

## Trabajo Práctico N° 3

### Lógica y Conjuntos

1. Determinar si las siguientes expresiones son proposiciones y cuáles no lo son. Explicar por qué.

- |  |                         |
|--|-------------------------|
| ■ El sol es cuadrado.                                      | ■ ¿Existe la justicia?  |
| ■ La cuchara sirve para.                                   | ■ Existe la justicia    |
| ■ La mamá sirve postre.                                    | ■ No existe la justicia |
| ■ Mi bisabuela se peinó con rodete el 16 de julio de 1899. | ■ $2 + 5 = 6$           |
| ■ ¿Qué hora es?  | ■ $2 + 5 = 7$           |
|  | ■ $2 + 5$               |

2. En el lenguaje común, hay varias expresiones que se utilizan indistintamente para la misma forma lógica. Por ejemplo:

- |  |   |
|--|---|
| ■ Algunos mamíferos tienen alas.                 | ■ Existen hombres daltónicos.                                 |
| ■ Nadie es perfecto.                             | ■ Unos pancitos tienen queso.                                 |
| ■ Cualquier múltiplo de 6 puede dividirse por 3. | ■ Hay algunos sitios de acampe donde no se puede hacer fuego. |
| ■ Todos los insectos alados tienen 6 patas.      | ■ Las cámaras digitales utilizan baterías.                    |
| ■ No hay mamíferos acuáticos.                    |   |

Redactar las proposiciones anteriores en la forma *Todo...* o *Existe...*. Por ejemplo: “Algunos mamíferos tienen alas” se escribirá como “Existe un mamífero que tiene alas”.

3. Dadas las siguientes proposiciones,

- |                                 |  |
|---------------------------------|--|
| ■ Todos los perros son blancos. | ■ Hay gallinas que ponen huevos verdes.          |
| ■ Hay mamíferos que vuelan.     | ■ Ningún metal es líquido.                       |
| ■ Existe un león que ruge.      | ■ Hay plantas que no se reproducen por semillas. |
| ■ Los leones tienen melena.     |  |

Se pide, identificar un conjunto de referencia para cada uno y redactar las proposiciones anteriores de la forma *Todo...* o *Existe...* (cuando sea necesario)(¡no es importante si las afirmaciones son verdaderas o falsas!)

Ejemplo: Todos los perros son blancos  $\rightarrow$  *Conjunto de referencia*: El conjunto de todos los perros que existen. *Enunciado en la forma “ Todo...”*  $\rightarrow$  Todo perro es blanco.

4. Proponer algunas proposiciones que incluyan cuantificadores y redactarlas en la forma *Todo...* o *Existe...*
5. Explicar cómo demostrarías si las afirmaciones del inciso 2) son verdaderas o falsas.
6. Escribir la negación de las siguientes proposiciones (independientemente de la verdad o falsedad de la afirmación):
  - Existen planetas con agua en el sistema solar.
  - Ningún alumno ingresante a la universidad debe materias de la escuela secundaria.
  - Todos los egresados de escuelas secundarias del país hacen su viaje de estudios a Bariloche.
  - Hay mamíferos acuáticos.
  - Cualquier miembro de la Asociación Argentina de Ecología tiene descuentos en los congresos de la misma.
7. Considere un referencial  $R$  formado por las siguientes figuras donde hay tres formas (triángulo, cuadrado y círculo), en dos tamaños (grande y pequeño) y tres “colores” (negro, blanco y a rayas) que se muestran en la página siguiente. Tenemos 18 formas posibles que surgen de combinar las características forma, tamaño y color. Ahora llamemos:
  - A al conjunto de todas las figuras del referencial que hagan verdadera la proposición **n**: “la figura es negra”
  - B al conjunto de todas las figuras del referencial que hagan verdadera la proposición **g**: “la figura es grande”

