Trabajo Práctico N° 1

Soluciones de ejercicios seleccionados

Nociones básicas de conjuntos. Relaciones y operaciones

En este documento ofreceremos las soluciones de algunos ejercicios y problemas seleccionados de este Trabajo Práctico con explicaciones que permitan seguir el razonamiento para su resolución. Como la numeración de los ejercicios de las distintas versiones del TP pueden variar, incluimos antes de la solución, el ejercicio que se resolverá.

1. **Ejercicio 1:** Escribir los conjuntos siguientes por comprensión, explicitando claramente el referencial. Hacerlo lo más formalmente que puedas (no es obligatorio el uso de símbolos, sí la precisión):

   $A = \{0, 1, -1, 2, -2, 3, -3\}$ $\qquad$ $C = \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19\}$
   $B = \{l, e, c, v, a\}$ $\qquad$ $D = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

   Solución
   En estos ejemplos es importante primero reconocer el conjunto referencial, y luego establecer, dentro de ese conjunto referencial, cuál es la propiedad o la condición que cumplen los elementos que constituyen el conjunto.
   ▪ El conjunto está formado por números enteros (éste será el referencial) desde -3 hasta 3 inlcuyendo estos números. Simbólicamente, este conjunto se escribe:
   $A = \{x \in \mathbb{Z} / -3 \leq x \leq 3\}$
   ▪ El conjunto está formado letras, entonces el referencial será el conjunto de letras del abecedario. Las letras de este conjunto son las que forman la palabra *clave* (o clavel, o cualquier otra combinación). Simbólicamente, este conjunto se escribe:
   $B = \{x \in$ al abecedario/ x es una letra de la palabra *clave*$\}$
   ▪ El conjunto está formado por números naturales (referencial). Los números que constituyen este conjunto son impares y menores que 20 o menores o iguales que 19. Simbólicamente, este conjunto se escribe:
   $C = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es impar y } x \leq 19\}$
   ▪ El conjunto está formado por números naturales (referencial). Los números que constituyen este conjunto son divisores de 12. Simbólicamente, este conjunto se escribe:
   $C = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ es divisor de } 12\}$

2. **Ejercicio 4:** Dados los siguientes conjuntos: $A = \{1, 2, 3, 4\}$, $B = \{2, 4, 6, 8\}$, $C = \{3, 4, 5, 6\}$ dentro del referencial $R = \{x \in \mathbb{N} / x \leq 10\}$, hallar:

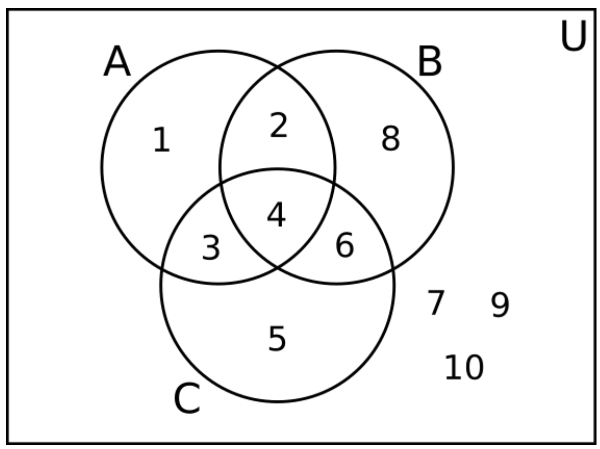
$$A \cup B \qquad A \cup C \qquad B \cup B \qquad A \cap B \qquad A \cap C$$

$$A \cap B \cap C \qquad A - B \qquad C - A \qquad B - B \qquad \overline{A}$$

$$\overline{A \cap B} \qquad \overline{A \cup B} \qquad \overline{A - B} \qquad \overline{A \cup B \cup C} \qquad \overline{B}$$

Solución

Para hacer esto ayuda mucho graficar los conjuntos A, B y C dentro del referencial y ubicar los elementos en las regiones correspondientes. Para encontrar la solución de cada ítem pueden sombrear las zonas correspondientes y ver qué elementos están en ellas.



La **unión** de los conjuntos A y B es un nuevo conjunto que reúne los elementos de A y los de B, comunes y no comunes:

- $A \cup B = \{1, 2, 3, 4, 6, 8\}$
- $A \cup C = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
- $B \cup B = B$

La **intersección** de los conjuntos A y B es un nuevo conjunto que reúne solo los elementos comunes a A y a B:

- $A \cap B = \{2, 4\}$
- $A \cap C = \{3, 4\}$
- $A \cap B \cap C = \{4\}$

La **diferencia** de los conjuntos A y B es un nuevo conjunto que reúne los elementos de A excluyendo los que tiene en común con B:

- $A - B = \{1, 3\}$
- $C - A = \{5, 6\}$
- $B - B \cap C = \{\} = \varnothing$

El **complemento** de un conjunto es un nuevo conjunto que reúne a todos los elementos del referencial que no pertenecen a ese conjunto. Así, el complemento de A será el conjunto de los elementos del referencial que no pertenecen a A y el complemento de la intersección de A y B sera el conjunto de los elementos del referencial que no pertenecen a esa intersección (es decir, todos los elementos del referencial que no son comunes a A y B:

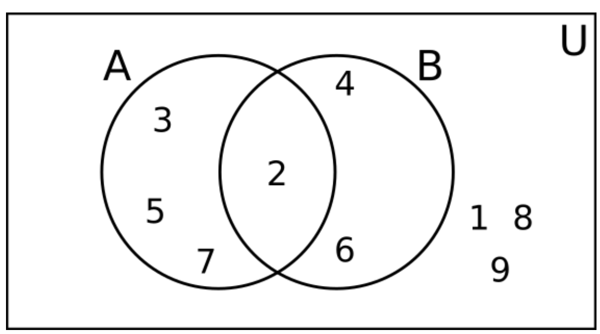
- $\overline{A} = \{5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
- $\overline{A \cap B} = \{1, 3, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
- $\overline{A \cup B} = \{5, 7, 9, 10\}$
- $\overline{A - B} = \{2, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$
- $\overline{A \cup B \cup C} = \{7, 9, 10\}$
- $\overline{B} = \{1, 3, 5, 7, 9, 10\}$

3. **Ejercicio 5:** Considerar los siguientes conjuntos de números naturales:
$U = \{x \in \mathbb{N}/x \text{ es menor que } 10\}$,
$A = \{x \in \mathbb{N}/x \text{ es un número primo y } x \leq 7\}$
$B = \{x \in \mathbb{N}/x \text{ es un número par y } x \leq 7\}$

Determinar:

$\overline{A}$ $\quad$ $\overline{B}$ $\quad$ $A \cap \overline{B}$ $\quad$ $\overline{A} \cup \overline{B}$ $\quad$ $B \cup \overline{B}$ $\quad$ $\overline{B} \cap A$ $\quad$ $\overline{B} \cap U$ $\quad$ $\overline{A \cup B}$

Solución
El referencial es el conjunto $U = \{x \in \mathbb{N}/x \text{ es menor que } 10\} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.
Primero mostramos un gráfico en el que hemos representado los conjuntos:

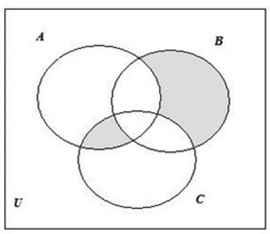


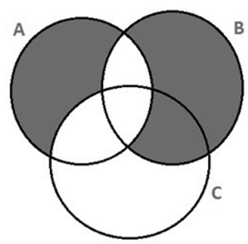
Entonces:

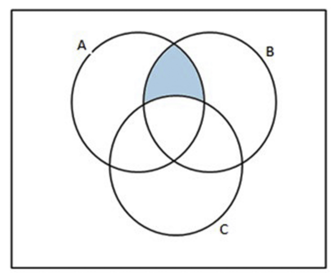
- $\overline{A} = \{1, 4, 6, 8, 9\}$
- $\overline{B} = \{1, 3, 5, 7, 8, 9\}$
- $A \cap \overline{B} = \{3, 5, 7\}$
- $\overline{A} \cup \overline{B} = \{1, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

- $B \cup \overline{B} = U$ (es el referencial)
- $\overline{B} \cap U = \overline{B}$
- $\overline{B} \cap A = \{3, 5, 7\}$ (igual al tercer ítem porque la intersección cumple con la propiedad conmutativa
- $\overline{B} \cap U = \overline{B}$
- $\overline{A \cup B} = \{1, 8, 9\}$

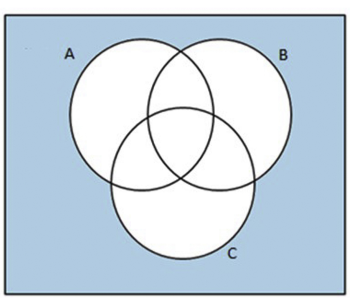
4. **Ejercicio 6:** Escribir una operación entre los conjuntos A, B y C que dé por resultado la zona sombreada en las figuras siguientes.
   Solución
   Hay muchas formas de expresar las regiones sombreadas con operaciones entre conjuntos. Les proponemos una para cada una, pero es posible que alguien encuentre alguna que, aunque se exprese de forma distinta, son equivalentes.

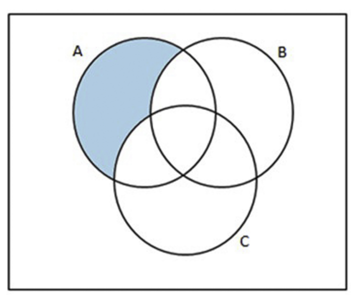


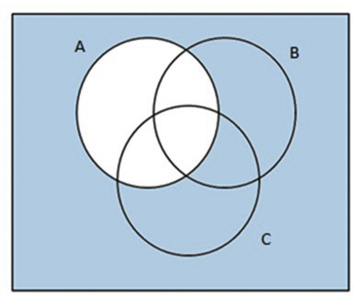




$[B - (A \cup C)] \cup [(A \cap C) - B]$ $\quad$ $[A - (B \cup C)] \cup (B - A)$ $\quad$ $(A \cap B) - C$







$\overline{A \cup B \cup C}$ $\quad$ $A - (B \cup C)$ $\quad$ $\overline{A}$