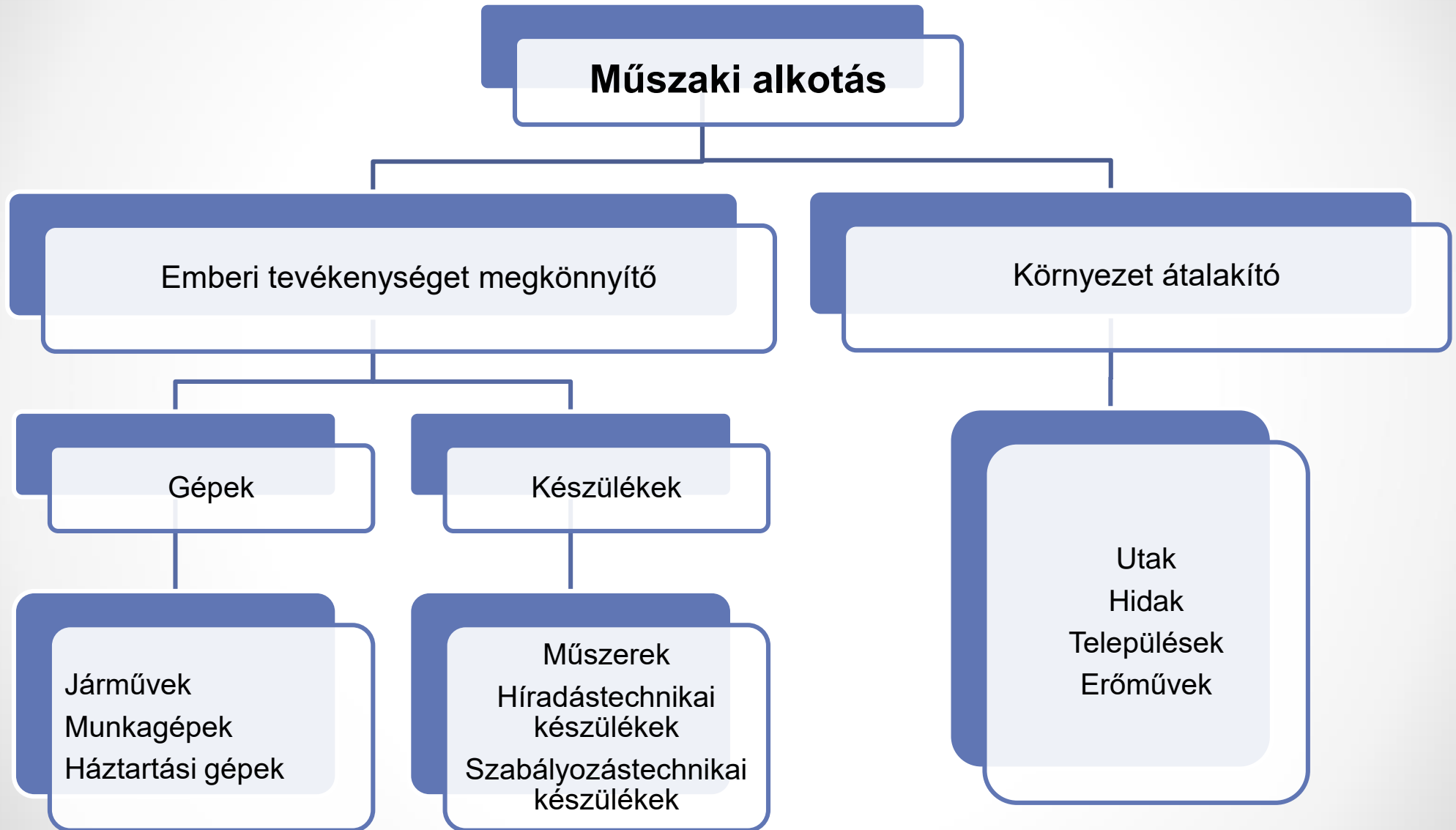


ÁLTALÁNOS MÉRNÖKI ISMERETEK

A MÉRNÖKI TEVÉKENYSÉG EREDMÉNYE

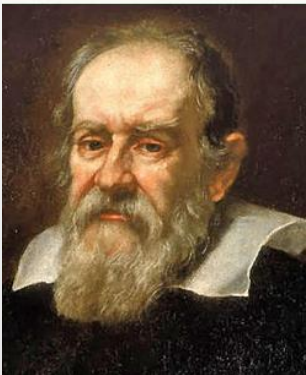


Mechanika fejlődésének fázisai

- Jelenségek megfigyelése
- Jelenségek leírása
- Következtetések levonása
- Jelenségek igazolása önálló kísérletekkel
- Jelenségek leírása matematikai alakban

