

Digitális modulációk

2

- A digitális moduláció célja a lehető legtöbb információ átvitele a legkisebb sávszélesség felhasználásával, a legkisebb hibavalószínűséggel.
- Ellentétben az analóg modulációs eljárásokkal, itt nem feltétel a jelek alakhű átvitele, a digitális üzenet hibaaránya minősíti az átviteli rendszert.

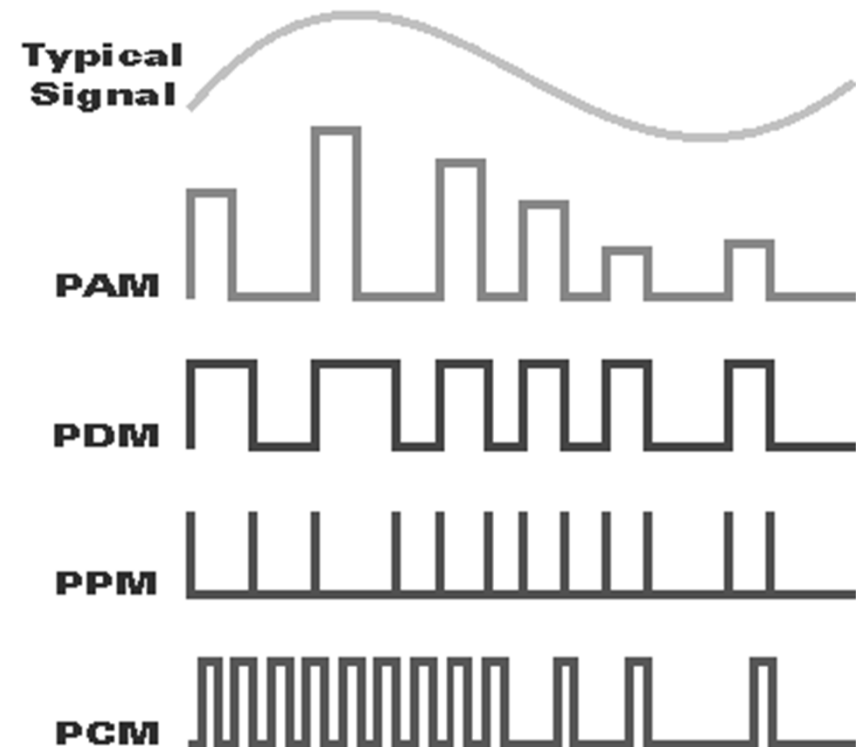
Alapsávi digitális modulációs eljárások



3

- **Pulse Amplitude Modulation (PAM)**
Az impulzus amplitúdója hordozza az információt
- **Pulse Duration Modulation (PDM)**
Az impulzus időtartama hordozza az információt
- **Pulse Position Modulation (PPM)**
Az impulzus késleltetése hordozza az információt
- **Pulse Code Modulation (PCM)**
Binárisan kódolt impulzussorozat

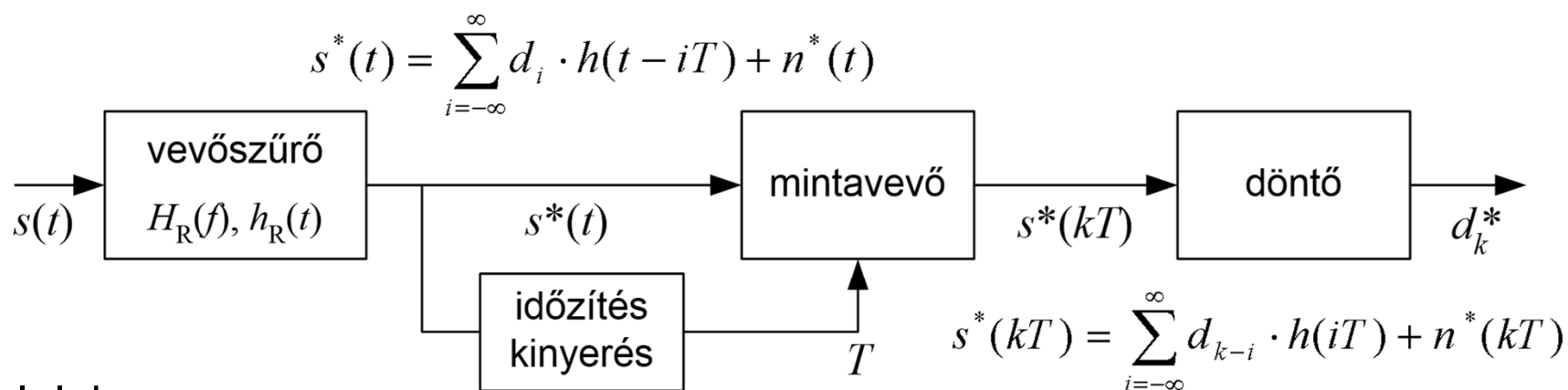
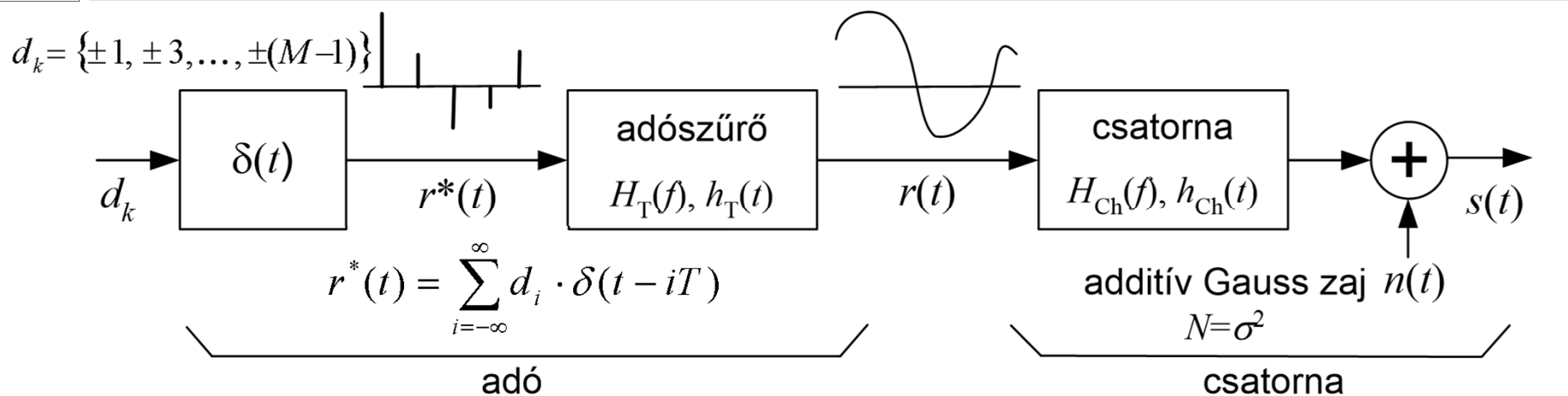
Modulation