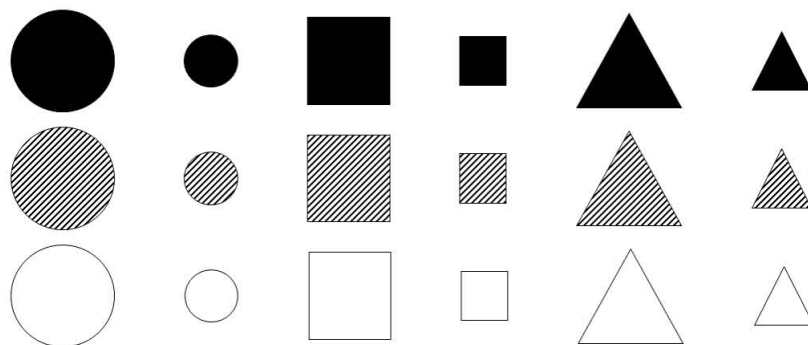
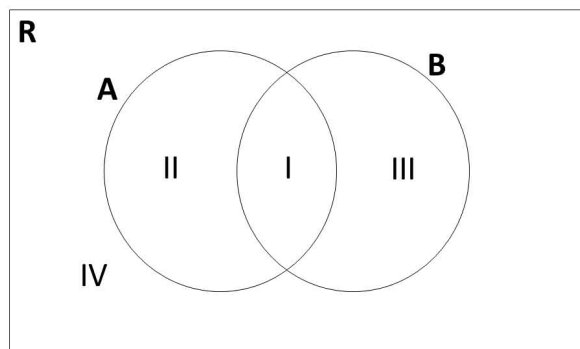


Figura 1: Conjunto referencial. Las figuras se clasifican por forma, color y tamaño

- a) Representar gráficamente los conjuntos A y B mediante un diagrama de Venn como el siguiente:



- b) De acuerdo a esta representación, ¿qué elementos se encuentran en la región  $A \cap B$ ?
- c) Enunciar la proposición compuesta que verifican los elementos de  $A \cap B$  utilizando el conectivo lógico  $\wedge$ .
- d) ¿Qué elementos se encontrarán en la región II? Escribir la proposición compuesta con el conectivo correspondiente.
- e) ¿Qué elementos se encontrarán en la región III? Escribir la proposición compuesta con el conectivo correspondiente.
- f) ¿Qué elementos se encontrarán en la región IV? Escribir la proposición compuesta con el conectivo correspondiente.

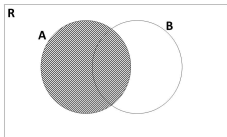
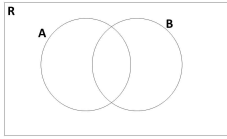
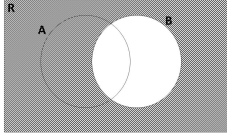
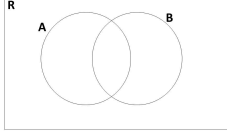
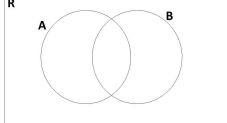
8. Para el mismo referencial del ejercicio anterior, supongamos ahora que:

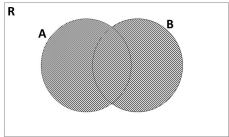
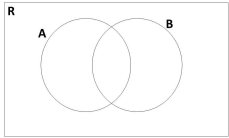
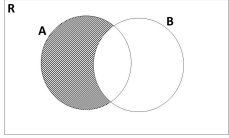
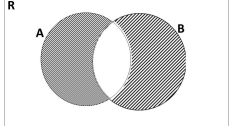
- A es conjunto de todas las figuras del referencial que hacen verdadera la proposición **b**: “la figura es blanca”.
- B es conjunto de todas las figuras del referencial que hacen verdadera la proposición **t**: “la figura es triángulo”.

