Conjuntos

Relaciones y operaciones

¿Qué es un conjunto?

Es una colección de objetos considerada como un todo.

Por ejemplo:

- Las letras del alfabeto español
- Las especies de insectos
- Los números pares
- Los vertebrados acuáticos
- Las personas de esta clase que tienen DNI par

¿Qué es un conjunto?

Un conjunto está **bien definido** si no hay ambigüedad en cuanto a los elementos que lo componen.

Conjunto de especies vegetales nativas del Parque Nacional Nahuel Huapi

Conjunto de especies con flores lindas del Parque Nacional Nahuel Huapi

¿Cómo se escribe un conjunto?

Los objetos que componen a los conjuntos son llamados **elementos**.

Los elementos de un conjunto pueden ser cualquier cosa: números, personas, letras, otros conjuntos, etc.

Los conjuntos se denotan por letras mayúsculas: A, B, C, etc.

La notación usual es encerrar entre llaves aquello que contiene el conjunto:

$$A = \{a, e, i, o, u\}$$ Enumeración

$$B = \{\,\}$$

$$C = \{\text{letras de la palabra "camino"}\}$$ Propiedad

Relación entre elementos y conjuntos

Los elementos **pertenecen** o **no pertenecen** a los conjuntos. Si un elemento x pertenece a un conjunto A, simbólicamente escribimos

$\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{A}$

La relación entre un elemento y un conjunto es una relación de pertenencia:

$$\boldsymbol{x} \in \boldsymbol{A} \quad \text{o} \quad \boldsymbol{x} \notin \boldsymbol{A}$$

Conjunto	¿Qué hay?	Relación	En símbolos	Relación	En símbolos
A: letras del alfabeto español	Letras	"a" es un elemento de A	$a \in A$	"π" no es un elemento de A	$\pi \notin A$
B: Las especies de insectos	Especies	*Musca domestica* es un elemento de B	*Musca domestica* $\in B$	*Nothofagus dombeyi* no es un elemento de B	*Nothofagus dombeyi* $\notin B$
D: Las personas de esta clase que tienen DNI par	Personas	*Juan Pérez* un elemento de D	*Juan Pérez* $\in D$	*Mónica* no es un elemento de D	$Mónica \notin D$

Conjunto Referencial o Universal

El **conjunto referencial** (o **universal)** es el conjunto formado por todos los objetos posibles de la clase de elementos de los conjuntos con los que trabajamos en un contexto dado. Se denota por **R** (o **U**) .

Ejemplos:

En un problema que involucra **letras** el conjunto referencial es …

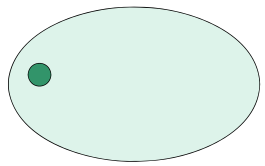
el alfabeto.

Si sólo involucra **personas de Bariloche** el referencial podría ser…

el conjunto de personas que viven en esta ciudad.

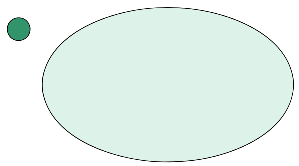
Conjuntos y relaciones

La relación que vincula a un elemento con un conjunto es la relación de **pertenencia**



Un elemento **pertenece** a un conjunto

$x \in A$

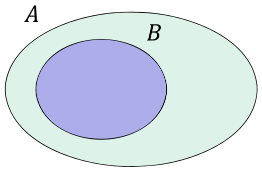


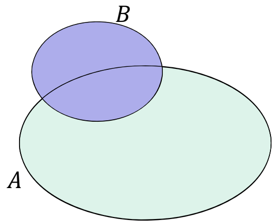
O **no pertenece** a un conjunto

$x \notin A$

Inclusión

La relación que vincula a dos conjuntos es relación de **inclusión**





Un conjunto está incluido en otro conjunto

$B \subset A$

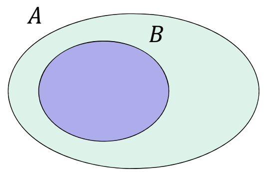
$A \not\subset B$

O no está incluido

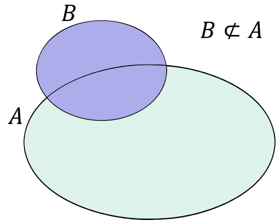
$B \not\subset A$

Inclusión

Un conjunto B está incluido en otro conjunto A si todos los elementos de B también son elementos de A



