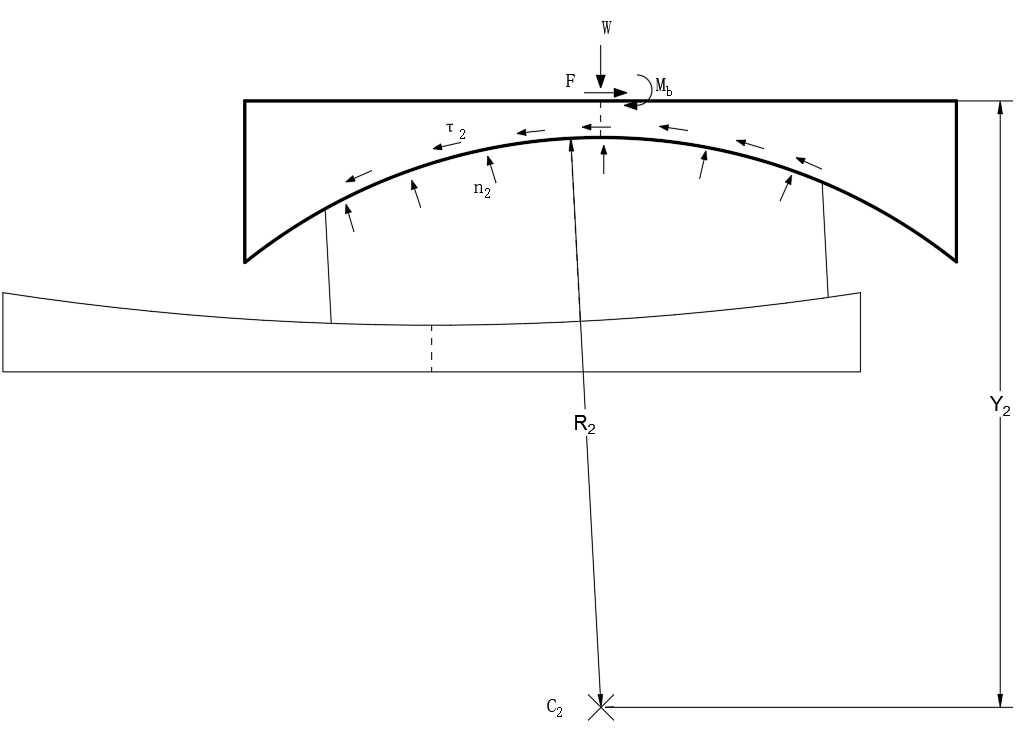


图 2.8 上座板受力图

Figure 2.8 Force Diagram of the Upper Plate



（ 2.15 ）

式中： *C2*——上曲面圆心

*Y2*——上座板中点到C2的竖向距离

*τ2*——滑块对上座板产生的摩擦切向力，向量值函数

*n2*——滑块对上座板产生的正压力，向量值函数

*l2*——滑块上曲面圆弧段

*r2*——积分点指向C2的向量

因为求力距中心点与曲面的圆心重合，所以与始终正交，与始终平行：





进而式（ 2.14 ）可简化为：



（ 2.16 ）

同理，式（ 2.15 ）可简化为：



（ 2.17 ）

联立式（ 2.16 ）、式（ 2.17 ）可得：



（ 2.18 ）



（ 2.19 ）

式（ 2.18 ）中Y1+Y2在几何意义上代表上、下曲面圆心的竖向距离：



（ 2.20 ）

式中： *hsb*——滑块中垂线的长度

*θ1*——滑块在下曲面上转过的角度，逆时针为正

根据前文的讨论，支座转角的余弦值可以近似为1。式（ 2.20 ）可以被简化，并称简化后的结果称为等效曲率半径*Re*：



（ 2.21 ）

式（ 2.18 ）中代表对在下曲面中滑块摩擦切向力的数值和。显然此积分式等于：



（ 2.22 ）

即摩擦竖向力的积分等于正压力积分乘以摩擦系数。假设正压力的积分等于上部结构重力：



根据上式，可将式（ 2.18 ）化为：



（ 2.23 ）

考虑到摩擦力与变形方向相关，上式可严格写为：



（ 2.24 ）

式（ 2.24 ）即为基于力矩平衡推导下的复合摩擦摆支座水平滞回力公式。根据此公式可知：此模型下的滞回曲线屈后刚度k、屈服力fy：



（ 2.25 ）



（ 2.26 ）

## 复合摩擦摆支座的实体有限元分析

有限元数值模拟是除试验外检验理论研究正确性的有效方法。试验研究需要生成试验体对象，搭建包括诸多试验设备在内的试验环境，是一种比较耗时耗力的研究方法。相比而言，有限元数值模拟易行且成本低。而且得力于近几十年来计算机硬件和计算机辅助工程软件的发展，有限元软件模拟的精度不断提高。有限元数值模拟已经成为科学问题必不可少的研究手段。

本次有限元模拟软件采用abaqus。abaqus是一种成熟的通用有限元分析软件，可以模拟摩擦摆支座中接触、大变形等高度非线性问题。同时，abaqus内置python程序接口，可以供用户实现参数化建模和分析[28]。

### 有限元模型建立

尽管摩擦摆支座接触面是球面，但球面上各点的受力状态关于中线（滑动方向）对称，因而可以简化为二维单元模型。同时二维模型相比于三维模型带来大幅度计算资源消耗的降低。摩擦副厚度较小，同时其作用是提供稳定摩擦系数。本次建模忽略对摩擦副的模拟。

为了广泛验证提出的复合摩擦摆支座滞回力公式的正确性，本次abaqus建模使用python参数化建模。根据式（ 2.25 ）、式（ 2.26 ），选取的参数共6个，见表 2.2。

表 2.2 建模的主要参数

Table 2.2 Main Parameters during Modeling

|  |  |
| --- | --- |
| 参数 | 含义 |
| W | 上部结构重力 |
| R1、R2 | 下、上曲面的曲率半径 |
| μ1、μ2 | 下、上曲面的摩擦系数 |
| hsb | 滑块中垂线长度 |

荷载为上座板上表面均布荷载和侧向位移；两个曲面接触的切向行为设为各向同性的Penalty公式，法向行为设为允许分离的硬接触；边界条件为下座板下表面的位移约束；上座板上表面不允许转动。

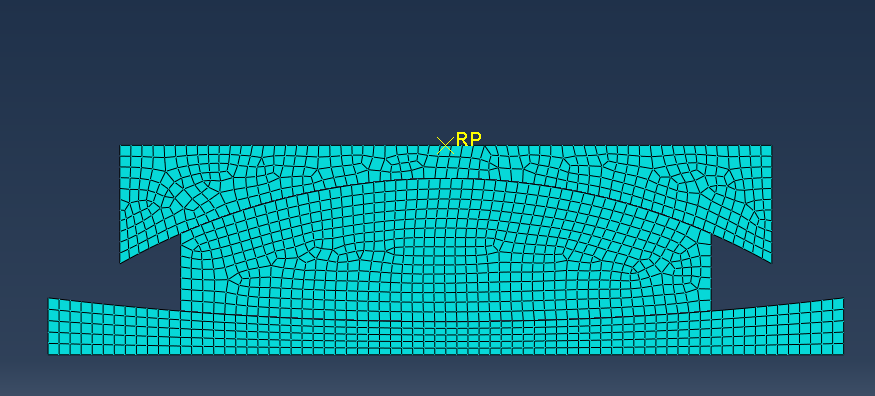


图 2.9 abaqus有限元模型

Figure 2.9 the Diagram of FEM in abaqus

### 荷载工况设置

按照选定的6个主要参数，设置如下13个计算工况。设置工况时，保证每一个主要参数在某几个工况的组合下成为自变量，而其余五个参数成为控制变量，达到控制变量研究的目的。

表 2.3 工况表

Table 2.3 the Load Case Table

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **编号** | **压力**  **(kN)** | **下半径(mm)** | **上半径(mm)** | **滑块高度(mm)** | **下曲面摩擦系数** | **上曲面摩擦系数** |
| 1 | 5000 | 3000 | 600 | 130 | 0.03 | 0.03 |
| 2 | 7500 | 3000 | 600 | 130 | 0.03 | 0.03 |
| 3 | 10000 | 3000 | 600 | 130 | 0.03 | 0.03 |
| 4 | 10000 | 2500 | 600 | 130 | 0.03 | 0.03 |
| 5 | 10000 | 2000 | 600 | 130 | 0.03 | 0.03 |
| 6 | 10000 | 3000 | 900 | 130 | 0.03 | 0.03 |
| 7 | 10000 | 3000 | 1200 | 130 | 0.03 | 0.03 |
| 8 | 10000 | 2000 | 600 | 260 | 0.03 | 0.03 |
| 9 | 10000 | 2000 | 600 | 390 | 0.03 | 0.03 |
| 10 | 10000 | 3000 | 600 | 130 | 0.01 | 0.03 |
| 11 | 10000 | 3000 | 600 | 130 | 0.05 | 0.03 |
| 12 | 10000 | 3000 | 600 | 130 | 0.03 | 0.01 |
| 13 | 10000 | 3000 | 600 | 130 | 0.03 | 0.05 |

### 结果分析

统计每个工况计算结果下的水平反力，做出上座板侧向位移-水平反力曲线，即复合摩擦摆支座滞回曲线。分别对滞回曲线中正摩擦力段和负摩擦力段进行参数拟合，拟合目标函数为一次函数：



拟合后的k即为屈后刚度，fy为屈服力。

将各个工况拟合后的屈后刚度、屈服力，连同分别按照已有复合摩擦摆滞回力公式和基于力矩平衡下的滞回力公式计算的理论值，汇总于下表。

表 2.4 有限元结果与理论计算值对比表

Table 2.4 the Comparison between FEM Results and Theoretical Value

|  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 工况编号 | 有限元结果 | | | 已有公式 | | 新提出公式 | |
| 屈后刚度 （kN/m） | 屈服力 （kN) | 残差（kN） | 屈后刚度 （kN/m） | 屈服力 （kN) | 屈后刚度 （kN/m） | 屈服力 （kN) |
| 1 | 1.442 | 157 | 0.016 | 1.389|-3.7% | 150|-4.2% | 1.441|-0.1% | 156|-0.7% |
| 2 | 2.164 | 235 | 0.017 | 2.083|-3.7% | 225|-4.2% | 2.161|-0.1% | 233|-0.7% |
| 3 | 2.885 | 313 | 0.020 | 2.778|-3.7% | 300|-4.2% | 2.882|-0.1% | 311|-0.6% |
| 4 | 3.371 | 316 | 0.029 | 3.226|-4.3% | 300|-4.9% | 3.367|-0.1% | 313|-0.8% |
| 5 | 4.053 | 319 | 0.029 | 3.846|-5.1% | 300|-5.9% | 4.049|-0.1% | 316|-0.9% |
| 6 | 2.655 | 312 | 0.012 | 2.564|-3.4% | 300|-3.7% | 2.653|-0.1% | 310|-0.4% |
| 7 | 2.459 | 311 | 0.018 | 2.381|-3.2% | 300|-3.4% | 2.457|-0.1% | 310|-0.3% |
| 8 | 4.279 | 337 | 0.036 | 3.846|-10.1% | 300|-10.9% | 4.274|-0.1% | 333|-1% |
| 9 | 4.531 | 357 | 0.037 | 3.846|-15.1% | 300|-15.9% | 4.525|-0.1% | 353|-1% |
| 10 | 2.883 | 140 | 0.012 | 2.778|-3.6% | 133|-4.8% | 2.882|0% | 138|-1.2% |
| 11 | 2.889 | 486 | 0.022 | 2.778|-3.9% | 467|-4.1% | 2.882|-0.3% | 484|-0.5% |
| 12 | 2.885 | 278 | 0.014 | 2.778|-3.7% | 267|-3.9% | 2.882|-0.1% | 277|-0.3% |
| 13 | 2.886 | 349 | 0.021 | 2.778|-3.7% | 333|-4.5% | 2.882|-0.1% | 346|-0.9% |
| 误差一范数平均值 | | | | 5.18% | 5.75% | 0.12% | 0.72% |

(注:“残差”指函数拟合时的残差；“屈后刚度”与 “屈服力”竖线后的百分数是理论值与有限元结果的误差百分比。)

通过有限元对复合摩擦摆支座的拟静力试验模拟结果，可以得出以下两点结论：

1. 复合摩擦摆支座在滑移阶段的力和位移为一次函数关系。从上表中“残差”一列可知，当屈服力达到上百千牛，一次函数拟合的残差不足0.04kN。由此可得出水平回复力是水平变形量的一次函数。
2. 基于力矩平衡推导的复合摩擦摆支座恢复力公式误差较小，其平均误差小于1%且不足已有公式误差的0.2倍。由此，新提出的理论公式在各种构造因素（上部结构重力、两个曲面的摩擦系数与曲率半径及滑块厚度）的组合下均具有较好的准确性。

## 关于基于力矩平衡的滞回力模型的进一步讨论

上面两节介绍了新提出的恢复力模型公式主体和准确性，这一节主要对恢复力模型公式中的蕴涵的假设条件和复合摩擦摆支座的扭转问题进行讨论。

### 基于力矩平衡的滞回力模型的假设条件

数学模型的假设条件往往代表从客观事物到数学模型中准确性和误差来源。本次基于力矩平衡的恢复力模型的假设条件如下：

（1）认为上、下座板和滑块在上下曲面处紧密贴合。

（2）认为上、下座板和滑块为刚体，忽略其变形量，同时也忽略耐磨材料的变形。

（3）认为滑块在上下曲面的转角余弦函数值近似为1。

（4）认为滑块上下两个曲面正压力的积分大小上等于重力。

将以上四个假设条件与已有滞回力模型的四个假设条件一一对应相比较：两种滞回力模型的（1）、（2）都相同，即都认为接触面紧密贴合且忽略钢部件的弹性变形；新提出的恢复力模型只认为摩擦摆转角的余弦值为1，不使用有可能引起更大误差的“转角的正弦值为0”的条件；新提出的恢复力模型不使用“上下曲面正压力、切向力均匀分布，其合力在中点”的条件，而使用“上下两个曲面正压力的积分大小上等于重力”条件。此条件相比前者更贴近实际，“均匀分布”是一种十分理想的假设条件。

综上所述，基于力矩平衡的恢复力模型相比已提出的恢复力模型，使用了更贴近实际的假设条件，所引起的误差也更小。因而基于力矩平衡的恢复力模型是一种更为准确的预测复合摩擦摆支座恢复力的数学模型。

回顾新提出了恢复力模型，纵观推导过程，假设条件（3）、（4）引起的近似有如下两处：

在式（ 2.20 ）、式（ 2.22 ）认为：





第一个近似将分母的余弦值放大为1，使得整体值偏小；第二个近似较为复杂，正压力的合力一定不是严格竖直向上，事实上正压力的积分向竖直方向上投影才等于W（近似）。因而正压力的积分应该大于W，第二个近似使整体值偏小。由此，推导公式中所使用的近似均使得公式值比实际值偏小，所以在表 2.4中所有的理论值均是比有限元计算值偏小。

再次回顾新提出了恢复力模型所使用的两个近似处理。第一处“转角余弦值近似为1”是一种为了追求公式简洁而使用的近似。其真实值通过支座变形图可确切导出的：



若将此公式代入式（ 2.18 ）中 ，



经过代换后，水平回复力公式不再是关于d的一次函数，失去了之前公式简洁易用性，并难以在有限元中准确模拟如此复杂的本构关系。因而，为了追求水平力理论公式的简洁易用性，同时为了能顺利地在有限元中建立模拟摩擦摆支座的单元，将摩擦摆支座的水平恢复力在不引起较大误差的前提下，将 “转角余弦值近似为1”，从而摩擦摆支座的水平恢复力F成为水平变形d的一次函数。

关于第二个近似处理，它来源于第（4）个假设条件：认为滑块上下两个曲面正压力的积分大小上等于重力。此假设条件是根据工程直觉做出的，确实并无准确理论依据。假设条件（4）是为了解决公式中出现的正压力的积分问题。要准确求解此积分值，必先求知正压力在曲面上的分布函数。而求解分布函数是十分困难的。一般来说分布函数的求解需通过关于函数的微分函数结合边界条件求解，在此处这种做法显然是行不通的。因而假设条件（4）的提出一方面是基于工程经验的大胆假设，保证公式能顺利导出，另一方面则是确实无法求解此积分问题。

### 复合摩擦摆支座的正压力分布问题

虽然复合摩擦摆支座的正压力分布无法确切求得，但是依然可以从以下两个角度展开讨论，并得出部分结论。

1. 力平衡方程

之前的理论公式推导过程仅使用了力矩平衡条件，现将力平衡条件纳入考虑之中。

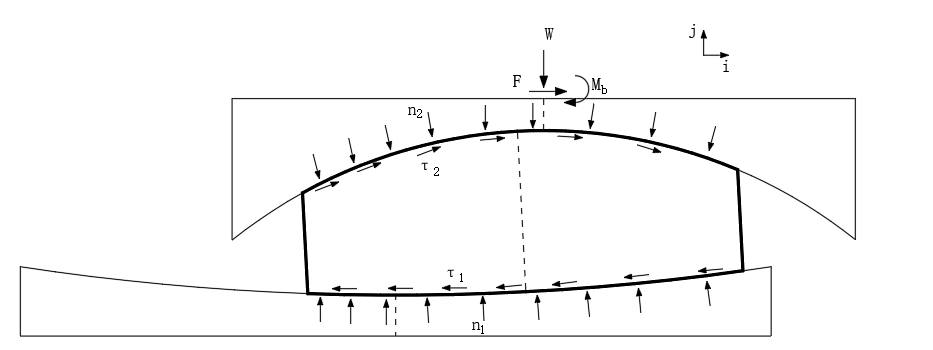


图 2.10 滑块受力图

Figure 2.10 Force Diagram of the Sliding Block

取中间滑块为隔离体，列水平向和竖向的力平衡方程：



（ 2.27 ）



（ 2.28 ）

式中： *n1*、*n2*——下座板、上座板对滑块的正压力

*τ1*、*τ2*——下座板、上座板对滑块的切向力

i、j——指向水平、竖向的单位向量

根据库伦摩擦力理论，上式可以化为：



（ 2.29 ）



（ 2.30 ）

将以上两式相加：



（ 2.31 ）

考虑到i、j的任意性，上式可写为：



（ 2.32 ）

式中： *x*——任意方向的单位向量

根据式（ 2.32 ）可以得出：滑块上、下表面正压力沿任意方向的积分和乘以1加摩擦系数后相等。此结论并不能帮助求解处正压力的分布，但是根据这个结论可以得知：在复合摩擦摆支座中，较小的摩擦系数所在的面会承担更大的正应力。两个曲面摩擦系数相差过大可能会影响耐磨材料的使用性能和寿命。

（B）有限元数值模拟

尽管在理论上无法求得正压力分布，但是有限元模拟结果依然能给出一个大致的分布规律。

以1号工况为例，选取一个周期（1s）内水平位移为峰值的0、±0.5、±1倍的时刻，即T=0s、0.125s、0.25s、0.375s、0.5s、0.625s、0.75s、0.875s、1s时，做出这9个时刻点的滑块上下曲面正压力分布图。



a)T=0s时 b)T=0.125s时



c)T=0.25s时 d)T=0.375s时



e)T=0.5s时 f)T=0.675s时



g)T=0.75s时 h)T=0.875s时



i)T=1s时

图 2.11 上下曲面正压力分布

Figure 2.11 the Pressure Distribution on the Upper and Lower Surfaces



图 2.12正压力的积分时程图

Figure 2.12 Time History of the Integral of Pressure

从图 2.11中可以得出正压力分布存在如下特点：在滑块上下曲面，正压力的分布是不均匀的，在位移不为0时，正压力的分布也不是对称的；上下曲面正压力分布不同；上曲面正压力在两端存在峰值，其大小是中段处正压力的1.5~4倍。以上这些特点说明了已有滞回力模型中第（4）点假设存在误差，与实际情况存在不小差距。

从图 2.12中可以看出，正压力的积分在加载过程中始终为定值5153kN。此值接近于上部结构的重力5000kN，偏大约3%。此现象也验证了2.4.1 节中“正压力的积分应该大于W”的论断，同时也佐证了在摩擦摆支座工作的全过程可以近似认为正压力的积分约等于上部结构的重力。

### 复合摩擦摆支座的转动问题

长期以来学界对于摩擦摆支座的转动研究较少。通常认为摩擦摆支座工作时的转动角较小或认为不转动。这主要是因为摩擦摆支座应用的场景决定的。摩擦摆支座大多使用在建筑结构的底部，上部连接着结构承重的基底，下部连接着地基（如图 2.13）。这两者都具有极大地转动刚度，从而使得摩擦摆支座在工作时几乎不发生扭转。但这是由摩擦摆支座的连接构件决定的，而不是其本身具有较大的刚度。