Szinkron PAM átvitel modellje



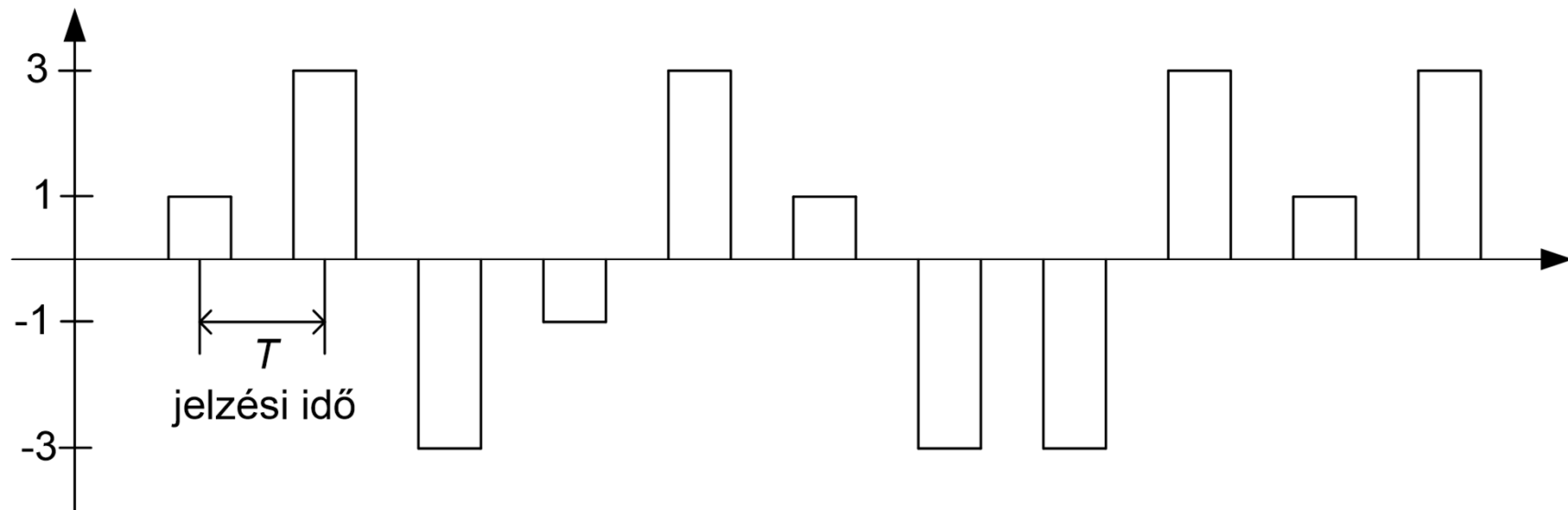
4



Elemi jelalak a

mintavevő bementén: $h(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \underbrace{H_T(f)H_{Ch}(f)H_R(f)}_{H(f)} e^{j2\pi ft} dt$

4 szintű PAM jel



Szintek száma: $M=2^n \quad \{\pm 1, \pm 3, \dots, \pm (2^n-1)\}$

Kapacitás: n bit/symbol

Digitális átvitel detekciós hibái



6

A vevőben hibás detekciót okozhat

- Szimbólumközi áthallás (Intersymbol interference, ISI)
Az elemi jel a szomszédos időrésekben is még nullától különböző értékű.
- Zaj
Az átvitel során a jelhez adódó zaj megváltoztatja az impulzusok amplitúdóját.
- Időzítési hiba (jitter)
A mintavételezés nem az optimális mintavételezési pontban (jezési rés közepe) történik.

Ezek az effektusok az átvitel során együtt jelentkeznek és képesek erősíteni egymás romboló hatását.

Szimbólumközi áthallás

7

Szimbólum közti áthallás oka a diszperzió (impulzus kiszélesedés). Diszperziót általában az átviteli út lineáris torzításai okozzák:

- Keskeny sáv szélesség

A kis sáv szélesség korlátozza jelváltozási sebességet.

- Nemlineáris fáziskarakterisztika

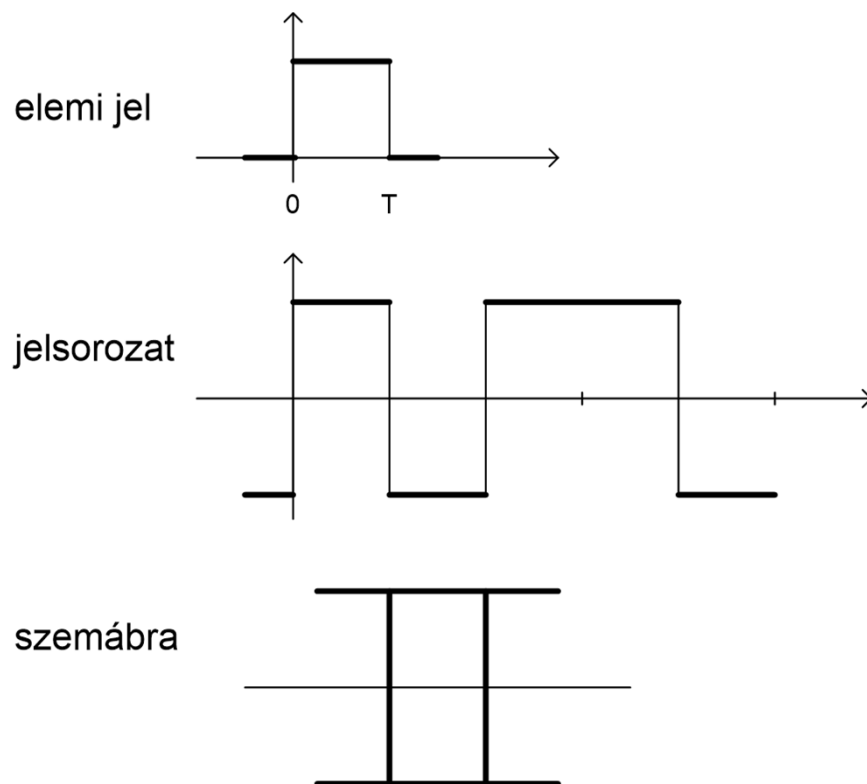
A nemlineáris fáziskarakterisztika futási idő ingadozást okoz. A jel különböző spektrális komponensei az átvitel során különböző késleltetést szenvednek és így a jel szétesik.

Lineáris torzítás hatása

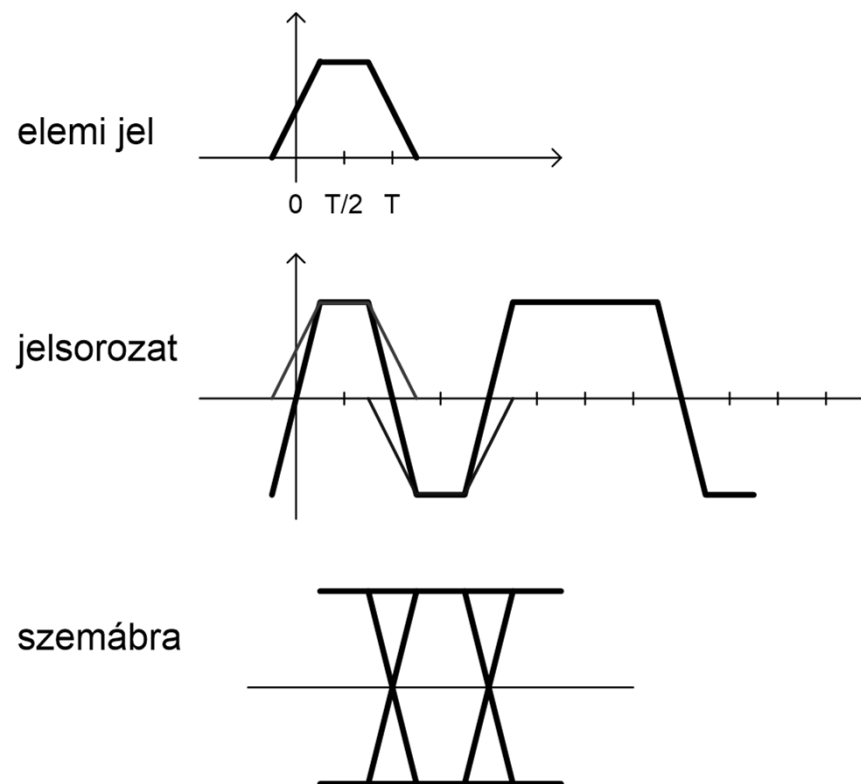


8

IDEÁLIS PAM JEL



DISZPERZIÓVAL SÚJTOTT JEL



Védekezés a szimbólumközi áthallás (ISI) ellen



9

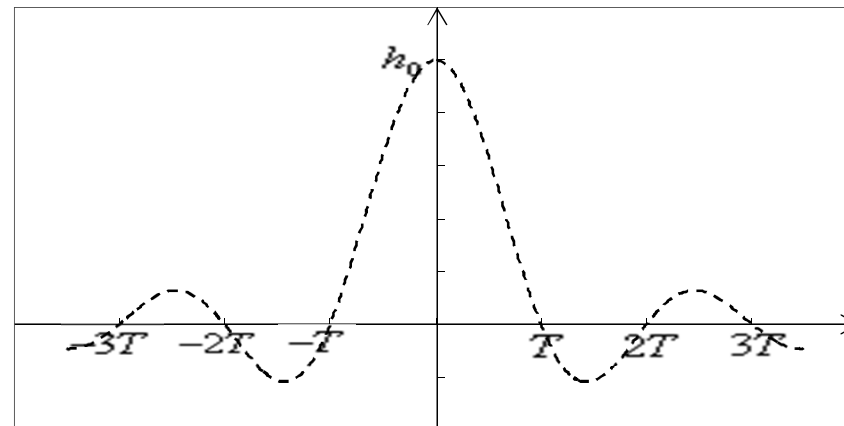
□ Szintátmenetek eltávolítása

pl. jelzési idő növelése → kisebb átviteli sebesség ☹

□ Jelformálás

Az elemi impulzus értéke a szomszédos mintavételi (jelzési) időpontokban zéró:

$$h(kT) = \begin{cases} h_0, & \text{ha } k = 0 \\ 0, & \text{ha } k \neq 0 \end{cases}$$



A mintavételi pontok között a jel értéke tetszőleges lehet.

