Noções de Lógica

QXD0008 – Matemática Discreta

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

Prof. Lucas Ismaily
ismailybf@ufc.br

Universidade Federal do Ceará

2º semestre/2025

Tópicos desta aula

- Argumento válido e Raciocínio Dedutivo
- Conectivos Lógicos
- Tabelas-verdade
- Fórmulas Equivalentes
- Conjunto-verdade de um predicado

Referências para esta aula

- **Seções 1.1, 1.3, 2.1 e 2.2** do livro: Kenneth H. Rosen. *Matemática Discreta e suas Aplicações*. (Sexta Edição).

- **Capítulo 1** do livro: Daniel J. VELLEMAN. *How to Prove it. A structured approach*. (3rd Edition). Cambridge University Press; 3rd Edition, 2019.

Introdução

Forma de um argumento × seu conteúdo

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

- **Forma de um argumento:** conceito central na lógica dedutiva.
- **Argumento:** sequência de afirmações para demonstrar a validade de uma asserção.
- Como saber que a conclusão obtida de um argumento é válida?
  - As afirmações que compõem o argumento são aceitas como válidas, ou podem ser deduzidas de afirmações anteriores.
- Em lógica, forma de um argumento $\neq$ seu conteúdo.
- **Análise lógica** não determina a validade do conteúdo de um argumento.
  - Ela determina se a verdade de uma conclusão pode ser obtida da verdade de argumentos propostos.

Raciocínio dedutivo – Exemplo 1

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

1. Hoje, ou eu vou para a praia, ou eu fico em casa;
2. Estou cansado para viajar;
3. **Portanto**, ficarei em em casa.

Premissas: itens 1. e 2.

Conclusão: item 3.

- Premissas *forçam* a conclusão.
- **Não** podemos afirmar que a conclusão seja verdadeira, **mas**

se as premissas forem verdadeiras, então a conclusão também o é.

Raciocínio dedutivo – Exemplo 2

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

1. Ou irei trabalhar hoje ou eu irei trabalhar amanhã;
2. Vou ficar em casa hoje;
3. **Portanto**, irei trabalhar amanhã.

$\Downarrow$

Argumento válido!

1. Ou o mordomo ou a governanta é culpada;
2. Ou o chofer ou a governanta é culpada;
3. **Portanto**, ou o mordomo ou o chofer é culpado.

$\Downarrow$

Argumento inválido!

Argumento válido

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

Um argumento é **válido** quando as premissas não podem ser verdadeiras sem que a conclusão o seja.

Voltando aos exemplos anteriores

Exemplo 1
P = "hoje vou para a praia"
Q = "hoje fico em casa"

1. P ou Q;
2. não P;
3. **Portanto**, Q.

Exemplo 2
P = "hoje irei trabalhar"
Q = "amanhã irei trabalhar"

1. P ou Q;
2. não P;
3. **Portanto**, Q.

Não é o conteúdo específico que importa, mas a sua forma lógica.

Conectivos Lógicos

Conectivos Lógicos

Poucas palavras que são a chave para o entendimento do argumento.

Nos nossos exemplos: **"ou"** (or); **"e"** (and); e **"não"**(not).

- $\wedge$ **(AND)** e $\vee$ **(OR)** são operadores binários;
- $\neg$ **(NOT)** é um operador unário.
- **Atenção**: nem todo uso destes termos na língua pode ser traduzido com estes conectivos. Por exemplo:

"João **e** Maria são amigos".

Proposição

- Em toda teoria matemática, usam-se termos já definidos na concepção de novas definições.

- Mas como fazer com os termos mais **primitivos**?
  - Termos primitivos ou iniciais não são definidos.
  - Em lógica, os termos **sentença**, **verdadeiro**, e **falso** são os termos iniciais não definidos.

Proposição

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

- **Proposição** é uma sentença à qual pode ser atribuído um **valor-verdade**, que pode ser **verdadeiro** ou **falso**.

- **Entretanto**, a uma proposição nunca pode ser atribuído **verdadeiro** e **falso** simultaneamente ou um terceiro valor.

