

Un ejemplo con Proposiciones categóricas

R: Estudiantes del CRUB

A: Estudiantes de Ingeniería

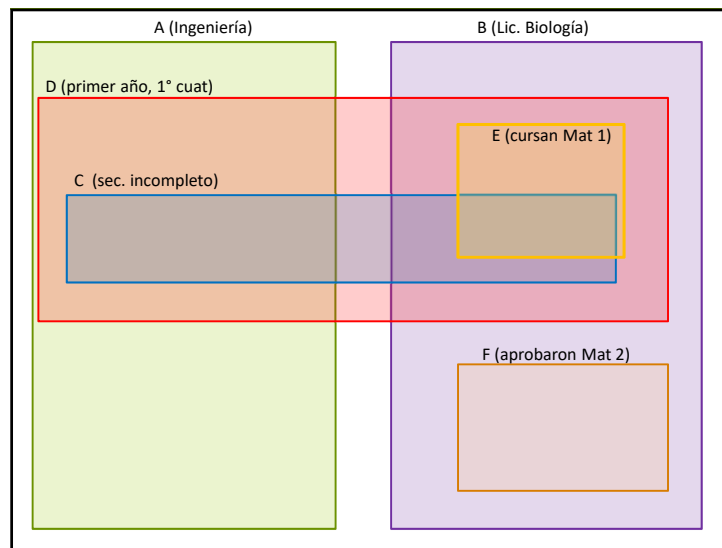
B: Estudiantes de Lic. en Biología

C: Estudiantes que tienen el secundario incompleto

D: Estudiantes que cursan materias de primer año,
primer cuatrimestre

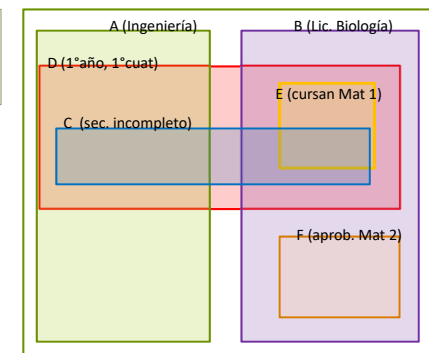
E: Estudiantes que cursan Matemática 1