A szimbólumközi áthallás mentes elemi jel spektruma



10

A szimbólumközi áthallás mentesség időtartománybeli feltétele:

$$h(kT) = \begin{cases} h_0, & \text{if } k = 0 \\ 0, & \text{if } k \neq 0 \end{cases}$$

Ennek alapján az ISI mentességet biztosító jelzési időnként mintavett elemi jel spektruma:

$$H_s(f) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(kT) e^{-j2\pi f kT} = h(0) = h_0$$

Tanultuk, hogy a mintavett jel spektruma megadható a folytonos jel mintavételi frekvenciával halmazozott spektrumával:

$$H_s(f) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} H\left(f - \frac{k}{T}\right)$$

Mivel a fenti két spektrum azonos, így az ISI mentességet biztosító elemi jelek jelzési frekvenciával halmazozott spektruma konstans (Nyquist kritérium):

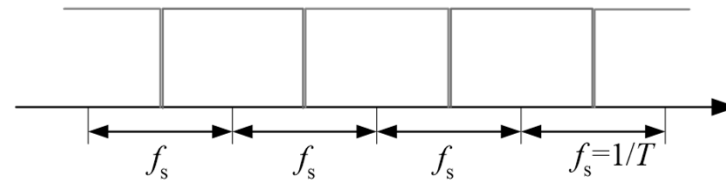
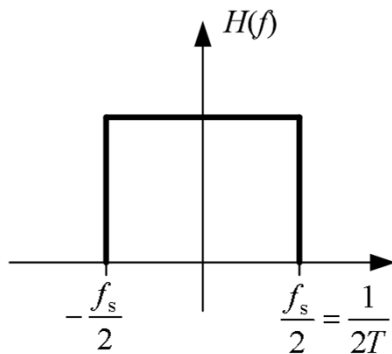
$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} H\left(f - \frac{k}{T}\right) = h_0 T$$

Nyquist kritériumot kielégítő szimbólumközi áthallásmentességet biztosító karakterisztikák

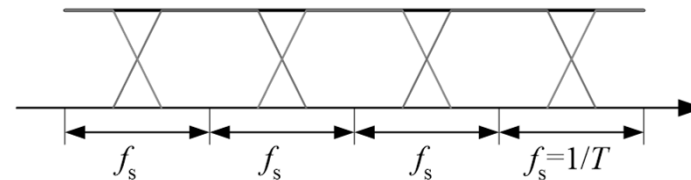
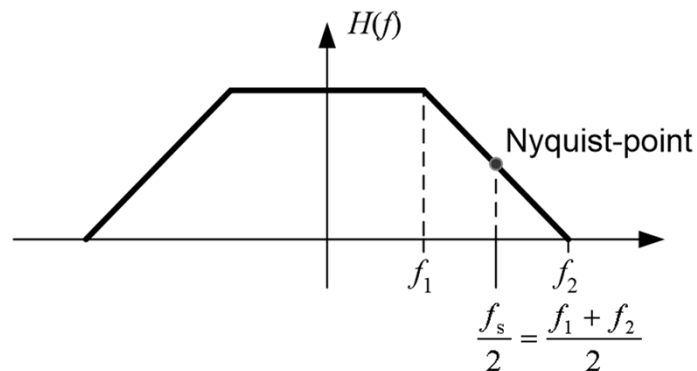


11

- Négyszög karakterisztika
- Jelzési frekvencia: $f_s = \frac{1}{T}$ [Hz]
- Jelzési sebesség: $R_s = \frac{1}{T} \left[\frac{\text{ymb}}{\text{sec}} = \text{baud} \right]$



- Trapéz karakterisztika

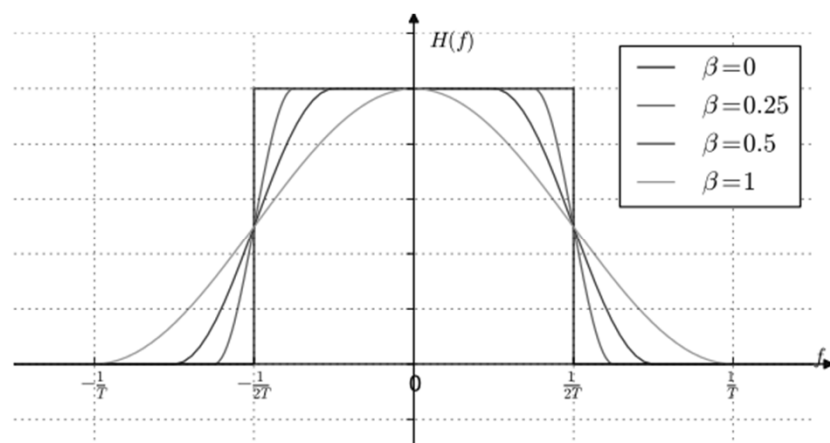


Nyquist kritériumot kielégítő szimbólumközi áthallásmentességet biztosító karakterisztikák



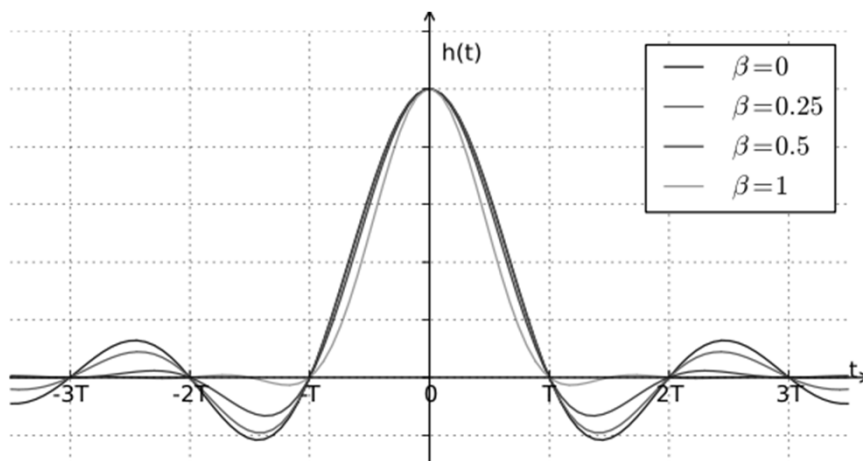
12

□ Emelt koszinusz (raised cosine) karakterisztika



$$H(f) = \begin{cases} 1, & |f| \leq \frac{1-\beta}{2T} \\ \frac{1}{2} \left[1 + \cos \left(\frac{\pi T}{\beta} \left[|f| - \frac{1-\beta}{2T} \right] \right) \right], & \frac{1-\beta}{2T} < |f| \leq \frac{1+\beta}{2T} \\ 0, & \text{egyébként} \end{cases}$$

