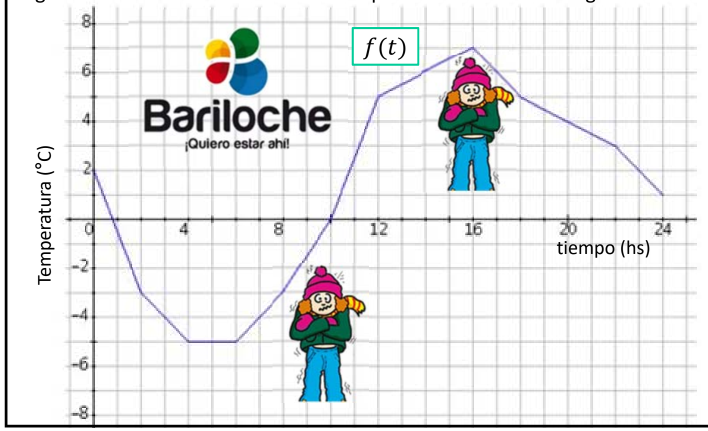
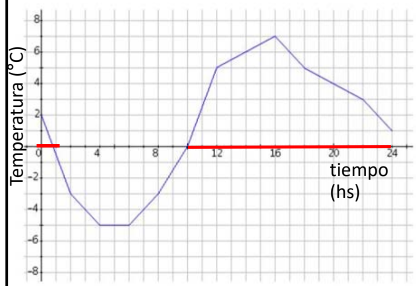
Para practicar

El gráfico muestra la variación de la temperatura del aire a lo largo de un día.



Para practicar

El gráfico muestra la variación de la temperatura del aire a lo largo de un día.



¿Es una función? ✓

Escala y unidades del eje horizontal y vertical

¿Dónde está y qué representa el punto (0,2)?

¿Dónde están los puntos para los que $f(t) = 0$?

¿Qué significa $f(t) = 0$?

¿En qué **horarios** la temperatura fue de 5°C?
$t = 12$ y $t = 18$

¿Que significa $f(t) < 0$?
¿Dónde es $f(t) < 0$?
$t \in (1,10)$

¿Que significa $f(t) > 0$?
¿Dónde es $f(t) > 0$?
$t \in (0,1) \cup (10,24)$

Dominio de funciones

Definición: El **dominio** de una función es el conjunto de valores que tienen imagen por la función.

Cuando tenemos una fórmula para definir la función, el dominio se define como aquellos números (reales por lo general) para los cuales "podemos hacer la cuenta"

Algunas operaciones tienen sus restricciones

Un denominador no puede ser cero

Una raíz cuadrada no puede calcularse sobre números negativos

Algunas funciones como el logaritmo no pueden calcularse sobre números negativos ni sobre cero

Dominio de funciones

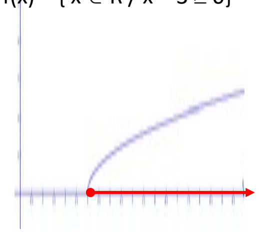
Para determinar del dominio de una función dada por medio de una fórmula debemos considerar esas restricciones.

El dominio siempre será un subconjunto (eventualmente todo) de R.

Por lo tanto su representación gráfica es sobre el eje x (en la recta real)

Ejemplo $f(x) = \sqrt{x-3}$ Dom f(x) = { x ∈ R / x – 3 ≥ 0}

La raíz cuadrada no puede ser calculada sobre un número negativo, por lo tanto x–3 debe ser positivo o 0



$x - 3 \geq 0 \quad \Rightarrow x \geq 3$ $\boxed{x \in [\ [3, +\infty)}$

Algunas particularidades

Litros de agua promedio consumidos por día en una casa particular, respecto número de personas que viven en ella.

¿Es una función? ✓

¿Qué variables relaciona?