图 2.13 密西西比河I-40大桥中的摩擦摆支座

Figure 2.13 FPB in I-40 Mississippi River Bridge

近年来摩擦摆支座应用的场景越来越广泛。在桥梁工程中桥墩的顶部，建筑工程中柱的底部，地铁车站中柱的顶部，均有它的身影。而这些结构的转动刚度十分依赖于自身的尺寸。如若其自身尺寸较小，转动刚度不足，有可能使摩擦摆支座转动失稳，从而引发结构的安全问题。因而研究摩擦摆支座的转动刚度和转动失稳对于结构安全具有重要意义。

结构失稳问题有多种研究方式。本论文采用有限单元法研究。研究过程可以分为4个步骤：

1. 复合摩擦摆支座在扭转下的刚度矩阵
2. 失稳的临界条件
3. 选取结构，进行稳定性验算
4. 结论

以下将以此展开此四点内容。

**（A）复合摩擦摆支座在扭转下的刚度矩阵。**

当复合摩擦摆支座同时发生水平变形d和转动变形α时，其变形图如下。

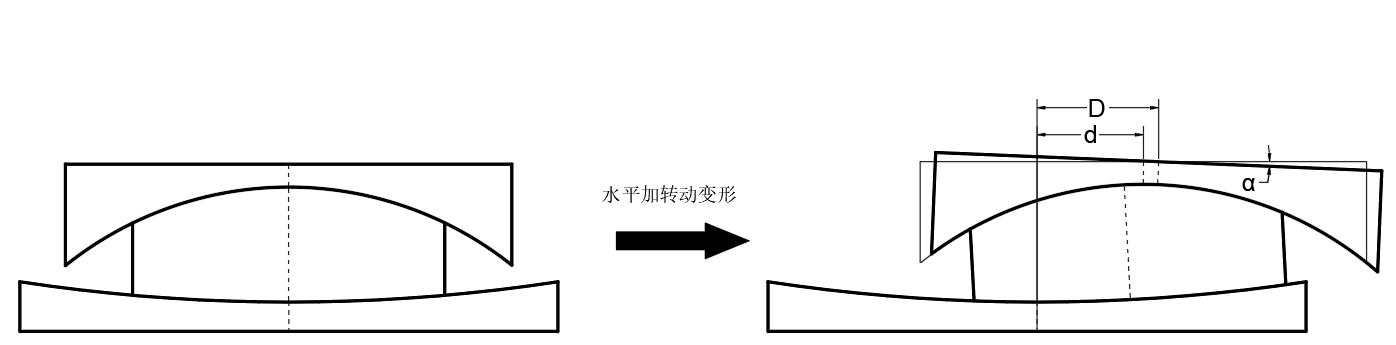


图 2.14 剪切和转动后的变形示意图

Figure 2.14 Deformation Diagram after Shear and Torsion

此时摩擦摆支座的水平变形量D由纯水平变形量d和扭转导致的水平变形量组成，其值为：



（ 2.33 ）

式中： ——支座转动的角度

上式可近似的简化为：



（ 2.34 ）

将式（ 2.34 ）代入到式（ 2.19 ）中可得：



（ 2.35 ）

将上式写成矩阵的形式，有：



（ 2.36 ）

式中： *C1*、*C2*——常数项，与d和无关。

记KF为：



（ 2.37 ）

式（ 2.37 ）为上摩擦面发生转动时导出的。如果是下摩擦面发生转动，根据对称性，*KF*变为：



（ 2.38 ）

式（ 2.37 ）、式（ 2.38 ）即为复合摩擦摆支座在考虑扭转情况下的单元刚度矩阵。

**（B）失稳的临界条件**

一般情况下，结构的位移△、荷载P、刚度满足：



根据结构线性屈曲理论，结构失稳时趋近于无穷大，而刚度矩阵的逆矩阵等于：



显然为了使结构失稳，趋于无穷大，则刚度矩阵的行列式必满足：



（ 2.39 ）

上式即为结构失稳的临界条件。

**（C）选取结构，进行验算**

根据式（ 2.37 ）、式（ 2.38 ），摩擦摆支座的单元刚度矩阵的行列式为：



（ 2.40 ）

式中： *Ri*——*R1*或*R2*

显然，是必小于0的，结构失稳。即：当仅对摩擦摆支座施加水平荷载且不约束摩擦摆的转动自由度，摩擦摆支座一定会失稳。究其原因是刚度矩阵中出现了主对角线为负的元素。因而，在对摩擦摆支座进行试验机试验时，必须注意其上下座板的转动约束问题。约束不足可能会造成试验过程中支座失稳，导致试验失败。

在工程中，摩擦摆支座上下连接其它构件，与其它构件的刚度矩阵一同形成整体刚度矩阵。由于摩擦摆支座自身刚度矩阵是奇异的，而其它构件的刚度矩阵一般不奇异，因而两者组成的整体结构失稳与否由下式决定：



（ 2.41 ）

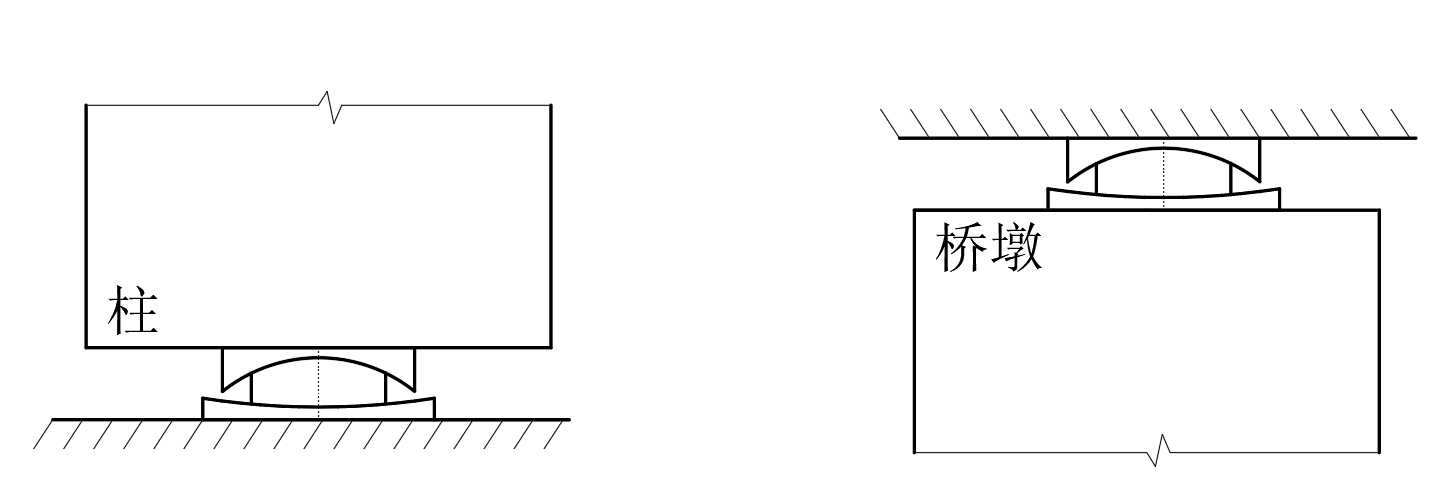
式中： *Kot*——其它构件的刚度矩阵

如若摩擦摆支座连接的上下构件刚度大，比如设置在建筑结构的基础和地基之间，支座上下板的约束都较强，此时摩擦摆支座失稳概率极小；但如若摩擦摆支座连接在柱底部、桥墩顶部时，此时是有可能发生失稳的。

以2.3.2 节中3号工况中摩擦摆支座为例，将其设置在如下两种简化结构中：

甲号结构：摩擦摆支座下部连接坚实基础，上部连接柱体，柱的远端（顶部）为固结；

乙号结构：摩擦摆结构上部连接主梁，认为主梁不转动，下部结构连接桥墩，桥墩底部为固结。



a)甲 b)乙

图 2.15简化结构图

Figure 2.15 the Diagram of Simplified Structure

摩擦摆支座参数见表 2.3，柱或桥墩尺寸按照1.2m矩形计算，长度L待定。其截面在设计荷载下的压应力为7MPa。根据梁单元理论，两端固定的梁的剪力、弯矩刚度矩阵为：



（ 2.42 ）

将上式代入式（ 2.41 ）中，可得甲、乙号结构失稳的临界长度Lcr：



（ 2.43 ）

**（D）结论**

根据上式的结果可得两点结论：1）甲号结构临界失稳柱长度为999m，不会发生失稳问题。乙号结构失稳临界长度为46m。此长度下桥墩归类为高墩。在一些跨越山谷的多山地区是有可能出现较高高度的桥墩。我国西部地区高等级公路中桥墩高度超过40m的桥梁占总数约40%，最大的可达上百米[29]。因而，在有高墩的桥梁工程中设置摩擦摆支座有可能引起摩擦摆支座转动失稳问题，设计时必须引起注意。其高墩的刚度必须满足式（ 2.41 ）；2）根据甲、乙号结构的对比，将摩擦摆支座曲面半径较小的一侧的座板连接于结构转动刚度较弱一侧的构件（墩、柱一侧），可有效降低摩擦摆支座失稳的风险。

式（ 2.41 ）虽然给出了失稳临界判据，但是实际工程中，出于结构安全性富裕度的考虑，断不可能使式（ 2.41 ）中的失稳判据比0略大。因此需要一种更具有实际意义的失稳判据：失稳安全系数β。其定义为：失稳时的竖向荷载与设计荷载的比值。

取乙号结构桥墩高度为30m，可得其失稳安全系数：



（ 2.44 ）

上式说明当上部荷载达到设计荷载的1.49倍时，摩擦摆支座在转动时发生失稳。失稳安全系数*β*比式（ 2.41 ）具有直观的工程含义。设计人员可根据实际需要设定合适的失稳安全系数*β*，保证结构的稳定性。

## 复合摩擦摆支座的另一种形式

复合摩擦摆支座两个曲面的圆心绝大多数情况下都是分布在滑块的不同侧，但是也有部分是分布在相同的一侧（如下图）。

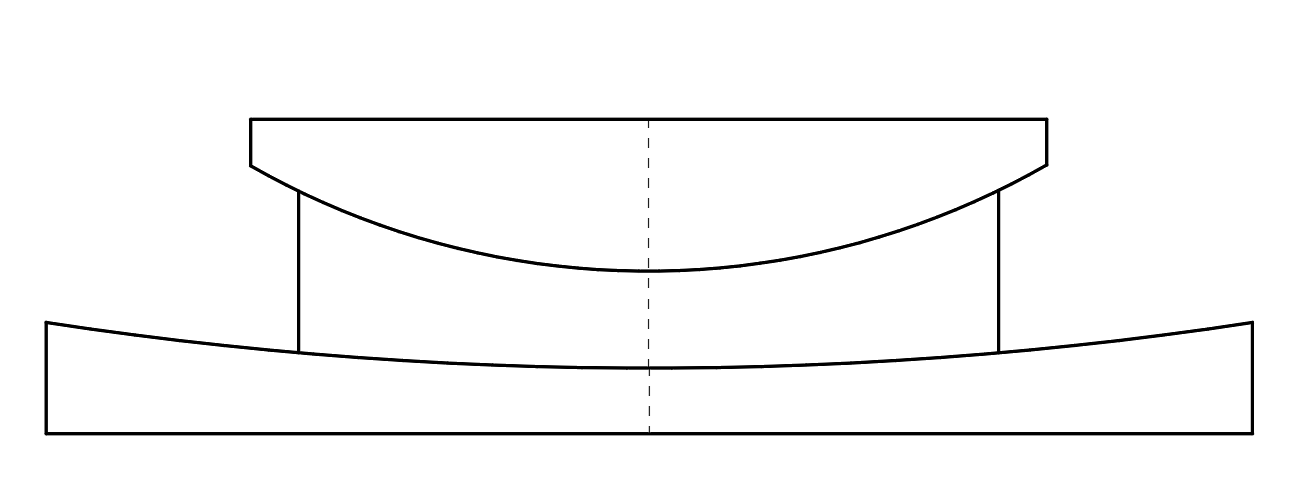


图 2.16 复合摩擦摆支座的另一种形式

Figure 2.16 Another Form of FPB

通过与2.2 节类似的分析方法可以得出，此形式下的摩擦摆支座滞回力为：



（ 2.45 ）

式中： *R1*——离圆心较远一侧的曲面的曲率半径

*R2*——离圆心较近一侧的曲面的曲率半径

其他符号意义同前

根据式（ 2.45 ），为了使屈后刚度为正，曲率半径的设置必须满足：



（ 2.46 ）

如果上式不满足，此形式的摩擦摆支座无法工作，任何轻微的水平力作用均会使之失稳。式（ 2.46 ）是圆心在同一侧的复合摩擦摆支座能正常工作的前提要求。与之相比较的是，圆心在异侧的摩擦摆支座无此类的构造要求。

对比式（ 2.45 ）和式（ 2.24 ），圆心在同一侧的复合摩擦摆支座比在异侧的摩擦摆支座拥有更大的屈后刚度和屈服力，意味着这种形式的支座拥有更大的滞回面积和滞回能力。但是缺点也存在：更大屈服力将会导致支座不容易进入减隔震工作状态，对于低水平地震的抵御性不强。

圆心在同一侧的复合摩擦摆支座在工作时的变形图也与异侧支座有明显不同。其特点有二：一是滑块的位移量大于小曲率曲面的座板（靠近圆心的座板）；二是滑块与大曲率曲面的座板（远离圆心的座板）位移方向相反。这些特点在进行支座设计时需要留意，防止支座各部件变形空间被卡死或者滑块滑出。

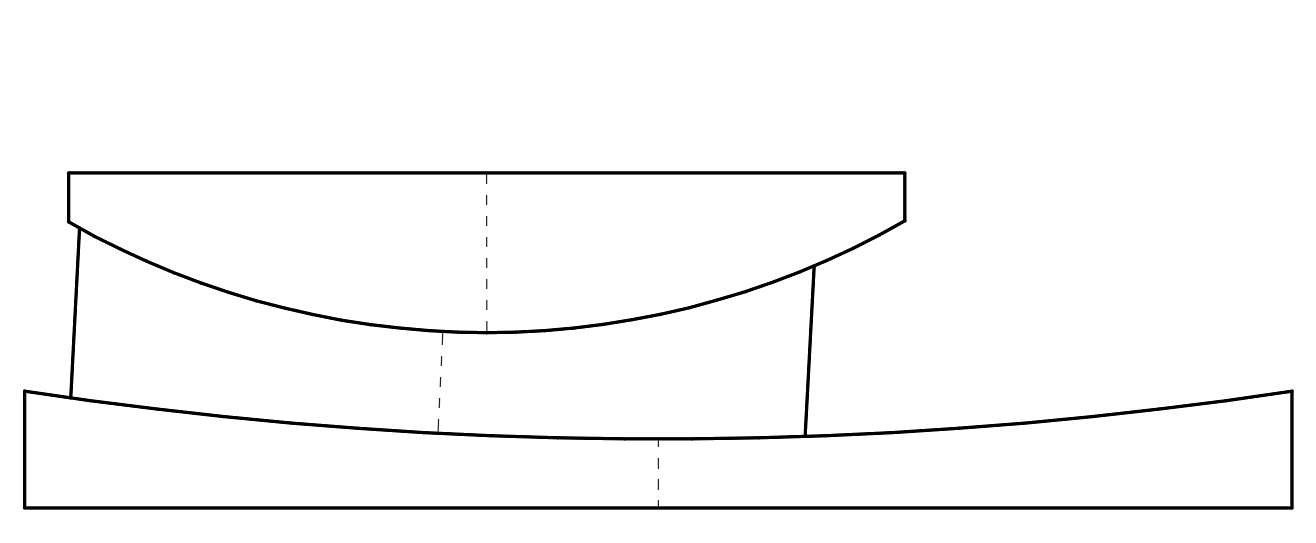


图 2.17 另一种形式摩擦摆支座的变形图

Figure 2.17 Deformation Diagram of FPB with Another Form

## 本章小结

本章以复合摩擦摆支座滞回力模型作为研究对象，开展的工作和所得结论如下：

（1）归纳整理了复合摩擦摆支座已有的滞回力模型及其假设条件，评估了各个假设条件的合理性，并指出了其中两个假设条件会对公式中的屈后刚度和屈服力造成误差。

（2）提出了一种新的滞回力模型——基于力矩平衡的摩擦摆支座滞回力模型。对此新模型的推导过程、公式结论进行了详细介绍。

（3）使用了abaqus有限元软件建立了摩擦支座的参数化分析模型，使用有限元数值模拟对新、旧两种模型进行比较。有限元结果显示：新模型下的滞回曲线的参数平均误差小于1%且不足已有公式误差的0.2倍，新提出的理论公式具有较好的准确性。

（4）对比了新、旧两种滞回力模型的假设条件，并指出新滞回力模型仅使用“转角余弦值为1”、不使用“转角正弦值为0”以及不使用“正压力和摩擦切向力均布”的做法更为合理，所引起的误差更小。

（5）对摩擦摆支座接触曲面的正压力分布问题进行了分析，得出了正压力分布的特点，并指出：摩擦曲面的正压力不是均匀分布，在滑块的两端有极值出现。摩擦系数相差过大会使摩擦系数较小一侧的耐磨材料所受压力增大，影响使用寿命。

（6）使用基于力矩平衡的滞回力模型，对复合摩擦摆支座剪切-转动耦合问题进行了讨论。采用刚度矩阵奇异的方法，结合简化结构模型，对复合摩擦摆支座的转动失稳问题进行分析，提出了摩擦摆支座失稳的临界公式。分析结果表明：高墩桥梁不适合使用摩擦摆支座，有转动失稳的风险性。最后提出了工程意义明确的失稳安全系数的概念，方便设计人员进行失稳风险的评估。

（7）指出了复合摩擦摆支座的另一种可行形式：两个曲面的圆心在滑块的同一侧。给出了此形式下的滞回力理论公式，并将其与圆心在异侧的摩擦摆进行比较，比较了此两者在滞回曲线与耗能能力上的不同。也指出了此形式下支座在剪切变形时的特点。

# 两级摩擦摆支座介绍

本文提出了一种新型的摩擦摆支座——两级摩擦摆支座（DSFPB）。两级摩擦摆支座利用了圆心分别在异侧和同侧的两种形式的复合摩擦摆支座的滞回特点，结合它们的几何构造，将这两者有机地结合在一起，最终实现了一种新型减隔震摩擦摆支座。本章内容将对两级摩擦摆支座的几何构造、滑动状态、滞回曲线等方面进行展开介绍。

## 几何构造

与传统的复合摩擦摆相比，两级摩擦摆支座最大的不同点是拥有三个摩擦曲面。三个摩擦曲面依据空间位置记名为下摩擦面、中摩擦面和上摩擦面。三个曲面将两级摩擦摆支座划分为四个主要部件，从下到上依次是：下座板、下滑块、上滑块、上座板。除此之外，每个摩擦曲面设置耐磨材料，在下座板上设置有工作限位装置。

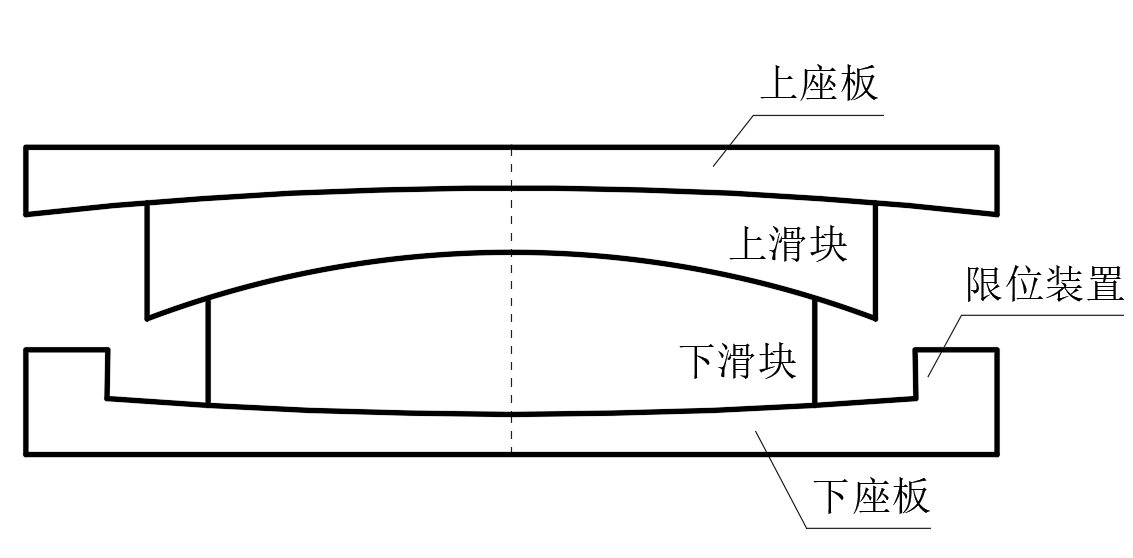


图 3.1 两级摩擦摆装置构造示意图

Figure 3.1 Configuration Diagram of DSFPB

三个摩擦面互相独立，可以拥有各自的曲率半径和摩擦系数。不同的摩擦半径和摩擦系数的组合使两级摩擦摆支座具有多种形式的滞回曲线。虽然存在着三个滑动摩擦面，但是两级摩擦摆支座同时只能发生两个摩擦面的滑动，而哪两个摩擦面进行滑动则遵循最小摩擦力原则。限位装置的存在可以设定摩擦摆在不同的变形量区间用不同的摩擦面滑动，从而在整体上表现出不同的受力状态。除了限位装置，两级摩擦摆自身也可随着变形量的发展而表现出不同的受力状态。