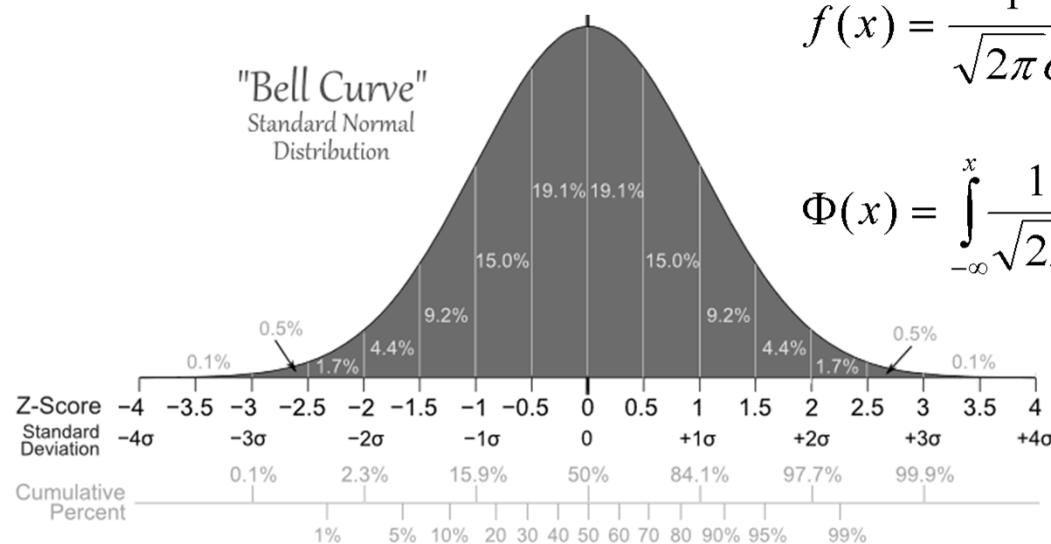
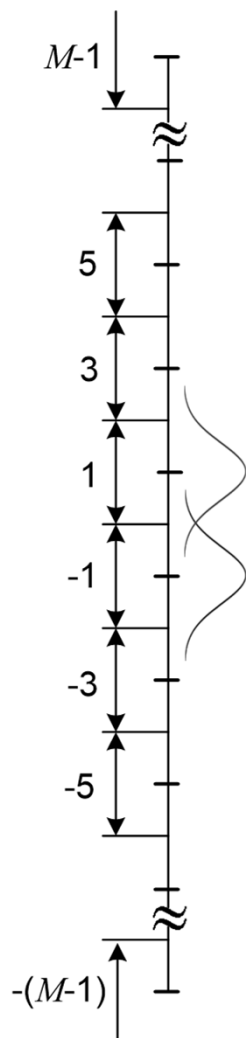
β : rolloff-factor



Zaj hatása a detekcióra



13



$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^x \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{u^2}{2}} du$$

$$\Phi\left(\frac{x}{\sigma}\right)$$

$$\mathbf{M}[n^2(t)] = \sigma^2$$

$$SNR = \frac{h_0^2}{\sigma^2} \frac{M^2 - 1}{3}$$

$$P_e = 2 \frac{M-1}{M} \Phi\left(-\frac{h_0}{\sigma}\right) = 2 \frac{M-1}{M} \Phi\left(-\sqrt{\frac{3SNR}{M^2-1}}\right)$$

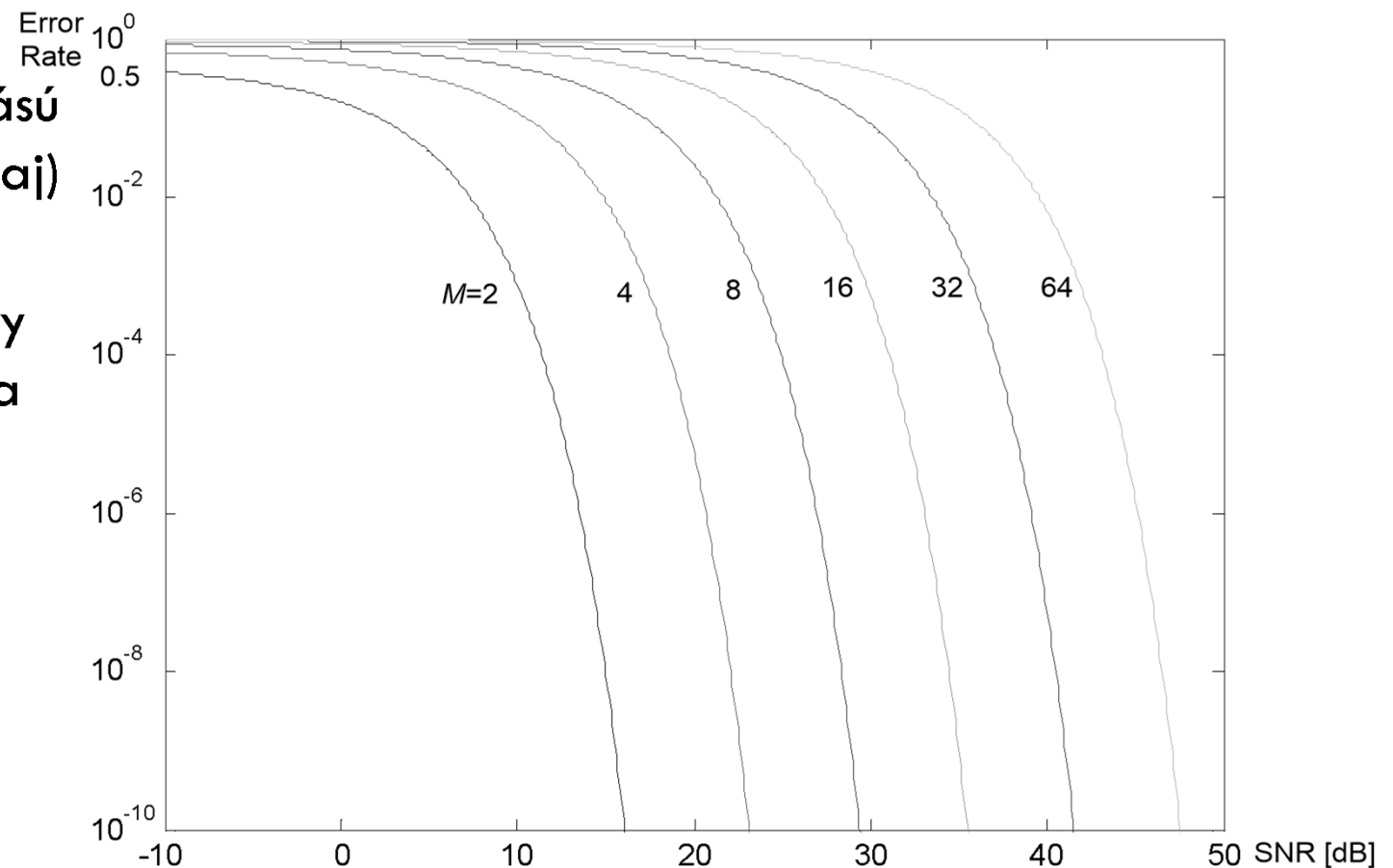
Zaj hatása PAM jelre

14

A zaj megváltoztatja az impulzusok amplitúdóját és ez a vevőben hibás döntéshez vezethet.

Zaj: normál eloszlású
fehér zaj (Gauss zaj)

