

# 复习资料

## 《高等数学(工本)》(课程代码00023)

### 第一大题：单项选择题(总分：20分)

1、已知函数  $f(x-y, x+y) = x^2 - y^2, z = f(x, y)$ , 则  $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} =$  【 】

- ☐ A.  $2x-2y$   
☒ C.  $x+y$   
☐ B.  $2x+2y$   
☐ D.  $x-y$

标准答案：C

2、设函数  $f(x, y) = x^3 y$ , 则点  $(0, 0)$  是  $f(x, y)$  的 【 】

- ☐ A. 间断点  
☒ B. 驻点  
☐ C. 极小值点  
☐ D. 极大值点

标准答案：B

3、顶点坐标为  $(0, 0)$ ,  $(0, 1)$ ,  $(1, 1)$  的三角形面积可以表示为 【 】

- ☐ A.  $\int_0^x dy \int_0^y dx$   
☒ C.  $\int_0^1 dx \int_x^1 dy$   
☐ B.  $\int_0^1 dx \int_1^x dy$   
☐ D.  $\int_0^1 dy \int_y^0 dx$

标准答案：C

4、微分方程  $(1+xy)dx - (1+x^2)dy = 0$  是 【 】

- ☐ A. 可分离变量的微分方程  
☒ D. 一阶线性非齐次微分方程  
☐ B. 齐次微分方程  
☐ C. 一阶线性齐次微分方程

标准答案：D

5、幂级数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$  的和函数为 【 】

- ☒ A.  $e^x - 1$   
☐ C.  $e^x + 1$   
☐ B.  $e^x$   
☐ D.  $e^x + 2$

标准答案：A

### 第二大题：计算题(总分：48分)

1、请在空格处填入相关内容，先写序号，再填写答案。

已知方程  $z - e^z + 3xy = 5$  确定函数  $z = z(x, y)$ , 求  $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$ .

解: 设  $F(x, y, z) = z - e^z + 3xy - 5$ ,

$$Q F_x = [1], F_y = [2], F_z = [3] - e^z,$$

$$\therefore \frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{F_x}{F_z} = \frac{[4]}{e^z [5]},$$

$$\therefore \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{F_y}{F_z} = \frac{[6]}{e^z [7]}.$$

我的答案: (1) 3y (2) 3x (3) 1 (4) 3y (5) -1 (6) 3x (7) -1

参考答案:

(1) 3y (2) 3x (3) 1 (4) 3y (5) -1 (6) 3x (7) -1

2、

请在空格处填入相关内容, 先写序号, 再填写答案。

计算二重积分  $I = \iint_D e^{x^2+y^2} dx dy$ , 其中积分区域  $D: x^2 + y^2 \leq 9$ .

解: 做极坐标变换:  $x = r \cos \theta, y = r \sin \theta$ , 其中  $r \geq 0, 0 \leq \theta < [1]$ , 则

$$\begin{aligned} I &= \iint_D e^{x^2+y^2} dx dy \\ &= \int_0^{[2]} d\theta \int_0^{[3]} e^{r^2} r dr \\ &= 2\pi ([4] e^{r^2})_0^3 \\ &= [5] \cdot (e^{[6]} - [7]) \end{aligned}$$

我的答案: (1) 2π (2) 2π (3) 3 (4)  $\frac{1}{2}$  (5) π (6) 9 (7) 1

参考答案:

(1) 2π (2) 2π (3) 3 (4)  $\frac{1}{2}$  (5) π (6) 9 (7) 1

3、

请在空格处填入相关内容, 先写序号, 再填写答案。

计算对坐标的曲线积分  $\int_L 3ydx - 2xdy$ ，其中  $L$  是抛物线  $y = x^2$  上从点  $(-1,1)$  到点  $(1,1)$  的一段弧。

解：  $\int_L 3ydx - 2xdy$

$$= \int_{-1}^1 (3x^2 - 2x \cdot 2x) dx$$

$$= \int_{-1}^1 (3x^2 - 4x^2) dx$$

$$= -\frac{1}{3}$$

我的答案： (1) 1 (2) -1 (3) 2x (4) 4 (5) -1 (6) -1 (7)  $-\frac{2}{3}$   
 参考答案：

(1) 1 (2) -1 (3) 2x (4) 1 (5) -1 (6) -1 (7)  $-\frac{2}{3}$

4、

请在空格处填入相关内容，先写序号，再填写答案

求微分方程  $\frac{dx}{dy} = \frac{1}{x-y}$  的通解.