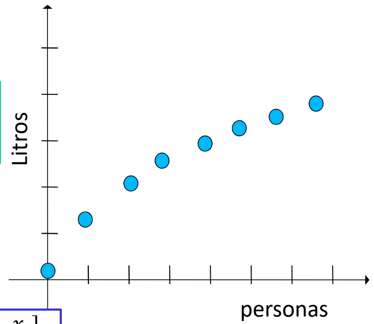
Número de personas que viven en una casa con litros de agua consumidos por día

Dominio:

Algún subconjunto de N*

$\{0, 1, 2, 3, \ldots, n\}$

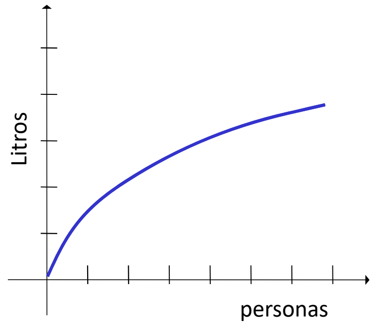
¿Imagen? Algún intervalo $[x_0, x_1]$



Algunas particularidades

Litros de agua promedio consumidos por día en una casa particular, respecto número de personas que viven en ella.

¿Por qué no es así?



Algunas particularidades

Altura de una persona, respecto del transcurso del tiempo.

¿Es una función?

¿Qué variables relaciona?

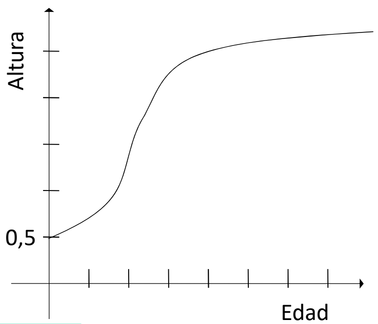
Edad y altura

Dominio:

Un intervalo [0, algo] (de tiempo)

Imagen:

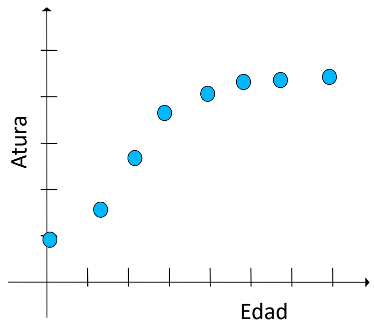
Un intervalo [algo, algo] (de altura)



Algunas particularidades

Altura de una persona, respecto del transcurso del tiempo.

¿Por qué no es así?



Algunas particularidades

Una llamada telefónica local en una cabina o en un teléfono público cuesta $20 los primeros 2 minutos y a partir del minuto 2, aumenta $10 por cada dos minutos.

Realizar un gráfico de la **función costo** de la llamada en función del tiempo de duración de la misma

Algunas particularidades

¿Es una función?
$c(t)$

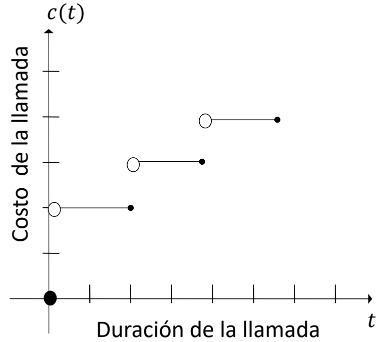
¿Qué variables relaciona?

Costo de la llamada con su duración

Dominio: $[0, x_1]$

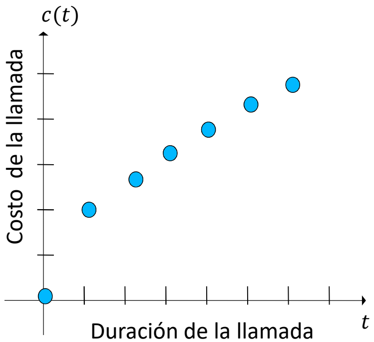
Eventualmente $[0, +\infty)$ si somos muy optimistas

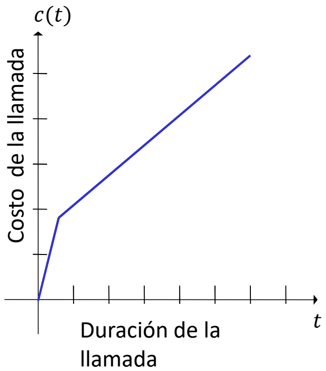
Imagen: $\{0, 20, 30, 40 \ldots\}$



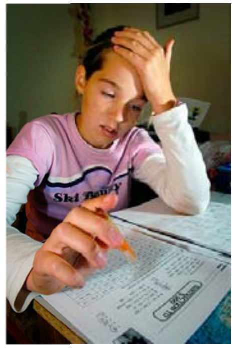
Algunas particularidades

¿Por qué no es así?