KLASSZIKUS MECHANIKA

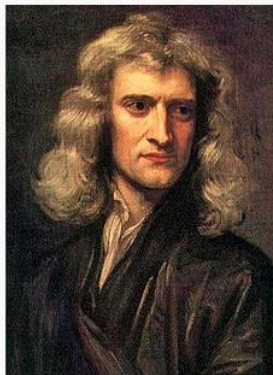
Galileo Galilei



Johannes Kepler

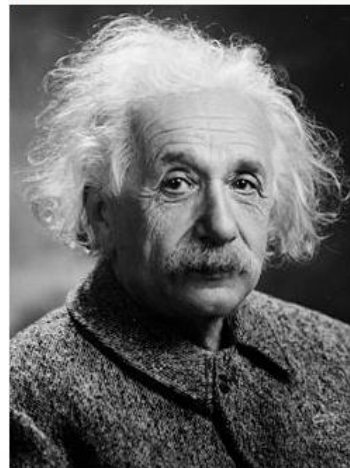


Isaac Newton



Relativisztikus mechanika

Albert Einstein



Kvantum mechanika

Erwin Rudolf Josef Alexander
Schrödinger

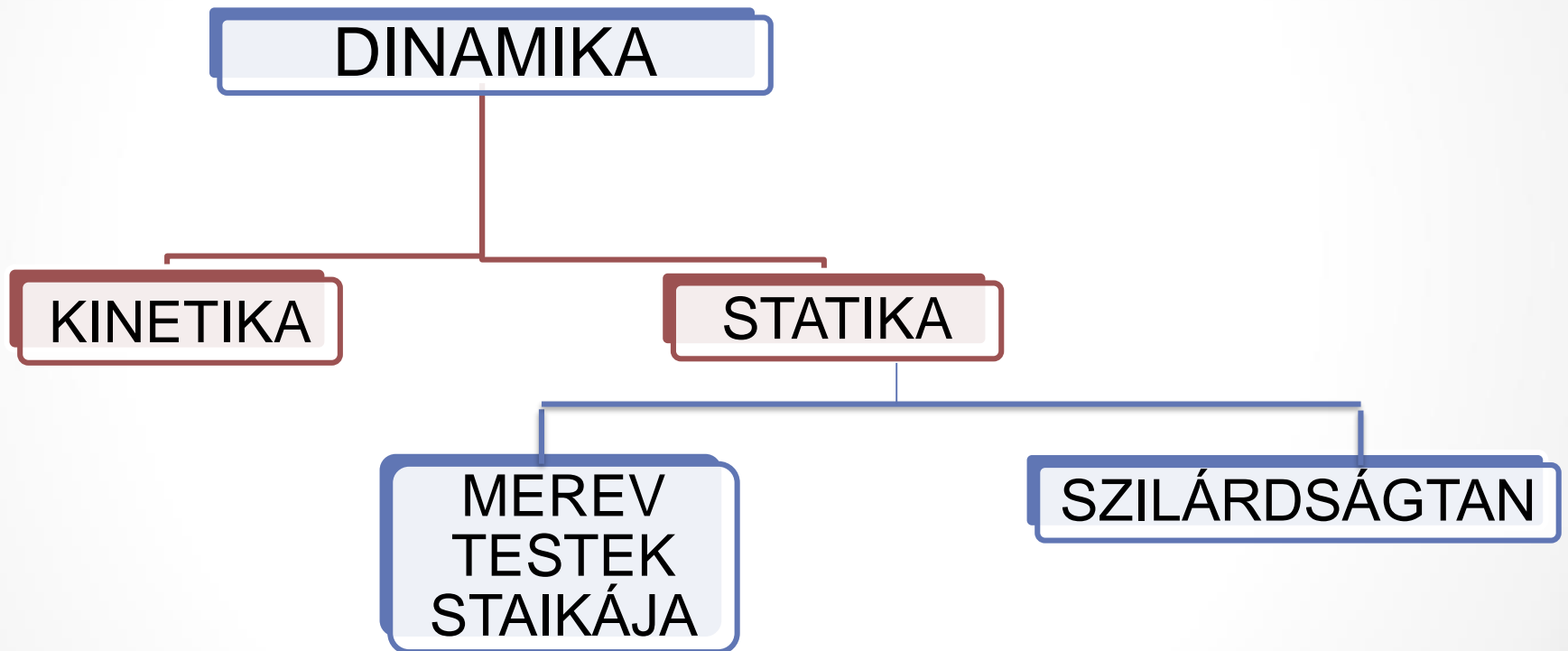


SZILÁRDTESTEK MECHANIKÁJA

```
graph TD; A[Szilárdtestek mechanikája] --> B[KINEMATIKA]; A --> C[DINAMIKA]
```

