### Erőrendszerek

Hatásvonalak alapján

Síkbeli

Térbeli

Általános helyzetű

Párhuzamos hatásvonalú Közös támadás pontú

### Erőrendszerek

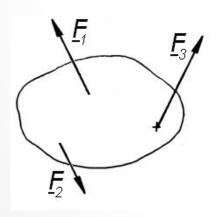
#### EGYENSÚLYI ERŐRENDSZER

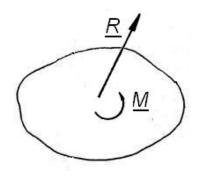
$$\sum_{i=1}^{n} \underline{F_i} = 0$$

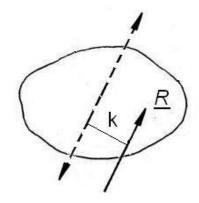
$$\sum_{i=1}^{n} \underline{M_{i0}} = 0$$

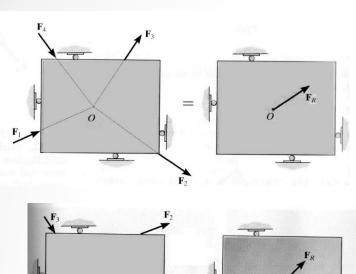
#### EGYENÉRTÉKŰ ERŐRENDSZER

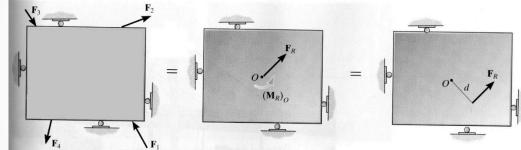
### EREDŐ ERŐRENDSZER

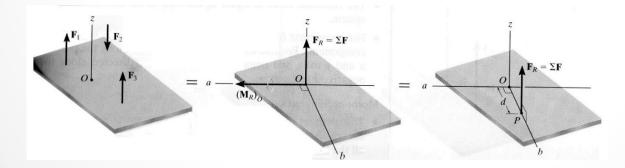




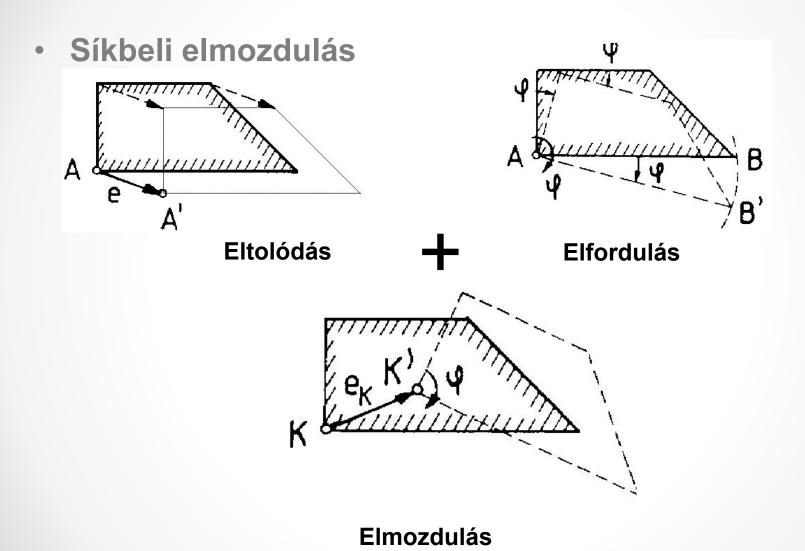






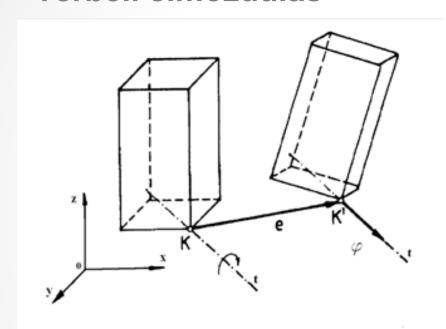


## Merev test elmozdulása



## Merev test elmozdulása

Térbeli elmozdulás



Elmozdulás szabadság foka:

Hány skalár adattal írható le az elmozdulás

## Definíció:

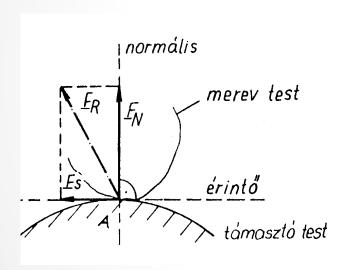
Két test között létesített olyan kapcsolat, amely a testek egymáshoz viszonyított szabad mozgását korlátozza.

## Kényszer fokszáma:

Hány adattal megadható mozgást korlátoz.

### Támasztás

Megakadályozza a két érintkező test egymásba nyomulását. Első fokú kényszer.

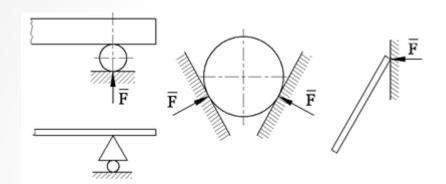


<u>F</u><sub>N</sub> - normális erő

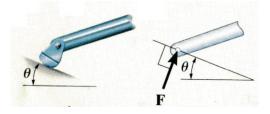
 $\underline{F}_{S}$  - súrlódó erő (0, ha a két felület tökéletesen sima)  $\underline{F}_{S}$  =  $\mu$  \*  $\underline{F}_{N}$ 

<u>F</u><sub>R</sub> - a paralelogramma módszerrel kiszerkesztett reakció erő

## Támasztási esetek



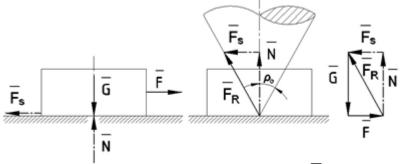






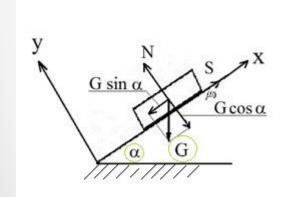
## Súrlódás

Nyugvó súrlódás



Nyugvó súrlódási tényező meghatározása

$$tg \rho_0 = \frac{F_S}{F_N} = \mu_0$$



$$S - G \cdot \sin \propto = 0$$

$$\mu_0 \cdot G \cdot \cos \alpha = G \cdot \sin \alpha$$

$$N - G \cdot cos \propto = 0$$

$$N = G \cdot cos \propto$$

$$S = \mu_0 \cdot N$$

$$S = \mu_0 \cdot G \cdot cos\alpha$$

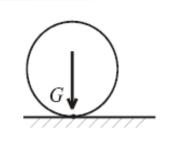
$$\mu_0 = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \operatorname{tg} \alpha$$

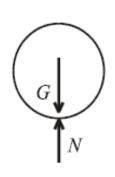
## Súrlódás

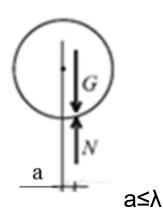
#### Mozgásbeli súrlódás

	$\mu_0$	μ
acél - jégen	0.03-0.05	
acél – acélon	0.14	0.06
alumínium - alumínium	1.1 - 1.7	
fa - fán	0.30 - 0.70	0.4
fa- fémen	0.6	0.4
acél - bronzon	0.19	0.18