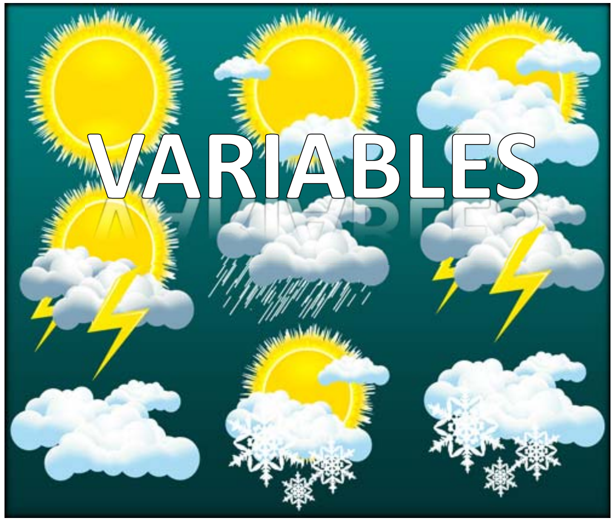


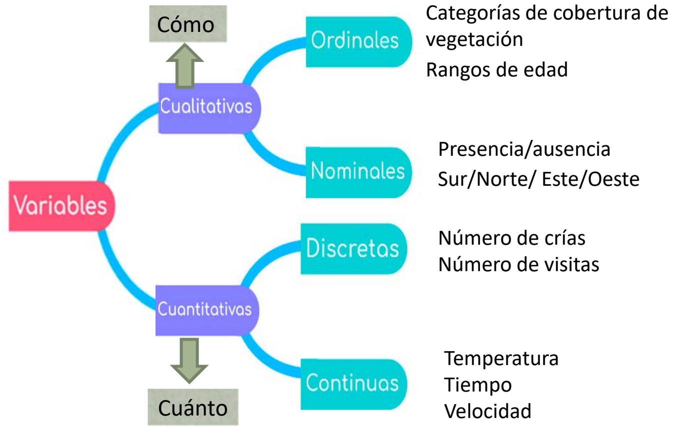


Algunas particularidades



Dar una fórmula que permita calcular el costo de la llamada para cualquier duración de la misma.





Un problema con distintas variables

Supongamos que se quiere hacer un estudio sobre las características de la vegetación a lo largo de un río y que para eso se divide su trayecto en "partes" de igual longitud Supongamos 10 de 100m

Medidas típicamente usadas para describir la distribución de plantas en un área de estudio

Presencia/ausencia de cada especie en cada segmento definido

Variable **cualitativa**
Dos valores posibles: 1 o 0

Abundancia: número de observaciones en cada segmento

Variable **cuantitativa discreta**
Valores posibles: **0, 1, 2…. n**

Un problema con distintas variables

Densidad: la abundancia (número de observaciones) en cada segmento relativa a la longitud total del sitio de muestreo (unidad: número por metro)

Abundancia relativa: número de observaciones en cada segmento sobre el número total de observaciones (sin unidad)

Variable ambiental (proxy): Por ejemplo puede ser un gradiente del pH del suelo a lo largo del sitio de estudio

Variables **cuantitativa** (valores racionales): Valores posibles **0 hasta n/1000** = número de observaciones en la longitud de la transecta.