KINEMATIKA

DINAMIKA



Alapelvek

- Newton-törvények:

- Inercia vagy tehetetlenség törvénye

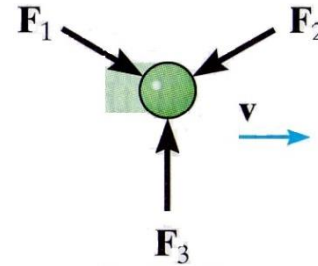
- Dinamika alaptörvénye $\underline{\mathbf{F}} = m \underline{\mathbf{a}}$.

- Hatás-ellenhatás törvénye

- Az ERŐ fogalma

- A testre ható erők:

- Másik test
- Súrlódás
- Közegellenállás
- Erőterek (gravitáció)



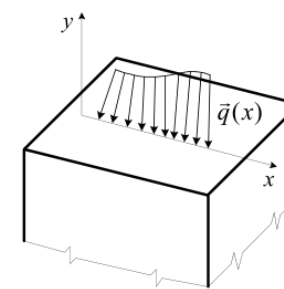
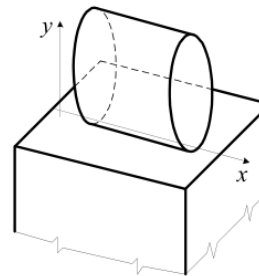
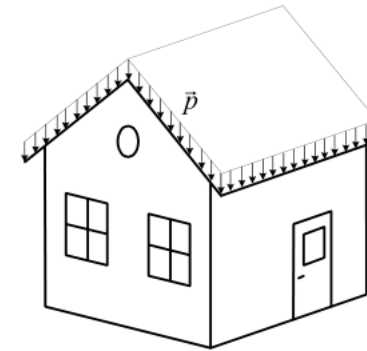
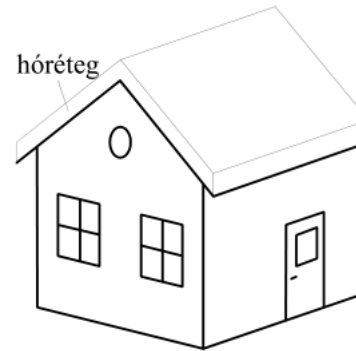
Az ERŐ helye

Térfogaton megoszló erő
(Terhelés)

Felületen megoszló erő
(Terhelés)