### Gördülő ellenállás



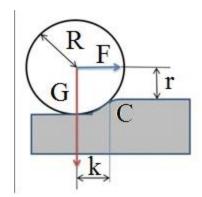






 $|\Gamma| \leq \lambda \cdot N$ 

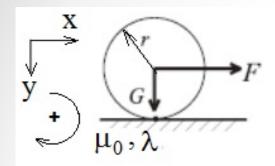




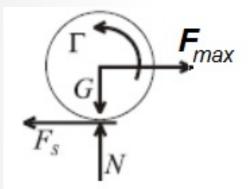
$$\sum M_C = G \cdot k - F \cdot r$$

$$F = \frac{G \cdot k}{r}$$

# Gördül vagy csúszik?



$$r = 0.5 [m]$$
 $G = 3 [kN]$ 
 $μ_0 = 0.2$ 
 $λ = 0.02 [mm]$ 



$$-F_S + F_{max} = 0$$

$$G - N = 0 \qquad G = N$$

$$-\Gamma + F_{max} \cdot r = 0 \qquad F_{max} = \frac{\Gamma}{r} \qquad \text{(0,12 kN)}$$

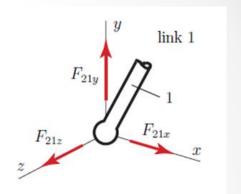
$$\Gamma = \lambda \cdot N = 0, \qquad \Gamma = \lambda \cdot G \qquad \text{(0,06 kNm)}$$

$$F_{max} = F_s = N \cdot \mu = 3 \cdot 0.2 = 0.6 \ge 0.12$$

## Csukló

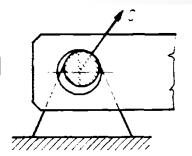


Gömbcsukló



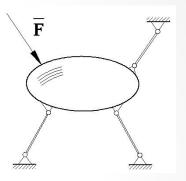


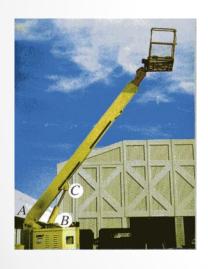
Síkbeli csukló

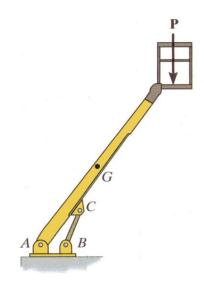


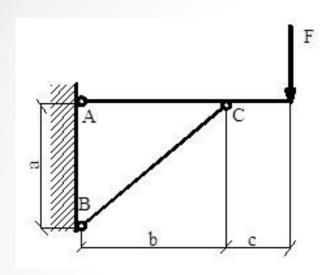
### Statikai rúd

A rúd két végén csuklóval kapcsolódik a támasztott szerkezethez és a teherviselő elemhez









#### Adott:

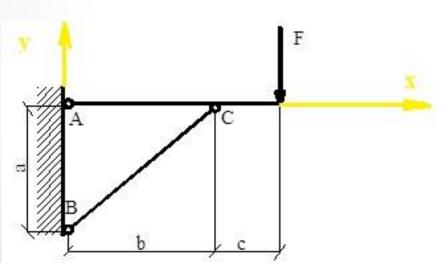
F (aktív erő) nagyság, irány a, b, c (geometriai adatok)

#### Feladat:

Határozzuk meg a reakció erőket! (Nagyság, irány) vagy (komponensei)

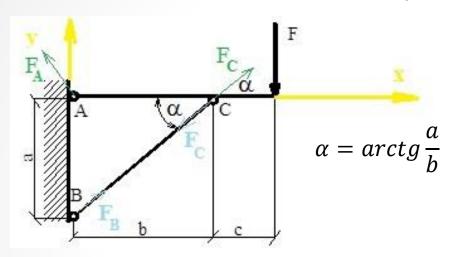
#### 1. lépés

Koordináta rendszer felvétel



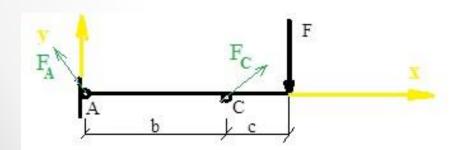
#### 2. lépés

Reakció erők berajzolása

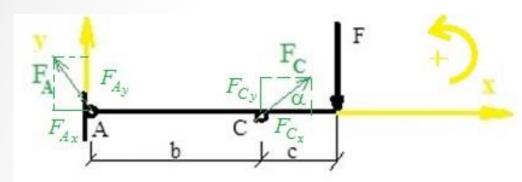


3. lépés

Vizsgált test kiválasztása



4. lépés Erők felbontása komponenseikre és az egyensúlyi egyenletek felírása



$$\sum F_{\chi} = 0 \qquad -F_{A_{\chi}} + \underbrace{F_{C} \cdot \cos \alpha}_{F_{C_{\chi}}} = 0 \tag{1}$$