Variables **cuantitativa.** Valores posibles: **números racionales entre 0 y 1** (número de observaciones del segmento sobre número total de observaciones)

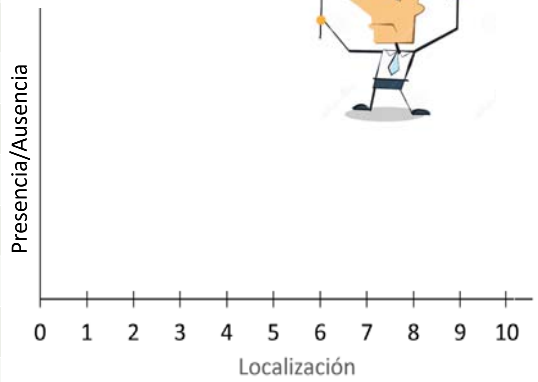
Variable **cuantitativa.** Valores posibles: números reales entre 0 y 14 (intervalo [0,14])

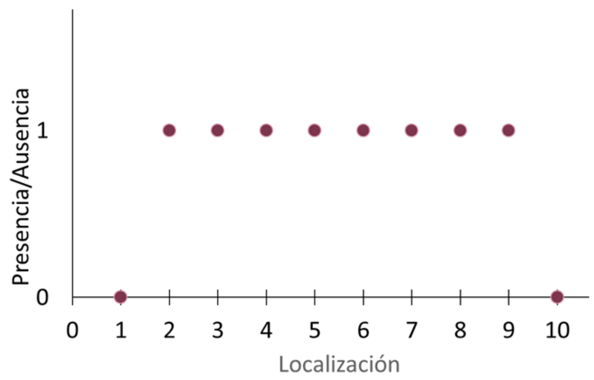
Suelen tratarse como continuas

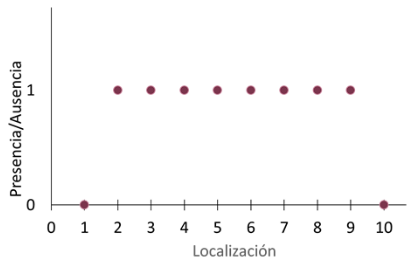
	P/A	Ab.	Dens	Ab.Rel.	pH
0-100	0	0	0	0	4,168
100-200	1	1	0,01	0,018	5,212
200-300	1	4	0,04	0,071	5,938
300-400	1	7	0,07	0,125	5,846
400.500	1	15	0,15	0,268	6,126
500-600	1	13	0,13	0,232	6,535
600-700	1	8	0,08	0,143	6,634
700-800	1	5	0,05	0,089	7,114
800-900	1	3	0,04	0,054	7,848
[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]	[illegible]

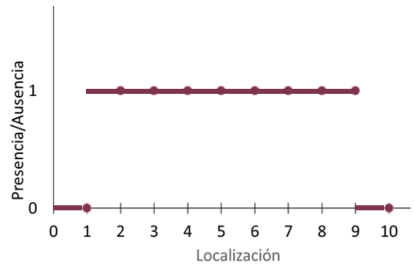
	P/A
0-100	0
100-200	1
200-300	1
300-400	1
400.500	1
500-600	1
600-700	1
700-800	1
800-900	1
900-1000	0