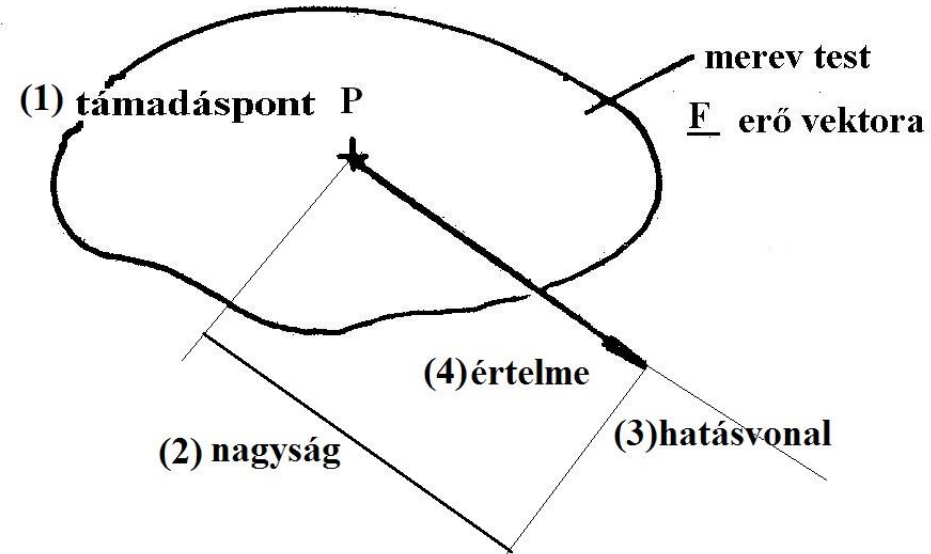
Vonalmentén megoszló
erő

Koncentrált erő



Koncentrált erő tulajdonságai

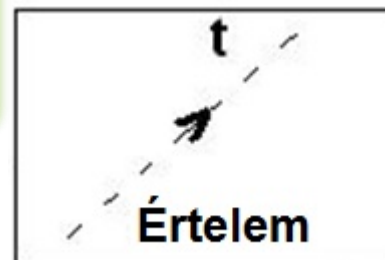
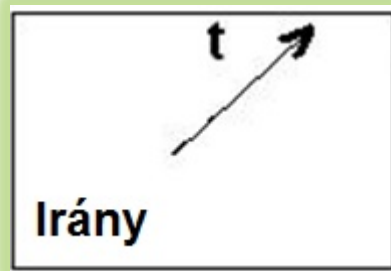
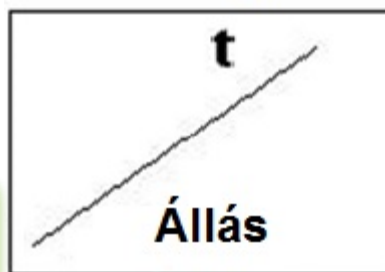
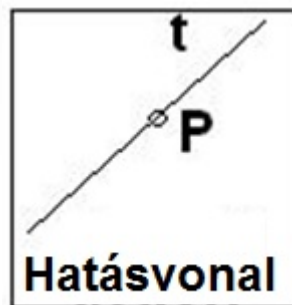
1. Támadási pont
2. Nagyság
3. Hatásvonal
4. Értelme



Az erő mértékegysége: $1[\text{N}] = \frac{\text{m} \cdot \text{kg}}{\text{s}^2}$

$$9,80665 [\text{N}] = 1 [\text{kp}]$$

Az erő jellemzői:



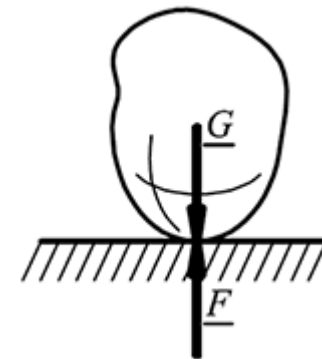
Nagyság

VEKTOR

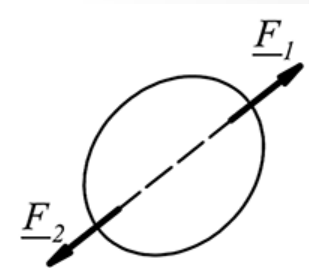
ERŐ

Statika alaptörvényei

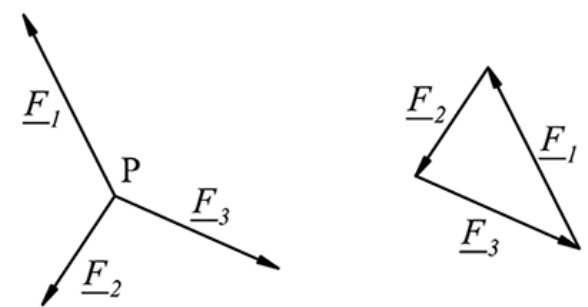
Statika I. alaptétele: Két merev test által az egymásra kifejtett erők mindig páronként fordulnak elő, páronként közös hatásvonalúak, egyenlő nagyságúak, de ellentétes értelműek. (Newton akció-reakció elve)



Statika II. alaptétele: Két erő akkor és csakis akkor van egyensúlyban, ha hatásvonaluk közös, nagyságuk egyenlő, de értelmük ellentétes. (Két erő egyensúlya)