- A partir de uma proposição **simples**, construímos proposições mais complexas usando os conectivos lógicos.

    - Ou eu vou trabalhar hoje ou eu vou trabalhar amanhã.
    - Maria tem um notebook e João tem um tablet.
    - Eu não tenho um tablet.

Precisamos analisar como os conectivos lógicos contribuem para o valor-verdade final.

Proposições Compostas

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

- Nos exemplos usados daqui para frente, usaremos letras (por exemplo, P, Q, R) para representar afirmações.
- Os seguintes símbolos podem ser usados para definir expressões lógicas mais complexas a partir de expressões mais simples:
  - $\neg$: **não**
    $\neg P$ é lido como "**não** P" e é chamado de **negação** de P
  - $\wedge$: **e**
    $P \wedge Q$ é lido como "P **e** Q" e é chamado de **conjunção** de P e Q.
  - $\vee$: **ou**
    $P \vee Q$ é lido como "P **ou** Q" e é chamado de **disjunção** de P e Q.

Proposições Compostas

- $\neg$ é um operador unário e $\wedge$ e $\vee$ são operadores binários.

- Avaliação na seguinte ordem:
  1. $\neg$ (negação)
  2. $\wedge$, $\vee$ (conjunção, disjunção)
     Observação: Alguns autores consideram que a conjunção tem prioridade sobre a disjunção, enquanto outros definem a mesma prioridade para os dois operadores. O melhor é usar parêntesis para indicar a prioridade, evitando esse problema.

- Exemplo:
  $\neg P \vee Q = (\neg P) \vee Q$

  $P \vee Q \wedge R$ é ambíguo pela dicussão acima.
  Melhor solução: $(P \vee Q) \wedge R$ ou $P \vee (Q \wedge R)$.

Tabelas-verdade

Para uma sentença ser uma proposição é necessário ter um valor-verdade bem definido, isto é, V ou F.

- **P e Q ($P \wedge Q$)** é verdadeiro apenas quando ambos P e Q são verdadeiros.

P	Q	$\wedge$ (AND)
F	F	F
F	V	F
V	F	F
V	V	V

- **Não P ($\neg P$)** é verdadeiro apenas quando P for falso.

P	$\neg P$ (NOT)
F	V
V	F

Tabelas-verdade

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

- **P ou Q ($P \vee Q$)** é falso apenas quando ambos P e Q são falsos.

P	Q	$\vee$ (OR)
F	F	F
F	V	V
V	F	V
V	V	V

- **Atenção**: em Matemática o **ou** é sempre **inclusivo**.

- Analisar a fórmula (bem-formada) $\neg(P \wedge Q) \vee \neg R$:
    - pelo método com uma coluna para cada passo;
    - pelo método com cada símbolo como uma coluna.

Proposições mais complexas

Construa a tabela verdade para a expressão:

$$\boxed{E = (P \vee Q) \wedge \neg(P \wedge Q)}$$

P	Q	$P \vee Q$	$P \wedge Q$	$\neg(P \wedge Q)$	E
V	V				
V	F				
F	V				
F	F				

Proposições mais complexas

Construa a tabela verdade para a expressão:

$$\boxed{E = (P \vee Q) \wedge \neg(P \wedge Q)}$$

P	Q	$P \vee Q$	$P \wedge Q$	$\neg(P \wedge Q)$	E
V	V	V			
V	F	V			
F	V	V			
F	F	F			

Proposições mais complexas

Construa a tabela verdade para a expressão:

$$\boxed{E = (P \vee Q) \wedge \neg(P \wedge Q)}$$

P	Q	$P \vee Q$	$P \wedge Q$	$\neg(P \wedge Q)$	E
V	V	V	V		
V	F	V	F		
F	V	V	F		
F	F	F	F		