Si representamos gráficamente estos conjuntos mediante un diagrama de Venn como en el caso anterior:

- a) Enunciar, haciendo uso de conectivos lógicos, las proposiciones que hacen verdaderas las figuras que se ubican en las regiones I, II, III y IV.
- b) Describir las figuras del referencial R que se ubican en la unión de A y B. Enunciar la proposición compuesta que cumplen los elementos de  $A \cup B$  utilizando el conectivo lógico  $\vee$ .
- c) Si una figura no es triángulo pero está en  $A \cup B$ , ¿qué podemos afirmar de esa figura?

- d) Escribir algunas proposiciones compuestas utilizando el conectivo “o inclusivo” ( $\vee$ ) y el “o excluyente” ( $\vee$ ) y analizar en qué casos serán verdaderas.
9. En el lenguaje matemático, ¿es correcto decir “3 es menor o igual que 5”? y ¿es correcto decir “5 es menor o igual que 5”?
10. En una librería aparece escrito: “Nuestros clientes en posesión de constancia de alumno regular o de empleado de la Universidad tendrán derecho al 15 % de descuento”. ¿Quiénes obtienen el descuento?
11. Llamemos  $R$  a un conjunto referencial cualquiera,  $A$  al conjunto de los elementos de  $R$  que hacen verdadera la proposición  $\mathbf{p}$  y  $B$  al conjunto de los elementos de  $R$  que hacen verdadera la proposición  $\mathbf{q}$ . Completar el siguiente cuadro:

Proposición	Forma conjuntista	Representación gráfica
$\mathbf{p}$ es Verdadera	$A$	
.....	$\bar{A}$	
.....	.....	
$p \wedge q$ es verdadera	.....	
.....	$\bar{A} \cup \bar{B} = \overline{A \cap B}$	

Proposición	Forma conjuntista	Representación gráfica
.....	.....	
$p \vee q$ es falsa	.....	
.....	.....	
.....	.....	

12. Considerar el conjunto  $T = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16\}$  y las siguientes proposiciones:

- **p** es la proposición abierta:  $x$  es un número par,
- **q** es la proposición abierta:  $x$  es un número de una cifra,
- **r** es la proposición abierta:  $x$  es un número divisible por 3.

Escribir el enunciado de las siguientes proposiciones compuestas y los conjuntos resultantes:  $p \vee q$ ,  $p \wedge q$ ,  $p \wedge q \wedge r$  y  $q \wedge \sim r$

13. Consideremos los siguientes ejemplos:

- Es suficiente que un número sea múltiplo de 8 para que sea divisible por 2.
- Es suficiente nacer en Argentina para ser sudamericano.
- Es suficiente cargar 70 litros de nafta para llegar desde Bariloche hasta El Bolsón (aprox. 120 km).
- Es suficiente fotosintetizar para ser vegetal.

¿Qué significado tiene que una condición sea suficiente para que se cumpla otra?

14. En los enunciados anteriores, reconocer el antecedente y el consecuente y escribirlos como una implicación.

15. Enunciar algunos condicionales donde el antecedente sea una condición suficiente para que ocurra el consecuente. Escribirlos en lenguaje coloquial y como una implicación.
16. Consideremos ahora las siguientes proposiciones:
- Para ser investigador de Conicet es necesario haber alcanzado el grado de doctor.
  - Es necesario ser mayor de edad para emitir un voto electoral.
  - Es necesario ser mamífero para ser ballena.
  - Es necesario estar inscripto en la carrera Licenciatura en Ciencias Biológicas para cursar Matemática 1 como alumno regular.
- ¿Qué significado tiene que una condición sea necesaria para que se cumpla otra?
17. En los enunciados anteriores, reconocer el antecedente y el consecuente y escribirlos como una implicación.
18. Vimos que las expresiones siguientes son equivalentes:
- **Si p entonces q.**
  - **Todo p es q** (todo x que verifica p verifica q).
  - **$p \Rightarrow q$ .**
  - p es **condición suficiente** para q.
  - q es **condición necesaria** para p.