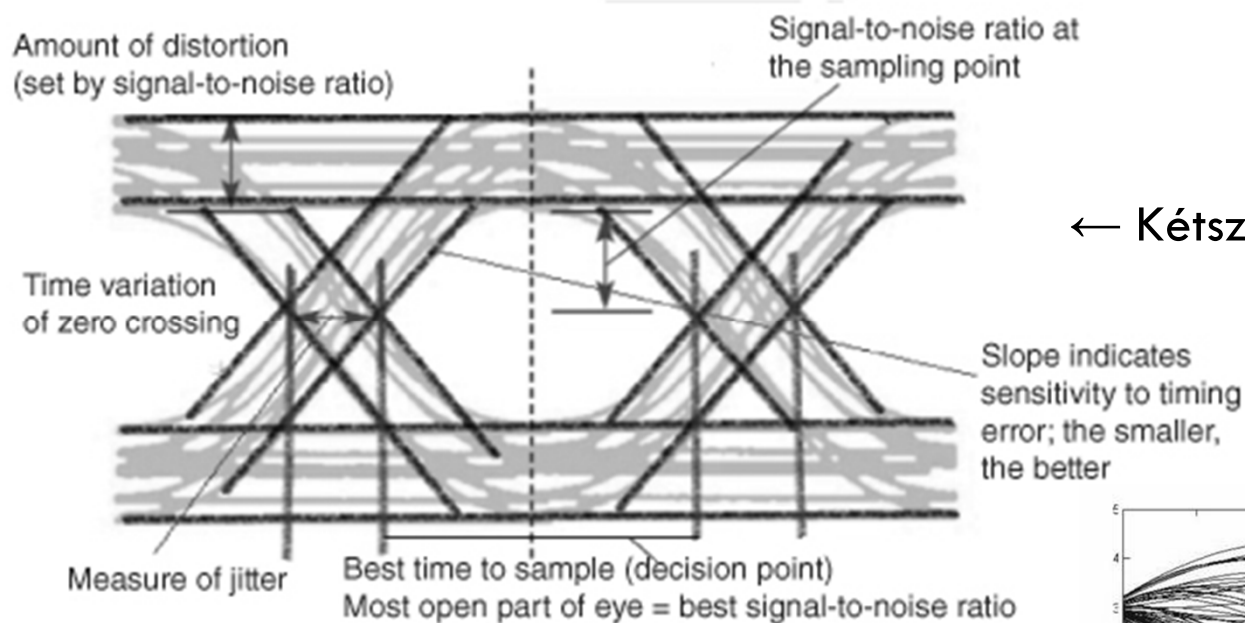
SNR: jel-zaj viszony
 M : szintek száma



A szemábra

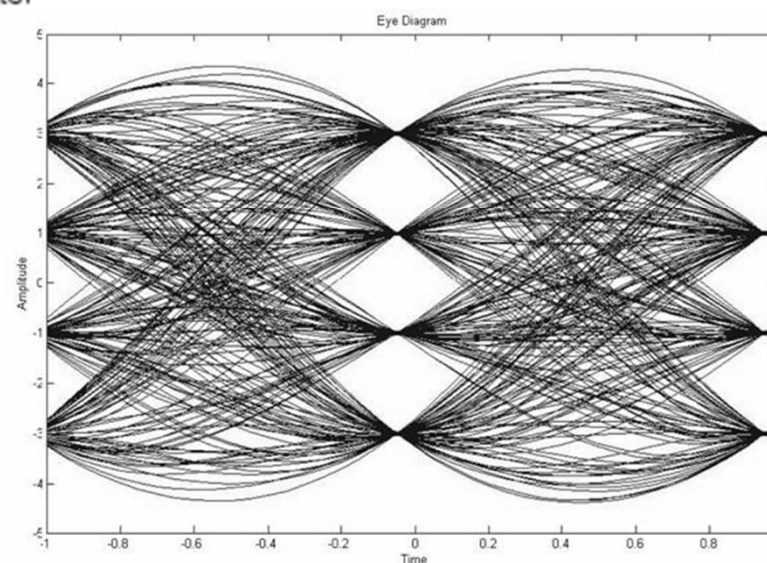


15



← Kétszintű jel szemábrája

Négyszintű jel szemábrája →



Bitsebesség és Csatornakapacitás



16

□ Bitsebesség (Az információ átvitel sebessége)

$$R_b = R_s \cdot \log_2 M \left[\frac{\text{bit}}{\text{sec}} \right]$$

ahol R_s : jelzési sebesség $\left[\frac{\text{symb}}{\text{sec}} \right]$

M : jelzési állapotok (szintek) száma

$M=2^n$, n : egy jelzési idő alatt átvitt bitek száma

□ Csatornakapacitás

$$C = \max R_b = \max R_s \cdot \max(\log_2 M)$$

$\max R_s \approx 2B$, ahol B a csatorna sávszélessége,

$\max M \approx \sqrt{SNR}$, SNR a jel/zaj viszony

$$C \approx 2B \cdot \log_2 \sqrt{SNR} = 2B \frac{10 \log_{10} SNR}{20 \log_{10} 2} = 2B \frac{SNR_{\text{dB}}}{6} = \frac{1}{3} B \cdot SNR_{\text{dB}}$$

Digitális modulációs technikák



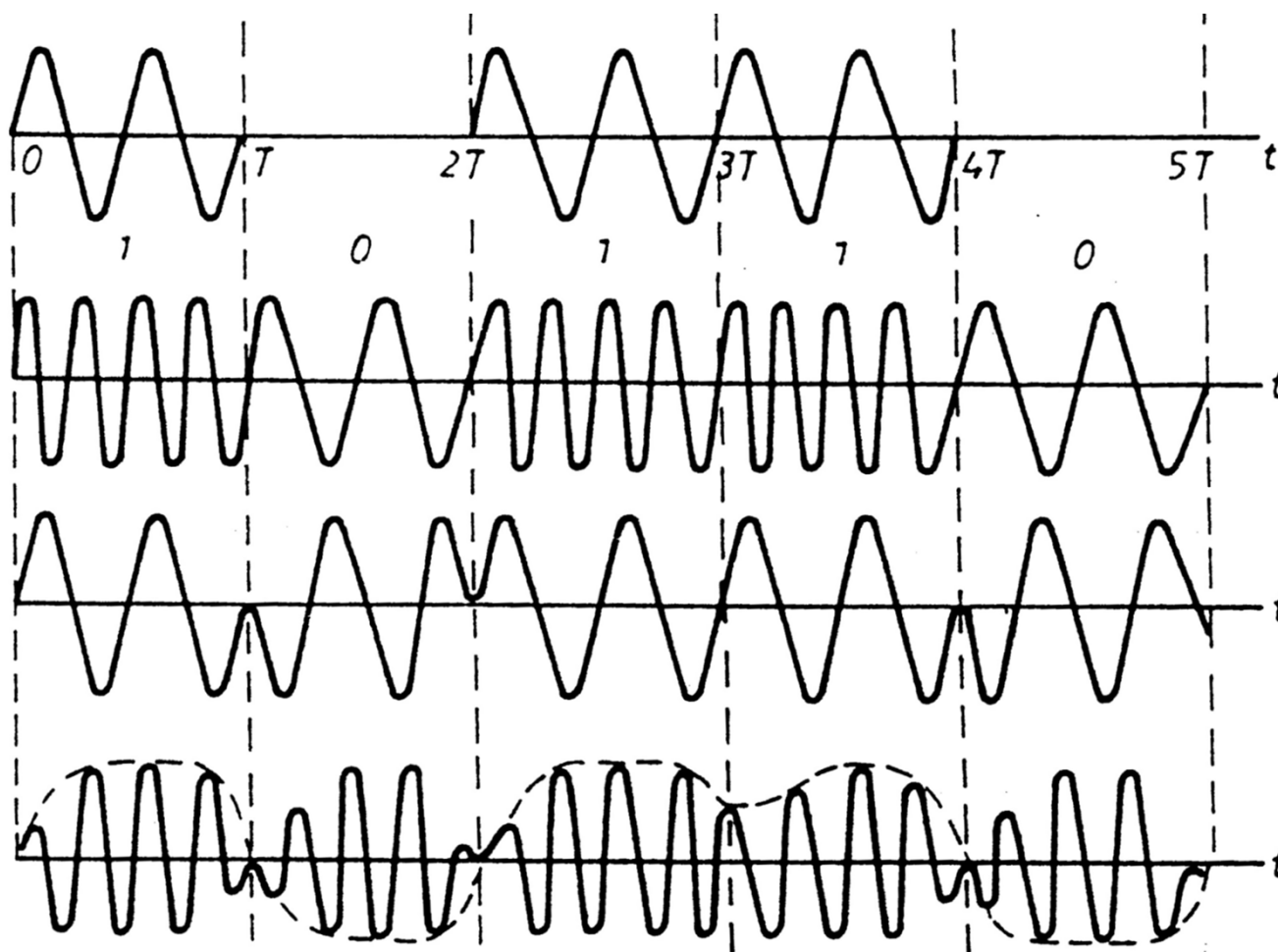
17

- Amplitúdó billentyűzés (ASK, Amplitude-Shift Keying)
Véges számú amplitúdót használ.
- Frekvencia billentyűzés (FSK, frequency-Shift Keying)
Véges számú frekvenciát használ.
- Fázis billentyűzés (PSK, phase-shift keying)
Véges számú fázist használ.
- Kvadratúra amplitúdó moduláció (QAM)
Véges számú amplitúdót és fázist használ.

