

Introdução aos Métodos Discretos

Welson de Avelar Soares Filho

Prof. Dr. Ruy Freitas

Prof. Dr. Joventino Campos





An RBF–MFS model for analysing thermal behaviour of skin tissues

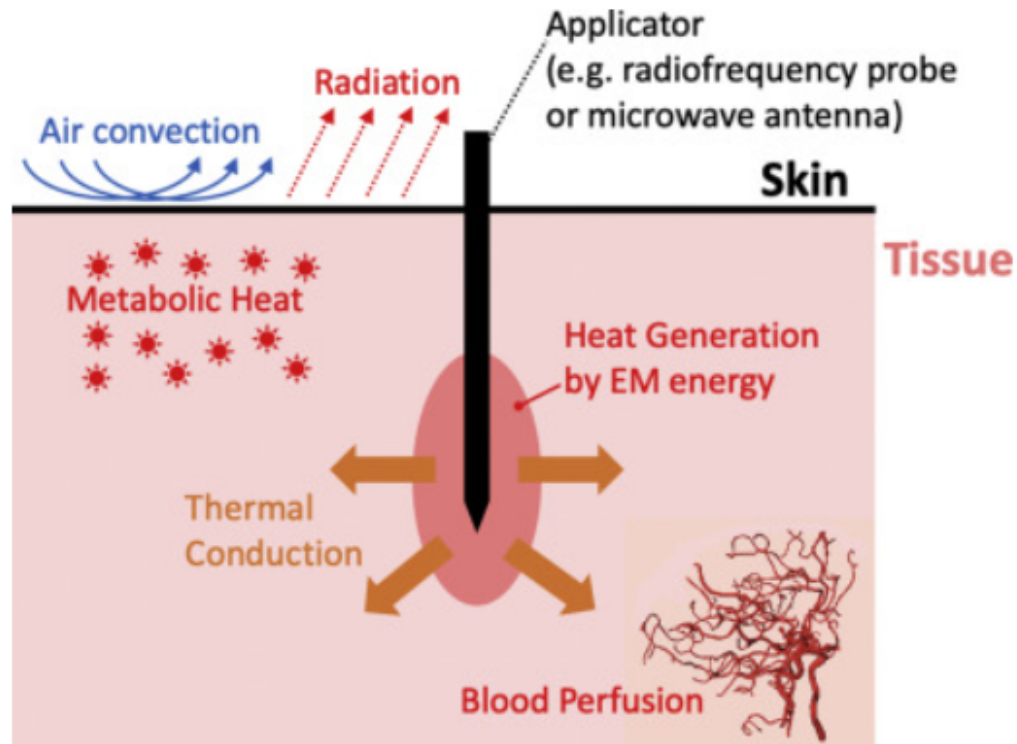
- Novo método numérico para solução

Equação de Pennes

- Equação de transferência de calor em tecidos biológicos
- Proposta em 1948

$$\rho c \frac{\partial u(x, t)}{\partial t} = \nabla \cdot [k \nabla u(x, t)] + \omega_b \rho_b c_b [u_a - u(x, t)] + Q_m + Q_r(x, t)$$

Transferência de calor no tecido biológico



Fonte: Principles and Technologies for Electromagnetic Energy Based Therapies, 2022.

Hipertermia tumoral

- A presença de um tumor altera a dinâmica na superfície da pele

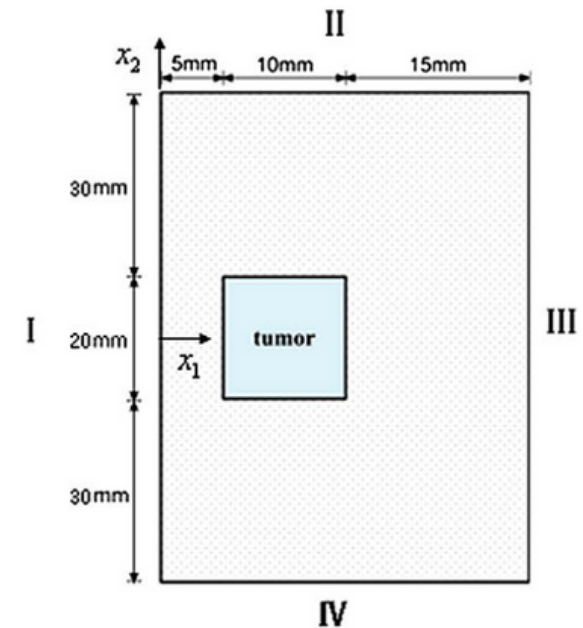


Fig. 6. Illustration of tissue with tumor.

$$\begin{cases} \rho c \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \nabla \cdot [k \nabla u(x,t)] + \omega_b \rho_b c_b [u_a - u(x,t)] + Q_m + Q_r(x,t) & \text{para } \Omega \\ k \nabla u(x,t) \cdot \vec{n} = 0 & \text{para } x \in \Omega_{I,II,IV} \\ u(x,t) = 37 & \text{para } x \in \Omega_{III} \end{cases}$$

Definição do problema para o caso estacionário, $t=0$

Processo de discretização



Considerando o caso estacionário, $t = 0$, temos que $\rho c \frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = 0$ e $Q_r(x, t) = 0$

O que nos levará ao seguinte sistema:

$$\begin{cases} \nabla \cdot [k \nabla u(x, t)] + \omega_b \rho_b c_b [u_a - u(x, t)] + Q_m = 0 & \text{para } \Omega \\ k \nabla u(x, t) \cdot \vec{n} = 0 & \text{para } x \in \Omega_{I, II, IV} \\ u(x, t) = 37 & \text{para } x \in \Omega_{III} \end{cases}$$