Proposições mais complexas

Construa a tabela verdade para a expressão:

$$\boxed{E = (P \vee Q) \wedge \neg(P \wedge Q)}$$

P	Q	$P \vee Q$	$P \wedge Q$	$\neg(P \wedge Q)$	E
V	V	V	V	F	
V	F	V	F	V	
F	V	V	F	V	
F	F	F	F	V	

Proposições mais complexas

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

Construa a tabela verdade para a expressão:

$$\boxed{E = (P \vee Q) \wedge \neg(P \wedge Q)}$$

P	Q	$P \vee Q$	$P \wedge Q$	$\neg(P \wedge Q)$	E
V	V	V	V	F	F
V	F	V	F	V	V
F	V	V	F	V	V
F	F	F	F	V	F

$E = (P \oplus Q) = P$ **xor** Q (ou exclusivo)

Proposições mais complexas

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

Construa a tabela verdade para a expressão:

$$\boxed{E = (P \vee Q) \wedge \neg(P \wedge Q)}$$

P	Q	$P \vee Q$	$P \wedge Q$	$\neg(P \wedge Q)$	E
V	V	V	V	F	F
V	F	V	F	V	V
F	V	V	F	V	V
F	F	F	F	V	F

$E = (P \oplus Q) = P$ **xor** Q (ou exclusivo)

- O ponto fundamental em assinalar valores-verdade para proposições compostas é que permite o uso da lógica para decidir a verdade de uma proposição usando somente o conhecimento das partes.

Tautologias e contradições

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

- Uma **tautologia** é uma fórmula que é sempre verdadeira independente dos valores-verdade das afirmações que compõem a proposição.
- Uma **contradição** é uma fórmula que é sempre falsa independente dos valores-verdade das afirmações que compõem a proposição.
- Leis da tautologia:
  - $P \wedge$ ***(uma tautologia)*** é equivalente a P;
  - $P \vee$ ***(uma tautologia)*** é uma tautologia;
  - a negação de uma tautologia é uma contradição.
- Leis da contradição:
  - $P \wedge$ ***(uma contradição)*** é uma contradição;
  - $P \vee$ ***(uma contradição)*** é equivalente a P;
  - a negação de uma contradição é uma tautologia.

Raciocínio dedutivo – exemplo

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

O argumento a seguir é válido?

1. Ou João não é estúpido mas é preguiçoso, ou ele é estúpido;
2. João é estúpido;
3. Portanto, João não é preguiçoso

Raciocínio dedutivo – exemplo

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

O argumento a seguir é válido?

1. Ou João não é estúpido mas é preguiçoso, ou ele é estúpido;
2. João é estúpido;
3. Portanto, João não é preguiçoso

- P = "João é estúpido"

Raciocínio dedutivo – exemplo

O argumento a seguir é válido?

1. Ou João não é estúpido mas é preguiçoso, ou ele é estúpido;
2. João é estúpido;
3. Portanto, João não é preguiçoso

- P = "João é estúpido"
- Q = "João é preguiçoso"

Raciocínio dedutivo – exemplo

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

O argumento a seguir é válido?

1. Ou João não é estúpido mas é preguiçoso, ou ele é estúpido;
2. João é estúpido;
3. Portanto, João não é preguiçoso

- P = "João é estúpido"
- Q = "João é preguiçoso"

1. $(\neg P \wedge Q) \vee P$

Raciocínio dedutivo – exemplo

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

O argumento a seguir é válido?

1. Ou João não é estúpido mas é preguiçoso, ou ele é estúpido;
2. João é estúpido;
3. Portanto, João não é preguiçoso

- P = "João é estúpido"
- Q = "João é preguiçoso"

1. $(\neg P \land Q) \lor P$
2. P

Raciocínio dedutivo – exemplo

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

O argumento a seguir é válido?

1. Ou João não é estúpido mas é preguiçoso, ou ele é estúpido;
2. João é estúpido;
3. Portanto, João não é preguiçoso

- P = "João é estúpido"
- Q = "João é preguiçoso"

1. $(\neg P \wedge Q) \vee P$
2. P
3. $\neg Q$

Raciocínio dedutivo – exemplo

O argumento a seguir é válido?