Vivőfrekvenciás digitális modulációs rendszerek



18



ASK
(OOK, On-Off Keying)

FSK

PSK (BPSK)
Binary Phase Shift Keying

BPSK jel
jelformázás után

Amplitúdó billentyűzés ASK (Amplitude Shift Keying)



19

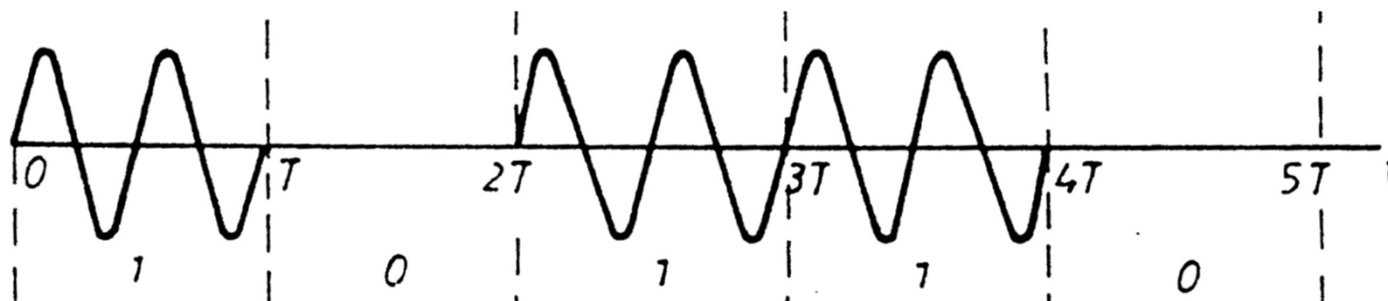
- Szinuszos vivő
- A moduláló jel digitális PAM

A moduláló jel a vivő amplitúdóját változtatja:

$$s_{\text{ASK}}(t) = d_k \cos(2\pi f t + \varphi) \quad \text{ha} \quad kT - T/2 < t \leq kT + T/2$$

▣ T : jelzési idő

▣ d_k : digitális modulációs tartalom: $d_k = \{\pm 1, \pm 3, \dots, \pm (M-1)\}$
ha $d_k \in \{0, 1\}$, OOK-nak (On-Off Keying) hívjuk



Frekvencia billentyűzés FSK (Frequency Shift Keying)



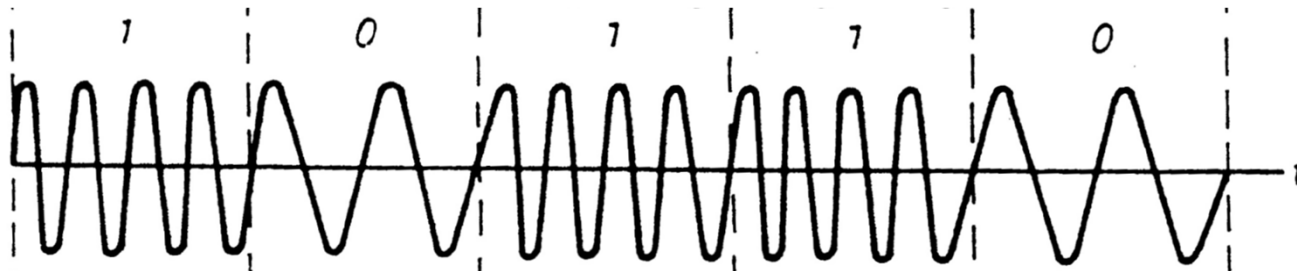
20

- Egy szinuszos vivő frekvenciáját változtatjuk a bináris moduláló jel pillanatnyi értékének megfelelően:

$$s_{\text{FSK}}(t) = A \cos[\phi(t)], \quad f(t) = \frac{d\phi(t)}{dt} = \begin{cases} f_0, & \text{if } d_k = 0 \\ f_1, & \text{if } d_k = 1 \end{cases}$$

ahol

- ▣ $f(t)$ a pillanatnyi frekvencia
- ▣ $f_c = (f_0 + f_1)/2$ a vivőfrekvencia
- ▣ $f_D = |f_0 - f_1|/2$ a frekvencialök



Fázis billentyűzés PSK (Phase Shift Keying)



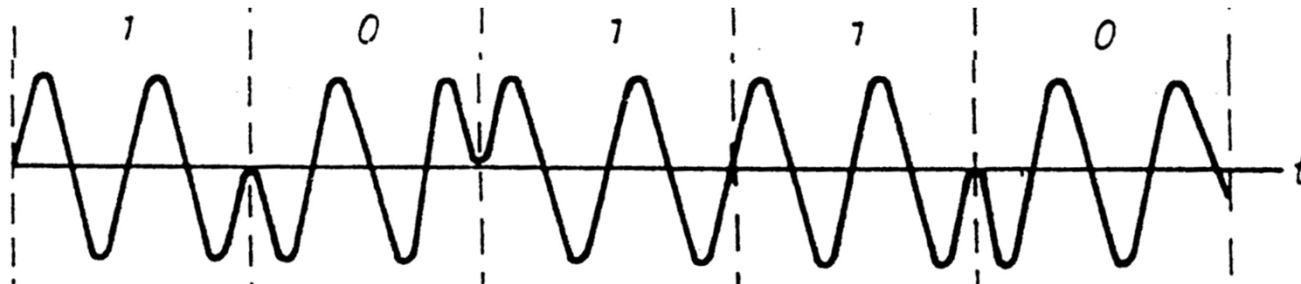
21

- Egy szinuszos vivő fázisát változtatjuk a digitális moduláló jel pillanatnyi értékének megfelelően:

$$s_{\text{PSK}}(t) = A \cos[2\pi f_c t + \phi_k], \quad \phi_k = d_k \cdot \pi / M$$

ahol

- ▣ d_k : digitális modulációs tartalom: $d_k = \{\pm 1, \pm 3, \dots, \pm(M-1)\}$
- ▣ M : a d_k szimbólumok száma: $M = 2^n$

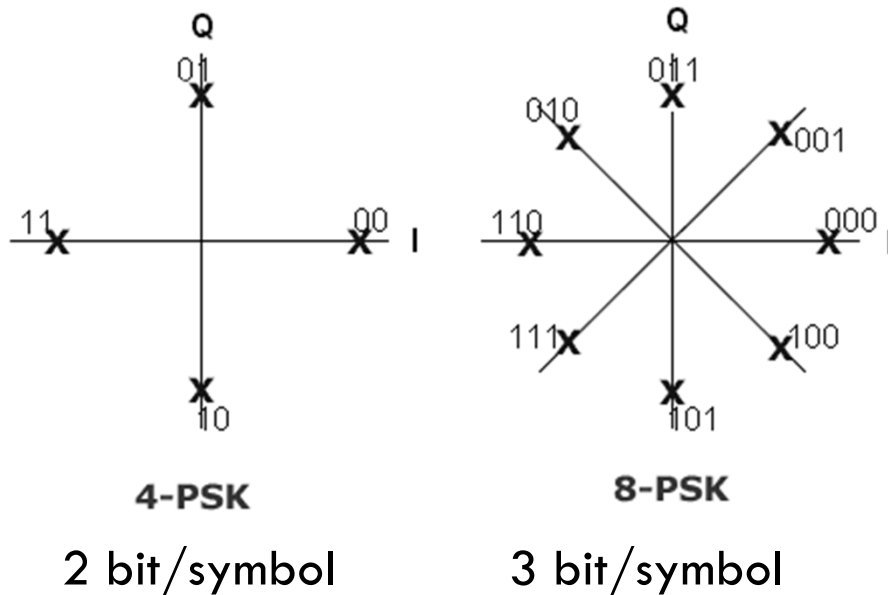


Többszintű fázis billentyűzés (xPSK)