Por ejemplo, consideremos las proposiciones **p**: el animal x es una ballena y **q**: el animal x es un mamífero. El condicional *Si un animal es una ballena, entonces es un mamífero* se puede escribir en forma equivalente de las siguientes maneras:

- **Todo p es q**  $\rightarrow$  Toda ballena es mamífero.
- **$p \Rightarrow q$**   $\rightarrow$  ser ballena implica ser mamífero  $\rightarrow$  ballena  $\Rightarrow$  mamífero.
- p es **condición suficiente** para q  $\rightarrow$  ser ballena es **condición suficiente** para ser mamífero.
- q es **condición necesaria** para p  $\rightarrow$  ser mamífero es **condición necesaria** para ser ballena.

Enunciar una proposición condicional verdadera y escribirla de estas cinco formas equivalentes.

19. Enunciar algunos condicionales donde esté involucrada una condición necesaria entre el antecedente y el consecuente. Escribirlos en lenguaje coloquial y como una implicación.
20. ¿Siempre una condición suficiente es necesaria? Mostrar ejemplos.

21. ¿Siempre una condición necesaria es suficiente? Mostrar ejemplos.
22. Considerar la proposición: “Para que una figura sea un triángulo es necesario y suficiente que tenga tres lados”. ¿Qué significado tiene que una condición sea necesaria y suficiente para que se cumpla otra?
23. Enunciar una proposición condicional verdadera en la que se utilice el cuantificador *todo* y escribirla de las cinco formas propuestas en el ítem anterior.

### Algunos problemas adicionales sobre proposiciones condicionales

24. Concentremos la atención en aquellas implicaciones que aparecen “ocultas” en el lenguaje coloquial. Consideremos el siguiente ejemplo publicado en un diario:

*“Para cargo gerencial se busca Licenciado en Ciencias Económicas, con referencias comprobables de al menos dos empresas en el ramo, menor de 40 años, con posibilidades de radicarse en la ciudad de Neuquén”.*

Reconocé las proposiciones (simples o compuestas) que forman el antecedente y el consecuente y escribí el aviso en un enunciado de la forma *Si... entonces...* utilizando los conectivos que necesites.

25. Escribir en la forma *Si... entonces...*, el siguiente aviso publicado en el diario (es un diario de mentira):

*Becas de ayuda económica para estudiantes del interior. La Provincia de Río Negro beneficiará con becas de ayuda económica a estudiantes egresados de colegios secundarios de la provincia que se inscriban en carreras de más de dos años de duración en Universidades Nacionales, cuyos padres no superen en conjunto un ingreso de \$1500 en concepto de salarios y constituyan un grupo familiar de más de 5 personas.*

26. Cuestiones para pensar en relación a estos dos avisos, para el caso en que las implicaciones sean verdaderas. Para el primer aviso (ejercicio 24), entre otras, estas dos personas pretenden el trabajo:

- Juan Gómez, Licenciado en Ciencias Económicas, casado, de 43 años de edad con amplia experiencia en empresas del ramo, podría radicarse en Neuquén.
- Pablo Ramos, Licenciado en Ciencias Económicas y Analista de Sistemas, de 33 años de edad, presenta seis cartas de recomendación de empresas en el ramo, residente en Neuquén.

- a) Juan Gómez ¿puede aspirar al cargo? ¿Por qué?
- b) Pablo Ramos ¿puede aspirar al cargo? ¿Por qué?
- c) ¿Pablo Ramos obtendrá el cargo?