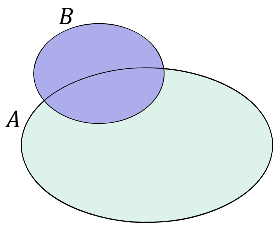
Un conjunto B no está incluido en otro conjunto A si al menos uno de los elementos de B no pertenece a A

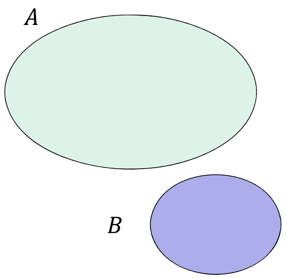


$B \not\subset A$

Inclusión

Un conjunto B **no está incluido** en otro conjunto A si **al menos** uno de los elementos de B no pertenece a A





$B \not\subset A$

$A \not\subset B$

Inclusión

Ejemplos

A: Conjunto de personas que viven en América del sur

B: Conjunto de personas que viven en Argentina

$B \subset A$

Inclusión

Ejemplos

A: Conjunto de personas que viven en América del Sur

C: conjunto de personas del mundo que viven en países en los que el español es idioma oficial

$C \not\subset A$

$A \not\subset C$

Formas de expresión de un conjunto

Hay dos formas de expresar un conjunto:

Por extensión: Enumerando sus elementos

A = {a, e, i, o, u}

Por comprensión: Indicando alguna propiedad que cumplen sus elementos (solo estos), y un referencial

A = { x ∈ R/ x es una vocal}

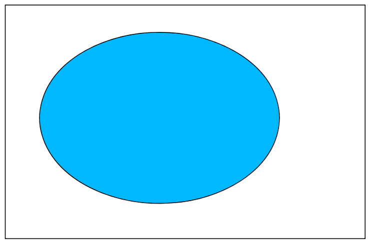
Que se lee:

A es un conjunto formado por todos los elementos x pertenecientes al referencial R tales que (/)

x (cumple con la propiedad de ser) una vocal

Representación gráfica de un conjunto

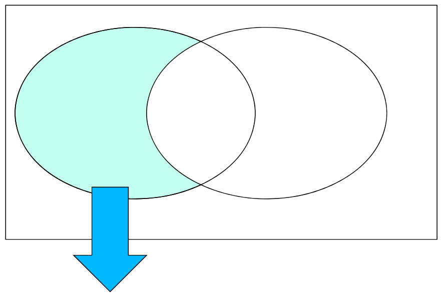
Se usan normalmente lo que se denominan Diagramas de Venn



Cada uno consiste en una curva cerrada que encierra a todos los elementos del referencial que forman parte del conjunto y deja por fuera los elementos del referencial que no pertenecen al conjunto

Representación gráfica de un conjunto

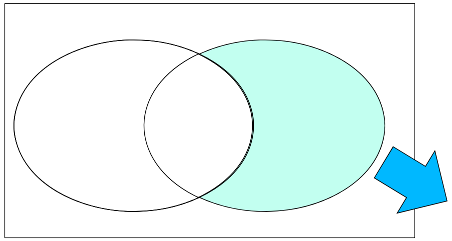
Si tenemos dos conjuntos, quedan determinadas cuatro regiones:



Acá ponemos los elementos que pertenecen a A y no pertenecen a B

Representación gráfica de un conjunto

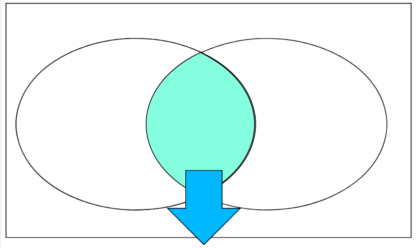
Si tenemos dos conjuntos, quedan determinadas tres regiones:



Acá ponemos los elementos que pertenecen a B y no pertenecen a A

Representación gráfica de un conjunto

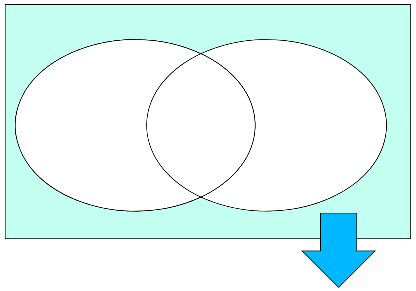
Si tenemos dos conjuntos, quedan determinadas tres regiones:



Acá ponemos los elementos que pertenecen tanto a A como a B

Representación gráfica de un conjunto

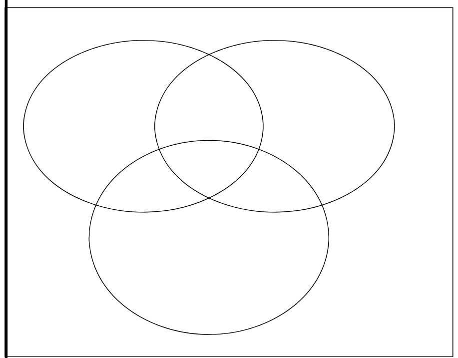
Si tenemos dos conjuntos, quedan determinadas tres regiones:



Acá ponemos los elementos que no pertenecen ni a A ni a B

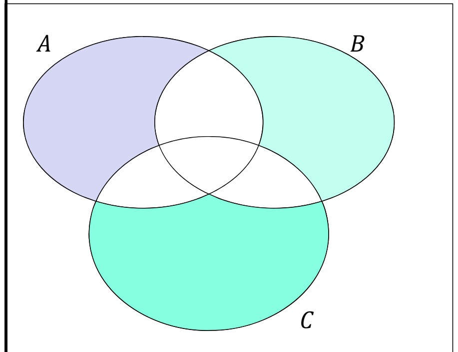
Representación gráfica de un conjunto

Si tenemos tres conjuntos, quedan determinadas ocho regiones:



Representación gráfica de un conjunto

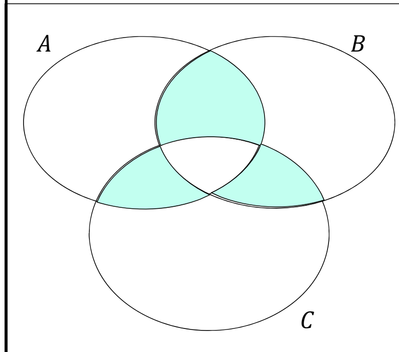
Si tenemos tres conjuntos, quedan determinadas ocho regiones:



Tres regiones en las que ponemos los elementos de cada conjunto que no comparte con ningún otro

Representación gráfica de un conjunto

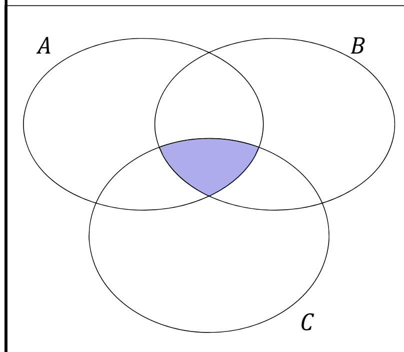
Si tenemos tres conjuntos, quedan determinadas ocho regiones:



Tres regiones en las que ponemos los elementos comunes a dos de los conjuntos pero que no comparten con el tercero

Representación gráfica de un conjunto

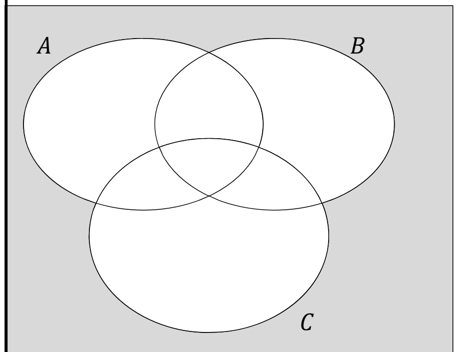
Si tenemos tres conjuntos, quedan determinadas ocho regiones:



Una región donde ponemos los elementos que son comunes a los tres conjuntos

Representación gráfica de un conjunto

Si tenemos tres conjuntos, quedan determinadas ocho regiones:

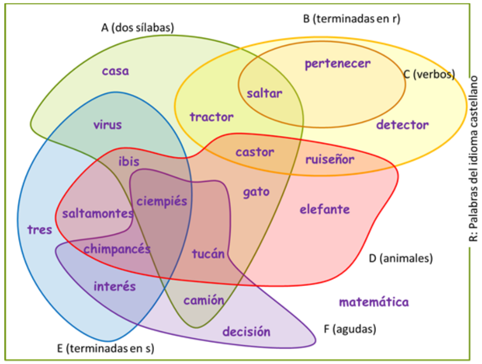


Una región donde ponemos los elementos de referencial que no pertenecen a ninguno de los tres conjuntos.

Representación gráfica de un conjunto

¿Y si tenemos más de tres conjuntos?

Hay que usar la imaginación

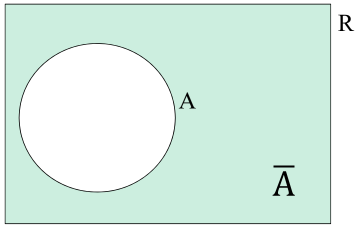


Evitando poner regiones innecesarias

Operaciones entre conjuntos

- Complemento
- Unión
- Intersección
- Diferencia (y diferencia simétrica)
- Producto cartesiano

COMPLEMENTO

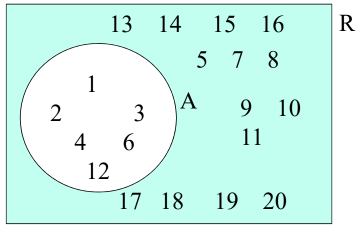


El complemento de un conjunto A es un nuevo conjunto que denotaremos $\bar{A}$ al cual pertenecen todos los elementos del referencial que no pertenecen a A. En símbolos:

$$\bar{A} = \{x \in R \,/\, x \notin A\}$$

Que se lee: El complemento del conjunto A es un conjunto formado por todos los elementos x pertenecientes al referencial R tales que (/) x **no pertenece** a A

COMPLEMENTO EJEMPLO



$$A = \{x \in R \,/\, x \text{ es un divisor de } 12\} = \{1,2,3,4,6,12\}$$

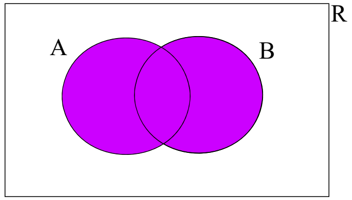
$$R = \{x \in N \,/\, x \leq 20\} = \{1,2,3,4,5, \ldots, 19, 20\}$$

$$\bar{A} = \{x \in R \,/\, x \textbf{ no es} \text{ un divisor de } 12\} =$$

$$\bar{A} = \{5,7,8,9,10,11,13,14,15\ 16,17,18,19,20\}$$

Operaciones entre conjuntos

UNIÓN



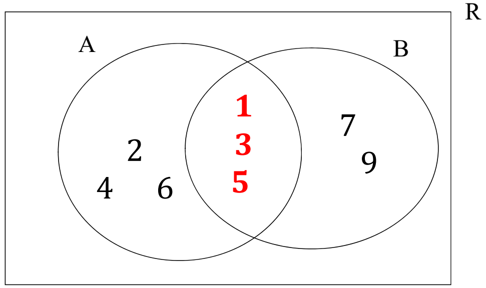
La **unión** de los conjuntos A y B es un nuevo conjunto que anotaremos como $\boldsymbol{A \cup B}$ al que pertenecen todos los elementos pertenecientes a A o a B (o a ambos). En símbolos:

$$A \cup B = \{x \in R \;/\; x \in A \text{ o } x \in B\}$$

Que se lee: La unión de A y B está formada por los elementos x pertenecientes al referencial R tales que x pertenece a A o x pertenece a B (o a ambos)