Presencia/Ausencia



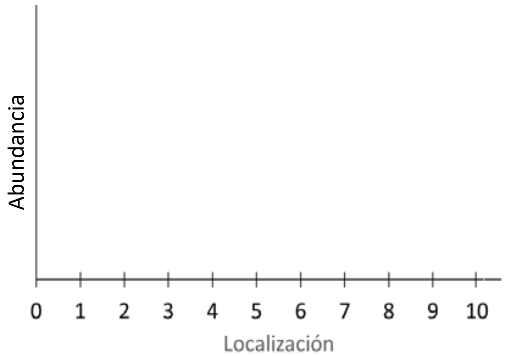


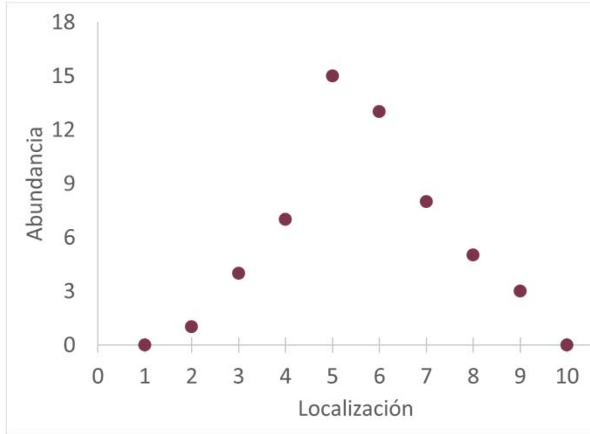


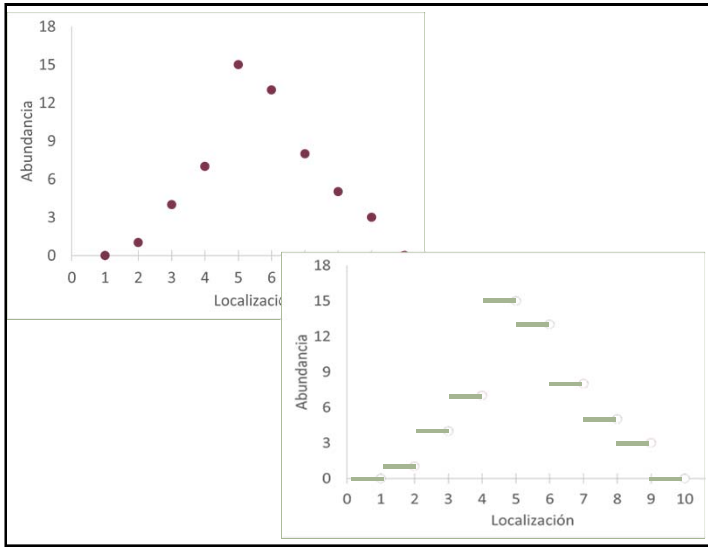


	Ab.
0-100	0
100-200	1
200-300	4
300-400	7
400.500	15
500-600	13
600-700	8
700-800	5
800-900	3
900-1000	0

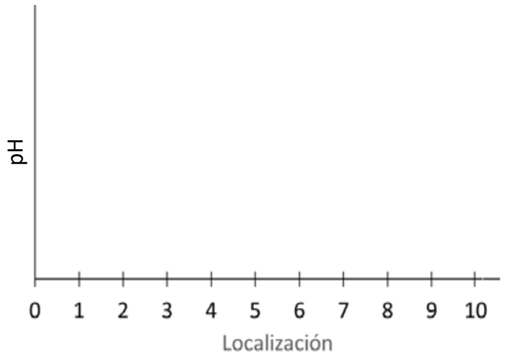
Abundancia: número total de observaciones en cada segmento

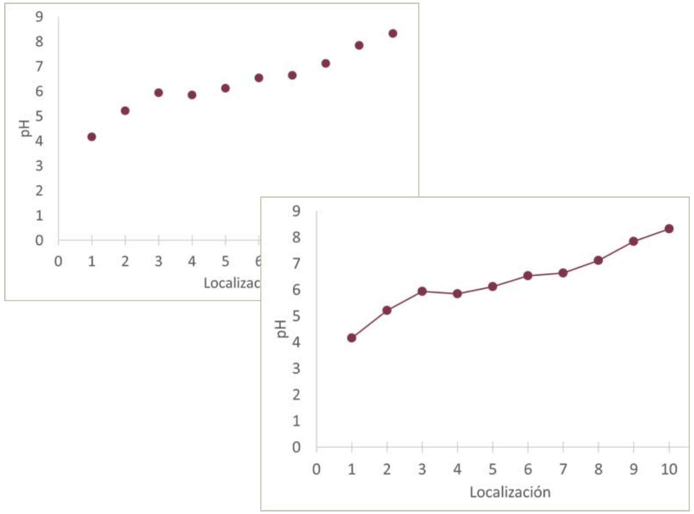






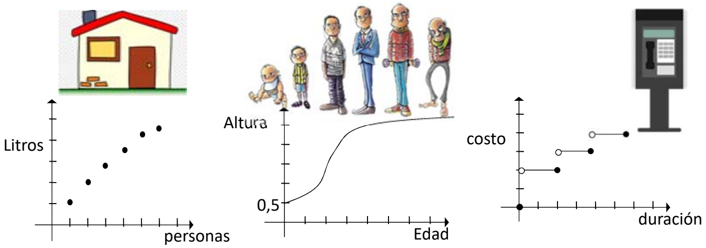
	pH
0-100	4,168
100-200	5,212
200-300	5,938
300-400	5,846
400.500	6,126
500-600	6,535
600-700	6,634
700-800	7,114
800-900	7,848
900-1000	8,324