- d) Si le dieron a José Ulloa el cargo, ¿qué sabemos de él? (Supongamos que no hay acomodo).
27. Para el segundo aviso (siempre cumpliendo la ley):
- a) Proponer ejemplos hipotéticos de estudiantes que pueden obtener la beca y de estudiantes que no podrían. Explicar.
  - b) Si a Marcela García le dieron la beca, ¿qué sabemos de ella?
  - c) Si a Rosa González no le dieron la beca, ¿qué sabemos de ella?
28. Escribir el siguiente enunciado en la forma *Si... entonces...* usando proposiciones compuestas y los conectivos necesarios:
- Para obtener el permiso de conducir, debes cumplimentar los siguientes requisitos:*
- *tener 18 años cumplidos,*
  - *presentar certificados de salud psicofísica,*
  - *saber manejar,*
  - *pagar una prima de \$350,*
  - *aprobar un examen de manejo en la municipalidad local.*
- a) No obtuviste tu permiso: ¿qué pudo pasar?
  - b) Lo obtuviste: ¿qué pasó necesariamente?
29. Pensemos de nuevo el ejemplo del permiso de conducir (ejercicio 28), pero ahora suponiendo que se cumple la ley a rajatabla. ¿Sería verdadera la implicación recíproca? ¿Por qué?

### Problemas de repaso

1. Considerar los siguientes subconjuntos de los números naturales (sin incluir al cero):
  - A: conjunto de los números pares.
  - B: conjunto de los múltiplos de 8.
  - C: conjunto de números terminados en 0.
  - D: conjunto de los números primos mayores que 10.
  - E: conjunto de los múltiplos de 3.
  - F: conjunto de los números de una cifra.
- a) Indicar un referencial y ubicar en un diagrama los conjuntos A, B, C, D, E, y F.
- b) Escribir las proposiciones que hacen verdaderas los elementos de:



- 1)  $A \cap C \cap E$
  - 2)  $A \cap D$
  - 3)  $B - E$
  - c) Escribir una implicación verdadera (de la forma: *Si... entonces...*) en relación a las proposiciones que hacen verdaderas los elementos de los conjuntos definidos.
  - d) En relación a los conjuntos propuestos, escribir una proposición verdadera que contenga el cuantificador *todo* y otra que contenga el cuantificador *existe*.
  - e) Expresar la negación lógica de las dos afirmaciones escritas en el inciso anterior (obviamente falsas).
2. Considerar los siguientes conjuntos personas que caminan por el CRUB (referencial):
- A: conjunto de personas cuyo apellido empieza con A.
  - B: conjunto de personas que cursan materias de primer año.
  - C: conjunto de alumnos de la Licenciatura en Biología.
  - D: conjunto de alumnos de cuarto año de la Licenciatura en Biología.
  - E: conjunto de personas de apellido Gómez.
  - F: conjunto de personas de apellido Álvarez.
- a) Representar estos conjuntos usando diagramas de Venn.
  - b) En cada región determinada por los conjuntos ubicar ejemplos (inventados).
  - c) Escribir las proposiciones que hacen verdaderas los elementos de:
    - 1)  $A \cap B$
    - 2)  $A \cup C$
    - 3)  $B - A$
    - 4)  $\bar{A}$
  - d) Escribir una implicación verdadera (de la forma: “Si...entonces...”) en relación a las proposiciones que hacen verdaderas los elementos de los conjuntos definidos.
  - e) Escribir una afirmación verdadera que contenga el cuantificador *todo* y otra que contenga el cuantificador *existe* (en relación a los conjuntos propuestos).
  - f) Expresar la negación lógica de las dos afirmaciones escritas en el inciso anterior (obviamente falsas).

### 3. La lógica y las reglas ortográficas de acentuación

Consideremos las siguientes definiciones y reglas ortográficas del lenguaje castellano, donde no tendremos en consideración las excepciones (que siempre existen)

a las mismas:

**Definiciones:**

- **Acento:** es la mayor intensidad con que se pronuncia una sílaba en la pronunciación de una palabra (por ejemplo “palabra” está acentuada en la segunda sílaba, y *matemática* en la tercera).
- **Acento prosódico:** es el acento que se pronuncia pero no se escribe. Por ejemplo la palabra “tuberculosis” tiene acento prosódico en la cuarta sílaba.
- **Acento gráfico o tilde:** es el acento que se pronuncia y se escribe. Por ejemplo la palabra “espíritu” tiene tilde en la segunda sílaba.
- **Palabras agudas:** son las palabras acentuadas en la última sílaba (camión, carril).
- **Palabras graves:** son las palabras acentuadas en la penúltima sílaba (cabeza, revólver).
- **Palabras esdrújulas:** son las acentuadas en la antepenúltima sílaba o anteriores (*matemática*, últimamente).