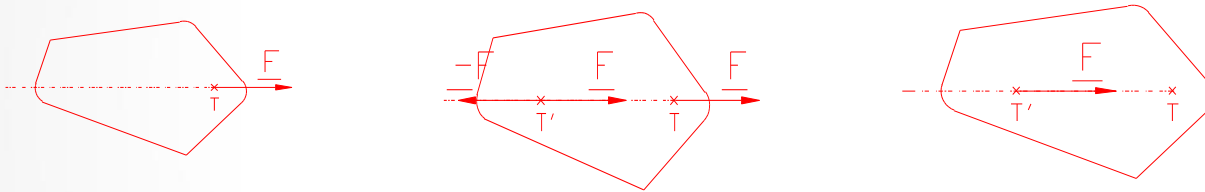
Statika III. alaptétele: Három erő akkor és csak akkor van egyensúlyban, ha hatásvonalai egy pontban metszik egymást és vektorai zárt, nyílfolytonos vektorháromszöget alkotnak. (Vektor törvény)



Statika alaptörvényei

Statika IV. alaptétele: Valamely egyensúlyban lévő erőrendszerhez az egyensúly megzavarása nélkül lehet hozzáadni vagy belőle elvenni olyan erőket, amelyek önmaguk között egyensúlyban vannak.

A tétel következménye: erő vektorok hatásvonalukban eltolhatók



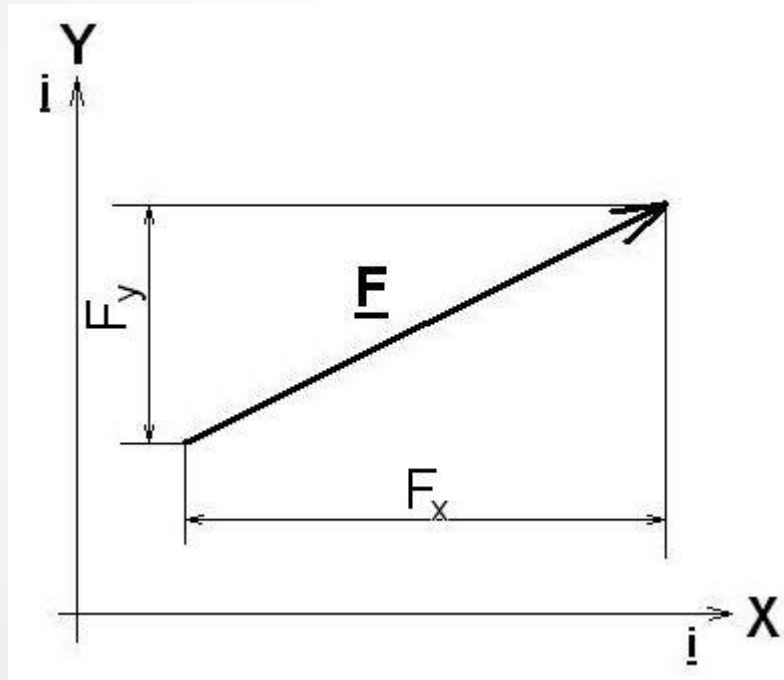
A statikai V. alaptétele.

Kapcsolatot teremt a statika és szilárdságtan között.

Kimondja, hogy ha bármilyen szilárd test a ráható külső erők hatására alakváltozást szenved, majd ismét nyugalomba kerül, akkor ebben a deformált állapotában helyettesíthető egy vele egyező alakú merev testtel.