通过合理地设置三个摩擦面的曲率半径和摩擦系数以及限位装置的安放位置，可以设计出两级摩擦摆装置理想的滞回特性，实现更好的减隔震效果。

## 滑动状态

两级摩擦摆支座拥有三个滑动摩擦面，但同时却只能有两个摩擦面滑动。根据排列组合原理，两级摩擦摆支座共有三种滑动状态：中下滑动、中上滑动、上下滑动。实际上这三种滑动状态都有可能在两级摩擦摆支座上出现，而出现哪一种滑动状态则由最小摩擦力原则决定。

最小摩擦力原则：当多个滑动状态可能发生时，总是选择所需摩擦力最小的滑动状态。最小摩擦力原则不仅适用于两级摩擦摆支座，对任何有多个曲面滑动的情况均适用。

为了方便叙述三种滑动状态，对可能用到的符号及其意义进行说明：

*Rd*、*Rm*、*Ru*——下、中、上滑动摩擦面的曲率半径

*μd*、*μm*、*μu*——下、中、上滑动摩擦面的摩擦系数

*hd*、*hu*——下滑块、上滑块中垂线的长度

*W*——上部结构重力

*d*——支座整体水平变形量

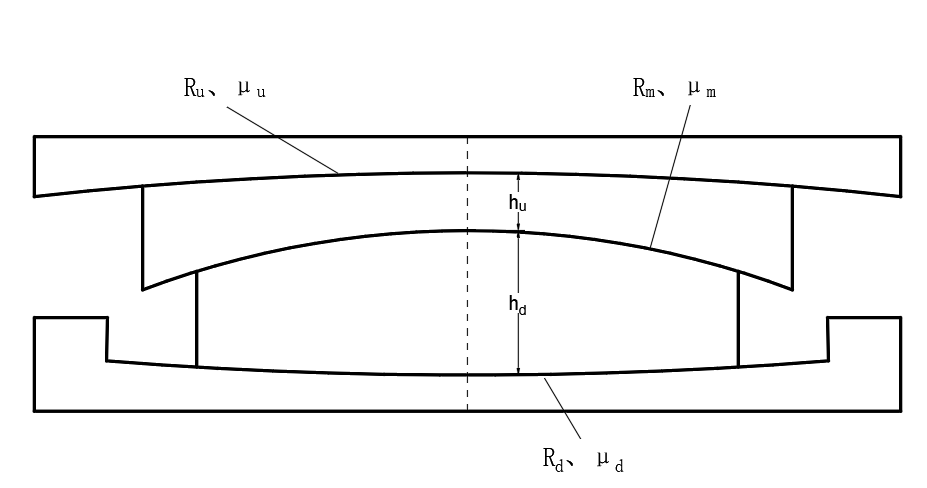


图 3.2符号说明

Figure 3.2 Description of Symbols

### 中下滑动

中下滑动：中、下摩擦面滑动，上摩擦面不动，上座板和上滑块相对静止。此时两级摩擦摆支座整体表现为圆心在异侧的复合摩擦摆支座。

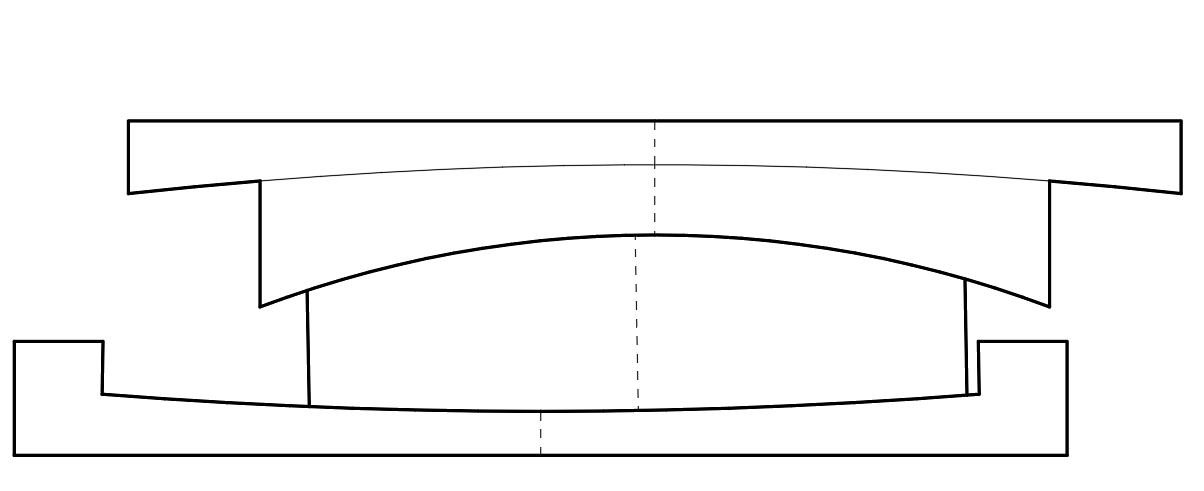


图 3.3中下滑动示意图

Figure 3.3 Diagram when Medial and Lower Surfaces Move

在这种滑动状态下，上座板和上滑块不会相对错动，组成了不分割的整体，相当于在复合摩擦摆支座中的上座板。根据圆心在异侧的复合摩擦摆支座滞回力模型，此时两级摩擦摆支座滞回参数屈服力*fy*、屈后刚度*k*为：



（ 3.1 ）



（ 3.2 ）

### 中上滑动

中上滑动：中、上摩擦面滑动，下摩擦面不动，下座板和下滑块相对静止。此时两级摩擦摆支座整体表现为圆心在同侧的复合摩擦摆支座。

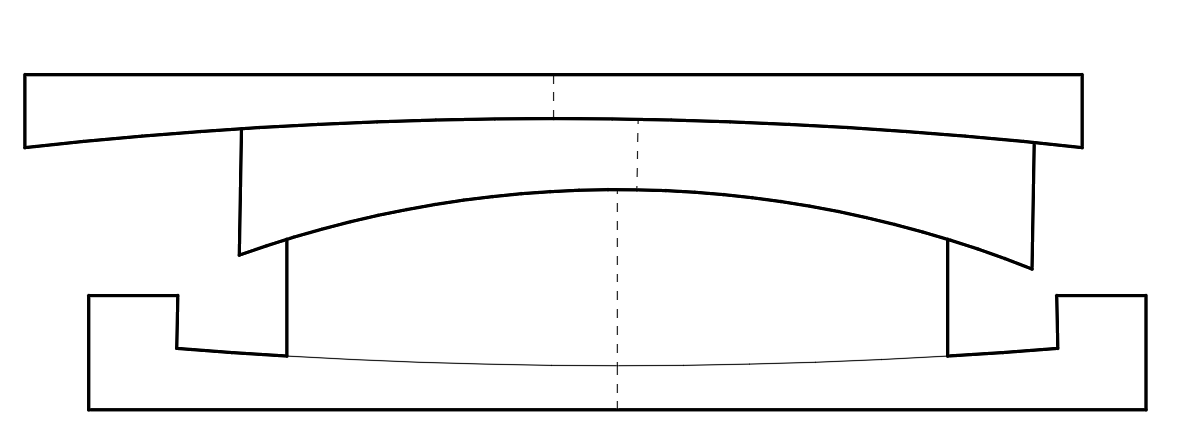


图 3.4中上滑动示意图

Figure 3.4 Diagram when Medial and Upper Surfaces Move

在这种滑动状态下，下座板和下滑块不会相对错动，组成了不分割的整体，相当于在复合摩擦摆支座中的下座板。根据圆心在同侧的复合摩擦摆支座滞回力模型，此时两级摩擦摆支座滞回参数屈服力*fy*、屈后刚度*k*为：



（ 3.3 ）



（ 3.4 ）

### 上下滑动

上下滑动：上、下摩擦面滑动，中摩擦面不动，上滑块和下滑块相对静止。此时两级摩擦摆支座整体表现为圆心在同侧的复合摩擦摆支座。

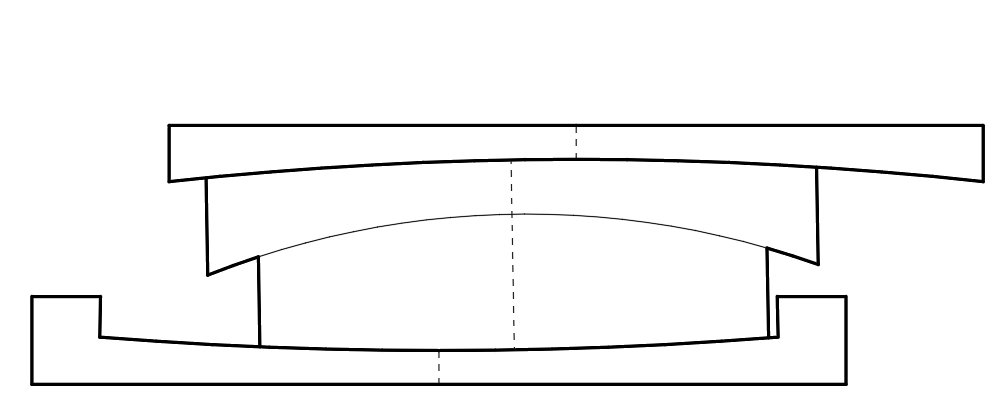


图 3.5上下滑动示意图

Figure 3.5 Diagram when Lower and Upper Surfaces Move

在这种滑动状态下，上滑块和下滑块不会相对错动，组成了不分割的整体，相当于在复合摩擦摆支座中的滑块。根据圆心在异侧的复合摩擦摆支座滞回力模型，此时两级摩擦摆支座滞回参数屈服力*fy*、屈后刚度*k*为：



（ 3.5 ）



（ 3.6 ）

根据以上对三种滑动状态的描述，总结各个滑动状态下的滞回曲线参数如下表。

表 3.1 滞回特性汇总表

Table 3.1 Summary of Hysteretic Parameters

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 工作模式 | 屈服力 | | 屈后刚度 | |
| 公式 | 评价 | 公式 | 评价 |
| 中下滑动 |  | 较小 |  | 较小 |
| 中上滑动 |  | 较大 |  | 较大 |
| 上下滑动 |  | 较小 |  | 较小 |

## 滞回曲线及典型参数设置

尽管通过改变两级摩擦摆三个摩擦面的各个参数可以获得两级摩擦摆支座多种不同的滞回曲线，但是作为减隔震支座，两级摩擦摆支座本构需满足多种要求。比如：饱满的滞回曲线和较好的耗能能力、合适的屈前屈后刚度和隔震能力、较小的残余变形和自恢复能力等等。

为了满足上述要求，两级摩擦摆支座典型参数设置如下：当水平荷载较小时，两级摩擦摆支座采用中下滑动的工作模式。此模式下屈服力和屈服刚度较小，因而支座残余变形小且具有一定的耗能能力；当水平荷载较大时，两级摩擦摆支座采用中上滑动的工作模式。此模式下支座屈服力和屈服刚度较大，提高耗能能力，有效地控制高水平地震下的结构响应。

为了实现摩擦摆支座仅在中下滑动和中上滑动两种工作模式中切换，两级摩擦摆支座参数需满足多个条件。这些条件的准确数学表达式需要通过支座全过程滞回力分析结合最小摩擦力原则推出。推出的结果公式繁多复杂，不利于使用。但是经过分析发现，当支座参数仅仅满足下式时，多数条件即可得到满足：



（ 3.7 ）

式（ 3.7 ）实际为必要条件，它并不完全等同于典型参数设置条件。按照上式设置时，两级摩擦摆支座在大多数情况下仅在中下滑动和中上滑动两种工作模式中切换。

在典型参数设置下，两级摩擦摆支座随着水平荷载的持续增加，支座将历经三个阶段。每个阶段都有自己独特的受力模式，从而在摩擦摆支座上产生不同的滞回表现。以下将独立分析三个阶段下的受力状态。

### 阶段Ⅰ

当支座的水平变形量d较小，下滑块未触及下座板挡块时，此为两级摩擦摆支座的工作阶段Ⅰ。在典型参数设置下，此时的滑动状态为中下滑动：中、下摩擦面滑动，上摩擦面不动，上座板和上滑块相对静止。此时两级摩擦摆支座整体表现为圆心在异侧的复合摩擦摆支座。

在工作阶段Ⅰ下的两级摩擦摆支座各个部件的受力状态与2.2 节的描述完全一致，因而此阶段下两级摩擦摆支座的滞回参数及滞回力*F*为：



（ 3.8 ）



（ 3.9 ）



（ 3.10 ）

为使下滑块不触及挡块，支座位移量*d*需满足：



（ 3.11 ）

d1为下滑块触及到下座板挡块时支座整体的水平变形量。d1由支座各部件的几何尺寸决定：



（ 3.12 ）

式中： *γ*——当下滑块触碰挡块时，下滑块转过的角度

*w滑道*——下支座滑动弧面的尺寸

*w下滑块*——下滑块的尺寸

为保证两级摩擦摆支座在整个阶段Ⅰ下仅发生中下滑动，根据最小摩擦力原则，支座各参数还需满足下式条件：



（ 3.13 ）



（ 3.14 ）

两级摩擦摆支座在工作阶段Ⅰ下的恢复力-水平位移曲线可用下图表示。

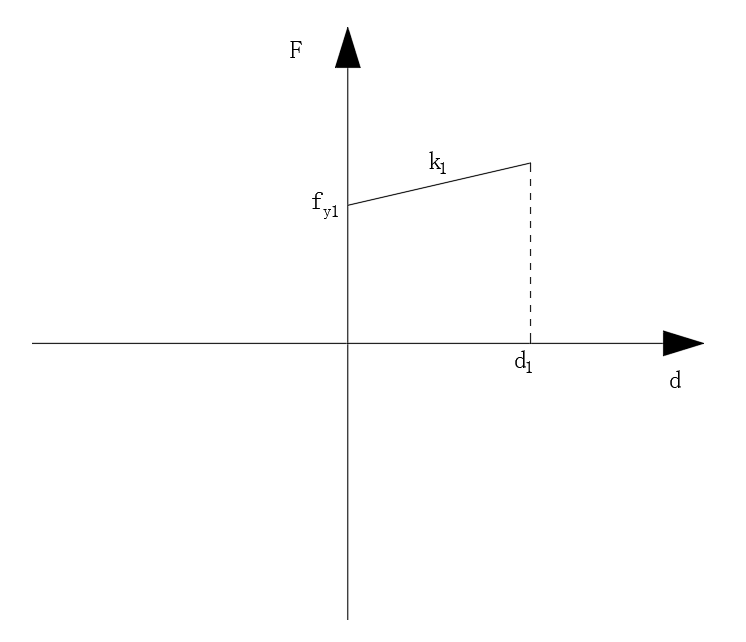
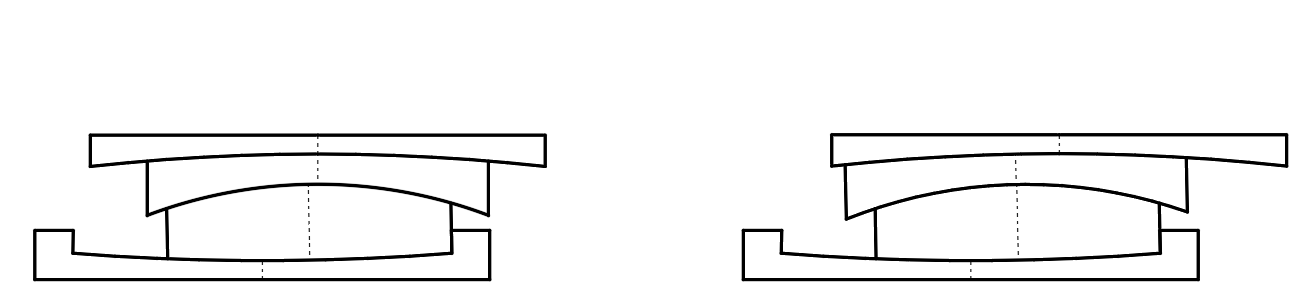


图 3.6 阶段Ⅰ下的恢复力-位移曲线

Figure 3.6 Restoring Force-Deformation Curve in Phase Ⅰ

### 阶段Ⅱ

当支座变形量增大，下滑块触碰设置在下座板上的限位装置时，下滑块与下座板不再发生相对位移，下摩擦面不再处于滑动状态。为了适应支座变形需求，此时的滑动状态变化为中上滑动。