F: Estudiantes que aprobaron Matemática 2



Proposiciones VERDADERAS con el cuantificador TODO

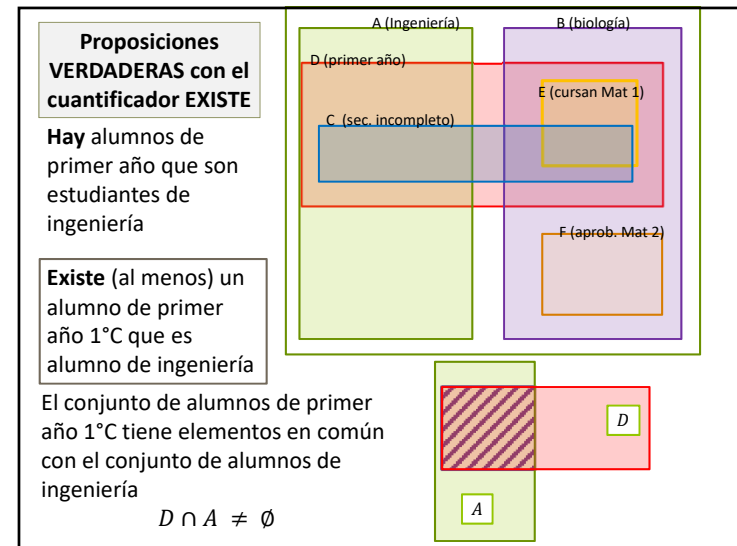
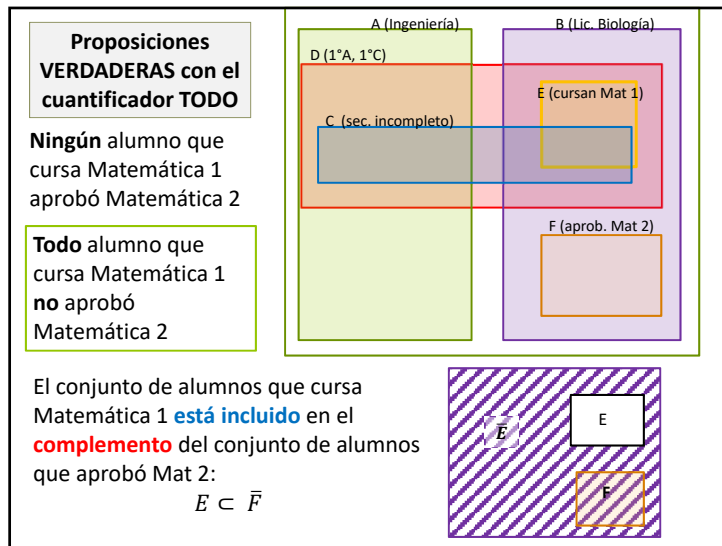
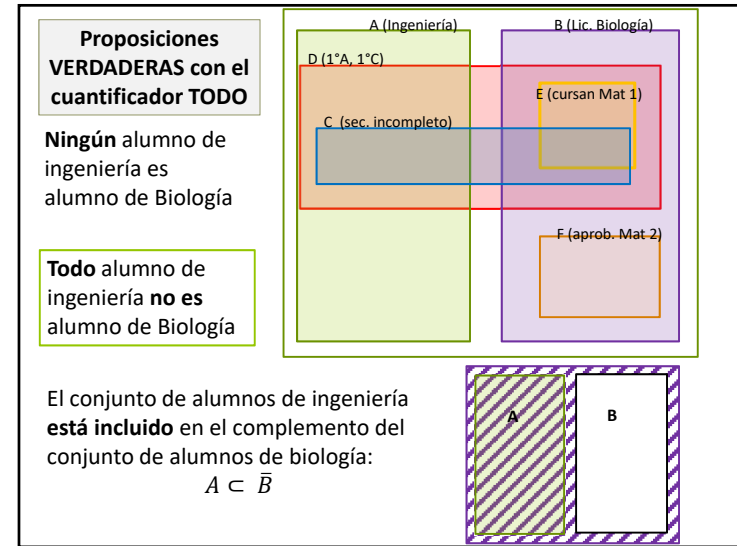
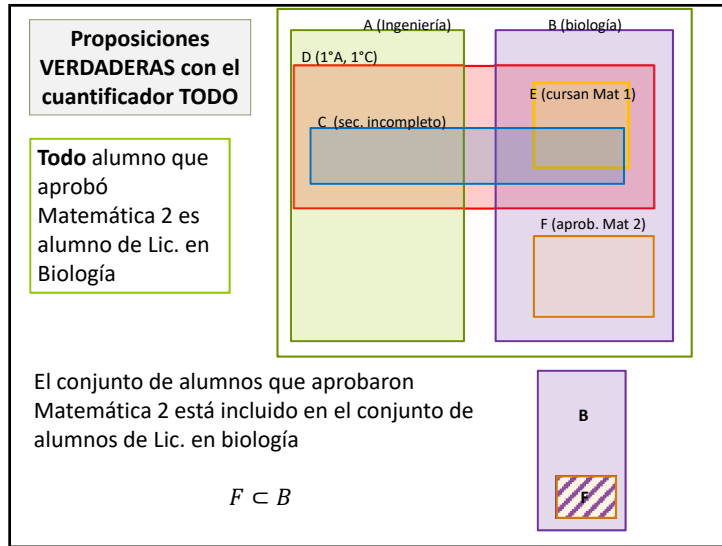
Todo alumno **que**
cursa Matemática 1
es un alumno que
cursa materias de
primer año, 1°C