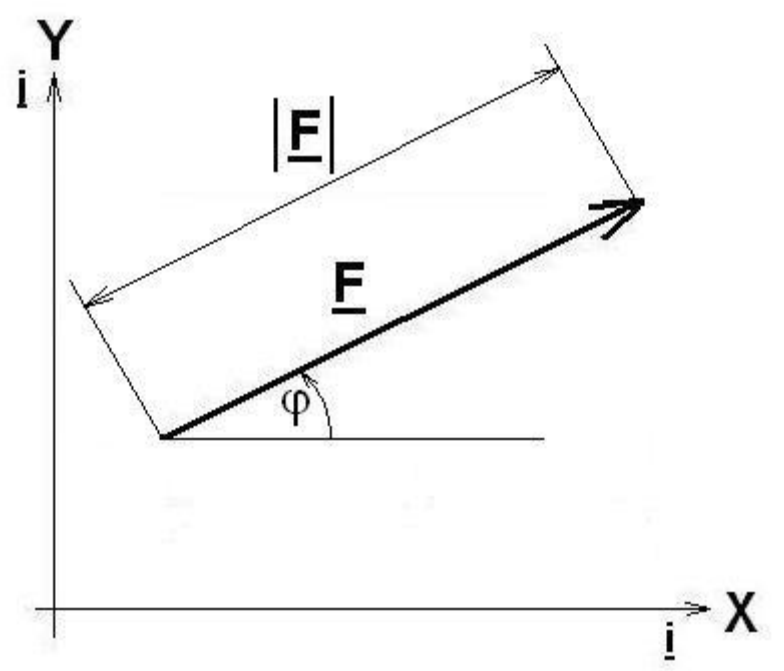
Síkvektor megadása

A. Koordinátákkal



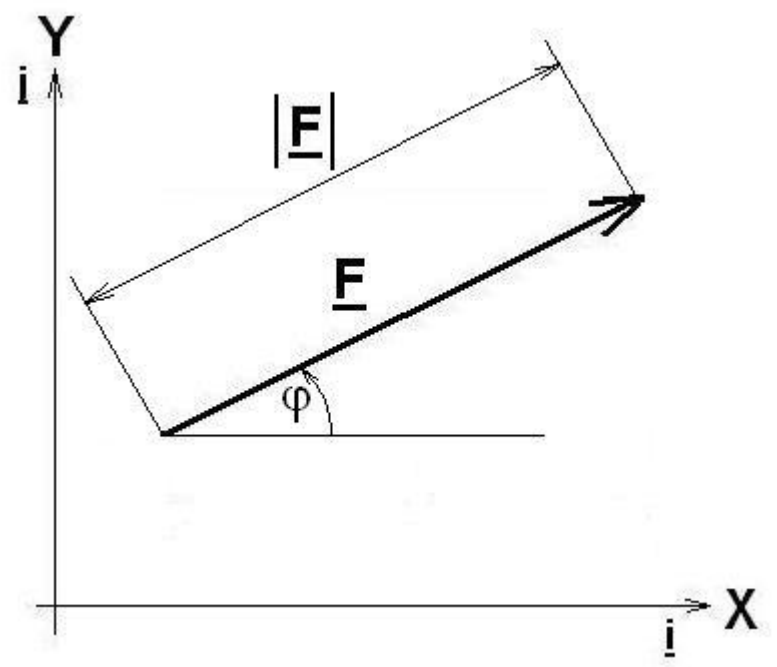
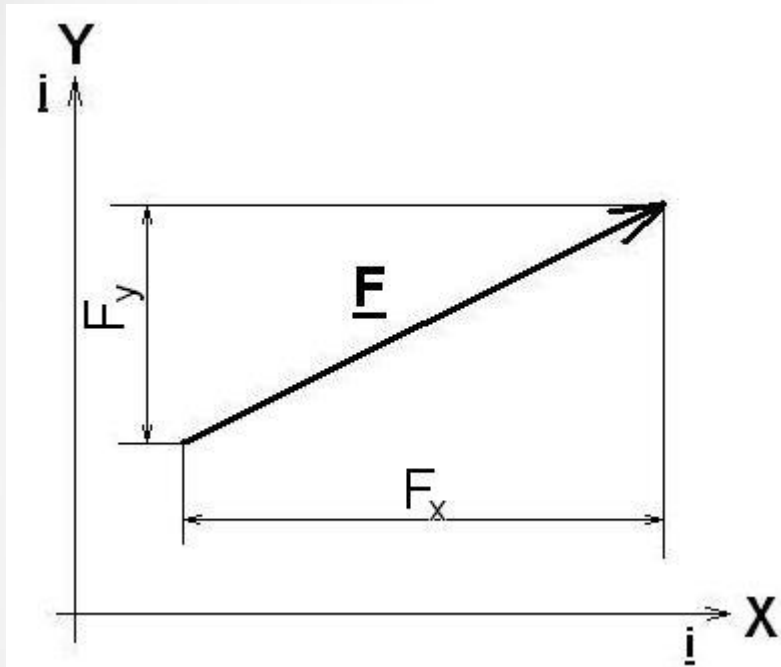
$$\underline{F} = F_x \underline{i} + F_y \underline{j} = (F_x, F_y)$$