Los tipos de variables y sus consecuencias gráficas



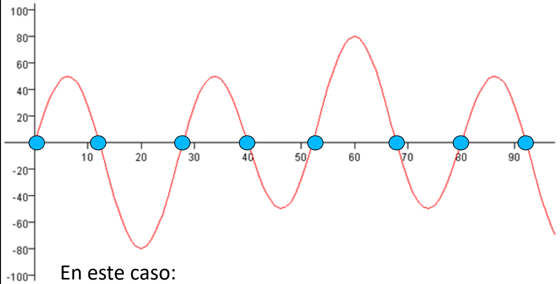
Variable Independiente		
discreta	continua	**continua**
Variable Dependiente		
continua	continua	**discreta**
Gráfico		
puntos	trazo continuo	**escalones**

GENERALIDADES

Generalidades de las funciones

Definición: Llamaremos **ceros o raíces** de una función al conjunto formado por aquellos valores de $x \in \mathrm{Dom}\, f$ para los cuales $f(x) = 0$

Gráficamente son los puntos en el eje x donde la curva corta al eje



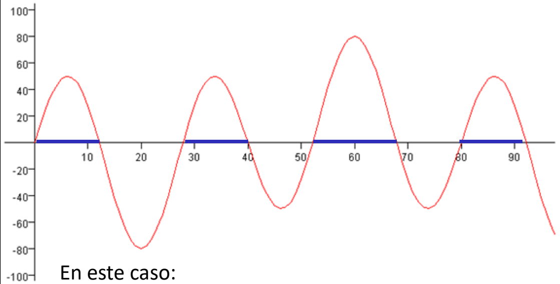
En este caso:

$x = 0$; $x = 12$; $x = 28$; $x = 40$; $x = 52$; $x = 68$; $x = 80$; $x = 92$

Generalidades de las funciones

Definición: Llamaremos **conjunto de positividad** de una función al conjunto formado por aquellos valores de $x \in \mathrm{Dom}\, f$ para los cuales $f(x) > 0$

Gráficamente son los puntos en el eje x donde la curva está **sobre** el eje



El conjunto de positividad de una función están formados por intervalos abiertos

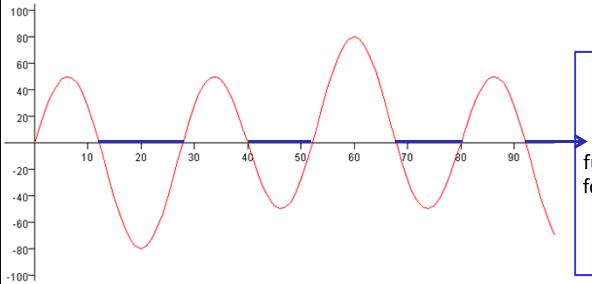
En este caso:

(0, 12) ∪ (28, 40) ∪ (52, 68) ∪ (80, 92)

Generalidades de las funciones

Definición: Llamaremos **conjunto de negatividad** de una función al conjunto formado por aquellos valores de $x \in \mathrm{Dom}\, f$ para los cuales $f(x) < 0$

Gráficamente, los puntos en el eje x donde la curva está **debajo** del eje



El conjunto de negatividad de una función están formados por intervalos abiertos

En este caso: (12, 28) ∪ (40, 52) ∪ (68, 80) ∪ (92, +∞)

Definición: Llamaremos **ceros o raíces** de una función al conjunto formado por aquellos valores de $x \in \mathrm{Dom}\, f$ para los cuales $\boldsymbol{f(x) = 0}$

Salvo casos particulares, en general puntos en el eje x (dentro del dominio)

Definición: Llamaremos **conjunto de positividad** de una función al conjunto formado por aquellos valores de $x \in \mathrm{Dom}\, f$ para los cuales $\boldsymbol{f(x) > 0}$