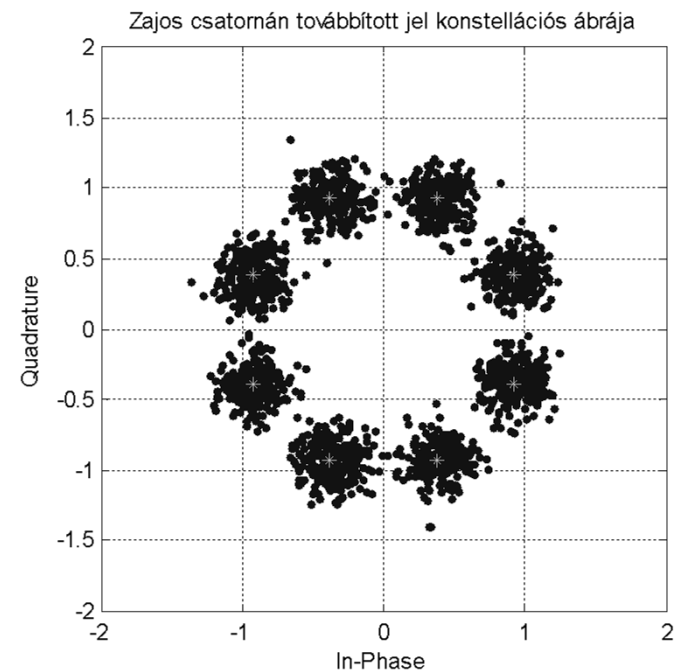


22

4PSK (QPSK) és 8PSK jelek
konstellációs diagramjai



8PSK jel szemábrája



Több szintnél nehéz a fázishelyzetek megállapítása a zaj miatt. Referencia jel szükséges, amihez a pillanatnyi fázishelyzetet viszonyítják.

Kvadratúra amplitúdó moduláció (QAM)



23

A QAM jel két kvadratúrában lévő vivőjű AM-DSB/SC jel összege:

$$s_{\text{QAM}}(t) = \underbrace{x(t) \cos(2\pi ft)}_{s_I(t)} - \underbrace{y(t) \sin(2\pi ft)}_{s_Q(t)}$$

$$x(t), y(t) \in \{\pm 1, \pm 3, \dots, \pm (M-1)\}$$

A QAM jel úgy is felfogható mint egy egyidejűleg amplitúdóban és fázisban is modulált jel:

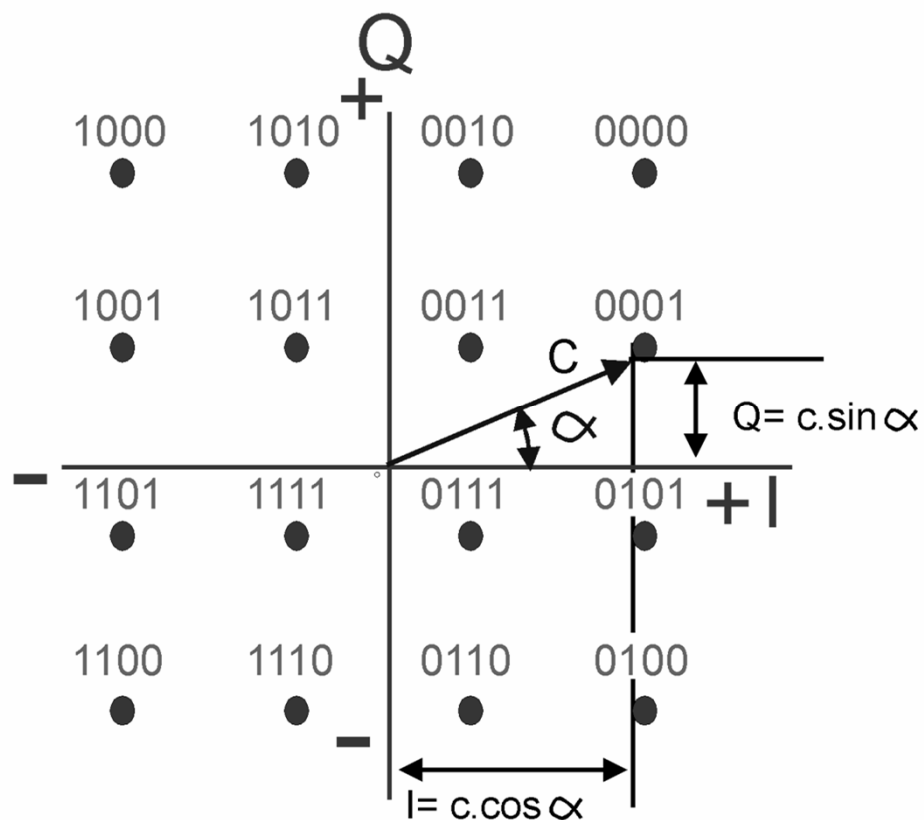
$$s_{\text{QAM}}(t) = \sqrt{x^2(t) + y^2(t)} \cdot \cos \left[2\pi ft + \arctg \frac{y(t)}{x(t)} \right]$$

Kvadratúra amplitúdó moduláció (QAM)



24

16QAM jel konstellációs diagramja



$$C = \sqrt{I^2 + Q^2}$$

$$\alpha = \arctg(Q/I)$$

Kvadratúra amplitúdó moduláció (QAM)



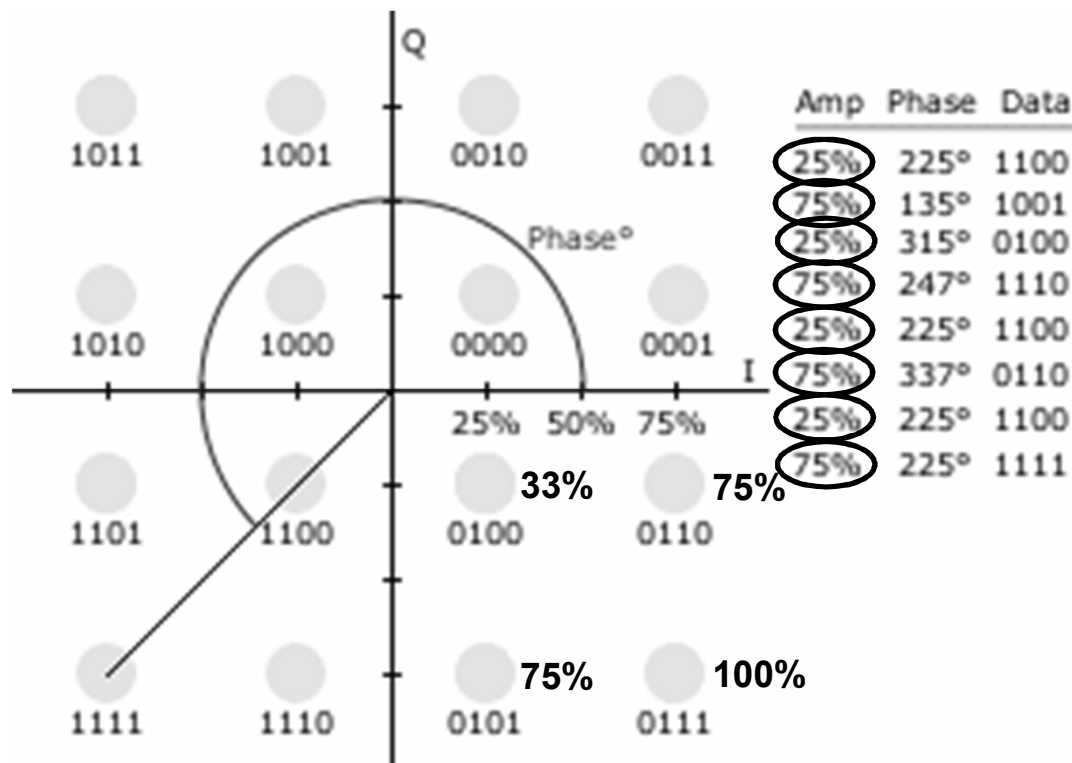
25

16QAM animációja (forrás: en.wikipedia.org)