a)触碰挡块时 b)触碰挡块后

图 3.7 阶段Ⅱ变形示意图

Figure 3.7 Deformation Diagram in Phase Ⅱ

处与中下滑动状态的两级摩擦摆支座表现近似为圆心在同侧的复合摩擦摆支座。但是由于初始条件的不同，受力状态也有些许不同。

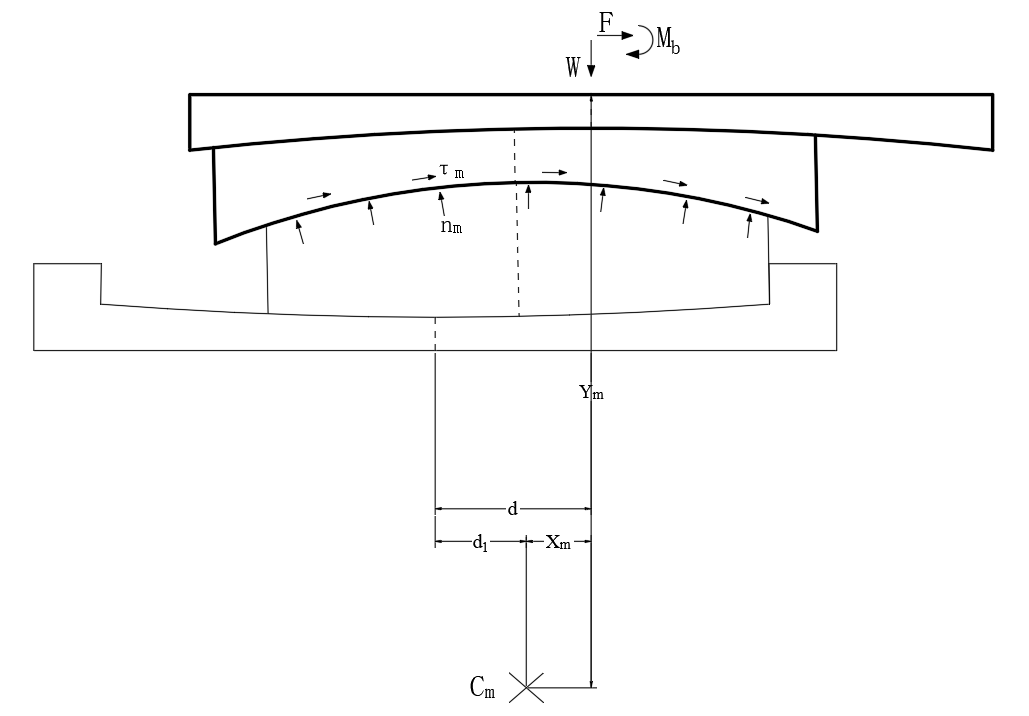


图 3.8 上座板和上滑块受力示意图

Figure 3.8 Force Diagram of Upper Plate and Upper Sliding Block

以上座板和上滑块为隔离体，对中摩擦面圆心Cm求距：



（ 3.15 ）

式中： Xm、Ym——上座板中心到Cm的水平距离和竖直距离

以上座板为隔离体，对上摩擦面圆心Cu求距：



（ 3.16 ）

式中：Yu——上座板中心到Cu的竖直距离

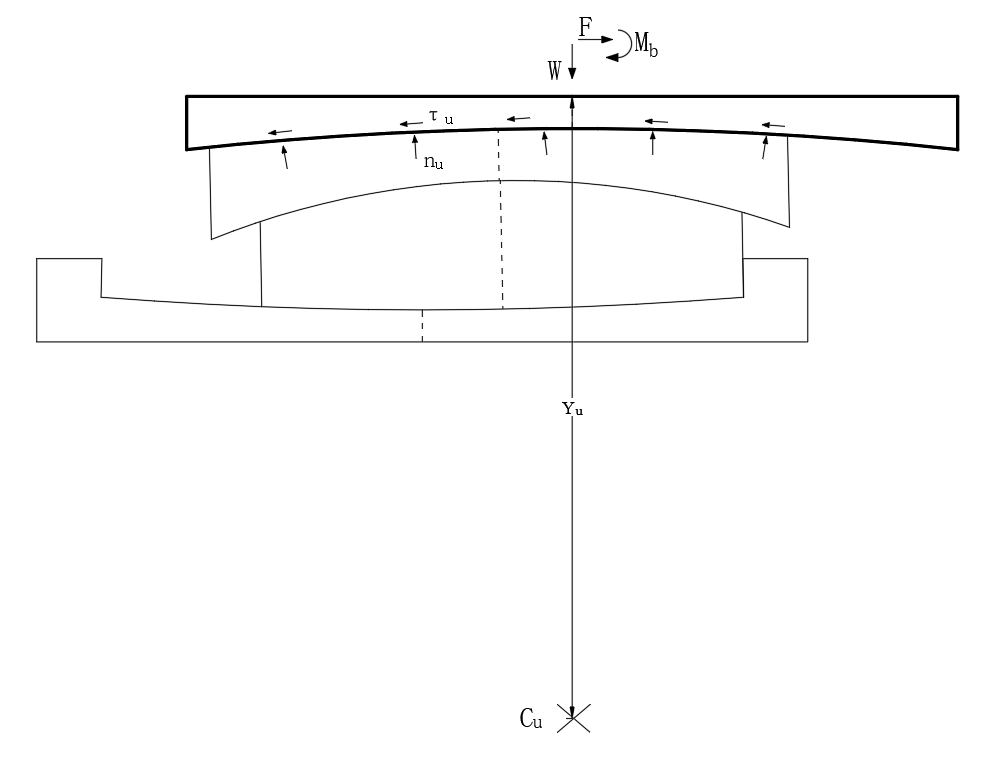


图 3.9 上座板受力示意图

Figure 3.9 Force Diagram of Upper Plate

联立式（ 3.15 ）、式（ 3.16 ）可得：



（ 3.17 ）

结合几何关系条件和近似关系，上式可以简化为：



（ 3.18 ）

式（ 3.18 ）即为两级摩擦摆支座在工作阶段Ⅱ的恢复力-变形关系式。为方便描述，记*fy2*、*k2*为：



（ 3.19 ）



（ 3.20 ）

式（ 3.18 ）化为：



（ 3.21 ）

为防止在滑动状态切换的过程中出现负刚度导致支座失稳，各参数需满足下式：



（ 3.22 ）

两级摩擦摆支座在工作阶段Ⅰ和工作阶段Ⅱ下的恢复力-水平位移曲线可用下图表示。

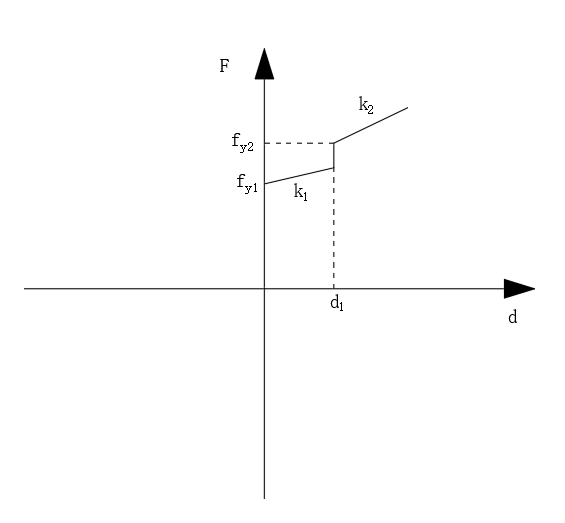


图 3.10 阶段Ⅰ、Ⅱ下的恢复力-位移曲线

Figure 3.10 Restoring Force-Deformation Curve in Phase Ⅰ and Phase Ⅱ

### 阶段Ⅲ

此阶段为卸载阶段，施加在支座水平变形荷载开始减小。支座在开始时变形量减小直至恢复至零，随后开始反向加载。在典型参数设置下，此阶段支座滑动状态表现为中下滑动，整体性能表现为圆心在异侧的复合摩擦摆支座。但是由于初始状态的不同，其受力状态同样有所不同。

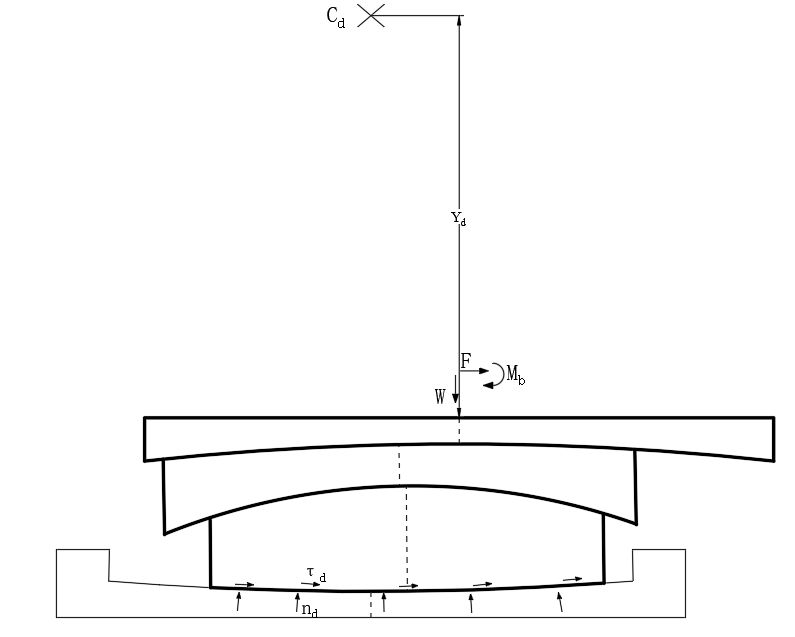


图 3.11 上座板和滑块受力示意图

Figure 3.11 Force Diagram of Upper Plate and Sliding Blocks

以上座板、上滑块和下滑块为隔离体，对下摩擦面圆心Cd求距：



（ 3.23 ）

式中： *Yd*——上座板中心到Cd的竖直距离

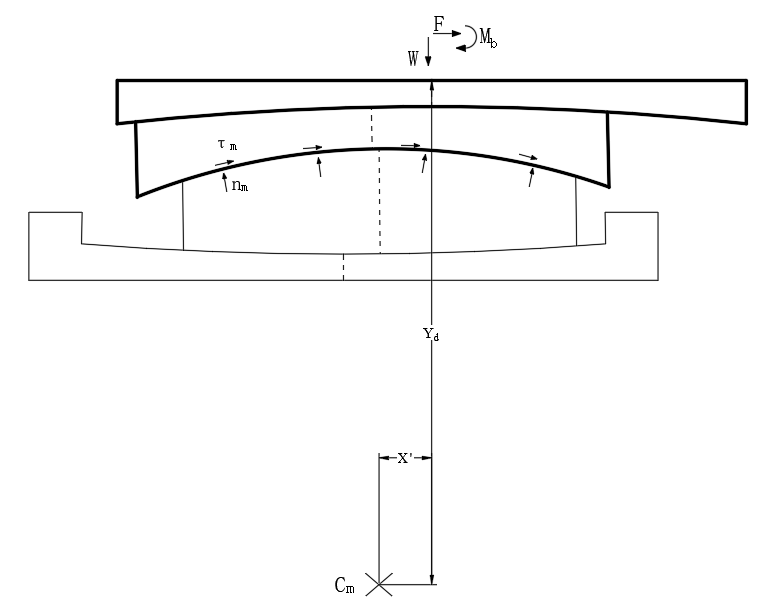


图 3.12 上座板和上滑块受力示意图

Figure 3.12 Force Diagram of Upper Plate and Upper Sliding Block

以上座板、上滑块为隔离体，对中摩擦面圆心Cm求距：



（ 3.24 ）

式中： *X’*——上座板中心到Cm的水平距离

联立式（ 3.23 ）、式（ 3.24 ）可得：



（ 3.25 ）

引入符号*k3*、*fy3*，并对上式进行近似简化处理：



（ 3.26 ）



（ 3.27 ）



（ 3.28 ）

工作阶段Ⅰ同样是中下滑动，相同的滑动状态有相同的滞回刚度：



而X’可用卸载时支座水平变形量d2表示为：



（ 3.29 ）

当支座变形卸载至零并开始反向加载后，支座将处于一直处于工作阶段Ⅲ直到触及另一侧的限位装置。因而两级摩擦摆支座在阶段Ⅲ的变形量范围为：



（ 3.30 ）

根据最小摩擦力原则，为使仅发生中下滑动，其摩擦力应全程小于上下滑动产生的摩擦力：



（ 3.31 ）

两级摩擦摆支座在工作阶段Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ下的恢复力-水平位移曲线可用下图表示。

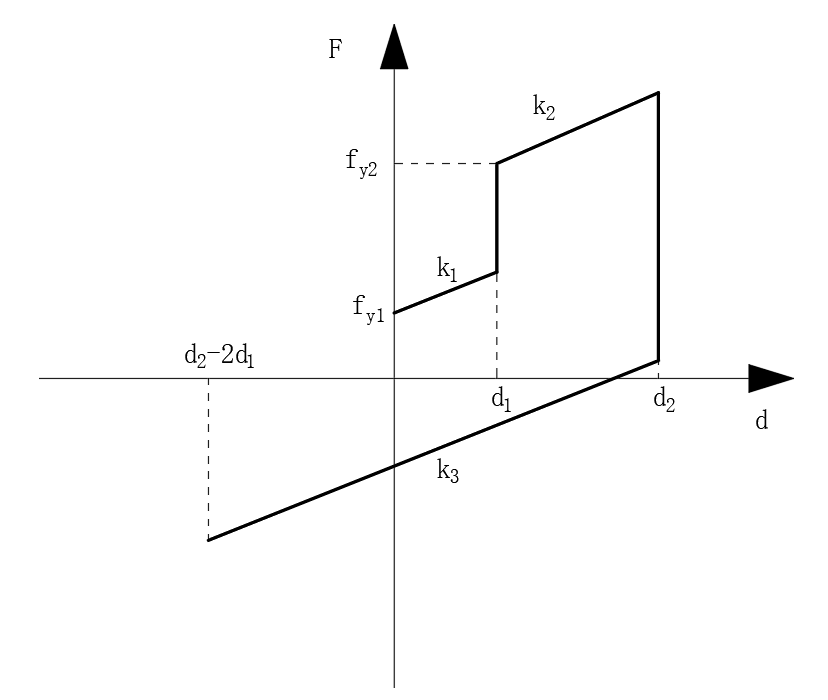


图 3.13 阶段Ⅰ、Ⅱ、Ⅲ下的恢复力-位移曲线

Figure 3.13 Restoring Force-Deformation Curve in Phase Ⅰ/Ⅱ/Ⅲ

### 滞回曲线

上文的内容仅介绍了两级摩擦摆支座的3个工作阶段。虽然分析过程没有呈现完整的一个周期，但两级摩擦后续的工作模式仅在工作模式Ⅱ、Ⅲ中切换。当阶段Ⅲ结束时，即支座触及到另一侧的限位装置后，支座开始中上滑动。此时两级摩擦摆支座的受力状态与阶段Ⅱ类似。反向卸载开始后，支座转换为中下滑动。此时两级摩擦摆支座的受力状态与阶段Ⅲ类似，直至触碰到另一侧的限位装置。如此反复。



图 3.14 两级摩擦摆支座滞回曲线

Figure 3.14 Hysteretic Curve of DSFPB

两级摩擦摆支座在典型参数设置下的完整滞回曲线见上图。两级摩擦摆支座在滞回曲线图中表现出两种滞回特性：小刚度小屈服力的阶段和大刚度大屈服力的阶段。这也是将该新型支座取名为两级摩擦摆支座的原因。当地震水平低时，支座状态仅表现为刚度小屈服力的阶段。低水平的地震引起结构的影响通常处于弹性范围内，对于结构没有或几乎没有损伤。但是低水平地震重现期短，发生概率大，在桥梁的运营期间更关心其是否影响桥梁正常使用的问题。两级摩擦摆支座利用较小的刚度和较小屈服力，在实现一定程度的耗能能力，降低地震响应的同时，保证两级摩擦摆支座在震后的残余变形较小，可以不经外部维修工作，维持结构自身在震前的使用功能和健康状况。在高水平的地震下，两级摩擦摆支座会从小刚度小屈服力的阶段进入到大刚度大屈服力的阶段，并在两个阶段之间来回切换。高水平地震蕴涵能量巨大，在地震发生期间可能会对结构造成重要的甚至致命的损伤。两级摩擦摆支座在高水平地震下利用更大的屈服力实现更快更好的耗能能力，防止地震输入结构能量过大而导致损坏。更大的屈后刚度可以限制支座的变形量，防止结构出现过大的变形而至坍塌。此外，相比于传统滞回曲线相同的加卸载刚度，两级摩擦摆支座加载和卸载时刚度的差异可以降低支座残余变形，减少高水平地震后维修的工作量。

根据前文的描述，图 3.14所示的滞回曲线为两级摩擦摆支座在典型参数设置下表现的性质。因而两级摩擦摆支座各个参数需满足式（ 3.13 ）、式（ 3.14 ）、式（ 3.22 ）、式（ 3.31 ）所示关系式。

## 实体有限元数值模拟

为验证3.3 节提出的两级摩擦摆支座滞回曲线的正确性，使用abaqus对两级摩擦摆支座进行实体建模分析，模拟两级摩擦摆支座在压剪工况下的表现。

建模过程中，下滑块与限位装置的模拟法向使用允许分离硬接触，切向不设置力学行为。其他内容的模拟与2.3 节类似。

模拟对象两级摩擦摆支座的参数为：竖向荷载2500kN，下曲面半径和摩擦系数为2550mm和0.02，中曲面半径和摩擦系数为510mm和0.02，上曲面半径和摩擦系数为2200mm和0.08，上下滑块中垂线尺寸为32mm和80mm，下座板弧面尺寸为400mm，剪切位移量为100mm。

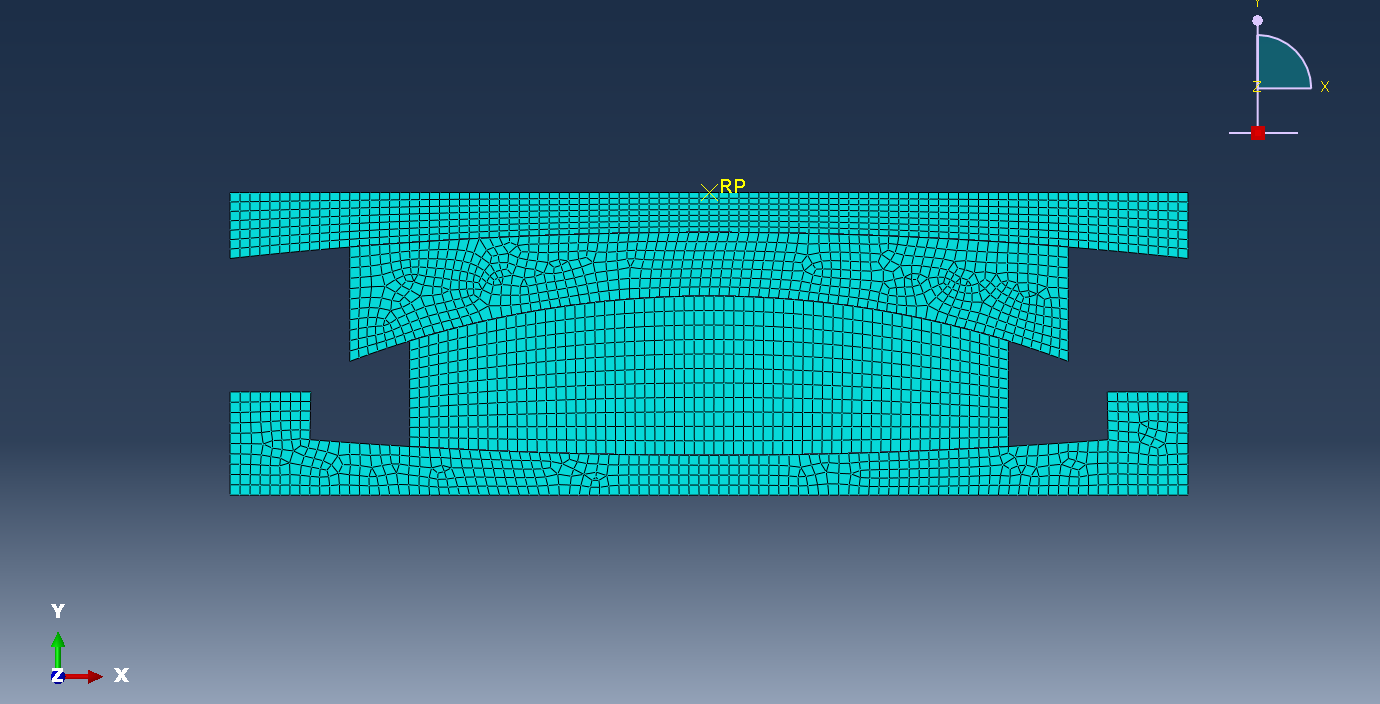


图 3.15 有限元模型图

Figure 3.15 FEM Model

根据3.3 节的描述，选取表征两级摩擦摆滞回特性的特征值。将这些特征值在理论公式下的值和有限元模拟结果值进行对比以验证理论滞回曲线的正确性。选取的特征值包括：阶段Ⅰ的屈服力*fy1*、屈后刚度*k1*、阶段结束时的回复力*F1*和支座变形*d1*、阶段Ⅱ的刚度*k2*、阶段Ⅲ结束时的位移量*d2-2d1*、最大的回复力*Fmax*。

表 3.2 滞回特性特征值对比表（单位：kN、mm）

Table 3.2 the Comparison of Characteristic Values for Hysteresis (Units:kN/mm)

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 特征值 | 理论解 | 有限元解 | 误差 |
| *fy1* | 51.3 | 51.5 | 0.26% |
| *k1* | 0.839 | 0.839 | 0.15% |
| *F1* | 100.5 | 98.5 | -1.94% |
| *d1* | 58.6 | 56.9 | -2.85% |
| *k2* | 1.508 | 1.524 | 1.06% |
| *d2-2d1* | -17.1 | -17.8 | 4.09% |
| *Fmax* | 343.2 | 339.0 | -1.23% |

将有限元分析结果与理论解的滞回曲线进行比较，得到下图。



图 3.16 理论解与有限元结果对比图

Figure 3.16 Comparison between Theoretical Solution and FEM Results

从有限元对两级摩擦摆支座压剪模拟分析结果可以看出，两级摩擦摆支座呈现了两种滞回环的特性。在加载到较大位移时展现了更大的屈服力和屈后刚度，而在卸载时则表现为较小的刚度和屈服力。从特征值对比表格中可以得出，大部分特征值与理论值符合较好，误差在3%以下。而*d2-2d1*误差较大则是因为此处为支座滑动状态改变发生处，对于理论解来说是连续的，但是对于有限元模拟是离散且突变的，减小有限元分析步长可有效降低此误差。另一方面，从滞回曲线对比图中可得出，在整体表现上理论推导值与有限元数值模拟结果拟合良好，证明了理论推导分析的正确性。

## 本章小结

本章引入了两级摩擦摆支座，主要工作和结论有：

（1）对两级摩擦摆支座进行了介绍。介绍了两级摩擦摆支座的几何组成，说明了两级摩擦摆支座与传统摩擦摆支座的不同之处，指出了两级摩擦摆支座滞回曲线的多样性。

（2）分析了两级摩擦摆支座三个滑动摩擦面可能的滑动状态。利用复合摩擦摆滞回力模型的结论，导出了各滑动状态下支座表现出的滞回特性。

（3）对两级摩擦摆支座进行了全阶段的力学分析，得出了两级摩擦摆支座在典型参数设置下的完整滞回曲线，并给出了确切公式以及参数设置要求。

（4）使用abaqus对两级摩擦摆支座的压剪进行模拟，将有限元计算结果与理论公式解对比，验证了理论公式的正确性。

# 两级摩擦摆支座减隔震性能

本章通过对实际桥梁结构在安装两级摩擦摆支座后进行地震响应分析，并将分析结果与该桥梁结构在使用目前市面上常用的铅芯橡胶支座或复合摩擦摆支座所代表的、具有双线性滞回本构的减隔震装置下的地震响应相对比。通过对比结果指出两级摩擦摆支座的适用范围，证实两级摩擦摆支座的减隔震性能。

## 两级摩擦摆支座的简化模型

支座实体有限元模拟虽能表现出两级摩擦摆支座滞回力产生的根源，但是因实体单元对计算资源要求极高，不能用于完整结构的动力响应计算。若要模拟两级摩擦摆支座对完整结构（如桥梁、建筑框架结构等）在地震下的影响，必须建立两级摩擦摆支座的在有限元中的简化模型。

减隔震装置的简化模型由来已久。铅芯橡胶支座、粘滞速度阻尼器等常见的减隔震装置在各种有限元软件中均有对应的简化单元类型。这些单元大部分只有两个节点，代表减隔震装置外部连接点。在保证较为准确地模拟滞回行为的前提下，使用较少节点的单元又促进了有限元的快速求解。