Definición: Llamaremos **conjunto de negatividad** de una función al conjunto formado por aquellos valores de $x \in \mathrm{Dom}\, f$ para los cuales $\boldsymbol{f(x) < 0}$

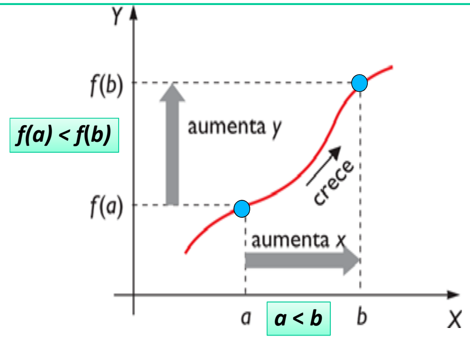
Salvo casos particulares, en general son intervalos o uniones de intervalos (abiertos) dentro del dominio

En general, los intervalos de positividad y negatividad de están delimitados por los ceros de la función o por puntos de discontinuidad (donde la función se interrumpe)

Generalidades de las funciones

Definición: Una función se dice **creciente** en un intervalo **si para todo par de puntos** dentro del intervalo se cumple que:

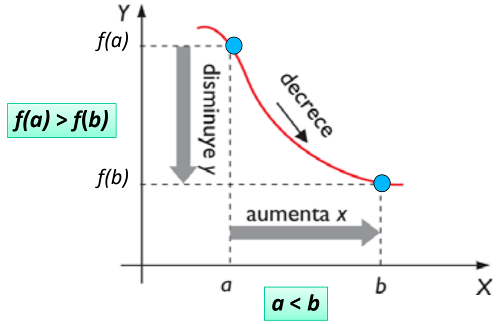
si $a < b$ entonces $f(a) < f(b)$



Generalidades de las funciones

Definición: Una función se dice **decreciente** en un intervalo si para todo par de puntos dentro del intervalo se cumple que:

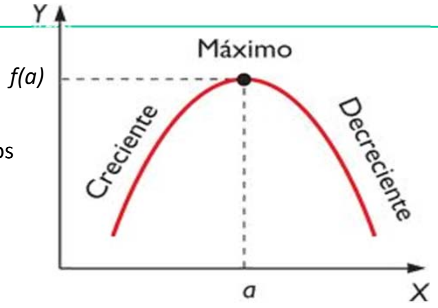
si $a < b$ entonces $f(a) > f(b)$



Generalidades de las funciones

Definición: Decimos que una función alcanza un **máximo local o relativo** en un punto $x = a$ si la imagen de ese punto $f(a)$ es mayor o igual que las imágenes de un entorno suficientemente pequeño de $x = a$

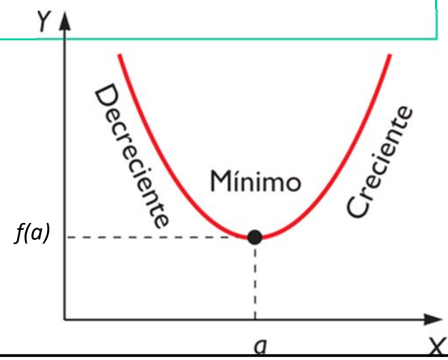
$f(a) \geq f(x)$ para los x próximos a $x = a$.



Generalidades de las funciones

Definición: Decimos que una función alcanza un **mínimo local o relativo** en un punto $x = a$ si la imagen de ese punto $f(a)$ es mayor o igual que las imágenes de un entorno suficientemente pequeño de $x = a$

$f(a) \leq f(x)$ para los x próximos a $x = a$.