Realizando o processo de discretização fica:

$$k \nabla^2 T - \omega_b \rho_b c_b T = -Q_m - \omega_b \rho_b c_b T_a$$

$$k(T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j-1} + T_{i,j+1} - 4T_{i,j}) - \omega_b \rho_b c_b T_{i,j} h^2 = f(x, y) h^2$$

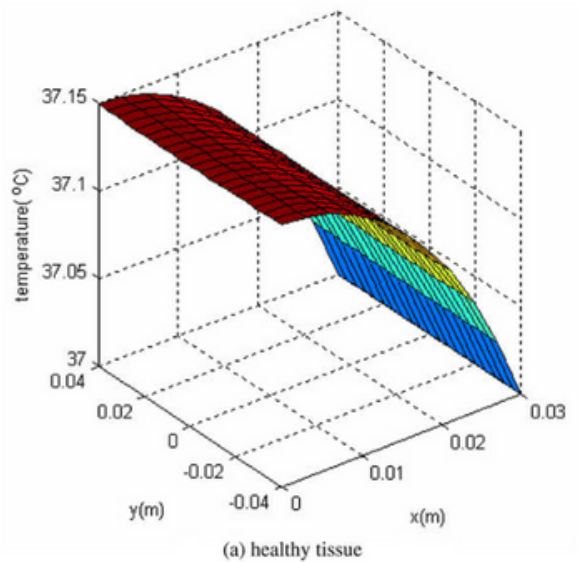
Joga o "k" pra dentro e isola $T_{i,j}$

$$T_{i,j} = \frac{f h^2 - k(T_{i+1,j} + T_{i-1,j} + T_{i,j-1} + T_{i,j+1})}{-4k - \omega_b \rho_b c_b h^2}$$

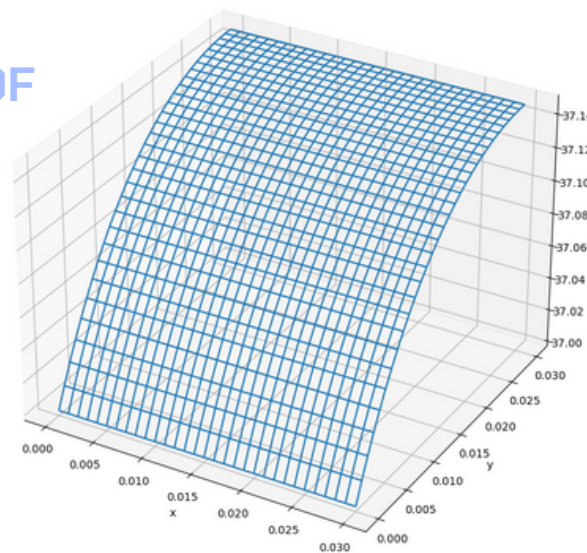
Resultados

- Simulação do tecido saudável

Artigo



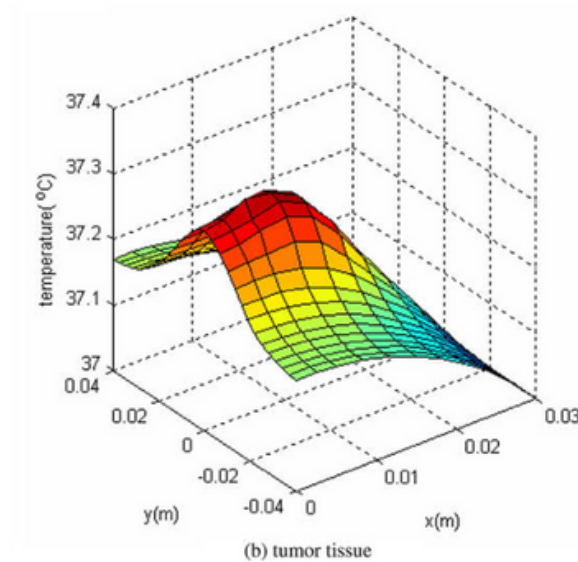
MDF



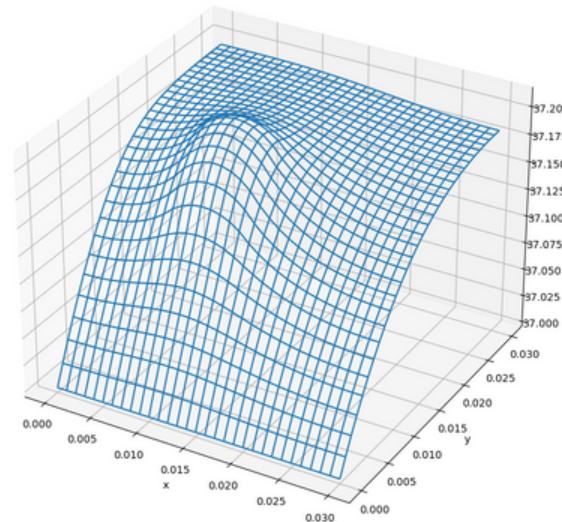
Resultados

- Simulação do tecido com tumor

Artigo



MDF



Conclusão

MDF resolve o Pennes

Referências



Cao, L., Qin, Q., Zhao, N., An RBF–MFS model for analysing thermal behaviour of skin tissues, International Journal of Heat and Mass Transfer, Volume 53, Issues 7–8, 2010, Pages 1298-1307, <https://doi.org/10.1016/j.ijheatmasstransfer.2009.12.036>.



Haemmerich, D., Principles and Technologies for Electromagnetic Energy Based Therapies, Academic Press, 2022, ISBN 9780128205945, <https://doi.org/10.1016/B978-0-12-820594-5.00012-5>.