两级摩擦摆支座在滞回行为上是两个滞回特性结合而成。因而两级摩擦摆支座的模拟可以使用两个复合摩擦摆支座组合而成。考虑到整体与个体位移量的关系，两级摩擦摆支座可以通过两个模拟复合摩擦摆的单元加控制钩/缝单元组合而成。

### 复合摩擦摆支座简化模型

减隔震装置的简化关键在于模拟其滞回行为。复合摩擦摆滞回曲线可看做为双线性模型。现目前随动强化双线性模型来源于Bouc-Wen迟滞系统模型[30]。该模型Bouc由提出Wen发展，是一种具有高度非线性的滞回系统[31]。

Bouc-Wen模型在单自由度下微分方程可用下式表示：



（ 4.1 ）



（ 4.2 ）

式中： *m*、*c*——系统质量、阻尼系数

*x*——系统位移量

*z*——系统迟滞量

*P*——系统外荷载

*α*、*β*、*A*、*γ*、*λ*、*n*——大于0的常数，控制Bouc-Wen模型滞回曲线的形状。

式（ 4.2 ）微分方程快速收敛，收敛的值为：



（ 4.3 ）

实际使用中，减隔震支座的质量和粘滞阻尼可以忽略，式（ 4.1 ）变形为：



（ 4.4 ）

其中，第一项*αx*为弹性力项，通常代表屈后刚度所产生的力，第二项βz是迟滞量产生的力，*βzs*代表屈服力。



图 4.1 Bouc-Wen模型滞回曲线

Figure 4.1 Hysteresis Curve of Bouc-Wen Model

在有限元软件中，*α*、*β*、*A*、*γ*、*λ*、*n*参数通常会赋予明确工程含义或者被工程意义明确的量所代替：*α*会被保留，此值代表滞回系统的屈后刚度；*n*代表*z*收敛的快慢，即滞回系统屈服的速度；*γ*、*λ*表征滞回曲线的形状，通常取为0.5；*β*、*A*会被屈服力*βzs*所代替。

复合摩擦摆支座即可使用上述Bouc-Wen模型模拟。*α*取屈后刚度*W/Re*；βzs取屈服力*fy*；*n*一般设为5~20。

除了使用Bouc-Wen模型模拟外，还可以使用多段塑性单元模拟复合摩擦摆支座。该单元具有弹塑性性质，可设置为随动强化，在滞回曲线上该单元表现为严格的平行四边形，但是其刚度存在突变，收敛上难度大于Bouc-Wen模型。

现阶段，midas、sap2000等专用有限元软件已经开发出针对摩擦摆支座的摩擦摆单元。该单元本质上是Wen模型的变种。该单元考虑了重力和摩擦速率的因素，具有水平向和竖向的耦合关系。该单元竖向上承受上部结构重力W，表现为open为0的缝单元（见下节）；剪切方向上提供恢复力，其微分方程为：



（ 4.5 ）



（ 4.6 ）

式中： *μf*、*μs*——快速、慢速摩擦时的摩擦系数

*β’*、*r*——大于0的常数

相比于初始的Bouc-Wen模型，式（ 4.5 ）、式（ 4.6 ）所示的摩擦摆单元具有两点优势：一是考虑了竖向与剪切方向上的耦合，即考虑了屈服力是竖向压力的函数。虽然大部分情况下摩擦摆支座的竖向力认为变化幅度较小，但已有文献指出在某些情况下需要考虑竖向力变化的影响[8]。二是考虑了剪切速度对摩擦系数的影响。

### 钩、缝单元

钩缝模拟单元在一定变形范围内零刚度的特性。其单元行为可用下式描述：



（ 4.7 ）

式中： *k*——弹簧刚度

*open*——钩或缝的初始间隙

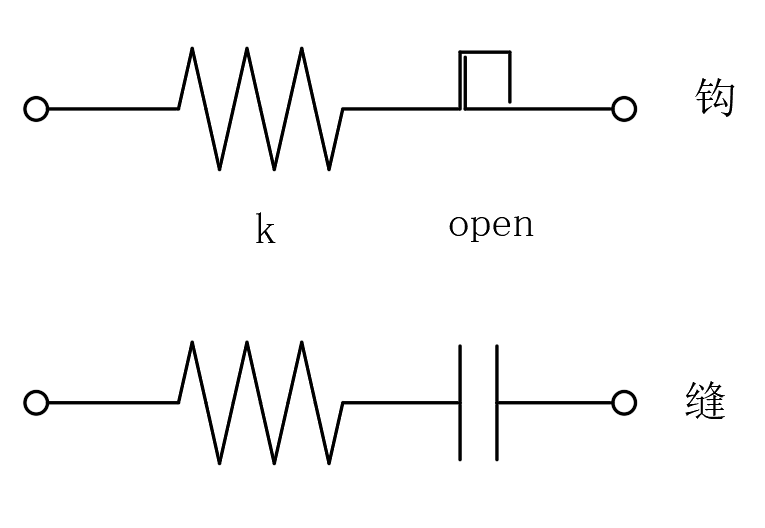


图 4.2钩、缝单元示意图

Figure 4.2 Diagram of Hook/Gap Element

### 两级摩擦摆支座简化模拟的实现

两级摩擦摆支座可通过四个基本单元串并联而成：Bouc-Wen单元1（或摩擦摆单元，下同。）和钩单元、缝单元并联，再与Bouc-Wen单元2串联。示意图如下。

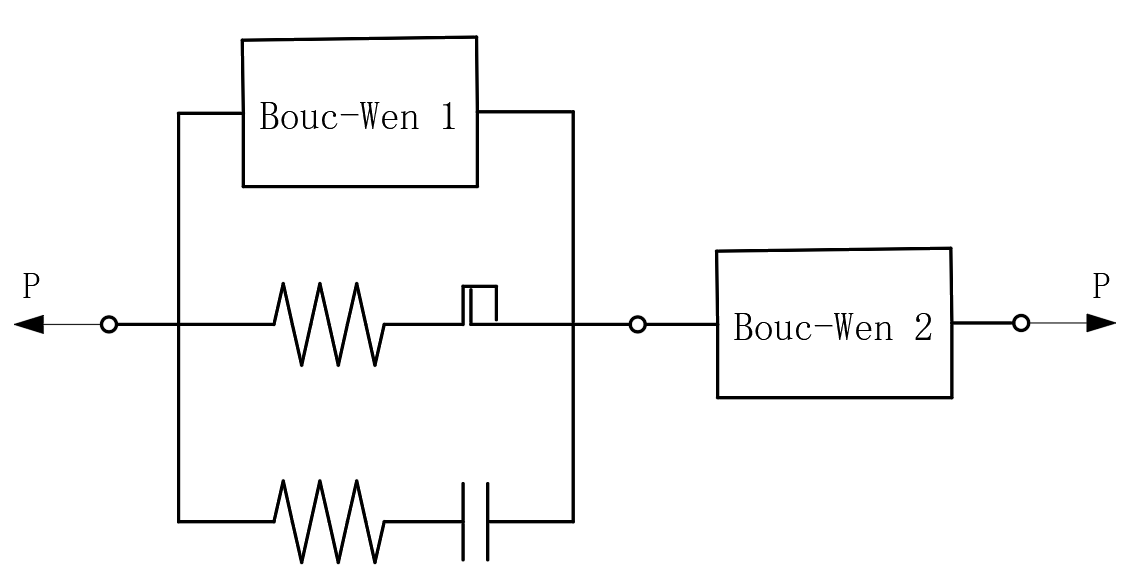


图 4.3 两级摩擦摆简化模拟方式

Figure 4.3 the Method for Simplified Modeling of DSFPB

其中，Bouc-Wen单元1模拟两级摩擦摆的中下滑动状态。钩缝单元模拟下滑块与挡块的接触，限制两级摩擦摆支座阶段Ⅰ/Ⅲ的位移量。Bouc-Wen单元2模拟中下滑动状态。

参数设置方式如下：Bouc-Wen单元1和Bouc-Wen单元2分别按照两级摩擦摆支座中下滑动和中上滑动时设置参数；钩缝单元open设为d1，刚度k设为大刚度。

使用3.4 节的实例验证两级摩擦摆支座简化模拟方式的正确性。根据3.4 节的描述，4个基本单元的参数取值及其计算方法如下：

表 4.1 基本单元参数表

Table 4.1 Parameters in Basic Elements

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 基本单元 | 参数名 | 计算方法 | 参数值 |
| Bouc-Wen 单元1 | 屈前刚度 | 大刚度，约为屈后刚度的1000倍 | 106kN/m |
| 摩擦系数 |  | 0.0205 |
| 等效半径 |  | 2.98m |
| 钩 | 刚度 | 大刚度 | 106kN/m |
| 初始间隙 | d1 | 0.0586m |
| 缝 | 刚度 | 大刚度 | 106kN/m |
| 初始间隙 | d1 | 0.0586m |
| Bouc-Wen 单元2 | 屈前刚度 | 大刚度 | 106kN/m |
| 摩擦系数 |  | 0.1123 |
| 等效半径 |  | 1.658m |

对上述4个基本单元组合而成的系统施加100mm的位移，将得到的恢复力-位移曲线与3.4 节理论值进行对比。



图 4.4 简化模型与理论值对比

Figure 4.4 Comparison between Simplified Model and Theoretical Value

从对比图可以看出，采用4个基本单元串并联而成简化模型成功模拟了两级摩擦摆支座的两级特性，与两级摩擦摆支座理论滞回曲线几乎一致。该简化模型共使用3中类型的基本单元，可在多数有限元软件中进行模拟。简化模型共使用了3节点9个自由度，为快速分析含两级摩擦摆的整体结构提供了可能。

## 桥梁概况及有限元模型

选取的桥梁结构为某丽高速公路某标段上一四跨连续梁桥。主梁由4片箱梁组成，每个箱梁重400t。桥墩采用双柱墩形式，柱截面为直径2.0m的圆形，柱间距为7.05m高20m。柱顶有盖梁连接，盖梁长度为12m，截面为2.2×2.4矩形。柱底浇筑有承台。桥墩和盖梁均为C40混凝土材料。结构示意图如下。

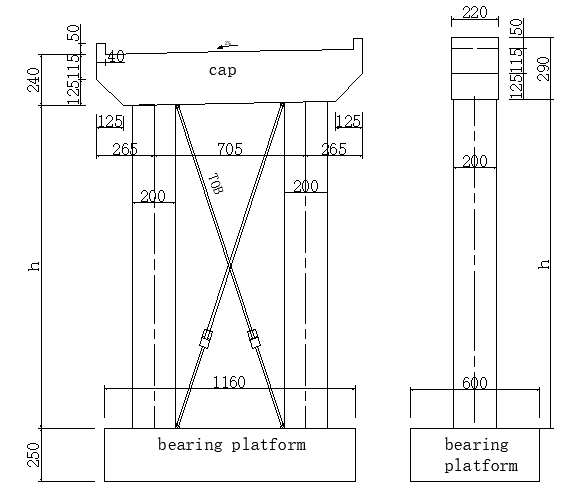


图 4.5下部结构示意图

Figure 4.5 the Geometry of Substructure

以上结构使用空间杆系有限元模型模拟。盖梁和桥墩使用空间梁单元模拟，支座使用连接单元模拟，其余成分只模拟质量。SAP2000内置可快速分析仅含连接单元非线性的模态叠加法（FNA），其计算准确性和分析快速性已被验证[32]，因而选择SAP2000作为有限元建模软件。

有限元模拟主要模拟了该连续梁结构横桥向的刚度和质量分布，忽略了该结构纵向的振动特性和桩土相互作用。

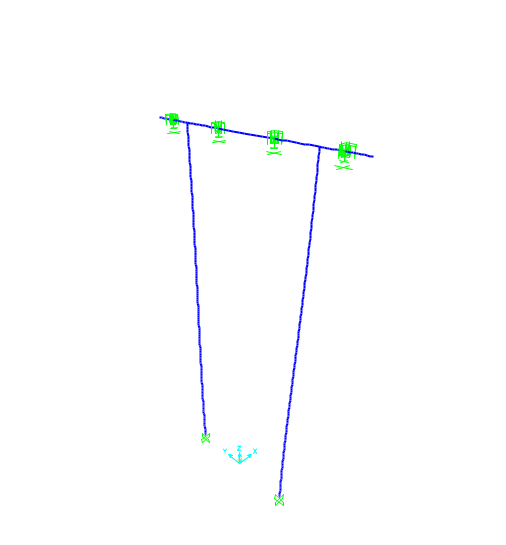


图 4.6 有限元模型

Figure 4.6 the FEM Model

## 地震动输入

地震动输入通过拟合规范反应谱后的地震波输入。采用的规范为《公路桥梁抗震设计细则》（JTGT B02-2008）。桥址处设计地震动峰值加速度为0.2g，场地类别为Ⅲ类。

地震动输入采用高低两水平地震动输入，高低水平地震动可通过调整抗震重要性系数的方法调整地震动重现期[33]，进而得到不同水平的两种地震动。根据该规范可得到重现期2000年和X00年的地震动拟加速度反应谱。

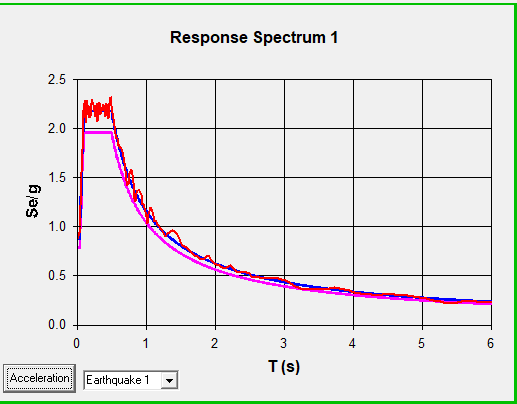


图 4.7 高低两水平地震动反应谱

Figure 4.7 Response Spectrum of High and Low Level Earthquake

使用三角级数法对给定反应谱进行加速度时程拟合。不同水平的地震波各拟合三条，其结果见下图。其中1~3号人工波为高水平地震动，4~6号人工波为低水平地震动。



图 4.8 人工波加速度时程（单位：m/s2）

Figure 4.8 Artificial Waves (Unit: m/s2)

地震动输入方向均为横桥向。

## 减隔震支座设置

本次时程分析工采用三种不同的支座设置。第一种为屈服力较小的双线性滞回类型支座DL1；第二种为屈服力较大的双线性滞回类型支座DL2；第三种为两级摩擦摆支座。双线性滞回类型支座在实际工程中可以是铅芯橡胶支座或者复合摩擦摆支座，这两者都具有类似的双线性滞回本构。

在参数设置方面，两级摩擦支座参数较多，且必须遵循3.3 节中两级摩擦摆支座典型参数设置的要求，同时需要考虑工程实际。最终确定两级摩擦摆支座的参数如下表：

表 4.2 两级摩擦摆支座参数表

Table 4.2 Parameters of DSFPB

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| **符号** | **取值** | **单位** |
| R1、R2、R3 | 2425、425、2700 | mm |
| μ1、μ2、μ3 | 0.025、0.025、0.1 | 无单位 |
| d1 | 60 | mm |

为了方便比较双线性类型支座与两级摩擦摆支座的减隔震性能，将两级摩擦摆支座本构中两种滑动状态拆分为大小两个双线性滞回类型支座，即：将两级摩擦摆支座中下滑动状态所代表的本构设置为第一种屈服力较小的双线性滞回类型支座DL1；将两级摩擦摆支座中上滑动状态所代表的本构设置为第而二屈服力较大的双线性滞回类型支座DL2。两种支座的滞回参数见下表：

表 4.3 双线性滞回类型支座参数表

Table 4.3 Parameters of Bearings with Bilinear Hysteresis

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 支座 | 参数 | 取值 | 单位 |
| DL1 | 屈后刚度k | 1333 | kN/m |
| 屈服力fy | 100 | kN |
| DL2 | 屈后刚度k | 1860 | kN/m |
| 屈服力fy | 500 | kN |

本节使用的三种支座滞回曲线见下图。



图 4.9 三种支座滞回曲线

Figure 4.9 Hysteresis Loop of Three Bearings

## 自振特性

减隔震支座的一个重要特性是延长结构的周期。DL1、DL2和两级摩擦摆支座均具有相比混凝土结构而言较小的屈后刚度，使结构在支座屈服后进入较长的自振周期状态，减小地震能量的输入。

从SAP2000模态分析结构中提取出在加入DL1、DL2和两级摩擦摆支座后结构的横向自振周期。非线性的连接单元在模态分析中均取屈后刚度。两级摩擦摆支座取第一级的屈后刚度。

表 4.4 周期变化表

Table 4.4 the Variation of Periods

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 振型 | 不使用减隔震支座 | DL1 | DL2 | 两级摩擦摆 |
| 横向第一阶 | 0.99 | 2.73 | 2.36 | 2.73 |
| 横向第二阶 | 0.081 | 0.43 | 0.42 | 0.43 |
| 横向第三阶 | 0.063 | 0.077 | 0.077 | 0.077 |

从表中结构可以看出，横向振动特性的前三阶周期均明显延长，三种减隔震支座均实现了“隔震”目标。究其原因是减隔震支座屈服后“断开了”上部结构和桥墩的刚度联系，使得大质量的梁体在较小刚度的支座上“独自”振动，因而周期大幅度延长，保护了桥墩免于承受来着上部结构的巨大惯性力。

## 地震响应

### 结构响应

1~3号人工波重现期为2000年，代表高水平地震动输入。提取结构在此水平地震下的各地震响应指标。

表 4.5 高水平地震下地震响应（单位：kN、m）

Table 4.5 Seismic Response under High Level Earthquake (Unit:kN/m)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 工况 | 支座设置方式 | 双柱剪力 | 双柱弯矩 | 盖梁剪力 | 盖梁弯矩 | 墩梁相对位移 |
| 人工波1 | DL1 | 2072 | 18204 | 6844 | 13131 | 0.3396 |
| DL2 | 3091 | 28812 | 10847 | 20952 | 0.1621 |
| 两级摩擦摆 | 1832 | 17433 | 6806 | 13228 | 0.1753 |
| 人工波2 | DL1 | 1920 | 17093 | 6556 | 12545 | 0.2930 |
| DL2 | 3068 | 29024 | 11446 | 21997 | 0.2087 |
| 两级摩擦摆 | 2492 | 21371 | 9055 | 17321 | 0.1517 |
| 人工波3 | DL1 | 2188 | 21673 | 8219 | 15862 | 0.3644 |
| DL2 | 2872 | 26725 | 10423 | 20063 | 0.1543 |
| 两级摩擦摆 | 2426 | 22279 | 9171 | 17486 | 0.1550 |

4~6号人工波重现期为X00年，代表低水平地震动输入。提取结构在此水平地震下的各地震响应指标。

表 4.6 低水平地震下地震响应（单位：kN、m）

Table 4.6 Seismic Response under Low Level Earthquake (Unit:kN/m)

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 工况 | 支座设置方式 | 双柱剪力 | 双柱弯矩 | 盖梁剪力 | 盖梁弯矩 | 墩梁相对位移 |
| 人工波4 | DL1 | 727 | 6493 | 2480 | 4767 | 0.0517 |
| DL2 | 2001 | 19966 | 7891 | 15234 | 0.0372 |
| 两级摩擦摆 | 772 | 6718 | 2472 | 4742 | 0.0543 |
| 人工波5 | DL1 | 698 | 6379 | 2516 | 4820 | 0.0528 |
| DL2 | 1883 | 18825 | 7416 | 14332 | 0.0292 |
| 两级摩擦摆 | 728 | 6662 | 2544 | 4883 | 0.0517 |
| 人工波6 | DL1 | 632 | 6159 | 2356 | 4538 | 0.0508 |
| DL2 | 1902 | 18729 | 7410 | 14275 | 0.0309 |
| 两级摩擦摆 | 643 | 6090 | 2276 | 4403 | 0.0504 |

响应的时程图可以反映结构随地震行进的发展过程。以下给出主梁位移和墩底弯矩的时程图。



a) 梁体位移 b) 柱底弯矩

图 4.10 1号人工波响应时程图

Figure 4.10 Seismic Response under Artificial Wave 1



a) 梁体位移 b) 柱底弯矩

图 4.11 6号人工波响应时程图

Figure 4.11 Seismic Response under Artificial Wave 6

## 两级摩擦摆支座减隔震性能分析

本章时程分析的桥梁结构模型一共使用了3种支座。DL1和DL2代表目前工程上广泛使用的、具有双线性随动强化滞回系统的支座。通过比较不同支座设置下的结构地震响应，讨论两级摩擦摆支座与传统双线性随动强化滞回系统支座的异同点，得出两级摩擦摆支座在抗震性能上独有的特征。

图 4.12 周期对比图 图 4.13 #1号人工波下的滞回环

Figure 4.12 Comparison for Periods Figure 4.13 Hysteresis Loop under Artificial Wave 1