解：原方程可化为  $\frac{dy}{dx} + y = \text{【1】}$ ，可求得通解为

$$y = e^{-\int \text{【2】} dx} [C + \int \text{【3】} \cdot e^{\int dx} dx]$$

$$= e^{\text{【4】}} [C + \int x e^x dx]$$

$$= e^{\text{【5】}} [C + \int x d \text{【6】}]$$

$$= x - \text{【7】} + C e^{\text{【8】}}.$$

我的答案： (1) x (2) 1 (3) x (4) -x (5) -x (6)  $e^x$  (7) 1 (8) -x  
 参考答案：

(1) x (2) 1 (3) x (4) -x (5) -x (6)  $e^x$  (7) 1 (8) -x

### 第三大题：综合题(总分：32分)

1、

请在空格处填入相关内容，先写序号，再填写答案。

用钢板做一个容积为  $8\text{cm}^3$  的长方体箱子, 试问其长、宽、高各为多少  $\text{cm}$  时, 可使所使用的钢板最省?

解: 设长、宽、高分别为  $x, y, \frac{8}{xy}$ , 则所用钢板面积为

$$f(x, y) = \text{【1】} \cdot xy + \frac{16}{y} + \frac{16}{x}.$$

$$\therefore \begin{cases} f_x = \text{【2】} - \frac{16}{\text{【3】}} = 0 \\ f_y = \text{【4】} - \frac{16}{\text{【5】}} = 0 \end{cases} \text{得唯一解 } x = \text{【6】}, y = \text{【7】}$$

所以当长为 **【8】**  $\text{cm}$ , 宽为 **【9】**  $\text{cm}$ , 高为 **【10】**  $\text{cm}$  时, 所用钢板最省.

我的答案: (1) 2 (2)  $2y$  (3)  $x^2$  (4)  $2x$  (5)  $y^2$  (6) 2 (7) 2 (8) 2 (9) 2 (10) 2

参考答案:

(1) 2 (2)  $2y$  (3)  $x^2$  (4)  $2x$  (5)  $y^2$  (6) 2 (7) 2 (8) 2 (9) 2 (10) 2

2、

请在空格处填入相关内容, 先写序号, 再填写答案。

将函数  $f(x) = \frac{1}{x^2 - x - 2}$  展开成  $x-1$  的幂级数.

$$\begin{aligned} \text{解: } f(x) &= \text{【1】} \cdot \left( \frac{1}{x - \text{【2】}} - \frac{1}{x+1} \right) \\ &= \text{【3】} \cdot \left( \frac{1}{\text{【4】} - (x-1)} + \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{x-1}{2}} \right) \\ &= \text{【5】} \cdot \left( \sum_{n=0}^{\infty} (x-1)^n + \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{\infty} \left( -\frac{x-1}{2} \right)^n \right) \quad |x-1| < \text{【6】} \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \left( \frac{(-1)^{n+1}}{\text{【7】} \times 2^{n+1}} - \text{【8】} \right) (x-1)^n \quad \text{【9】} < x < \text{【10】} \end{aligned}$$

我的答案:

(1)  $\frac{1}{3}$  (2) 2 (3)  $\frac{1}{3}$  (4) 1 (5)  $-\frac{1}{3}$  (6) 1 (7) 3 (8)  $\frac{1}{3}$  (9) 0 (10) 2

参考答案:

(1)  $\frac{1}{3}$  (2) 2 (3)  $\frac{1}{3}$  (4) 1 (5)  $-\frac{1}{3}$  (6) 1 (7) 3 (8)  $\frac{1}{3}$  (9) 0 (10) 2