1. Ou João não é estúpido mas é preguiçoso, ou ele é estúpido;
2. João é estúpido;
3. Portanto, João não é preguiçoso

- P = "João é estúpido"
- Q = "João é preguiçoso"

1. $(\neg P \wedge Q) \vee P$
2. P
3. $\neg Q$

Então, a pergunta é se é verdade que

$$\begin{array}{l} (\neg P \wedge Q) \vee P \\ P \\ \hline \therefore \neg Q \end{array}$$

Raciocínio dedutivo – exemplo

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

P	Q	$(\neg \; P \; \wedge \; Q) \; \vee \; P$	P	$\neg Q$
F	F			
F	V			
V	F			
V	V			

Raciocínio dedutivo – exemplo

P	Q	$(\neg$	P	$\wedge$	$Q)$	$\vee$	P	P	$\neg Q$
F	F						F		
F	V						F		
V	F						V		
V	V						V		

Raciocínio dedutivo – exemplo

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

P	Q	$(\neg$	P	$\wedge$	$Q)$	$\vee$	P	P	$\neg Q$
F	F		F				F		
F	V		F				F		
V	F		V				V		
V	V		V				V		

Raciocínio dedutivo – exemplo

P	Q	$(\neg$	P	$\wedge$	$Q)$	$\vee$	P	P	$\neg Q$
F	F	V	F				F		
F	V	V	F				F		
V	F	F	V				V		
V	V	F	V				V		

Raciocínio dedutivo – exemplo

P	Q	$(\neg$	P	$\wedge$	$Q)$	$\vee$	P	P	$\neg Q$
F	F	V	F		F		F		
F	V	V	F		V		F		
V	F	F	V		F		V		
V	V	F	V		V		V		

Raciocínio dedutivo – exemplo

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

P	Q	$(\neg$	P	$\wedge$	$Q)$	$\vee$	P	P	$\neg Q$
F	F	V	F	F	F		F		
F	V	V	F	V	V		F		
V	F	F	V	F	F		V		
V	V	F	V	F	V		V		

Raciocínio dedutivo – exemplo

P	Q	$(\neg$	P	$\wedge$	$Q)$	$\vee$	P	P	$\neg Q$
F	F	V	F	F	F	F	F		
F	V	V	F	V	V	V	F		
V	F	F	V	F	F	V	V		
V	V	F	V	F	V	V	V		

Raciocínio dedutivo – exemplo

P	Q	$(\neg$	P	$\wedge$	$Q)$	$\vee$	P	P	$\neg Q$
F	F	V	F	F	F	F	F	F	
F	V	V	F	V	V	V	F	F	
V	F	F	V	F	F	V	V	V	
V	V	F	V	F	V	V	V	V	

Raciocínio dedutivo – exemplo

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

P	Q	$(\neg$	P	$\wedge$	$Q)$	$\vee$	P	P	$\neg Q$
F	F	V	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	F	V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	F	F	V	V	V	V
V	V	F	V	F	V	V	V	V	F

Raciocínio dedutivo – exemplo

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

P	Q	$(\neg$	P	$\wedge$	$Q)$	$\vee$	P	P	$\neg Q$
F	F	V	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	F	V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	F	F	V	V	V	V
V	V	F	V	F	V	**V**	V	**V**	**F**

O argumento **não** é válido.

Raciocínio dedutivo – exemplo

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

P	Q	$(\neg$	P	$\wedge$	$Q)$	$\vee$	P	P	$\neg Q$
F	F	V	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	F	V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	F	F	V	V	V	V
V	V	F	V	F	V	**V**	V	**V**	**F**

O argumento **não** é válido.

- Olhando a primeira premissa mais detalhadamente:

Raciocínio dedutivo – exemplo

P	Q	$(\neg$	P	$\wedge$	$Q)$	$\vee$	P	P	$\neg Q$
F	F	V	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	F	V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	F	F	V	V	V	V
V	V	F	V	F	V	**V**	V	**V**	**F**

O argumento **não** é válido.