两级摩擦摆支座和DL1、DL2均属于减隔震支座。这类支座一方面通过在惯性力传递链上插入一段屈服后的小刚度，使结构变柔，延长结构周期，实现“隔震”的目的。通过自振周期对比图可以发现：在3种支座设置下，桥梁结构的周期得到大幅度下降。通常情况下，未隔震的桥梁结构周期位于反应谱下降段，延长周期可有效降低地震能量输入。另一方面通过在地震往复作用下形成恢复力对位移的滞回环，通过滞回耗能，达到“减震”的目的。在这两点上，两级摩擦摆支座与传统减隔震支座是统一的，这是他们的相同点。

与传统减隔震支座不同的是，两级摩擦摆支座具有对不同水平地震的自适应性。

在高水平地震动作用下，使用两级摩擦摆支座的桥梁结构截面内力略大于使用较小屈服力和刚度的双线性滞回系统支座（DL1）的结构截面内力，且明显小于使用较大屈服力和刚度的双线性滞回系统支座（DL2）的结构截面内力。两级摩擦摆支座在保证了截面最大内力在合适的范围内的同时，在变形量上，它又压制了墩梁之间的相对位移量，即控制了支座的剪切位移量。从地震响应结果上看使用两级摩擦摆支座结构的墩梁相对位移量与使用DL2结构的墩梁相对位移量，且明显小于使用DL1结构的墩梁相对位移量。



1. 柱最大弯矩 b）墩梁最大位移

图 4.14 高水平地震下不同支座结构响应对比

Figure 4.14 Dynamic Response Comparison between 3 Bearings under High Level Earthquake

在低水平地震输入下，两级摩擦摆在控制结构各截面内力和墩梁相对位移量上与DL1一致：使用两级摩擦摆支座和DL1的结构最大截面内力远小于使用DL2的结构最大截面内力，而最大墩梁相对位移量则大于DL2结构的最大墩梁位移量。但此时地震水平较低，3种支座的最大墩梁错位量均处于较低水平，不会造成墩梁碰撞和落梁问题，处于非控制因素。而在低水平地震动作用下，结构的最大截面内力、是否出现损伤、残余变形等问题才是需要注意的点。此外，DL2过大的屈服力和刚度可能导致支座无法充分滞回，在累计耗能量上低于DL1和两级摩擦摆支座。



1. 柱最大弯矩 b）墩梁最大位移

图 4.15 低水平地震下不同支座结构响应对比

Figure 4.15 Dynamic Response Comparison between 3 Bearings under Low Level Earthquake



图 4.16 低水平地震下不同支座滞回耗能对比

Figure 4.16 Hysteretic Energy Comparison between 3 Bearings under Low Level Earthquake

总结而言，两级摩擦摆支座在对比DL1与DL2支座时充分表现出了对高低水平地震动的自适应性：低水平地震时，在明确此水平地震作用下墩梁相对位移不会引起结构安全问题的前提下，放任墩与梁体的相对运动，两级摩擦摆支座采用低屈服力和低屈后刚度的第一级滞回环，使结构处于完全隔震状态，以达到最小化结构截面内力的目标，保证结构在多遇低水平地震动下处于完全弹性状态，不出现任何损伤。此外，摩擦摆支座较低的屈服力往往意味较小的残余变形，而较小的残余变形给结构带来自恢复的特性，减少震后维护成本。高水平地震时，两级摩擦摆支座切换到第二级滞回环工作状态。更高的屈服力带来更强的耗能能力，保证结构在遭受罕遇高水平地震动时能够控制墩梁相对位移量，保证结构不发生墩梁碰撞和落梁，最大程度降低结构在高水平地震下遭受到的损伤。

## 本章小结

本章将两级摩擦摆支座使用在桥梁结构中。通过对比该结构在不同支座设置方式下的地震响应，探究两级摩擦摆支座的减隔震性能。本章主要工作和结论如下：

（1）从Bouc-Wen模型出发，探讨了Bouc-Wen模型模拟复合摩擦摆支座的机理，建立Bouc-Wen模型中各参数与复合摩擦摆支座各参数的数学联系。随后提出一种通过串并联多个Bouc-Wen模型和钩、缝单元，简化模拟两级摩擦摆支座的建模方法，并通过比对第三章实体有限元模拟结果，验证了此串并联模拟方法的正确性。

（2）以某高速公路连续梁桥为基础，建立了横桥框架空间杆系单元模型。通过对比在设置两级摩擦摆和传统双线性滞回支座下的结构地震响应，探讨了两级摩擦摆支座的减隔震性能。

（3）两级摩擦摆支座在减隔震原理上与传统减隔震支座一致；但是，与双线性随动强化滞回支座相比，两级摩擦摆支座具有对不同水平地震动的自适应性：低水平地震动下表现为滞回曲线的阶段Ⅰ，较低的屈服力和较低的屈后刚度。两级摩擦摆在低水平地震动下侧重于控制结构内力和结构损伤，实现了桥梁零损伤和较小的残余位移的目标。在高水平地震动下，两级摩擦摆支座呈现较大屈服力和较大屈后刚度。此时，两级摩擦摆支座侧重于控制结构的变形，以防止出现墩梁撞击和落梁，最大化降低结构在高水平地震动下的损失。

# 两级摩擦摆支座参数设计

参数设计的核心目标是寻找两级摩擦摆支座在给定结构、给定地震动输入的条件下最优的参数取值。这一过程对应着实际工程中的支座选型工作。参数选取的好坏直接决定着两级摩擦摆支座能否在地震来临时发挥减隔震作用，保护结构。本章以双线性滞回系统的参数优化设计为切入点，研究两级摩擦摆支座参数优化设计方法。

## 双线性滞回系统的参数优化设计

以摩擦摆支座、铅芯橡胶支座为代表的减隔震是一种随动强化理论下的双线性滞回系统。该系统具有高度的非线性，引入此类滞回系统支座的结构在地震波下的动力响应往往难以预测。目前较为有效的预测方法只有通过对结构的非线性时程分析的方法。

使用非线性时程分析方法进行参数优化设计是一种大规模参数计算的方法。通过有规律地选取一系列双线性滞回系统的参数工况（通常是正交的），进行计算。通过比较非线性时程计算的结构动力响应，选择出一种响应最小的参数作为参数优化设计的结果。因而这种方法极度依赖计算资源。

但是，使用非线性时程分析方法进行参数优化设计存在两个问题：1）必须给定的结构的完整信息，即必须已知结构的刚度和结构的质量分布。在确定的刚度矩阵和质量矩阵下才能进行非线性动力时程分析。2）必须给定地震波加速度时程波形和PGA（峰值地震动加速度）。

上述提到的两个问题严重地制约了非线性时程分析方法，导致了在使用非线性时程分析方法下的参数优化设计的结果无法推广。其参数优化的结果只能是针对特定结构、特定地震波和特定的PGA。以上三者任意改变一种均会导致参数优化的结果不再适用。因而需要一种在结构、地震波和PGA发生某种有规律地变动后，能够使用变化前的参数优化设计的结果做某种数学运算后依然能够适用于变化后结构的优化设计方法。这种设计方法的优点除了能减少重复性计算的工作量外，更有助于设计人员把握影响参数优化设计的关键因素。

### 抗震效果指标

本章所建立的模型在横向地震作用下为框架模型。此模型在地震下易损部位为桥墩顶部与盖梁连接处、桥墩底部与承台连接处。为方便比较，取出现在双柱上和盖梁上的最大弯矩和剪力作为评价地震响应的指标，不再区分其出现的具体截面位置。减隔震支座在地震作用下发生变形，其最大变形量不得超过支座的设计位移量，否则会有失稳甚至落梁的危险。取最大墩梁相对位移为评价地震响应的指标。

本次地震响应分析目的在于比较三种减隔震的抗震效果，不对结构进行抗震安全验算。

### 简化双自由度模型

将复杂模型等效为自由度个数少的简化模型，可以识别出原模型的主要特点，估计原模型在特定荷载下的受力行为，也能利用简化后的模型在短时间内完成地震动时程分析，帮助设计人员寻找影响规律。

模型简化的理论支撑是多自由度结构动力响应的振型叠加法。多自由度结构的动力响应可看做是互相正交的振型叠加而成。因而只需摘选出贡献比较大的振型即可代替原结构。

对于面大量广的简支桥和连续梁桥，它们在分类上属于规则桥梁（对于墩高不高，跨径不大的桥）。在水平地震动作用时，桥墩的一阶侧弯振型往往参与贡献最大。因而可将规则桥梁的抗震分析模型简化为双质点剪切模型（如图 5.1）。

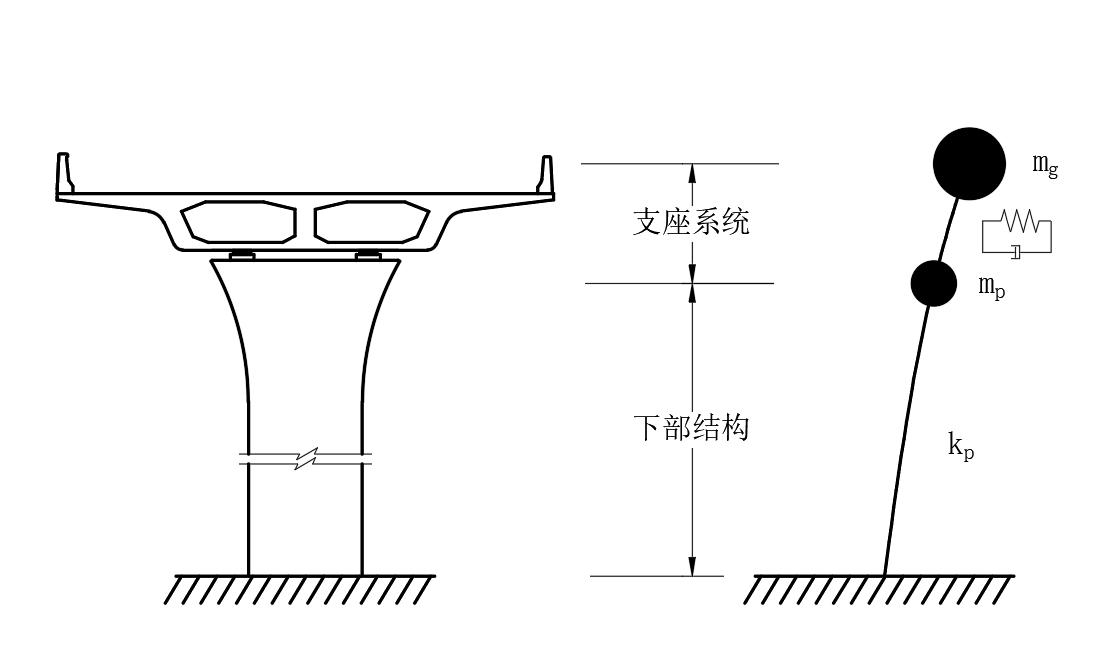


图 5.1 规则桥梁的简化模型

Figure 5.1 the Simplified Model of Regular Bridges

简化后结构的刚度、质量、阻尼的取值是整个简化过程的关键。合适的取值才能确保简化后的机构能够代表原结构。否则，简化结构的地震响应乃至自振特性与原结构毫无联系，无法作为研究原结构的工具。

在刚度、质量和阻尼三个量中，阻尼的取值相对简单。有限元模型中的阻尼一是来自于刚度和质量矩阵的振型阻尼比，二是来源于部分带有粘滞阻尼力的单元。简化时，只需将振型阻尼比和粘滞阻尼系数按照一比一等效即可。

为了保证原结构和简化结构支座力和变形等效，简化后的支座系统也是按原结构一比一输入。

上部结构质量比较集中，同时刚度较桥墩又大。因而简化结构的梁体质量mg也是按一比一输入，可以实现简化模型和原模型的梁体惯性力和位移一致。

对于简化模型的桥墩刚度kp和质量mp的等效目前有两种方法。杨凤利[34]在研究考虑土-结构相互作用的隔震桥梁模型时，将桥墩刚度kp设为桥墩顶点的抗推刚度，将桥墩质量mp设为桥墩实际的质量。周锡元[35]将简化模型的kp、mp设为一阶振型的函数：





式中：  —— 原结构质量矩阵的主对角元素组成的列向量

 —— 原结构桥墩作为悬臂墩时的一阶振型

 —— 原结构的质量、刚度矩阵

除了以上两种参数等效方法，本节提出一种从动能和势能不变条件下的等效方法。此等效方法必须建立在原模型与简化模型中梁体和桥墩顶点的位移相同的前提条件下。

桥墩作为悬臂墩时一阶振型所具有的动能和势能：



（ 5.1 ）



（ 5.2 ）

式中： *Y1* —— 一阶振型的广义位移

简化结构中等效桥墩质量具有的动能和势能：



（ 5.3 ）



（ 5.4 ）

式中：*up* —— mp的实际位移

因为原模型与简化模型中梁体和桥墩顶点的位移相同，有：



（ 5.5 ）

式中：  —— 一阶振型在墩顶处的分量

将式（ 5.5 ）代入式（ 5.3 ）、式（ 5.4 ）：



（ 5.6 ）



（ 5.7 ）

联立式（ 5.1 ）、式（ 5.2 ）、式（ 5.6 ）、式（ 5.7 ）：



（ 5.8 ）



（ 5.9 ）

式（ 5.8 ）、式（ 5.9 ）即为动能势能相等下的简化参数等效公式。

为了比较三种参数等效计算方法的准确性，对实际结构的在不同参数等效计算方法下的简化模型进行地震响应比较。原结构选取4.2 节中的双柱墩-盖梁-主梁质点的框架结构。地震波选取为elcentro波，PGA设为1m/s^2。支座刚度采用屈后刚度，取为4000kN/m。

由于计算方法中需要下部结构模型在自振时的振型、质量矩阵及刚度矩阵，且市面上的有限元软件少有能输出结构的质量及刚度矩阵的功能，因而采取使用matlab自编空间杆单元有限元计算程序FEM3DFRAME。杆单元使用欧拉梁理论。模态信息的计算使用MATLAB内置的eigs函数。地震时程计算采用模态分解法且使用荷载为一次函数的分段精确法[36]计算。

为了验证FEM3DFRAME的正确性，将原模型在FEM3DFRAME和SAP2000中的指标进行了对比。根据对比表格，可认为FEM3DFRAME在计算模态信息、地震时程工况上均有较好的准确性，同时也间接说明FEM3DFRAME的刚度、质量、阻尼矩阵有较好的准确性。

表 5.1 FEM3DFRAME与SAP2000对比

Table 5.1 the Comparison between FEM3DFRAME and SAP2000

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 指标 | | SAP2000 | FEM3DFRAME | 误差 |
| 自振信息 | 一阶周期 | 1.756 | 1.727 | -1.65% |
| 二阶周期 | 0.328 | 0.319 | -2.74% |
| 一阶质量参与系数 | 0.82 | 0.872 | 6.34% |
| 二阶质量参与系数 | 0.117 | 0.127 | 8.55% |
| elcentro波下地震响应 | 最大梁体位移 | 3.882 | 3.932 | 1.29% |
| 最大盖梁位移 | 1.401 | 1.328 | -5.21% |
| 最大支座变形 | 3.236 | 3.217 | -0.59% |
| 最大柱剪力 | 33.7 | 35.3 | 4.75% |
| 最大柱弯矩 | 339 | 341 | 0.59% |

根据前文的描述，计算出在各种等效方法下的双自由度模型中的kp、mp。

表 5.2 三种参数计算方法下的kp、mp

Table 5.2 the values of kp\mp under 3 different simplified methods

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| 编号 | 等效方法 | mp | kp |
| 一 | 杨凤利方法 | 330.94t | 41480kN/m |
| 二 | 周锡元方法 | 120.99t | 31293kN/m |
| 三 | 保持势能、动能一致 | 162.69t | 42080kN/m |

使用FEM3DFRAME建立上表中3套参数的简化双自由度模型。为了对比同时建立原结构模型。将4种模型地震响应中的最大梁体位移、最大墩顶位移、最大墩梁相对位移、最大柱剪力、最大势能和最大动能进行对比，汇总结果如下。

表 5.3 三种等效计算方法下的地震响应对比

Table 5.3 Seismic Response Comparison under 3 different simplified methods

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| 指标 | 分项 | 等效方法 | | | 原结构 |
| **一** | **二** | **三** |
| 梁体位移 | 数值（mm） | 4.176 | 4.452 | 3.903 | 3.932 |
| 误差 | 6.21% | 13.22% | -0.74% | / |
| 标准差 | 0.694 | 1.366 | 0.458 | / |
| 墩顶位移 | 数值（mm） | 1.712 | 1.548 | 1.366 | 1.328 |
| 误差 | 28.92% | 16.57% | 2.86% | / |
| 标准差 | 0.397 | 0.463 | 0.158 | / |
| 墩梁相对位移 | 数值（mm） | 3.265 | 2.99 | 2.935 | 3.217 |
| 误差 | 1.49% | -7.06% | -8.77% | / |
| 标准差 | 0.613 | 0.962 | 0.345 | / |
| 柱剪力 | 数值（kN） | 35.5 | 24.22 | 28.8 | 35.3 |
| 误差 | 0.57% | -31.39% | -18.41% | / |
| 标准差 | 8.83 | 8.88 | 4.24 | / |
| 动能 | 数值（J） | 130.7 | 117.7 | 113.8 | 116.6 |
| 误差 | 12.09% | 0.94% | -2.40% | / |
| 标准差 | 14.6 | 25.2 | 9.3 | / |
| 势能 | 数值（J） | 100.8 | 105 | 88.4 | 94.3 |
| 误差 | 6.89% | 11.35% | -6.26% | / |
| 标准差 | 14.8 | 23.7 | 9.2 | / |

（注： “标准差”代表简化模型与原结构的差值时程数据的标准差；简化模型的柱剪力取一半。）

根据表 5.3，三号等效方法在最大梁体位移、最大墩顶位移和最大势能上均是误差最小的等效方法。虽然在其余指标上不如一、二号等效方法，但是标准差可以说明三号等效方法是最能贴近原结构时程响应的等效方法，其标准差在所有指标均是最小的，因而三号等效方法下的模型是最能代表原结构的简化模型。



图 5.2 各响应时程对比图

Figure 5.2 Time History Comparison for All Response Index

### 大规模参数化计算

在5.1.1 节中简化双自由度模型的基础上，将支座设置为双线性滞回系统，并针对双线性滞回系统的参数广泛取值，实施大规模参数化计算。开展此工作依赖于sap2000提供的OAPI手册。

双线性滞回系统主要的参数有三个：屈前刚度*ki*、屈服力*fy*及屈后刚度*ky*。其中屈前刚度ki在双线性滞回系统能够屈服的条件下对结构的影响不大，同时*ki*在支座中往往难以进行有效的设计。因而只对双线性滞回系统参数的屈服力*fy*及屈后刚度ky的取值进行讨论。

参数取值范围为：屈服力*fy*为100~1200kN，屈后刚度*ky*为1000~12000kN/m。不变参数为*kp*=42080kN/m，*mp*=163t，*mg*=900t。地震动输入为elcentro波，其PGA调整至800gal。

简化双自由度模型中可选的地震响应指标较少。选取抗震意义明确的桥墩力和墩梁相对位移作为衡量简化模型的地震响应大小的指标。这两个指标分别暗示着桥墩截面的损坏情况和墩梁碰撞安全性问题。

将简化双自由度模型看做是封闭系统，*fy*和*ky*是该系统的主要的输入，而墩梁相对位移和桥墩力是该系统的主要输出。为了研究输入对输出的影响规律，研究的主要切入点为以下4个：*fy*对墩梁相对位移的影响；*ky*对墩梁相对位移的影响；*fy*对桥墩力的影响；*ky*对桥墩力的影响。



图 5.3 响应分布图

Figure 5.3 Seismic Response Distribution

从地震响应分布图上可以看出三点信息：1）随着输入参数*fy*和*ky*的变化，墩梁相对位移在1mm~20mm内变化，柱剪力在100kN到1400kN变化。变化的幅度是比较大的，说明地震响应对于*fy*和*ky*的敏感性较高。2）图中数据点分布具有规律性：相同屈服力的一系列数据点大多组成一行。由此可以得出柱剪力主要由屈服力*fy*决定，与屈后刚度*ky*关系不大。3）图中数据点遵循从左上到右下的排布，说明了柱剪力与墩梁相对位移是矛盾体，其中一个量的减小往往伴随着另一个量的增加。这一现象符合力学规律：增大支座的约束强度后导致上部结构向桥墩传递的惯性力变大，因而导致柱剪力的增加，同时墩梁相对位移会减小。

以下内容将从*fy*和*ky*分别对柱剪力和墩梁相对位移的影响角度入手。

（A）*fy*对墩梁相对位移的影响

将计算结果中在不同*ky*下，墩梁相对位移受*fy*的影响绘制于下图中。从图中可以得出：1)墩梁相对位移总体上与*fy*呈现负相关关系。2)曲线在前段出现斜率较大的下降段，后段斜率变缓，直至最后收敛于1mm左右。说明*fy*的取值存在最高收益点，本模型此值在500kN左右。当*fy*大于最高收益点后，*fy*的提升对降低墩梁相对位移效果不再显著。