Operaciones entre conjuntos

UNIÓN
Ejemplo

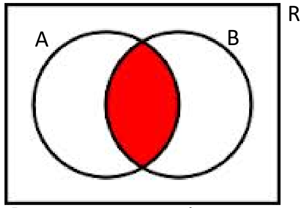


$A = \{\mathbf{1}, 2, \mathbf{3}, 4, \mathbf{5}, 6\}$ $\qquad$ $B = \{\mathbf{1}, \mathbf{3}, \mathbf{5}, 7, 9\}$

$A \cup B = \{\mathbf{1}, 2, \mathbf{3}, 4, \mathbf{5}, 6, \mathbf{7}, \mathbf{9}\}$

Operaciones entre conjuntos

INTERSECCIÓN



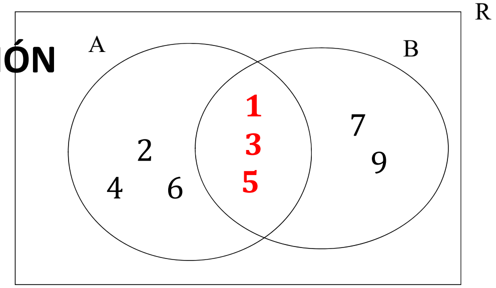
La **intersección** de los conjuntos A y B es un nuevo conjunto que llamaremos A B al que pertenecen todos los elementos que pertenecen tanto a A como a B (es decir, sólo los elementos comunes a ambos conjuntos). En símbolos:

$$A \cap B = \{x \in R \;/\; x \in A \text{ y } x \in B\}$$

Que se lee: La intersección de A y B está formada por los elementos x pertenecientes al referencial R tales que x pertenece a A y (también) x pertenece a B

Operaciones entre conjuntos

INTERSECCIÓN
Ejemplo

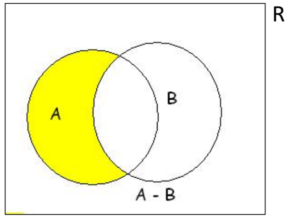


$A = \{\mathbf{1}, 2, \mathbf{3}, 4, \mathbf{5}, 6\}$ $\qquad$ $B = \{\mathbf{1}, \mathbf{3}, \mathbf{5}, 7, 9\}$

$A \cap B = \{\mathbf{1}, \mathbf{3}, \mathbf{5}\}$

Operaciones entre conjuntos

DIFERENCIA



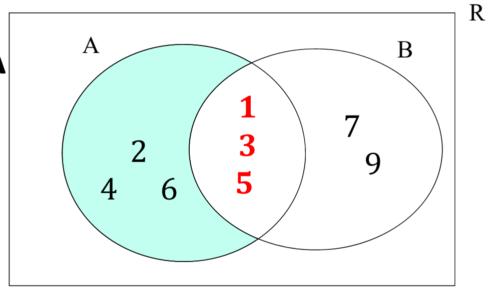
La **diferencia** de los conjuntos A y B es un nuevo conjunto que llamaremos A B al que pertenecen todos los elementos que pertencen a A y no a B. En símbolos:

Diferencia	$A - B = \{x \in R \, / \, x \in A \text{ y } x \notin B\}$

Es decir en A – B están sólo los elementos de A que no son comunes con B

Operaciones entre conjuntos

DIFERENCIA
Ejemplo

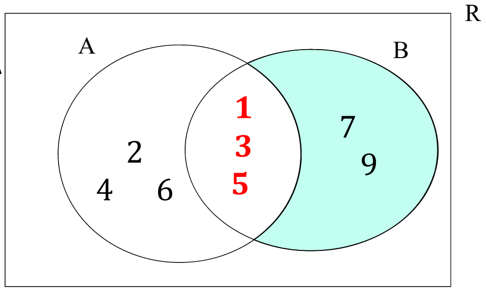


$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $B = \{1, 3, 5, 7,9\}$

$A - B = \{2, 4, 6\}$

Operaciones entre conjuntos

DIFERENCIA
Ejemplo



$A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ $B = \{1, 3, 5, 7,9\}$

$B - A = \{7,9\}$