Generalidades de las funciones

Definición: Decimos que una función alcanza un **máximo absoluto** en un punto $x = a$ si la imagen de ese punto $f(a)$ es mayor o igual que las imágenes de todos los demás elementos del dominio, es decir:

$$f(a) \geq f(x) \text{ para todo } x \in \text{Dom } f$$

Definición: Decimos que una función alcanza un **mínimo absoluto** en un punto $x = a$ si la imagen de ese punto $f(a)$ es menor o igual que las imágenes de todos los demás elementos del dominio, es decir:

$$f(a) \leq f(x) \text{ para todo } x \in \text{Dom } f$$

Máximo relativo

Máximo relativo

Extremos relativos

La imagen del punto $x = a$ se compara con las imágenes de los puntos próximos a $x = a$

Máximo absoluto

Máximo absoluto

Extremos absolutos

La imagen del punto $x = a$ se compara con las imágenes de todos los puntos del dominio de la función

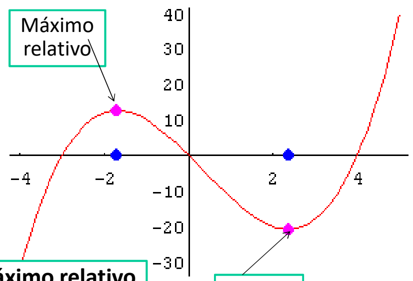
Todo extremo absoluto es relativo

Pero....

No todo extremo relativo es absoluto

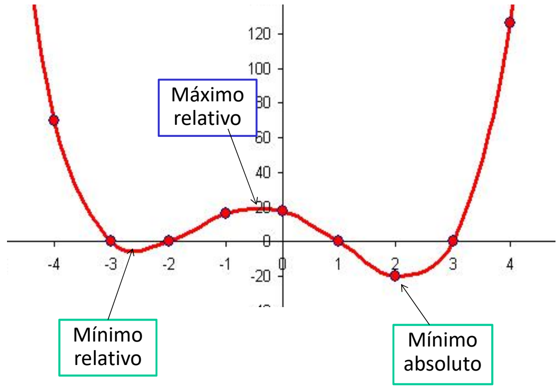
Generalidades de las funciones

Una función puede tener **extremos relativos** y no absolutos



$f(x)$ tiene un **máximo relativo** cuando $x = -2$ y un **mínimo relativo** cuando $x = 2$

Generalidades de las funciones



El cerro Tronador es la montaña más alta de la provincia de Río Negro. **Su altura es un máximo relativo**

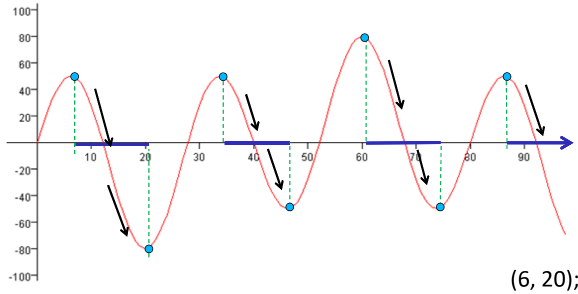
El cerro Aconcagua es la montaña más alta de América. **Su altura es un máximo relativo**

El monte Everest es la montaña más alta del mundo. **Su altura es un máximo absoluto porque es la mayor comparada con la altura de todas las montañas del mundo**

Generalidades de las funciones

Definición: Llamaremos **intervalos de decrecimiento** a aquellos intervalos donde la función es creciente

Gráficamente son los puntos en el eje x donde la curva "baja"

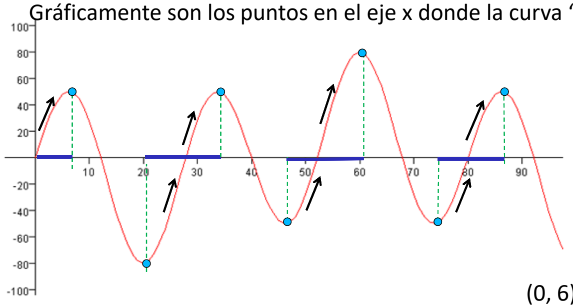


En este caso: Los intervalos de decrecimiento son (6, 20); (35, 46); (61, 75) y (87, +∞)

Generalidades de las funciones

Definición: Llamaremos **intervalos de crecimiento** a aquellos intervalos donde la función es creciente

Gráficamente son los puntos en el eje x donde la curva "sube"



En este caso: Los intervalos de crecimiento son (0, 6); (20, 35); (46, 61) y (75, 87)