图 5.4 fy-墩梁相对位移曲线

Figure 5.4 fy vs the Relative Displacement of Pier and Girder

（B）*fy*对柱剪力的影响



图 5.5 fy-柱剪力曲线

Figure 5.5 fy vs Pier Force

将计算结果中在不同*ky*下，柱剪力受*fy*的影响绘制于下图中。从图中可以得出：柱剪力与*fy*呈正相关关系，并且在相当长的*fy*区间内，柱剪力近似是*fy*的一次函数。当*fy*大于某个值（本模型此值在1000kN左右）后，柱剪力趋于稳定。此时因为*fy*较大，双线性滞回系统不再屈服。此规律的直接应用是：减小*fy*是降低地震下桥墩受力直接而有效的方法。

（C）ky对墩梁相对位移的影响



图 5.6 ky-墩梁相对位移曲线

Figure 5.6 ky vs Relative Displacement of Pier and Girder

将计算结果中在不同*fy*下，墩梁相对位移受*ky*的影响绘制于上图中。从图中可以得出：在屈服力*fy*较小时，墩梁相对位移与*ky*呈负相关；当*fy*较大时，*ky*对墩梁相对位移的影响减小直至忽略不计。总体而言，墩梁相对位移受*ky*影响较小。

（D）*ky*对柱剪力的影响



图 5.7 ky-柱剪力曲线

Figure 5.7 ky vs Pier Force

将计算结果中在不同*fy*下，柱剪力受*ky*的影响绘制于上图中。从图中可以得出：柱剪力几乎不受*ky*的影响。

综上所述，大规模参数化计算结果表明：

1）结构的墩梁相对位移和桥墩力是矛盾的。一般情况下，一个量的减小会伴随着另一个量的增加。因而在设计双线性滞回系统的参数时，不可片面追求某一个地震响应的最优，应当从结构响应的整体层面衡量。

2）墩梁相对位移受屈后刚度*ky*而轻微波动，不同的结构不同的地震动可能有不同的表现。但从整体上而言，由于相对桥墩刚度，屈后刚度*ky*始终是小量， *ky*对结构响应的影响较小。参数优化的重心应放在屈服力*fy*上。

3）*fy*对桥墩力的影响较为固定，基本呈系数为正的一次函数关系。*fy*对墩梁相对位移的影响大致呈负相关关系。*fy*对桥墩力和墩梁相对位移影响方向的不同，使得*fy*的取值成为双线性滞回系统参数优化设计的关键。

### fy的最优取值及理论推导

根据前文的描述，*fy*不存在使得简化模型中墩梁相对位移和桥墩力最小的取值。它的优化应引入新的策略。

在讨论*fy*对墩梁相对位移影响时，提出了*fy*最高收益点的概念。其意义是当*fy*在最高收益点之前时，墩梁相对位移下降快，*fy*的增加对于双线性滞回系统的抗震效果十分显著；当*fy*超过最高收益点之后，墩梁相对位移下降放缓，此时提升*fy*所得效果有限。



图 5.8 *fy*的最高收益点

Figure 5.8 Optimum Profit Point of *fy*

本论文提出：将*fy*的最高收益点作为*fy*的最优取值。理由是：此处的*fy*值在控制墩梁相对位移上收益最高。当*fy*取值更大时，墩梁相对位移下降放缓，同时桥墩力依旧增加。*fy*的最高收益点是在控制墩梁相对位移的同时也能兼顾到桥墩力的控制，是基于把握整体抗震效果的最优参数取值。

“最高收益点”是针对表面的减隔震效果而提出的。它产生的内部原理到底是什么。

双线性滞回系统作为减隔震装置的一种，其发挥减隔震效果的途径无非是减震和隔震。隔震是通过屈后刚度延长结构周期实现的。根据前文的描述，虽然在大规模参数计算中屈后刚度取值众多。但相对于桥墩刚度始终为小量，因而屈后刚度的取值虽有影响但总体不大。因此，*fy*最高收益点主要是“减震”造成的。减震主要通过滞回耗能发挥效果。而f*fy*的取值会极大地影响滞回环的形状。当*fy*过小时，双线性滞回系统将极易进入屈服后的减隔震状态，此时的滞回环高度较小，无法充分耗能。当*fy*过大时，双线性滞回系统在地震动烈度不够时难以进入屈后的减隔震工作状态，此时的滞回环宽度较小，也无法充分耗能。因而*fy*最高收益点实际是使双线性滞回系统能够进入减隔震工作状态又能保证耗能效率的取值点。

现从隔震滞回耗能的角度，从理论上推导双自由度简化模型中的耗能公式。以图 5.1为例，对*mg*施加幅值为a的三角波位移荷载，荷载持时一个周期，并将过程分为OA、AB、BC三段。

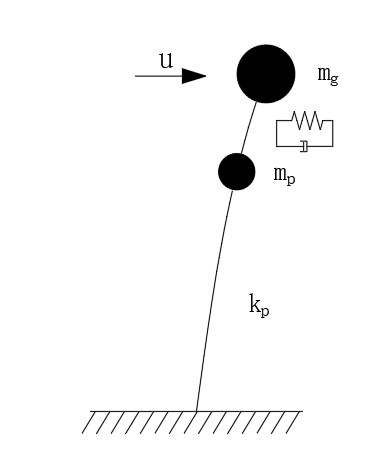


图 5.9 简化结构的加载示意图

Figure 5.9 Loading Diagram for Simplified Model

设简化结构在A点时支座系统变形为ubA，桥墩变形为upA。根据串联结构的力和位移协调条件有：



（ 5.10 )

同理，在B点和C点时有：



（ 5.11 )



（ 5.12 )

联立式（ 5.10 )、式（ 5.11 )和式（ 5.12 )即可得到upA、ubA、upB、ubB、upC、ubC。

双线性滞回系统的耗能可用输入能量减去弹性势能的增加量：



（ 5.13 )

式中： *fk*、*fk+1* ——开始和结束时的回复力

*ki* ——屈前刚度

*△u* ——支座变形的增量

根据式（ 5.13 )计算双线性滞回系统在OA、AB、BC的耗能，相加得到在一个周期内的总的耗能量为：



（ 5.14 )

为了探寻最大的耗能量，对Eh求偏导：



（ 5.15 )



（ 5.16 )

令：



可得：



（ 5.17 )

由于*kp*为桥墩刚度，其值较大，上式分母小于零，分式值为负数。当*ky*大于0时，*Eh*对*ky*的偏导为负数，*Eh*随*ky*的增大而减小。即：为了使耗能量*Eh*最大，应尽可能使*ky*小。但是观察式（ 5.16 )，在分子中*kp*的阶数为2，小于分母中*kp*的阶数3，意味着为小量。因而*ky*对*Eh*的影响较为有限，与大规模参数化的计算结果一致。

令：



可得：



（ 5.18 )

上式分子分母均为正值，即：*Eh*先随着*fy*的增加而增加，然后随*fy*的增加而下降。*fy*存在最优取值使得*Eh*达到最大，最优取值为式（ 5.18 )。观察式（ 5.15 )，分子与分母中*kp*的阶数相同，意味着不为小量。*fy*的确存在使*Eh*达到极值的点。

大规模参数化计算表明*fy*存在最高收益点。同时从耗能角度上推导出*fy*存在某个取值使*Eh*取到极值。因为减隔震支座的减隔震效果与耗能能力密切相关，因此可以相信最高收益点与使*Eh*达到极值的点大致相等。在工程中可以使用式（ 5.18 )估计*fy*的最高收益点*fy,op*。

引入无量纲参数*λk*:



代入到式（ 5.18 )中：



（ 5.19 )

考虑到*λk*为小量，上式近似为：



（ 5.20 )

式（ 5.20 )给出了*fy,op*的简化计算公式。但是式中*a*并不可知。*a*代表的含义是地震中梁体发生的典型位移量。此值与地震波、与结构的刚度甚至与双线性滞回系统的参数均有关系，难以使用公式量化表达。

以下给出*a*的一种估计方式。根据前文的描述，*ky*的取值对减隔震的效果影响较小。将*ky*取做0和无穷大时结构基本周期对应的地震波的位移谱的谱值作为*a*的下限值*aL*和上限值*aH*。*a*的取值应介于*aL*、*aH*之间。

鉴于目前快速发展的计算能力，获取*fy,op*的准确值最好的方式通过计算简化模型的地震响应。简化模型保留了原结构的非线性，但是自由度大幅缩减，即便是在个人计算机上完成一条地震波的非线性时程分析的时间不会超过15分钟。因而建议通过变动*fy*参数计算简化模型的地震响应。通过观察地震响应-*fy*曲线的方法得出*fy,op*。

### *fy*最优取值的推广问题

上一节提出了一种从整体把握减隔震效果的参数优化策略，选择将*fy,op*作为*fy*最优取值，并从双线性滞回系统的耗能角度上推导了*fy,op*的存在。但是以上的成果是建立在针对特定的结构和特定的地震动输入上。因而需要建立可以考虑不同地震波波形、不同PGA和不同结构特性的*fy*优化取值方法。

**（A）地震波波形**

地震波波形对减隔震支座的参数优化设计的影响一直是难以较好解决的问题。部分学者在参数优化设计中能够在给定地震波和结构下通过对地震响应的比较下，给出参数在合适范围内的某几个值（通常是五个）的最优值[10, 37, 38]。也有部分学者在结论中指出参数优化设计的结果受地震波影响较大难以得出统一的结果[39, 40]。相同的结构在不同的地震波下所得地震响应不仅数值不同，甚至在很多情况下参数影响的规律也会发生变化。这一点给参数优化结果的推广带来极大困难。

目前人们将地震波认为是非平稳的时间强度函数与平稳的高斯过程的乘积。高斯过程本身具有随机性，但在统计学的指标上却具有相对的稳定性。因此*fy*的最优取值可从多条地震波的统计学上进行研究，即MonteCarlo模拟法。虽然该方法比较费时费力，但是它是研究非线性系统的可靠方法[41]。

结构遭受的地震波是基岩振动经过覆盖土层传递后到达地面的。在假设基岩振动的地震波是白噪声的前提下，可以根据土层性质将地面地震波分为四种类型，即规范中的Ⅰ~Ⅳ类场地类型。Ⅰ~Ⅳ类场地越来越柔，其地震波的低频成分越来越高。地震波在各个频率上的能量分布可用功率谱表示。学者Kanni[42]提出了一种表示地震波能量频段分布的金井清谱：



（ 5.21 )

式中： *ξg* —— 覆盖土层特征阻尼比

*ωg* —— 覆盖土层特征频率

S0 —— 基岩振动的强度

以上的参数在四种场地类型下有不同的取值。参考欧进萍[43]的研究成果，取值如下：

表 5.4金井清谱参数表

Table 5.4 Parameters Table for Kanni Spectrum

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **场地类型** | **Ⅰ** | **Ⅱ** | **Ⅲ** | **Ⅳ** |
| ωg(rad/s) | 31.42 | 20.94 | 15.71 | 9.67 |
| ξg | 0.64 | 0.72 | 0.80 | 0.90 |
| 峰值ω(rad/s) | 25.40 | 16.40 | 12.00 | 7.00 |

将上表中各参数代入到式（ 5.21 )中，并取*S0*=1,得到四种场地类型下的功率谱:



图 5.10 不同场地地震波功率谱

Figure 5.10 Earthquake Spectrum of Different Soil Type

从上图中可以看出，不同场地的地震波能量的频率分布是不一样的。场地越软，高频的能量越少。这是符合预期的。但是，不同场地的地震波功率谱蕴涵的能量却不尽相同。在本论文中，地震波的能量使用PGA作为衡量标准。为了保证在使用MonteCarlo模拟时，各个场地类型的地震波在除了频率分布不同外，其他所有特征应该做到相同。基于这个目的，对图 5.10所示的功率谱进行调整：以Ⅰ类场地地震波为基础，以其他场地地震波功率谱的峰值频率*ω*为拟合目标，通过线性缩放得到其他场地的功率谱。调整后的功率谱见下图。



图 5.11 调整后波功率谱

Figure 5.11 Earthquake Spectrum after Modification

使用上图中功率谱的条件下可以使用三角级数叠加法制作人工地震波。功率谱生成时程波使用江近仁[41]方法，时间强度函数使用陈永祁[44]文中的描述。地震波持时取20s。每种场地的地震波生成100条。经过统计，以上4个功率谱生成的地震波PGA均在200gal左右，误差约为5%。

将上述400条地震波输入到5.1.2 节中的简化模型中。把得到的结构响应按不同的场地类型分类并取平均，得到如下地震响应-*fy*关系曲线。



1. 墩梁相对位移 b) 桥墩力

图 5.12 地震响应的统计结果

Figure 5.12 Statistical Result of Seismic Response

从上图中可以看出以下几点信息：

（a）墩梁相对位移与双线性滞回系统的屈服力*fy*是严格的负相关关系。多条地震波的整合结果消除了个例的影响，即不会出现“在某一段的*fy*取值范围内出现，随*fy*增大，墩梁相对位移也增大。”的偶然现象。而这种偶然现象在elcentro波中有出现。这也意味着任何结构的参数优化设计必须纳入多条地震波，以消除个例的影响。

（b）墩梁相对位移-*fy*曲线的确存在曲率（指绝对值）下降的拐点，即前文中提及的最高收益点*fy,op*。

（c）桥墩力与*fy*呈正相关关系，且近似为一次函数关系。这一点与前文的描述一致。

（d）场地的特征周期越大，结构的地震响应越大。

以上几点结论对5.1.2 节结论的验证和进一步修正。而本节内容最为关心的内容是*fy*的最优取值与地震波波形的关系。而地震波波形与场地类型密切相关。因而接下来探讨*fy*的最优取值与地震波场地类型的关系。

在前文中从简化模型在周期荷载作用下的耗能量的角度验证了*fy*最优值的存在。以下给出双线性滞回系统耗能量与fy的关系。



1. 耗能量绝对值 b) 归一化后的耗能量

图 5.13 不同场地类型下耗能与*fy*关系

Figure 5.13 Hysteretic Energy-*fy* Curve under Different Soil Type

上图中的归一化指当前耗能量除以同一地震波下耗能量的最大值。

如果以双线性滞回系统耗能量的最大值作为*fy*的最优值，那么从上图中可以看出：耗能量对*fy*的确存在峰值，并且场地越软，最优的*fy*也越大。本次计算中，各个场地类型的最优*fy*取值如下表。

表 5.5 耗能量峰值对应*fy*

Table 5.5 *fy* on Maximum Hysteretic Energy

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 场地类型 | Ⅰ | Ⅱ | Ⅲ | Ⅳ |
| 最优*fy*/kN | 300 | 375 | 475 | 725 |

将上表与表 5.4的内容结合，可以通过回归分析，近似得出地震波能量的峰值频率与最优*fy*的关系（回归关系式在图 5.14已标出。）。由于四类场地只涉及了四个峰值频率，因而只能得到峰值频率-最优*fy*曲线上的四个点，点数尚不能完整反映两者关系。场地类型是依据基岩上覆盖土层的剪切波速和覆盖土层厚度等信息分类，是反映场地软硬的指标。虽然场地类型只分为了4类，但是覆盖土层的特征频率却是可以连续变化的。改变式（ 5.21 )中的*ωg*，就可以得出连续的峰值频率-最优*fy*曲线：



（ 5.22 )



图 5.14 最优*fy*与*ωg*关系

Figure 5.14 the Relation between optimum *fy* and *ωg*

图 5.14中描述的最优*fy*与关系是基于峰值耗能量推出的。基于MonteCarlo模拟法得出的结论均是基于随机事件的概率之上。这意味着图 5.14中描述的最优*fy*只是概率最大的取值。其他取值也是有概率成为最优*fy*的取值。为了考虑这种最优值存在概率分布的影响，因而采用概率密度函数图描述*fy*最优取值。

另外，仅将每一条波的耗能的峰值作为最优*fy*的取值的做法过于单一。可以将耗能量峰值附近某一个范围内对应的*fy*值同样作为最优取值。此范围通过引入参数ε描述：耗能量在峰值耗能量的ε~1倍时均认为是最优*fy*取值。



a)场地Ⅰ b) 场地Ⅱ



c)场地Ⅲ d) 场地Ⅳ

图 5.15 最优*fy*的概率密度函数（ε=1）

Figure 5.15 Probability Density Function for Optimum *fy* （ε=1）

a) ε=0.95 b) ε=0.90

图 5.16 最优*fy*的概率密度函数（ε=0.95,0.90）

Figure 5.16 Probability Density Function for Optimum *fy* （ε=0.95,0.90）

从图 5.15和图 5.16可以看出，最优*fy*近似服从正态分布，最大耗能量角度的*fy*最优取值不应该局限于峰值点。在峰值点附近的*fy*取值同样具有不小的成为最优参数取值概率。*fy*的最优取值在概率密度峰值点附近均可。另外，场地越软，最优*fy*的取值越宽泛。

将表 5.5中最优*fy*值代入到墩梁相对位移-*fy*曲线中。从图中可以看出，以耗能量最大为参考量而得出最优*fy*，处于墩梁相对位移-*fy*曲线中斜率相对稳定且较小的分段，的确可以作为最高收益点的取值。



图 5.17 最优*fy*在墩梁相对位移-*fy*曲线的位置

Figure 5.17 Optimum *fy* Location in Curve of Pier-Girder Relative Displacement vs *fy*

图 5.12给出了多条地震波统计的均值。但是以均值作为地震响应的设计值在工程上是偏于危险的。实际的响应有大概率会比均值大。为了偏于安全地设计，以下给出置信水平在0.8和0.9的地震响应值。



1. Ⅰ类场地



1. Ⅱ类场地



1. Ⅲ类场地



1. Ⅳ类场地

图 5.18 考虑置信水平的地震响应

Figure 5.18 Seismic Response considering Confidence Level

（B）PGA

PGA代表的是地震波的烈度和地震动水平。PGA越高的地震动重现期也越长。我国现有的抗震设计规范要求结构在不同的地震动水平输入下满足相应的要求，即“小震不坏，中震可修，大震不到”的设防目标。因而分析同一结构在同一地震波的不同PGA下的地震响应是常见的。

假设某一结构在某一地震波PGA=*P0*时的地震响应*R0*-*fy*曲线已知：



（ 5.23 )

现考虑该结构在PGA=*λaP0*时的结构响应*R*。

虽然结构的荷载发生了变化，但是这种变化只是幅度层面的。荷载的形式和其他结构特性保持不变。因而可以使用相似原理推导*R0*与*R*的关系。

将原结构作为原型，改变PGA后的结构作为模型。地震波的量纲是加速度：



而原型与模型的质量、刚度和时间尺度均未变化：



因而可以发现模型和原型相比，只有尺寸、力、速度、加速度的相似比发生了变化：



所以有，当原型的反应为式（ 5.23 )时，模型的反应*R*为：



（ 5.24 )

以上的响应*R*可指代结构的所有力、位移、速度和加速度响应。

（C）结构特性

结构特性包含质量特性和刚度特性。对于简化双自由度模型而言，结构特性指代桥墩质量*mp*、梁体质量*mg*、桥墩刚度*kp*和双线性滞回系统的刚度*ky*。

当结构的质量或者刚度整体发生缩放时，可以类似地使用相似原理对变化后结构的响应进行预测。

以质量发生变化时为例，当：



由上式可以直接推出时间相似比：



到此，质量发生整体变化时，质量相似比*λM*和时间相似比*λT*已经确定。但是尺寸相似比可以采用两种不同的策略：保持尺寸相似比*λL*为1和保持加速度相似比*λa*为1。

当采用保持尺寸相似比*λL*为1的策略时，以下相似比不变：



而加速度相似比*λa*变为：



此时，若原型的反应为：



则模型的反应为：



（ 5.25 )

上式R可以指代任何位移、力反应。

当采用保持加速度相似比*λa*为1的策略时，以下相似比不变：



以下相似比发生变化：



此时，若原型的反应为：



则模型的反应为：



（ 5.26 )

上式R可以指代任何位移、力反应。

以上两种近似方法存在共同点：时间相似比*λT*发生变化。而*λT*发生变化，直接影响了地震波的能量频率成分分布。其效果等同于地震波波形发生了变化。因此，当预测结构特性变化时，双线性滞回系统的最优*fy*取值，必须依赖于前文中地震波波形的影响。

对比式（ 5.25 )和式（ 5.26 )，由于保持*λa*为1的策略，满足了前文中“地震波波形影响”讨论一节中地震波能量保持不变的前提，可借用前文的结论预测质量变化对最优取值的影响。因而选择使用式（ 5.26 )。结论如下，当结构的质量从M0变化为λM M0时，双线性滞回系统fy的最优取值变化为：



（ 5.27 )

类似地，当结构质量发生变化时，



保持加速度相似比不变，有：







此时，若原型的反应为：



则模型的反应为：



（ 5.28 )

上式R可以指代任何位移、力、加速度反应。λ取值与R的量纲有关。

类似地，根据地震波波形的影响预测刚度变化后结构的最优参数取值：



（ 5.29 )