**Reglas:** Palabras que llevan acento gráfico o tilde:

- Regla 1: Las palabras agudas terminadas en *n*, *s* o *vocal* llevan tilde.
- Regla 2: Las palabras graves no terminadas en *n*, *s* o *vocal* llevan tilde.
- Regla 3: Las palabras esdrújulas siempre llevan tilde sea cual fuera su terminación.

Consideremos ahora los siguientes conjuntos definidos dentro del conjunto referencial de todas las palabras del idioma español:

- A el conjunto formado por las palabras con tilde.
  - B el conjunto formado por las palabras sin tilde.
  - C el conjunto formado por las palabras agudas.
  - D el conjunto formado por las palabras graves.
  - E el conjunto formado por las palabras esdrújulas.
  - F el conjunto formado por las palabras terminadas en *n*, *s* o *vocal*.
- a) Diseñar un diagrama de Venn que muestre la relación entre los conjuntos A, B, C, D y E.
- b) Ubicar en ese gráfico las palabras *maní* y *dosel*.
- c) Haciendo uso de una proposición compuesta (y utilizando el conectivo adecuado), indicar qué características cumplen los elementos de  $B \cap C$ . Dar un ejemplo.

- d) Haciendo uso de una proposición compuesta (y utilizando el conectivo adecuado) indicar qué características cumplen los elementos de  $D \cap F$ . Dar un ejemplo.
- e) Cada uno de los conjuntos definidos reúne los elementos del conjunto referencial que verifican una proposición abierta. Por ejemplo los elementos del conjunto A son los que verifican la proposición **a**: “x es una palabra con tilde”. Así, la palabra *maní* es un elemento del conjunto A (porque la proposición “*maní* es una palabra con tilde” es verdadera), mientras que *calle* no es un elemento del conjunto A (porque la proposición “*calle* es una palabra con tilde” es falsa). Es decir, cada conjunto tiene “asociada” una proposición abierta de manera que todos los elementos del referencial que la hacen verdadera conforman el conjunto. Llamemos con letras minúsculas a las proposiciones que inducen a los conjuntos A hasta F definidos más arriba. Escribir (con palabras) las siguientes proposiciones compuestas:

1)  $d \vee f$

2)  $e \wedge f$

3)  $\sim e \vee f$

- f) Escribir una nueva proposición en este contexto tal que ningún elemento la haga verdadera.
- g) Mencionar dentro de este contexto todos los casos posibles (a partir de las proposiciones A hasta F) donde tiene sentido conectar las proposiciones con el “o excluyente”.
- h) Escribir ejemplos de proposiciones (simples o compuestas) dentro de este contexto que satisfagan las afirmaciones siguientes:
- ..... es condición necesaria (no suficiente) para .....
  - ..... es condición suficiente (no necesaria) para .....
  - ..... es condición suficiente y necesaria para .....
- i) Deducir si las afirmaciones siguientes son verdaderas o falsas y justificar adecuadamente:
- 1) Existen palabras graves sin tilde.
  - 2) Ninguna palabra esdrújula tiene tilde.
  - 3) Existen palabras con tilde que no terminan en n, s o vocal.
  - 4) Toda palabra aguda tiene tilde.
- j) Escribir las negaciones de las afirmaciones del ítem anterior, haciendo uso de los cuantificadores *todo* y *existe*
- k) Completar:
- $a \wedge c \Rightarrow \dots$
  - $\sim c \wedge \sim d \wedge a \Rightarrow \dots$