$$\sqrt{3^2 + 3^2} = \sqrt{2} \cdot 3 \rightarrow 100\%$$

$$\sqrt{1+1} = \sqrt{2} \rightarrow 33.33\%$$

$$\sqrt{1+3^2} = \sqrt{10} \rightarrow 74.35\%$$



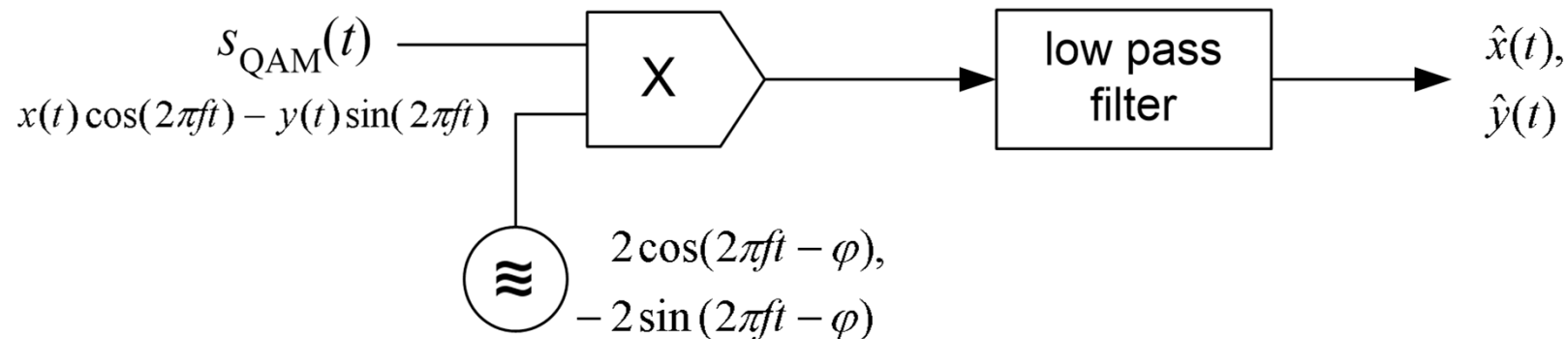
Mi a hiba az ábrán ?

Kvadratúra amplitúdó moduláció (QAM)



26

QAM jel demodulálása szorzó áramkörrel:



$$\begin{aligned} s_{\text{QAM}}(t) \cdot 2\cos(2\pi ft - \varphi) &= x(t)[\cos \varphi + \cos(4\pi ft - \varphi)] - y(t)[\sin \varphi + \sin(4\pi ft - \varphi)] \\ - s_{\text{QAM}}(t) \cdot 2\sin(2\pi ft - \varphi) &= x(t)[\sin \varphi - \sin(4\pi ft - \varphi)] + y(t)[\cos \varphi - \cos(4\pi ft - \varphi)] \end{aligned}$$

A szűrés után:

$$\hat{x}(t) = x(t)\cos \varphi - y(t)\sin \varphi, \quad \hat{y}(t) = x(t)\sin \varphi + y(t)\cos \varphi$$

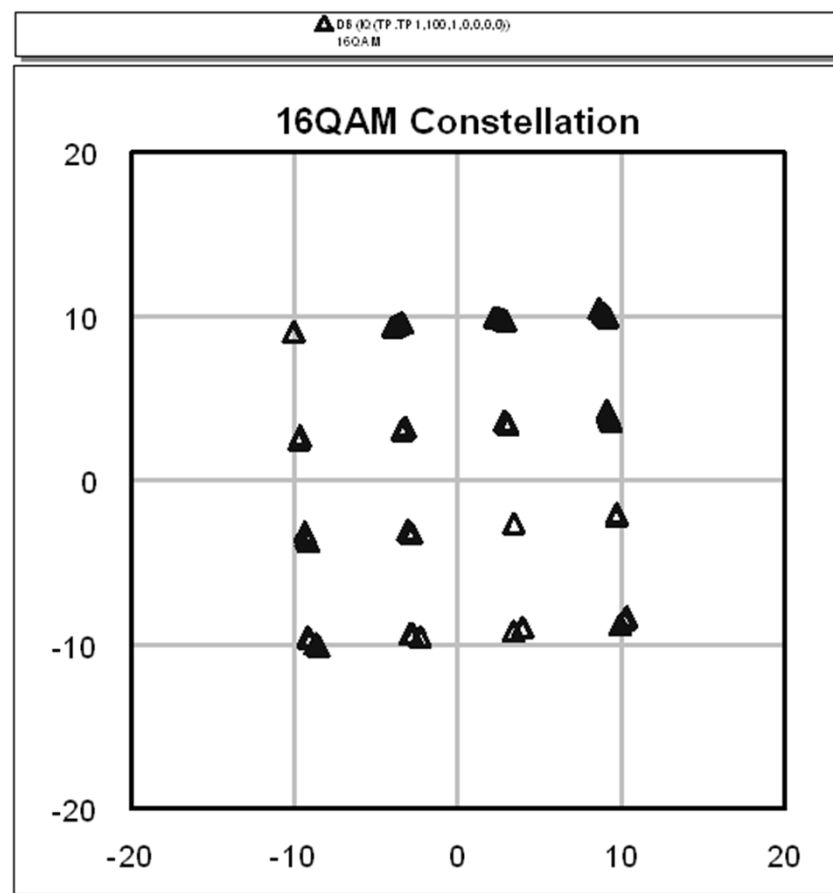
Nincs áthallás, ha $\varphi = 0$

Kvadratúra amplitúdó moduláció (QAM)



27

16QAM jel szemábrája



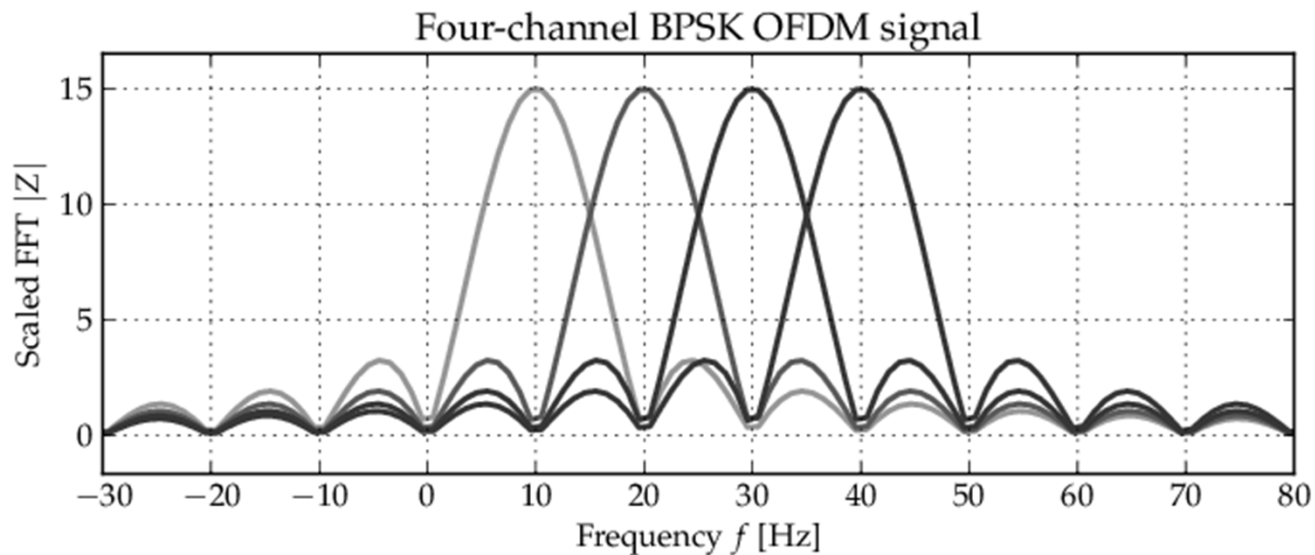
Ortogonalis frekvenciaosztás (OFDM)



28

OFDM – Orthogonal Frequency Division Multiplexing

Az egyes QAM csatornák vivőfrekvenciái pont a jelzési frekvencia többszöröseivel vannak egymáshoz képest eltolva: $f_k = f_0 + \frac{k}{T}$





4 – 1024 QAM

29

QAM Level	Number of Bits Per Symbol	Efficiency over Previous QAM Level
4 QAM	2	
8 QAM	3	50.00%
16 QAM	4	33.33%
32 QAM	5	25.00%
64 QAM	6	20.00%
128 QAM	7	16.67%
256 QAM	8	14.29%
512 QAM	9	12.50%
1024 QAM	10	11.11%

Number of bits represented by one symbol at all QAM levels