- Olhando a primeira premissa mais detalhadamente:

P	Q	$(\neg P \wedge Q) \vee P$	$P \vee Q$
F	F	F	
F	V	V	
V	F	V	
V	V	V	

Raciocínio dedutivo – exemplo

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

P	Q	$(\neg$	P	$\wedge$	$Q)$	$\vee$	P	P	$\neg Q$
F	F	V	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	F	V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	F	F	V	V	V	V
V	V	F	V	F	V	**V**	V	**V**	**F**

O argumento **não** é válido.

- Olhando a primeira premissa mais detalhadamente:

P	Q	$(\neg P \wedge Q) \vee P$	$P \vee Q$
F	F	F	F
F	V	V	V
V	F	V	V
V	V	V	V

Raciocínio dedutivo – exemplo

P	Q	$(\neg$	P	$\wedge$	$Q)$	$\vee$	P	P	$\neg Q$
F	F	V	F	F	F	F	F	F	V
F	V	V	F	V	V	V	F	F	F
V	F	F	V	F	F	V	V	V	V
V	V	F	V	F	V	**V**	V	**V**	**F**

O argumento **não** é válido.

- Olhando a primeira premissa mais detalhadamente:

P	Q	$(\neg P \wedge Q) \vee P$	$P \vee Q$
F	F	F	F
F	V	V	V
V	F	V	V
V	V	V	V

As duas fórmulas são **equivalentes**.

Fórmulas equivalentes

possuem sempre o mesmo valor-verdade!

O argumento

1. Ou João não é estúpido mas é preguiçoso, ou ele é estúpido;
2. João é estúpido;
3. Portanto, João não é preguiçoso

é o mesmo que

1. ou João é estúpido ou João é preguiçoso (ou ambos);
2. João é estúpido;
3. Portanto, João não é preguiçoso

Simplificar fórmulas, buscando fórmulas equivalentes à original, contribui para o entendimento.

Equivalências bem conhecidas

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

- Leis de DeMorgan: $\neg(P \wedge Q) \equiv \neg P \vee \neg Q$;
  $\neg(P \vee Q) \equiv \neg P \wedge \neg Q$.
- Leis comutativas: $P \wedge Q \equiv Q \wedge P$;
  $P \vee Q \equiv Q \vee P$.
- Leis associativas: $P \wedge (Q \wedge R) \equiv (P \wedge Q) \wedge R$
  $P \vee (Q \vee R) \equiv (P \vee Q) \vee R$
- Leis distributivas: $P \wedge (Q \vee R) \equiv (P \wedge Q) \vee (P \wedge R)$
  $P \vee (Q \wedge R) \equiv (P \vee Q) \wedge (P \vee R)$
- Leis idempotentes: $P \wedge P \equiv P$
  $P \vee P \equiv P$
- Leis de absorção: $P \vee (P \wedge Q) \equiv P$
  $P \wedge (P \vee Q) \equiv P$
- Lei da negação dupla: $\neg\neg P \equiv P$.

Simplifique a fórmula $\neg(Q \wedge \neg P) \vee P$

$\neg(Q \wedge \neg P) \vee P$ é equivalente a

$(\neg Q \vee \neg\neg P) \vee P$ (Lei de DeMorgan), que é equivalente a

$(\neg Q \vee P) \vee P$ (Lei da negação dupla), que é equivalente a

$\neg Q \vee (P \vee P)$ (Lei associativa), que é equivalente a

$\neg Q \vee P$ (Lei idempotente).

$$\boxed{\neg(Q \wedge \neg P) \vee P \equiv \neg Q \vee P}$$

Proposição condicional ou implicação

- Sejam P e Q proposições.
  - "Se P então Q" (ou P implica Q) é representado por
  $$P \to Q.$$
  - P é chamado de **hipótese** e Q de **conclusão**.

