

MODELLERING EN SIMULATIE

Oefenzitting 4: Toevalsgeneratoren

Academiejaar 2015–2016

1 Theorie

Opgave 1. De stochastische variabele X stelt de som voor van de ogen van twee eerlijke dobbelstenen. Wat is de uitkomstenverzameling χ ? Wat is de kansverdeling P_X van X ?

Opgave 2. Stel dat we een geldstuk hebben waarbij p de kans is dat er kop gegooit wordt. Voer een experiment uit waarbij het geldstuk wordt gegooit tot de eerste munt verschijnt. Als X het aantal keer is dat kop gegooit wordt, wat is dan de uitkomstenverzameling? Wat is de kansverdeling P_X ?

Opgave 3. Stel dat de vijf getallen 0.44; 0.81; 0.14; 0.05 en 0.93 gegenereerd zijn. Ga na of deze rij pseudo-willekeurige getallen uniform verdeeld is met behulp van de Kolmogorov–Smirnovtest met als betrouwbaarheidsniveau $\alpha = 0.05$. Gebruik daarvoor de volgende tabel, die (enkel) geldt voor $N = 5$:

α	D_α
0.20	.446
0.15	.474
0.10	.510
0.05	.565
0.01	.669

Noot: in Matlab kan je deze test uitvoeren met de functie `kstest`.

Opgave 4. Onderstel $p \in (0, 1)$. Bepaal de inverse distributiefunctie van de discrete willekeurige variabele X met cumulatieve distributiefunctie $F(x) = 1 - p^{x+1}$ en $x \in \mathbb{N} \cup \{0\}$.

Opgave 5. Ontwikkel een toevalsgenerator voor een stochastische variabele X met de waarschijnlijkheidsdichtheidsfunctie

$$f(x) = \begin{cases} e^{2x} & -\infty < x \leq 0 \\ e^{-2x} & 0 < x < \infty \end{cases}.$$

Opgave 6. Ontwikkel een toevalsgenerator voor een stochastische variabele X volgens een driehoeksverdeling met waarschijnlijkheidsdichtheidsfunctie

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}(x-2) & 2 \leq x \leq 3 \\ \frac{1}{2}(2 - \frac{x}{3}) & 3 < x \leq 6 \\ 0 & \text{elders} \end{cases}.$$

2 Computeropgave

Opgave 7. Schrijf twee algoritmes die punten genereren die uniform verdeeld zijn over de schijf van een cirkel. Juist één van de algoritmen dient een *acceptance-rejection* methode te zijn. Hint: zie de engelstalige tekst over Monte Carlosimulaties.

*Begeleider: Nick Vannieuwenhoven (nick.vannieuwenhoven@cs.kuleuven.be).

†Opgesteld door: L. Vanherpe (2005–2010), N. Achtsis (2010–2014) en N. Vannieuwenhoven (2014–2016)