复习资料

《高等数学(工本)》(课程代码00023)

第一大题：单项选择题(总分：20分)

1、下列曲面中，母线平行于y轴的柱面为【 】

A. $z=x^2$

B. $z=y^2$

C. $z=x^2+y^2$

D. $x+y+z=1$

标准答案：A

2、已知函数$h(x,y)=x-y+f(x+y)$,且$h(0,y)=y^2$,则$f(x+y)$为【 】

A. y (y + 1)

B. y (y - 1)

C. (x + y)(x + y -1)

D.(x + y)(x + y +1)

标准答案：D

3、下列表达式是某函数u(x,y)的全微分的为【 】

A. $x^2ydx + xy^2dy$

B. xdx + xydy

C. ydx - xdy

D. ydx + xdy

标准答案：D

4、微分方程 $y\frac{dy}{dx}=x$ 的阶数是【 】

A. 0

B. 1

C. 2

D. 3

标准答案：B

5、无穷级数$\sum_{n=2}^{\infty}\frac{1}{n!}$的和为【 】

A. $e+1$

B. $e-1$

C. $e-2$

D. $e+2$

标准答案：C

第二大题：计算题(总分：48分)

1、
请在空格处填入相关内容，先写序号，再填写答案。

求函数 $z=x^2-y^2$ 在点 $(2,3)$ 处，沿从点 $A(2,3)$ 到点 $B(3,3+\sqrt{3})$ 的方向 l 的方向导数.

解：$\overrightarrow{AB}=(1,\sqrt{3})$，与 l 同向的单位向量为 $e_l=\left(【1】,\frac{\sqrt{3}}{【2】}\right)$.

$$\because \left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{(2,3)}=【3】\Big|_{(2,3)}=【4】$$

$$\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{(2,3)}=【5】\Big|_{(2,3)}=【6】$$

故所求方向导数为

$$\left.\frac{\partial z}{\partial l}\right|_{(2,3)}=\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{(2,3)}\cdot【7】+\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{(2,3)}\cdot【8】=【9】$$

我的答案：
参考答案：
（1）$\frac{1}{2}$ （2）2 （3）2x （4）4 （5）-2y （6）-6 （7）$\frac{1}{2}$ （8）$\frac{\sqrt{3}}{2}$ （9）$2-3\sqrt{3}$

2、
请在空格处填入相关内容，先写序号，再填写答案。

计算二重积分 $\iint\limits_D\left(3y^2+\sin x\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$，其中积分区域 D 是由 $y=|x|$ 和 $y=1$ 所围成.

解：
$$\iint\limits_D\left(3y^2+\sin x\right)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$
$$=\int_{【1】}^{1}dy\int_{【3】}^{【2】}(3y^2+sinx)dx$$
$$=\int_{【4】}^{1}(3y^2\cdot【5】+【6】)dy$$
$$=\left(\frac{3}{2}y^{【7】}\right)\Big|_{【8】}^{1}=【9】$$

我的答案：
参考答案：
（1）0 （2）y （3）-y （4）0 （5）2y （6）0 （7）4 （8）0 （9）$\frac{3}{2}$

3、
请在空格处填入相关内容，先写序号，再填写答案。

设函数 $f(x)=x^2cosx$ 的马克劳林级数为 $\sum_{n=0}^{\infty}a_nx^n$，求系数 a_6.

解：$x^2\cos x = x^2\cdot\sum_{n=0}^{\infty}\frac{【1】^n}{(【2】)!}x^{2n}=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{【3】^n}{(【4】)!}x^{【5】}$，

故所求系数 a_6 对应于上式中 n = 【6】的一项，有 $a_6=$ 【7】.

我的答案：
参考答案：

（1）-1 （2）2n （3）-1 （4）2n （5）2n+2 （6）2 （7）$\frac{1}{24}$

4、
请在空格处填入相关内容，先写序号，再填写答案。

求微分方程 $x\frac{dy}{dx}+1=e^y$ 的通解.

解：原方程可化为

$$\frac{dy}{e^y【1】}=\frac{dx}{x}$$

积分可得

$$\int\frac{1}{e^y【2】}dy=\int\frac{1}{x}dx$$

$$【3】\frac{e^y【4】}{【5】}=lnx+lnC$$

故通解为：1 − 【6】 = Cx，其中 C 为任意【7】.

【7】从以下选项中选择：(A) 正实数 (B) 非负实数 (C) 非零实数 (D) 实数

我的答案：
参考答案：

（1）-1 （2）-1 （3）ln （4）-1 （5）e^y （6）e^{-y} （7）D（或：实数）

第三大题：综合题(总分：32分)

1、
请在空格处填入相关内容，先写序号，再填写答案。

求函数 $f(x,y)=3+14y+32x-8xy-2y^2-10x^2$ 的极值.

解：令 f 对 x，y 的偏导数分别为零，有

$$\begin{cases} f_x = 32 - 【1】y - 【2】x = 0 \\ f_y = 14 - 8x - 【3】y = 0 \end{cases}$$

求得唯一驻点 $P(x_0,y_0)$，其中 $x_0=$【4】$,y_0=$【5】. 在 $P(x_0,y_0)$，有

$$f_{xx}=【6】,f_{xy}=【7】,f_{yy}=【8】,$$

因为 $f_{xx}f_{yy}-(f_{xy})^2=16>0,\ f_{xx}<0$，

所以函数有极【9】值 $f(x_0,y_0)=$【10】.

【9】从以下选项中选择：(A) 小 (B) 大

我的答案：

参考答案：

（1）8（2）20（3）4（4）1（5）$\frac{3}{2}$（6）-20（7）-8（8）-4（9）B（10）$29\frac{1}{2}$

2、

请在空格处填入相关内容，先写序号，再填写答案。

验证对坐标的曲线积分 $\int_L xy^2dx+x^2ydy$ 与路径无关，并计算 $I=\int_{(1,1)}^{(2,2)}xy^2dx+x^2ydy$.

解：设 $P(x,y)=xy^2, Q(x,y)=x^2y$，因为

$$\frac{\partial P}{\partial【1】}=\frac{\partial Q}{\partial【2】}=【3】,$$

所以 $\int_L xy^2dx+x^2ydy$ 与路径无关.

对积分 $I=\int_{(1,1)}^{(2,2)}xy^2dx+x^2ydy$，选取积分路径 $(1,1)\to(2,1)\to(2,2)$，有

$$\int_{(1,1)}^{(2,1)}xy^2dx+x^2ydy=\int_1^{【4】}【5】dx=【6】$$

$$\int_{(2,1)}^{(2,2)}xy^2dx+x^2ydy=\int_1^{【7】}【8】dy=【9】$$

所以 $I=\int_{(1,1)}^{(2,2)}xy^2dx+x^2ydy$

$$=\int_{(1,1)}^{(2,1)}(xy^2dx+x^2ydy)+\int_{(2,1)}^{(2,2)}(xy^2dx+x^2ydy)=【10】$$

我的答案：

参考答案：

（1）y（2）x（3）2xy（4）2（5）x（6）$\frac{3}{2}$（7）2（8）4y（9）6（10）$\frac{15}{2}$