- Sobre o uso típico de uma proposição condicional ou implicação:
  - Este tipo de sentença é usado tanto em linguagem natural quanto em raciocínio matemático para dizer que a verdade da proposição Q (conclusão) está condicionada à verdade da proposição P (hipótese/premissa).
  - No entanto, uma proposição condicional (do ponto de vista matemático) é independente de uma relação causa-efeito entre hipótese e conclusão.

- **Exemplo:** Se $(48 \text{ é divisível por } 6)_{=p}$, então $(48 \text{ é divisível por } 3)_{=q}$.

Proposição condicional – Tabela-verdade

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

- $\rightarrow$ é um conectivo lógico binário para o qual podem ser definidos valores-verdade.
- Determinando a tabela-verdade para $\rightarrow$ (se-então)
  - A única combinação em que a sentença condicional é falsa é quando a hipótese é V e a conclusão é F (por definição).

P	Q	$P \rightarrow Q$
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V

- Prioridade do conectivo lógico $\rightarrow$:
  - Último a ser avaliado em expressões que contêm $\neg, \vee, \wedge$

Proposição condicional

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

- Seja a seguinte sentença que descreve uma promessa:
  - Se (você se apresentar para trabalhar na segunda-feira pela manhã) $= p$, então (você terá emprego) $= q$.
- Em que situação o empregador não falou a verdade, ou seja, a promessa (sentença) é falsa?

$$p = V \wedge q = F$$

- E se a afirmação p não for satisfeita?
  - Não é justo dizer que a promessa é falsa.

Proposição condicional: Contrapositiva

- A proposição **contrapositiva** de $(p \to q)$ é $(\neg q \to \neg p)$
- **Exercício:** Prove que $p \to q \equiv \neg q \to \neg p$
- **Exemplo:**
  $p \to q$: Se hoje é Natal então amanhã é segunda-feira.
  $\neg q \to \neg p$: Se amanhã não é segunda-feira então hoje não é Natal.

Proposição condicional: Oposta

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

- A proposição **oposta** de $(p \rightarrow q)$ é $(q \rightarrow p)$

- **Exercício:** $p \rightarrow q \not\equiv q \rightarrow p$

- **Exemplo:**
  $p \rightarrow q$: Se está chovendo, então o time da casa ganha.
  $q \rightarrow p$: Se o time da casa ganha, então está chovendo.

Proposição condicional: Inversa

Universidade Federal do Ceará
Campus Quixadá

- A proposição **inversa** de $(p \to q)$ é $(\neg p \to \neg q)$
- **Exercício:** $p \to q \not\equiv \neg p \to \neg q$
- **Exemplo:**
  Original: Se hoje é Natal, então amanhã é segunda-feira.
  Contrapositiva: Se amanhã não é segunda-feira, então hoje não é Natal.
  Oposta: Se amanhã é segunda-feira, então hoje é Natal.
  Inversa: Se hoje não é Natal, então amanhã não é segunda-feira.

Proposição condicional: Somente se

- A sentença "**p somente se q**" significa que (acresecentando verbos):

  p [pode ocorrer] **somente se** q [ocorre].

  $\therefore$ Se q não ocorre, então p não pode ocorrer , i.e.,
  Se $\neg q$ então $\neg p \equiv$ Se p então q ou $p \to q$.

- Proposições condicionais:
  - p somente se $p \equiv q$.
  - **Exercício:** p somente se $q \not\equiv p$ se q.
  - **Exercício:** p se $q \equiv q \to p$.

Proposição condicional: Bicondicional (se e somente se)

- A sentença **bicondicional** entre p e q é expressa como "**p se somente se q**"
- É representada por $p \leftrightarrow q$
- E tem a seguinte tabela-verdade:

P	Q	$P \leftrightarrow Q$
F	F	V
F	V	F
V	F	F
V	V	V

- O conectivo $\leftrightarrow$ tem a mesma prioridade do conectivo $\leftarrow$.

Proposição condicional: Bicondicional (se e somente se)

- **Exemplo:**

Este programa está correto se somente se ele produz a resposta correta para todos os possíveis valores de dados de entrada.