B. Nagyság és irányszöggel (polár koordinátákkal)



$$\underline{F} = (|\underline{F}|, \varphi)$$

Összefüggés a koordináta rendszerek között



$$\varphi = \arctg \frac{F_y}{F_x}$$

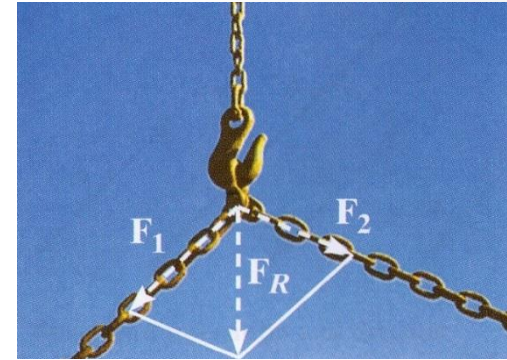
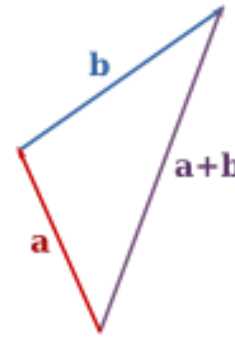
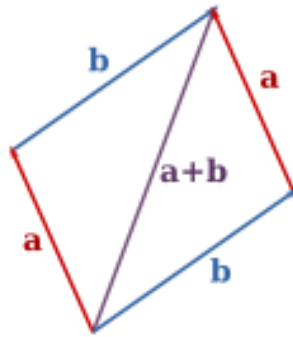
$$F_x = |\underline{F}| \cdot \cos \varphi$$

$$F_y = |\underline{F}| \cdot \sin \varphi$$

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$$

Műveletek vektorokkal

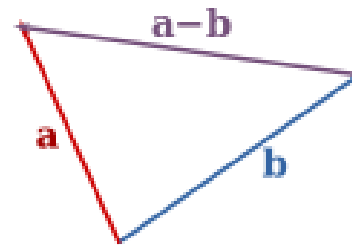
- Összeadás



Paralelogramma módszerrel (szerkesztő eljárás)

Matematikailag $\underline{\mathbf{a}} + \underline{\mathbf{b}} = (a_x + b_x)\underline{\mathbf{i}} + (a_y + b_y)\underline{\mathbf{j}} + (a_z + b_z)\underline{\mathbf{k}}$

- Kivonás



$$\underline{\mathbf{a}} - \underline{\mathbf{b}} = \underline{\mathbf{a}} + (-\underline{\mathbf{b}}).$$

Műveletek vektorokkal

- Egy vektor szorzása skalárral

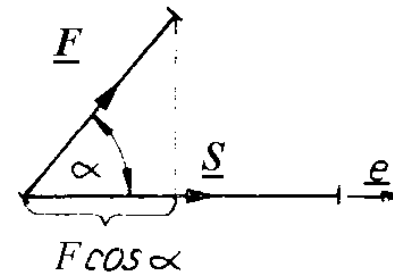
Az eredmény vektor

$$\lambda \cdot \underline{a} = \lambda \cdot a_x + \lambda \cdot a_y + \lambda \cdot a_z$$

- Két vektor skaláris szorzása

$$\underline{F} \cdot \underline{S} = |\underline{F}| \cdot |\underline{S}| \cdot \cos \alpha \quad \text{Az eredmény: egy szám}$$

Matematikailag: $\underline{F} \cdot \underline{S} = F_x S_x + F_y S_y + F_z S_z$



Műveletek vektorokkal

• Két vektor vektoriális szorzása

Az eredmény: VEKTOR, melynek

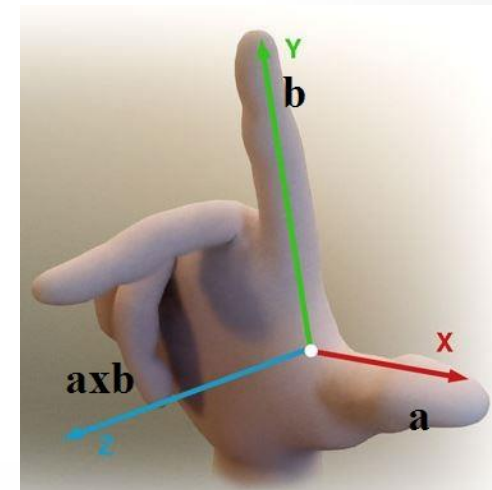
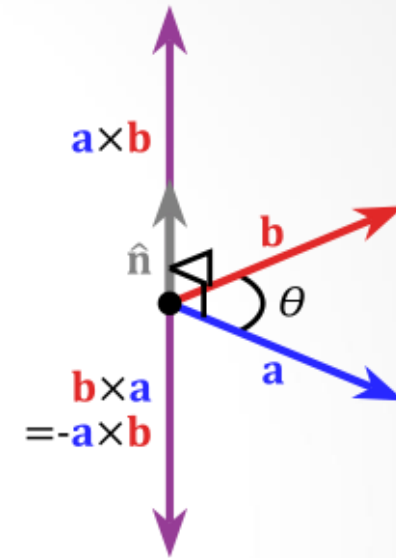
Nagysága: $\underline{a} \times \underline{b} = |\underline{a}| \cdot |\underline{b}| \cdot \sin \Theta$