$$\sum F_{y} = 0 \qquad F_{A_{y}} + \underbrace{F_{C} \cdot \sin \alpha}_{F_{C_{y}}} - F = 0 \tag{2}$$

$$\sum M_A = 0 \qquad \underbrace{F_C \cdot \sin \alpha}_{F_{C_y}} \cdot b - F \cdot (b + c) = 0 \tag{3}$$

5. lépés

Egyenletek megoldása

$$\underbrace{F_C \cdot \sin \alpha}_{F_{C_V}} \cdot b - F \cdot (b+c) = 0$$

$$F_C = \frac{F \cdot (b+c)}{b \cdot \sin \alpha}$$

A (2) egyenletből 
$$F_{A_y} + \underbrace{F_C \cdot \sin \alpha}_{F_{C_y}} - F = 0$$

$$F_{A_y} = F - F_c \cdot \sin \alpha$$

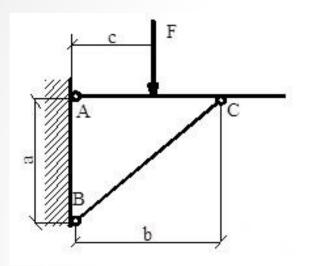
$$-F_{A_x} + \underbrace{F_C \cdot \cos \alpha}_{F_{C_x}} = 0$$

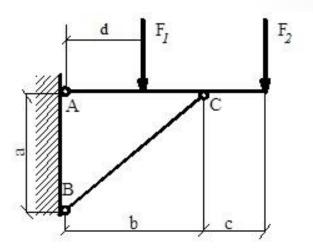
$$F_{A_x} = F_c \cdot \cos \alpha$$

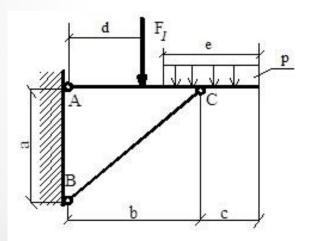
$$F_{A_y} = F - F_c \cdot \sin \alpha = F - \frac{F \cdot (b+c)}{b \cdot \sin \alpha} \sin \alpha = F \left( 1 - \frac{(b+c)}{b} \right)$$

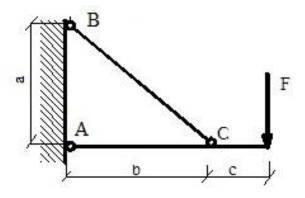
$$F_{A_y} = -\frac{b}{c}F$$

## Változatok



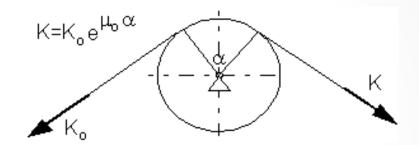






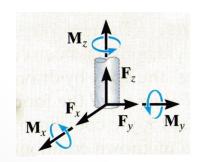
## Kötél

Kötél súrlódás



## Befogás





# Kényszerek összefoglalás

Kényszer	Kényszer	Reakció erő		
fokszáma	típusa			
		nagysága	iránya	hatásvonala
elsőfokú	támasztás	?	$\sqrt{}$	$\sqrt{}$
	kötél	?	$\sqrt{}$	$\sqrt{}$
	görgő	?	$\sqrt{}$	$\sqrt{}$
	statikai rúd	?	$\sqrt{}$	$\sqrt{}$
harmadfokú	gömb csukló	?	?	$\checkmark$
ötödfokú	síkbeli csukló	?	?	$\sqrt{}$
hatodfokú	befogás	?	?	?