

复习资料

《高等数学(工本)》(课程代码00023)

第一大题：单项选择题(总分：20分)

1、在空间直角坐标系中，点 $(-1, 2, 4)$ 到 x 轴的距离为【 】

☐ A.

1

☒ C.

$\sqrt{20}$

☐ B.

2

☐ D.

$\sqrt{21}$

标准答案：C

2、设函数 $z = f(x, y)$ 在 (x_0, y_0) 某领域内有定义，则 $\frac{\partial z}{\partial x} \big|_{(x_0, y_0)} =$ 【 】

☐ A.

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h, y) - f(x, y)}{h}$

☐ C.

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h, y_0+h) - f(x_0, y_0)}{h}$

☐ B.

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h, y+h) - f(x, y)}{h}$

☒ D.

$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0+h, y_0) - f(x_0, y_0)}{h}$

标准答案：D

3、设积分曲线 $L: x^2 + y^2 = 1$ ，则对弧长的曲线积分 $\int_L (x+y) ds =$ 【 】

☒ A.

0

☐ C.

π

☐ B.

1

☐ D.

2π

标准答案：A

4、微分方程 $xy' + y = \sqrt{x^2 + y^2}$ 是【 】

☐ A.

可分离变量的微分方程

☐ C.

一阶线性齐次微分方程

☒ B.

齐次微分方程

☐ D.

一阶线性非齐次微分方程

标准答案：B

已知函数 $f(x)$ 是周期为 2π 的周期函数，它在 $[-\pi, \pi)$ 上的表达式为

5、 $f(x) = \begin{cases} 0, & -\pi \leq x < 0 \\ 1, & 0 \leq x < \pi \end{cases}$ ， $S(x)$ 是 $f(x)$ 傅里叶级数的和函数，则 $S(2\pi) =$

【 】

☐ A.

0

☐ C.

1

☒ B. $\frac{1}{2}$ ☐ D.

2

标准答案: B

第二大题: 计算题(总分: 48分)

1、

请在空格处填入相关内容, 先写序号, 再填写答案。

已知方程 $e^{xy} - x + 2y - z^2 - z = 5$ 确定函数 $z = z(x, y)$, 求 $\frac{\partial z}{\partial x}, \frac{\partial z}{\partial y}$.解: 设 $F(x, y, z) = e^{xy} - x + 2y - z^2 - z - 5$, 则

$$F_x = [1], F_y = [2], F_z = [3],$$

当 $z \neq [4]$ 时,

$$\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{F_x}{F_z} = \frac{ye^{xy} + [5]}{[6]},$$

$$\frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{F_y}{F_z} = \frac{xe^{xy} + [7]}{[8]}.$$

我的答案: (1) $ye^{xy}-1$ (2) $xe^{xy}+2$ (3) $-2z-1$ (4) $-\frac{1}{2}$ (5) -1 (6) $2z+1$ (7) 2 (8) $2z+1$
参考答案:

$$(1) ye^{xy}-1 \quad (2) xe^{xy}+2 \quad (3) -2z-1 \quad (4) -\frac{1}{2}$$

$$(5) -1 \quad (6) 2z+1 \quad (7) 2 \quad (8) 2z+1$$

2、

请在空格处填入相关内容, 先写序号, 再填写答案。

求曲面 $2x^2 + 3y^2 + 4z^2 = 81$ 上平行于平面 $2x + 3y + 4z = 18$ 的切平面方程.

解: 设 $F(x, y, z) = 2x^2 + 3y^2 + 4z^2 - 81$, 切点坐标为 (x_0, y_0, z_0) ,

$$F_x(x_0, y_0, z_0) = \text{【1】}, F_y(x_0, y_0, z_0) = \text{【2】}, F_z(x_0, y_0, z_0) = \text{【3】},$$

平面 $2x + 3y + 4z = 18$ 的法向量为 $v = \text{【4】}$.

由已知, 所求切平面的法向量 $(F_x(x_0, y_0, z_0), F_y(x_0, y_0, z_0), F_z(x_0, y_0, z_0))$

平行于 v , 可得 $x_0 = y_0 = z_0$.

代入曲面方程 $2x^2 + 3y^2 + 4z^2 = 81$, 可求得切点坐标为 $(3, 3, 3)$ 和

$(-3, -3, -3)$.

故所求切平面方程为

$$\text{【5】} (x - \text{【6】}) + \text{【7】} (y - \text{【8】}) + \text{【9】} (z - \text{【10】}) = 0$$

和 $2(x + 3) + 3(y + 3) + 4(z + 3) = 0$

即 $2x + 3y + 4z = \text{【11】}$ 和 $2x + 3y + 4z = -27$.

