复习资料

《高等数学(工本)》(课程代码00023)

第一大题：单项选择题(总分：20分)

1、在空间直角坐标系中，点（2，-1，4）到oyz坐标面的距离为【 】

A. 1

B. 2

C. 4

D. $\sqrt{21}$

标准答案：B

2、点（1，2）是函数$z=|(x-1)(y-2)|-2$的【 】

A. 极小值点

B. 极大值点

C. 最大值点

D. 间断点

标准答案：A

3、设积分曲线L：$y=1+x(0\leqslant x\leqslant 1)$，则对弧长的曲线积分$\int_L (x-y)ds=$【 】

A. $2\sqrt{2}$

B. $\sqrt{2}$

C. $-\sqrt{2}$

D. $-2\sqrt{2}$

标准答案：C

4、微分方程$(2x-xy^2)dx=(6x+xy)dy$是【 】

A. 可分离变量的微分方程

B. 齐次微分方程

C. 一阶线性齐次微分方程

D. 一阶线性非齐次微方程

标准答案：A

5、下列条件收敛的无穷级数是【 】

A. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n^3}$

B. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n n}{1+n}$

C. $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n 2^n$

D. $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}$

标准答案：D

第二大题：计算题(总分：48分)

1、
请在空格处填入相关内容，先写序号，再填写答案。

已知方程 $x^2-3y^2+z^2-2z=5$，确定函数 $z=z(x,y)$，求 $\frac{\partial z}{\partial x}$ 和 $\frac{\partial z}{\partial y}$.

解：设 $F(x,y,z)=x^2-3y^2+z^2-2z-5$，

Q $F_x=$【 1 】，$F_y=$【 2 】，$F_z=$【 3 】-2，

$$\therefore \frac{\partial z}{\partial x}=-\frac{F_x}{F_z}=\frac{【4】}{1+【5】},$$

$$\therefore \frac{\partial z}{\partial y}=-\frac{F_y}{F_z}=\frac{【6】}{-1+【7】}.$$

我的答案：
参考答案：
（1）2x （2）-6y （3）2z （4）x （5）-z （6）3y （7）z

2、
请在空格处填入相关内容，先写序号，再填写答案。

判断无穷级数 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}$ 的敛散性，若收敛，是条件收敛还是绝对收敛？

解： $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\left|\frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}\right|=\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\sqrt{n}}$ 【 1 】，

又 $\frac{1}{\sqrt{n}}$【 2 】$\frac{1}{\sqrt{n+1}}$，且 $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{n}}=$【 3 】，

由交错级数判别法得 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}$【 4 】，

从而 $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n-1}}{\sqrt{n}}$【 5 】.

【 1 】【 4 】【 5 】从以下选项中选择：
（A）收敛 （B）发散 （C）条件收敛 （D）绝对收敛
【 2 】从以下选项中选择：（A）大于 （B）小于

我的答案：
参考答案：
（1）B （2）A （3）0 （4）A （5）C

3、
请在空格处填入相关内容，先写序号，再填写答案。

已知$f(x)$是周期为2π的周期函数，它在$[-\pi,\pi)$上的表达式为

$$f(x)=\begin{cases}x, & -\pi\leqslant x<0,\\ 1, & 0\leqslant x<\pi,\end{cases}$$

求$f(x)$傅里叶级数$\frac{a_0}{2}+\sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos nx+b_n\sin nx)$中系数$a_0$.

解：$a_0=\frac{1}{【1】}\cdot\int_{-\pi}^{\pi}f(x)dx$

$=\frac{1}{【2】}\cdot\left[\int_{-\pi}^{0}【3】dx+\int_{0}^{\pi}【4】dx\right]$

$=\frac{1}{【5】}\cdot[【6】\pi^2+【7】\pi]$

$=【8】+1$

我的答案：
参考答案：
（1）π （2）π （3）x （4）1 （5）π （6）$-\frac{1}{2}$ （7）1 （8）$-\frac{\pi}{2}$

4、
请在空格处填入相关内容，先写序号，再填写答案。

求微分方程$y'+\frac{2xy}{1+x^2}-\frac{x}{1+x^2}=0$的通解.

解：原方程可化为 $\frac{dy}{dx}+\frac{2x}{1+x^2}y=\frac{【1】}{1+x^2}$，可求得通解为

$y=e^{-\int\frac{【2】}{1+x^2}dx}\left[\int\frac{【3】}{1+x^2}\cdot e^{\int\frac{【4】}{1+x^2}dx}dx+C\right]$

$=e^{-【5】(1+x^2)}\left[\int\frac{【6】}{1+x^2}\cdot e^{【7】(1+x^2)}dx+C\right]$

$=\frac{【8】}{1+x^2}[\int【9】dx+C]$

$=\frac{【10】}{1+x^2}\left(\frac{1}{【11】}x^{【12】}+C\right).$

【5】【7】从以下选项中选择：（A）ln （B）arctan （C）sin （D）cos

我的答案：
参考答案：
（1）x （2）2x （3）x （4）2x （5）A （6）x （7）A （8）1 （9）x （10）1 （11）2 （12）2

第三大题：综合题(总分：32分)

1、
请在空格处填入相关内容，先写序号，再填写答案。

从斜边之长为 k 的一切直角三角形中，求有最大周长的直角三角形.

解：设直角三角形两直角边分别为 x>0 和 y>0，则满足：$x^2+y^2=$ 【1】，

且周长为 $L=x+y+k$.

考虑 Lagrange 乘子函数 $F(x,y,c)=x+y+k+c\cdot($【2】$)$，令

$$\begin{cases}\dfrac{\partial F}{\partial x}=1+\text{【3】}cx=0\\ \dfrac{\partial F}{\partial y}=1+\text{【4】}=0\\ \dfrac{\partial F}{\partial c}=x^2+y^2-\text{【5】}=0\end{cases}$$

解得 x＝【6】，y＝【7】.

根据实际问题可知最大周长的直角三角形是存在的，且驻点又是唯一的，故该驻点必为最【8】值点，即直角边长分别为【9】，【10】时周长最大.

【8】从以下选项中选择：（A）大 （B）小

我的答案：
参考答案：

（1）k^2 （2）$x^2+y^2-k^2$ （3）2 （4）$2cy$ （5）k^2

（6）$\dfrac{k}{\sqrt{2}}$ （7）$\dfrac{k}{\sqrt{2}}$ （8）A （9）$\dfrac{k}{\sqrt{2}}$ （10）$\dfrac{k}{\sqrt{2}}$

2、
请在空格处填入相关内容，先写序号，再填写答案。

求由曲面 $z=8-x^2-y^2$ 和 $z=x^2+y^2$ 所围成的立体的体积.

解：令 Ω 是题中所给平面围成的立体.

联立方程 $\begin{cases}z=8-x^2-y^2\\ z=x^2+y^2\end{cases}$，解得 Ω 在 oxy 面上投影区域为：

$$x^2+y^2\le\text{【1】}.$$

则所求立体的体积为：

$$V=\iiint_\Omega dv=\iiint_\Omega\text{【2】}\,dr\,d\theta\,dz$$

$$=\int_0^{\text{【3】}}d\theta\int_0^{\text{【4】}}\text{【5】}\,dr\int_{\text{【6】}}^{8-r^2}dz$$

$$=\text{【7】}\int_0^{\text{【8】}}\text{【9】}\cdot(8-2r^2)dr=\text{【10】}$$

我的答案:
参考答案:
(1) 4 (2) r (3) 2п (4) 2п (5) r (6) $\mathbf{r^2}$
(7) 2п (8) 2 (9) r (10) 16п