Hatásvonala merőleges \underline{a} és \underline{b} vektorra

Írányítottsága a jobb kéz szabályt követi

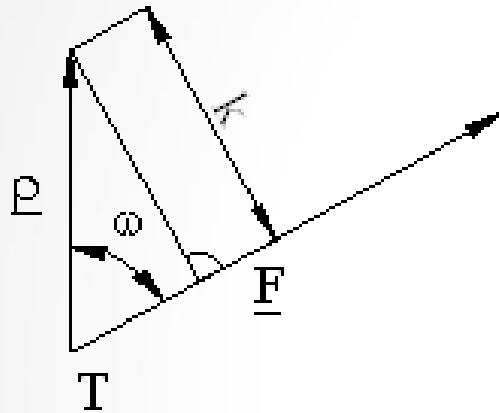
Matematikailag: $\underline{a} \times \underline{b} = \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} =$

$$(a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y)\underline{i} - (a_x \cdot b_z - a_z \cdot b_x)\underline{j} + (a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x)\underline{k}$$



Erő nyomatéka

- Ha $\underline{a} \rightarrow \underline{E}$ (erő), és $\underline{b} \rightarrow \underline{\rho}$ (pontba mutató hely vektor) az eredmény:
FORGATÓ NYOMATÉK



$$\underline{M} = \underline{E} \times \underline{\rho} = |\underline{E}| \cdot k$$

$$k = \rho \cdot \sin \omega$$

$$\underline{M} = \underline{F} \times \underline{\rho} = \begin{vmatrix} \underline{i} & \underline{j} & \underline{k} \\ F_x & F_y & 0 \\ \rho_x & \rho_y & 0 \end{vmatrix} = \underline{k}(F_x \cdot (\rho_y) - F_y \cdot (\rho_x))$$

A NYOMATÉKI VEKTOR IRÁNYA: Jobb kéz szabály szerint

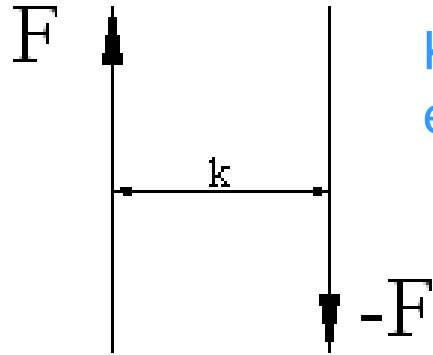


Nyomatéki tétel:

Az erő valamely pontra számított nyomatéka egyenlő a komponensek ugyanerre a pontra vett nyomatékának összegével.

Vagyis egy erőrendszer eredőjének nyomatéka egy pontra ugyanakkora, mint az egyes erők ugyanarra a pontra számított nyomatékainak összege.

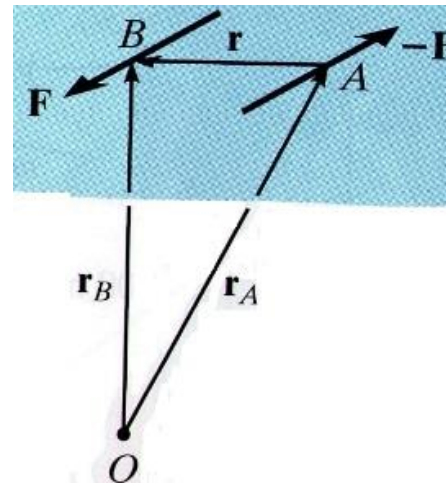
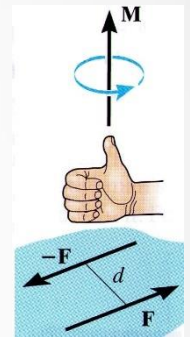
Az erőpár



Két párhuzamos egyenlő nagyságú, de ellentétes értelmű koncentrált erő kettőst nevezzük erőpárnak.

Az erőpár nyomatéka.: $\underline{M} = F \cdot k$

A nyomatékvektor iránya merőleges az erőpár által meghatározott síkra, értelme pedig a "jobbcsavar" szabály szerint állapítható



Erő áthelyezése