- Reescrevendo como uma conjunção de duas sentenças se-então:

Se este programa está correto então ele produz a resposta correta para todos os possíveis valores de dados de entrada.

e

Se o programa produz a resposta correta para todos os possíveis valores de dados de entrada então ele está correto.

Proposição condicional: Condição necessária & Condição suficiente

Sejam r e s afirmações.

- r é uma **condição suficiente** para s:
  - se r então s
    $\therefore$ A ocorrência de r é suficiente para garantir a ocorrência de s.
- r é uma **condição suficiente** para s:
  - se não r então não s $\equiv$
    se s então r.
    $\therefore$ Se r não ocorrer, então s também não pode ocorrer, i.e., a ocorrência de r é necessária para se ter a ocorrência de s.
- A frase: r é uma condição necessária e suficiente para s significa "r se e somente se s."

Proposições e variáveis

- Proposições:
  - $P =$ "2 é um número primo";
  - $Q =$ "9 é divisível por 5";
  - $R =$ "João tem 2 filhos".

Proposições e variáveis

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

- Proposições:
  - $P =$ "2 é um número primo";
  - $Q =$ "9 é divisível por 5";
  - $R =$ "João tem 2 filhos".

Necessidade: afirmações sobre objetos que podem variar.

Proposições e variáveis

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

- Proposições:
  - $P =$ "2 é um número primo";
  - $Q =$ "9 é divisível por 5";
  - $R =$ "João tem 2 filhos".

Necessidade: afirmações sobre objetos que podem variar.

Representados por letras ou símbolos e denominados **variáveis**.

Proposições e variáveis

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

- Proposições:
  - $P =$ "2 é um número primo";
  - $Q =$ "9 é divisível por 5";
  - $R =$ "João tem 2 filhos".

Necessidade: afirmações sobre objetos que podem variar.

Representados por letras ou símbolos e denominados **variáveis**.

- Exemplos:
  - x, y representam números inteiros positivos e z representa uma pessoa.

Proposições e variáveis

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

- Proposições:
  - $P =$ "2 é um número primo";
  - $Q =$ "9 é divisível por 5";
  - $R =$ "João tem 2 filhos".

Necessidade: afirmações sobre objetos que podem variar.

Representados por letras ou símbolos e denominados **variáveis**.

- Exemplos:
  - x, y representam números inteiros positivos e z representa uma pessoa.
    - "x é um número primo" $\longrightarrow P(x)$;

Proposições e variáveis

- Proposições:
  - $P =$ "2 é um número primo";
  - $Q =$ "9 é divisível por 5";
  - $R =$ "João tem 2 filhos".

Necessidade: afirmações sobre objetos que podem variar.

Representados por letras ou símbolos e denominados **variáveis**.

- Exemplos:
  - x, y representam números inteiros positivos e z representa uma pessoa.
    - "x é um número primo" $\longrightarrow P(x)$;
    - "x é divisível por y" $\longrightarrow Q(x, y)$;

Proposições e variáveis

UNIVERSIDADE FEDERAL DO CEARÁ
CAMPUS QUIXADÁ

- Proposições:
  - $P =$ "2 é um número primo";
  - $Q =$ "9 é divisível por 5";
  - $R =$ "João tem 2 filhos".

Necessidade: afirmações sobre objetos que podem variar.

Representados por letras ou símbolos e denominados **variáveis**.

- Exemplos:
  - x, y representam números inteiros positivos e z representa uma pessoa.
    - "x é um número primo" $\longrightarrow P(x)$;
    - "x é divisível por y" $\longrightarrow Q(x, y)$;
    - "z tem x filhos" $\longrightarrow R(z, x)$;

Implicações

- Proposições (sem variáveis): atribuir um valor lógico é natural pois uma proposição será sempre verdadeira ou falsa.

- Sentenças com variáveis (propriedades): esta avaliação simples não é mais possível.

  - Considere $P(x) =$ "x é um número primo."

    Como dizer se $P(x)$ é falso ou verdadeiro?

    - $P(7)$ é verdadeiro.
    - $P(8)$ é falso.

E agora?

FIM