为了验证上述使用相似原理预测结构变化后地震响应方法的正确，将5.1.2 节中的简化模型的质量，调整为mp=391.2t，mg=2160t，调整系数为*λM*=2.4。保持结构刚度不变，地震波PGA不变。同时，按照式（ 5.26 )调整地震波能量频率分布，得到结构变化后的响应的实际值和预测值如下。



1. 墩梁相对位移 b) 桥墩力



c)归一化耗能量

图 5.19 质量变化后地震响应的实际值与预测值

Figure 5.19 the Actual Values and Predicted Values after Mass Change

从上图中，可以看出预测方法对桥墩力和耗能量预测符合较好，而对墩梁相对位移的预测拟合程度一般。而耗能量预测的准确性也可以说明公式（ 5.27 )的准确性，即式（ 5.27 )可以较好地预测结构特性变化后最优*fy*的取值。

*mp*相对*mg*为小量。在独柱墩的结构形式*mp*通常小于*0.05mg*倍[45]*。*就简化模型的自振特性而言，当*mp*的取值在0.01到0.2倍*mg*变化时，一阶周期和振型几乎不变化，变化较大的是二阶振型。但一阶振型是振型参与系数大，在地震中能量也比较大，因而可以认为*mp*的变化对简化模型的一阶模态坐标影响较小，因而对墩梁相对位移的影响也较小。但是地震力的大小与质量直接相关。在隔震结构中，桥墩本身的质量*mp*对桥墩力有较为明显的影响。



图 5.20 一阶周期和振型的变化图

Figure 5.20 Variation Diagram of 1st modal period and shape



图 5.21 *mp*对地震响应的影响

Figure 5.21 Impact of *mp* on Seismic Response

## 两级摩擦摆支座参数优化设计

两级摩擦摆支座可以看做是两个双线性滞回系统的组合。因而背靠5.1 节的结论，可以快速地得出两级摩擦摆支座参数设计的思路。

### *k1*、*k2*对减隔震效果的影响

根据第3章 的描述，两级摩擦摆支座的滞回曲线一共有5个参数：阶段Ⅰ的屈后刚度*k1*和屈服力*fy1*，阶段的屈后刚度*k2*和屈服力*fy2*，及挡块限制位移量*d1*。

五个参数的存在给大规模正交性数值模拟带来巨大的计算压力。联想到双线性滞回曲线中，屈后刚度对地震响应的影响较小。因而猜想两级摩擦摆支座的*k1*、*k2*对地震响应的影响也比较小。

使用5.1.2 节的简化双自由度模型，计算两级摩擦摆支座在不同的*k1*、*k2*参数下的减隔震效果。其中两级摩擦摆支座*fy1*取100kN，*fy2*取400kN，*d1*取50mm。地震波输入采用1号人工波，PGA=200gal。*k1*在500~3600kN/m变化，*k2*在700到5040kN/m变化。这两者在变化时保持比例一致。将地震响应随变化参数的关系作于下图。



图 5.22 地震响应与两级摩擦摆支座*k1*、*k2*的关系

Figure 5.22 the Relationship between Seismic Response and *k1*/*k2* of DSFPB

从上图中可以看出，当两级摩擦摆的屈后刚度在较大的范围内变动时，地震响应有一定程度的变化。其中墩梁相对位移与屈后刚度呈负相关关系，桥墩力与屈后刚度呈正相关关系。两者的变化幅度在8%左右。虽然此变化幅度不能完全忽略，但考虑到实际工程中屈后刚度的取值比图中给出的范围窄，实际地震响应的波动更小，因而认为屈后刚度*k1*、*k2*对两级摩擦摆支座的减隔震效果影响较小，可以忽略。

### *fy1*、*d1*优化设计

4.7 节指出，两级摩擦摆支座相比于传统的双线性滞回特性的支座最大的特点在于对不同水平地震动的自适应性：低水平地震动下两级摩擦摆支座使用屈后刚度和屈服力较小的滞回环，高水平地震动使用屈后高度和屈服力较大的滞回环。结合上述两级摩擦摆的分级工作的特点，指定两级摩擦摆支座*fy1*、*d1*的参数设计思路如下：*fy1*的最优值按照结构在指定的低水平设计地震动下的双线性滞回系统的最优参数进行设计；*d1*的最优值应使两级摩擦摆支座在低水平的设计地震动下不触及或者尽可能不触及限位装置。

根据上述的最优取值思路，*fy1*可参考5.1 节内容定出。*d1*的取值与结构在低水平地震动下的墩梁相对位移有直接关系。由于墩梁相对位移是随机变量，建议取图 5.18中置信水平为0.9的相对墩梁位移。此值可以保证结构有较大概率在低水平设计地震动下不会触及到限位装置。

### *fy2*优化设计

*fy2*的取值针对高水平设计地震动。在高水平设计地震动下，两级摩擦摆支座通过更高屈服力的中上滑动所代表的滞回环进行耗能。和双线性滞回系统类似，过低的*fy2*取值无法充分发挥耗能能力，而过大的取值使得支座难以进入减隔震工作状态。*fy2*的取值也存在最优值。

两级摩擦摆支座的第二级滞回环是在第一级滞回环发生后才发生的，其非线性程度可以说远超单纯的双线性滞回系统。但是我们依然可以依据双线性滞回系统*fy*的最优值去粗略估计*fy2*的最优取值。以下提供一种近似估算方法。

两级摩擦摆支座的两个滞回系统在力学关系上是串联，但它们在耗能上依然是叠加的关系。*fy1*的提升必然使第一级滞回环耗能占比增大，给第二级滞回环造成负面影响。而且可以预见的是，*fy2*的取值对地震动施加在梁体上的惯性力的响应较小。如果双线性滞回系统的耗能量与屈服力*fy*直接挂钩，在已知单个双线性滞回系统在该水平的地震动最优*fy,op*，且已知两级摩擦摆支座第一级滞回环的屈服力已设定为*fy1*时，第二级滞回环的屈服力*fy2*可以按下式取值：



（ 5.30 )

为了验证式（ 5.30 )的准确性，取高水平地震动为低水平地震动的4倍。*fy1*和*d1*按照5.2.2 节设置。计算简化模型在*fy2*大量取值下的地震反应，并按4类场地进行分类。

使用式（ 5.30 )计算*fy2,op*预测值，并按归一化耗能的最大计算其实际值，得到下表。根据表 5.6和图 5.23，从耗能量的角度上，*fy2*的确存在最优取值。并且式（ 5.30 )预测的最优取值几乎在*fy2*的极值点附近，预测的准确性较好。

表 5.6 *fy2,op*的预测值与实际值比较（单位：kN）

Table 5.6 the Comparison between Predicted Value and Actual Value for *fy2,op* (Unit:kN)

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| 场地类别 | Ⅰ | Ⅱ | Ⅲ | Ⅳ |
| *fy2,op*预测值 | 900 | 1125 | 1425 | 2175 |
| *fy2,op*实际值 | 925 | 1200 | 1550 | 2150 |
| 误差 | -2.7% | -6.3% | -8.1% | 1.2% |



图 5.23 不同场地类型下归一化耗能与*fy2*的关系

Figure 5.23 Normalize Hysteretic Energy vs *fy2* under Different Soil Type

以下给出各个场地类别下的地震响应。从图中可以看出，fy2与地震响应的关系与5.1 节中双线性系统的情况一致：fy2与墩梁相对位移呈负相关，与桥墩力呈正相关。但是不一样的是，fy2与墩梁相对位移的曲线整体来说，斜率相对比较平稳，不存在明显斜率变化的拐点。从这一点上说，若从地震响应的角度上考量，fy2的最优取值可以比单纯的双线性系统更广泛。

1. Ⅰ类场地

1. Ⅱ类场地

1. Ⅲ类场地



1. Ⅳ类场地

图 5.24 考虑置信水平的地震响应

Figure 5.24 Seismic Response considering Confidence Level

## 本章小结

本章探讨了两级摩擦摆支座及双线性滞回系统的参数优化设计问题，进而解决了结构的支座选型问题。本章主要的工作和结论如下：

（1）基于一阶动能和势能相等，提出了一种新的规则桥梁的简化双自由度模型计算方法。通过matlab自编有限元计算程序FEM3DFRAME验证了该方法对原结构地震响应模拟的准确性。

（2）在简化双自由度模型的基础上，使用sap2000的OAPI手册进行大规模参数化计算。计算结果表明：墩梁相对位移和桥墩力受双线性滞回系统的屈服刚度影响较小；而桥墩力与屈服力呈正相关且近似满足一次函数关系；墩梁相对位移与屈服力呈负相关，且双线性系统的墩梁相对位移与屈服力曲线存在斜率的拐点，并将该点作为屈服力取值的最高收益点。因而双线性滞回系统参数设计的关键是屈服力的取值。

（3）屈服力最高收益点与双线性滞回系统耗能最大时屈服力密切相关，并从简化模型承受周期位移荷载的耗能量上证明了屈服力存在最优取值，同时证明了屈后刚度对地震响应影响较小。因而，可以将耗能量最大的屈服力作为最优屈服力取值的参考。

（4）使用MonteCarlo模拟法计算了结构在4种场地类型的地震波下的响应，给出了它们对应的最优屈服力取值。最优屈服力fy,op是场地特征频率的函数，两者呈负相关关系，近似函数关系为。指出了结构的地震响应是随机变量，并建议使用置信水平0.9的值作为设计值。

（5）提出了双线性滞回系统屈服力最优取值在不同类型地震波、不同PGA、不同结构特性的场景中的推广的方法。指出了结构特性的变化与地震波功率谱的变化存在密切联系，并使用质量变化后的结构验证了这种联系。

（6）两级摩擦摆支座k1、k2对支座减隔震效果影响较小。两级摩擦摆支座一级滞回环可按双线性滞回系统在低水平地震动下的参数设计进行设计。限位装置d1可按置信水平0.9的墩梁相对位移设计。第二级滞回环的设计需参考双线性滞回系统在高水平地震动下的参数设计进行设计。*fy2*建议的最优取值为。同时也指出，两级摩擦摆支座下，墩梁相对位移与曲线不存在*fy2*明显斜率拐点。*fy2*最优取值可以根据地震响应响应曲线灵活选取。

# 结论与展望

## 结论

本文围绕着新提出的减隔震装置——两级摩擦摆支座，从摩擦摆恢复力模型、新支座的构造与工作机制、新支座的减隔震性能和新支座的参数优化设计等4个角度进行展开描述。相比于传统减隔震支座，两级摩擦摆具有对不同水平地震动的自适应性，具有不错的工程运用前景。本文取得的主要成果如下：

（1）基于力矩平衡提出了一种新的双曲面摩擦摆支座的恢复力模型，给出了详细的推导过程和假设条件。并将新恢复力模型与已有的恢复力模型进行误差对比，从假设条件的角度对两者的误差来源进行了说明。使用abaqus验证了新恢复力模型准确性。

（2）使用新恢复力模型对摩擦接触面的正压力分布、摩擦摆支座的剪切-转动下的失稳问题进行了研究。并得出了“摩擦系数相差过大导致过大的压力”、“高墩下的摩擦摆支座有发生支座失稳的风险”等结论，并提出了摩擦摆支座失稳安全系数的概念。

（3）对两级摩擦摆支座进行了介绍。主要描述了其几何构造，不同滑动状态下的工作机制。并运用新提出的恢复力模型对其进行了全阶段的受力分析，得到了其完整的滞回曲线，并给出了确切公式和参数设置要求。通过abaqus验证了该理论公式的正确性。

（4）提出了两级摩擦摆支座的简化模拟方式。在此基础上，以某高速公路连续梁桥为基础，建立了横桥向框架空间杆系单元模型。通过对比在设置两级摩擦摆和传统双线性滞回支座下的结构地震响应，探讨了两级摩擦摆支座的减隔震性能。结果表明两级摩擦摆支座最大的特点是对于不同水平地震动的自适应性：在高低两水平设计地震动下，两级摩擦摆支座通过不同的工作模式，均能达到良好的减隔震效果，使结构实现不同水平地震动下的设防目标。

（5）针对规则桥梁，提出了一种新的简化双自由度模型计算方法。通过matlab自编有限元计算程序FEM3DFRAME验证了该方法对原结构地震响应模拟的准确性。在此基础上，使用sap2000的OAPI手册进行大规模参数化计算。计算结果表明：双线性滞回系统参数设计的关键是屈服力。从理论上证明了屈服力的取值存在一个最优值，并建议将耗能量最大对应的取值最为最优屈服力的参考值。

（6）使用MonteCarlo模拟法计算了结构在4种场地类型的地震波下的响应，给出了屈服力最优值与场地特征频率的近似关系。并指出了结构的地震响应是随机变量，并建议使用置信水平0.9的值作为设计值。

（7）提出了双线性滞回系统屈服力最优取值在不同类型地震波、不同PGA、不同结构特性的场景中的推广的方法。指出了结构特性的变化与地震波功率谱的变化存在密切联系，并使用质量变化后的结构验证了这种联系。

（8）两级摩擦摆参数优化设计可参考双线性滞回系统的参数优化设计结论。具体策略为：一级滞回环可按双线性滞回系统在低水平地震动下的参数设计进行设计。限位装置d1可按置信水平0.9的墩梁相对位移设计。二级滞回环的屈服力*fy2*可按双线性滞回系统在高水平地震下的最优值减去*fy1*的方法估计。

## 展望

限于本人的时间和能力，两级摩擦摆支座仍存在部分工作内容需要完善：

（1）本文仅从理论和数值模拟的角度对两级摩擦摆支座进行了说明。将此成果转化之前必须进行支座成品试验。如有可能还需开展振动台试验。

（2）本文参数优化设计一节，针对的地震波局限于均值为0的地震波，且假设了基岩振动为白噪声。实际的地震动有可能会产生本文描述之外的结果。

（3）本文中使用的桥墩结构、性能目标均为线弹性。尚未引入结构的非线性行为。然而实际结构中确有可能使用到结构的塑性能力。

参考文献

[1] ZAYAS V, LOW S, MAHIN S. The FPS earthquake resisting system [J]. Rep No UCB/EERC-87, 1987, 1(

[2] CONSTANTINOU M C, CACCESE J, HARRIS H G. Frictional characteristics of Teflon–steel interfaces under dynamic conditions [J]. Earthquake Engineering & Structural Dynamics, 1987, 15(6):

[3] CONSTANTINOU M, MOKHA A, REINHORN A. Teflon Bearings in Base Isolation II: Modeling [J]. Journal of Structural Engineering, 116(2): 455-74.

[4] ABRAHAMSON E, MITCHELL S. Seismic response modification device elements for bridge structures development and verification [J]. Computers & Structures, 81(8-11): 463-7.

[5] EROZ M. Advanced Models for Sliding Seismic Isolation and Applications for Typical Multi-Span Highway Bridges [J]. 2020,

[6] ATES S, DUMANOGLU A A, BAYRAKTAR A. Stochastic response of seismically isolated highway bridges with friction pendulum systems to spatially varying earthquake ground motions [J]. 27(13): 1843-58.

[7] 李大望, 关罡, 赵卓. 摩擦摆系统稳态随机响应预测 [J]. 世界地震工程, 3): 101-4.

[8] 焦常科, 李爱群, 伍小平. 竖向动压力对FPS隔震连续梁桥地震响应影响研究 [J]. 应用基础与工程科学学报, 4): 82-90.

[9] 温佳年, 李洪营, 韩强, et al. 滑动摩擦隔震桥梁振动台试验研究 [J]. 地震工程与工程振动, 2016, 36(02): 102-10.

[10] 张常勇, 钟铁毅, 杨海洋. 摩擦摆支座隔震连续梁桥地震能量反应研究 [J]. 振动与冲击, 16):

[11] 周云, 龚健. 摩擦摆隔震技术研究和应用的回顾与前瞻(Ⅱ)——摩擦摆隔震结构的性能分析及摩擦摆隔震技术的应用 [J]. 工程抗震与加固改造, 2010, 32(4): 1-19.

[12] MORGAN T A. The use of innovative base isolation systems to achieve complex seismic performance objectives [J]. 2007,

[13] 李振洋. 三重摩擦摆支座的滞回性能研究与工程算例分析 [D]; 北京交通大学, 2017.

[14] 王辉. 热滑移型摩擦摆隔震支座力学性能分析与隔震性能研究 [D]; 山东大学, 2017.

[15] 陈忠海, 桂长忍, 赵前进, et al. 十字摩擦摆支座设计验证与应用分析 [J]. 铁道建筑, 2017, 03): 36-8+49.

[16] PRANESH M, SINHA R. VFPI: an isolation device for aseismic design [J]. Earthquake engineering & structural dynamics, 2000, 29(5): 603-27.

[17] MURNAL P, SINHA R. Aseismic design of structure–equipment systems using variable frequency pendulum isolator [J]. Nuclear Engineering and Design, 2004, 231(2): 129-39.

[18] MURNAL P, SINHA R. Behavior of torsionally coupled structures with variable frequency pendulum isolator [J]. Journal of Structural Engineering, 2004, 130(7): 1041-54.

[19] 邓雪松, 龚健, 周云. 变曲率摩擦摆隔震支座理论分析与数值模拟 [J]. 土木建筑与环境工程, 2011, 33(01): 50-8.

[20] 项敬辉, 喻志然, 冯克岩. 速度锁定型变曲率摩擦摆式支座实际工程应用分析 [J]. 华东公路, No.230(2): 98-100.

[21] 聂健行, 赵建锋, 李洪一, et al. 拉索防落梁摩擦摆支座减震效果的数值分析 [J]. 青岛理工大学学报, v.39;No.160(1): 25-30.

[22] 陈永祁, 杨风利, 刘林. 摩擦摆隔震桥梁的设计及应用 [J]. 工业建筑, 2009, s1): 256-61.

[23] 王舜. 摩擦摆式减隔震桥梁支座仿真及试验研究 [D]; 河北科技大学.

[24] 叶爱君, 管仲国, 范立础. 桥梁抗震 [D], 2002.

[25] 邓雪松, 龚健, 周云. 双凹摩擦摆隔震支座理论分析与数值模拟研究 [J]. 广州大学学报：自然科学版, 2010, 09(4): 71-7.

[26] 韩俊华. 双凹摩擦摆支座的非线性振动及在大跨结构中的影响分析 [D]; 兰州理工大学, 2013.

[27] 郑传礼. 数控的现状与发展 [J]. 兵工自动化, 1997, 03): 5-9+51.

[28] 成玲, 李海波. 基于脚本语言的abaqus二次开发 [J]. 现代机械, 2009, 2): 58-9.

[29] WANG K, LIN X, HU X, et al. Investigation of the bridge seismic performance in the west of China; proceedings of the 13th World Conference on Earthquake Engineering, Cana-da, F, 2004 [C].

[30] BOUC R. Forced vibrations of mechanical systems with hysteresis; proceedings of the Proc of the Fourth Conference on Nonlinear Oscillations, Prague, 1967, F, 1967 [C].

[31] 于巍. Bouc-Wen模型线性化研究现状 [J]. 机械工程与自动化, 3):

[32] 周灵源. 钢筋混凝土框架加固结构中粘弹性消能支撑的刚度效应分析 [D]; 西南交通大学, 2004.

[33] 孙印, 刘明军. 公路桥梁及城市桥梁抗震重要性系数与地震重现期 [J]. 价值工程, 27):

[34] 杨风利. 铁路桥梁减隔震设计方法及设计参数研究 [D]; 北京交通大学, 2007.

[35] 周锡元, 李中锡. 规则型隔震桥梁结构的简化分析方法 [J]. 土木工程学报, 2001, 34(3): 53-8.

[36] CHOPRA A K. Dynamics of structures theory and [M]. 1995.

[37] 廖平, 贾毅, 赵人达, et al. 摩擦摆支座参数对桥梁结构地震响应的影响 [J]. 铁道建筑, 2016, 7): 22-5.

[38] 欧阳柳, 王少华, 李冰, et al. 摩擦摆支座滑动位移量选取研究 [J]. 机械设计与制造, No.327(5): 95-8.

[39] 李冰. 摩擦摆支座的隔震桥梁抗震性能研究 [D]; 西南交通大学, 2015.

[40] 聂健行. 摩擦摆支座的抗震参数分析及优化措施 [D]; 青岛理工大学.

[41] 江近仁, 洪峰. 功率谱与反应谱的转换和人造地震波 [J]. 地震工程与工程振动, 03): 3-13.

[42] KANAI K. An empirical formula for the spectrum of strong earthquake motions [J]. 地震研彙報, 1961, 39(85-95.

[43] 欧进萍, 朱荻涛. 设计用随机地震动的模型及其参数确定 [J]. 地震工程与工程振动, 011(003): 45-54.

[44] 陈永祁, 刘锡荟, 龚思礼. 拟合标准反应谱的人工地震波 [J]. 建筑结构学报, 4): 36-45.

[45] 李刚, 杨迪雄, 程耿东. 基于功能的基础隔震结构一体化优化设计 [J]. 应用力学学报, 2004, 21(1): 13-6.