

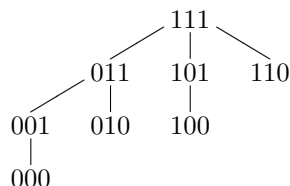
# Devoir sur table

UPMC — Master d'Informatique — STL - M1  
UE Algorithmique avancée

10 novembre 2004

## 1 Arbres binômiaux [5 points]

On étiquette l'arbre binomial  $B_k$  (formé de  $2^k$  nœuds) en ordre postfixé, chaque étiquette (de 0 à  $2^k - 1$ ) étant un mot binaire sur  $k$  bits. Par exemple, pour  $B_3$ , on obtient :



1. Dessiner l'arbre binomial  $B_4$  dont les nœuds sont étiquetés en binaire en ordre postfixé.
2. Dans  $B_k$ , soit  $x$  un nœud à profondeur  $i$ , dont l'étiquette est  $e$ . Montrer que le nombre de 1 dans  $e$  est égal à  $k - i$ .
3. Combien d'étiquettes de  $B_k$  contiennent exactement  $k - i$  bits égaux à 1 ?
4. Montrer que le degré d'un nœud est égal au nombre de 1 à droite du 0 le plus à droite de son étiquette (et si l'étiquette ne contient pas de 0, le degré du nœud est égal au nombre de 1).

## 2 Coût amorti [5 points]

Dans cet exercice, on considère l'insertion aux feuilles dans un arbre 2-3-4, avec éclatement des 4-nœuds à la descente (algorithme vu en cours) et on s'intéresse à sa complexité, comptée en nombre d'éclatements. Calculer le coût amorti d'une insertion dans un arbre 2-3-4, en utilisant la méthode du potentiel. Pour un arbre 2-3-4  $A$  ayant  $n_4$  4-nœuds et  $n_3$  3-nœuds, on prendra comme potentiel  $\Phi(A) = 2n_4 + n_3$ .

RootNode

D1      D2      D3      D4

D2.1      D2.2