我的答案: (1) $4x_0$ (2) $6y_0$ (3) $8z_0$ (4) $(2, 3, 4)$ (5) 2 (6) 3 (7) 3 (8) 3 (9) 4 (10) 3
(11) 27

参考答案:

(1) $4x_0$ (2) $6y_0$ (3) $8z_0$ (4) $(2, 3, 4)$ (5) 2 (6) 3 (7) 3 (8) 3 (9) 4 (10) 3 (11) 27

3、

请在空格处填入相关内容, 先写序号, 再填写答案。

求幂级数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2n+1}$ 的收敛半径和收敛域.

解: 因为 $\rho = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{a_{n+1}}{a_n} \right| = \lim_{n \rightarrow \infty} \left| \frac{2n+1}{2n+3} \right| = \text{【3】},$

故收敛半径 $R = \text{【4】} = \text{【5】}.$

当 $x=1$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2n+1}$ **【6】**; 当 $x=-1$, $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{2n+1}$ **【7】**.

所以收敛域为 **【8】**.

【4】 从以下选项中选择: (A) ρ (B) ρ^2 (C) $\frac{1}{\rho}$ (D) $\ln \rho$

【6】 和 **【7】** 从以下选项中选择:

(A) 收敛 (B) 发散 (C) 条件收敛 (D) 绝对收敛

我的答案: (1) 1 (2) 3 (3) 1 (4) C (5) 1 (6) B (7) A (8) $[-1, 1]$

参考答案:

(1) 1 (2) 3 (3) 1 (4) C (5) 1 (6) B (7) A (8) [-1,1)

4、

请在空格处填入相关内容，先写序号，再填写答案。

求微分方程 $y'' - 2y' + 2y = 0$ 的通解.

解: 特征方程为 $r^{[1]} + [2]r + 2 = 0$,

特征根为 $r_1 = [3]$, $r_2 = [4]$,

因此所求通解为 $y = e^{[5]} \cdot ([6])$.

【6】从以下选项中选择:

(A) $C_1 + C_2x$ (B) $C_1 \cos x + C_2 \sin x$ (C) $C_1 e^x + C_2 e^{-x}$ (D) $C(\cos x + \sin x)$

我的答案:

(1) 2 (2) -2 (3) 1-i (4) 1+i (5) x (6) B

参考答案:

(1) 2 (2) -2 (3) $1-i$ (4) $1+i$ (5) x (6) B

第三大题: 综合题(总分: 32分)

1、

请在空格处填入相关内容，先写序号，再填写答案。

求函数 $f(x, y) = 6xy - 5x^2 - 4y^2 + 16x - 14y - 15$ 的极值.

解: 令 f 对 x, y 的偏导数分别为零, 有

$$\begin{cases} f_x = [1]y - [2]x + 16 = 0 \\ f_y = 6x + [3] - 14 = 0 \end{cases}$$

求得唯一驻点 $P(x_0, y_0)$, 其中 $x_0 = [4]$, $y_0 = [5]$. 在 $P(x_0, y_0)$, 有

$$f_{xx} = [6], f_{xy} = [7], f_{yy} = [8],$$

因为 $f_{xx}f_{yy} - (f_{xy})^2 > 0$, $f_{xx} < 0$,

所以函数在 P 点处取得极【9】值为 $f(x_0, y_0) = [10]$.

【9】从以下选项中选择: (A) 小 (B) 大

我的答案: (1) 6 (2) 10 (3) -8y (4) 1 (5) -1 (6) -10 (7) 6 (8) -8 (9) B (10) 0

参考答案:

(1) 6 (2) 10 (3) -8y (4) 1 (5) -1 (6) -10 (7) 6 (8) -8 (9) B (10) 0

2、

请在空格处填入相关内容，先写序号，再填写答案。

求由平面 $z=0, x+y=1$ 及曲面 $z=xy$ 所围立体的体积.

解：令 Ω 是题中所给平面围成的立体区域，则

$$\begin{aligned}
 V &= \iiint_{\Omega} dv \\
 &= \int_0^{[1]} dx \int_0^{[2]} dy \int_0^{[3]} dz \\
 &= \int_0^{[4]} dx \int_0^{[5]} [6] dy \\
 &= \int_0^{[7]} [8] \cdot x \cdot (1-x)^{[9]} dx = [10]
 \end{aligned}$$

我的答案：

(1) 1 (2) 1-x (3) xy (4) 1 (5) 1-x (6) xy (7) 1 (8) $\frac{1}{2}$ (9) 2 (10) $\frac{1}{24}$

参考答案：

(1) 1 (2) 1-x (3) xy (4) 1 (5) 1-x (6) xy (7) 1 (8) $\frac{1}{2}$ (9) 2 (10) $\frac{1}{24}$