El conjunto de alumnos que **cursan**
Matemática 1 **está incluido** en el conjunto
de alumnos que cursan **materias de**
primer año, 1°C

$$E \subset D$$





Proposiciones VERDADERAS con el cuantificador EXISTE

Hay alumnos que tienen el el secundario incompleto que son alumnos de la Lic. Bio

Existe (al menos) un alumno de que tiene el secundario incompleto que es alumno de LB

El conjunto de alumnos que tiene el secundario incompleto tiene elementos en común con el conjunto de alumnos de biología:

$$C \cap B \neq \emptyset$$

Proposición	¿T o E?	¿VoF?	Formulación lógica
No existen alumnos que aprobaron Matemática 2 que tengan el secundario incompleto	Todo	V	Todo alumno que aprobó Matemática 2 no tiene el secundario incompleto
Hay alumnos de ingeniería que son alumnos de 1° año 1°C	Existe	V	Existe al menos un alumno de Ingeniería que es alumno de 1° año 1°C
Los alumnos que aprobaron Matemática 2 son alumnos de Lic. en Biología	Todo	V	Todo alumno que aprobó Matemática 2 es alumno de la licenciatura en biología
Un alumno de primer año 1°C tiene el secundario incompleto	Existe	V	Existe al menos un alumno de 1° año 1°C que tiene el sec. incompleto

¿Cómo lo demostramos?			
Todo alumno que aprobó Matemática 2 no tiene el secundario incompleto	Todo	V	Revisamos todos legajos de los alumnos que tienen aprobada Matemática 2
Existe al menos un alumno de Ingeniería que es alumno de 1° año 1°C	Existe	V	Vamos aula por aula y buscamos uno
Todo alumno que aprobó Matemática 2 es alumno de la licenciatura en biología	Todo	V	Buscamos a todos los alumnos de Matemática 2 y nos fijamos en qué carrera están inscriptos
Existe al menos un alumno de 1° año 1°C que tiene el sec. incompleto	Existe	V	Vamos aula por aula y buscamos uno

AFIRMACIONES (Verdaderas)	NEGACIONES (falsas)
Todo alumno que aprobó Matemática 2 no tiene el secundario incompleto Todo	Existe un alumno que aprobó Mat 2 que tiene el secundario incompleto Existe
Existe al menos un alumno de Ingeniería que es alumno de 1° año 1°C Existe	Todo alumno de ingeniería no es alumno de primer año 1°C Todo
Todo alumno que aprobó Matemática 2 es alumno de la licenciatura en biología Todo	Existe un alumno que aprobó M2 que no es alumno de Lic. en Biología Existe
Existe al menos un alumno de 1° año 1°C que tiene el sec. incompleto Existe	Todo alumno de 1° año 1°C no tiene el secundario incompleto Todo

NEGACIONES (falsas)	¿Cómo demostramos que es Falso?
Existe un alumno que aprobó Mat 2 que tiene el secundario incompleto	Hay que revisarlos a todos para mostrar que no existe
Todo alumno de ingeniería no es alumno de primer año 1°C	Basta encontrar un alumno de ingeniería de 1° año 1°C
Existe un alumno que aprobó M2 que no es alumno de Lic. en Biología	Hay que revisarlos a todos para mostrar que no existe
Todo alumno de 1° año 1°C no tiene el secundario incompleto	Hay que encontrar un alumno de 1° año 1°C que tenga el secundario incompleto

¿Están bien estas negaciones?			
p	~p	Forma lógica	Negación correcta
Ninguna gramínea es un arbusto	Toda gramínea es arbusto ☹️	Toda gramínea no es arbusto	Existe una gramínea que es un arbusto
Algunos arbustos no son parasitados por plagas propias	Todo arbusto es parasitado por una plaga propia ☺️	Existe un arbusto que no es parasitado por plagas propias	
Existen monocotiledóneas que poseen espigas	Toda planta con espigas es monocotiledónea ☹️		Toda planta monocotiledónea no posee espigas

¿Están bien estas negaciones?			
p	~p	Forma lógica	Negación correcta
Las plantas herbáceas no son arbustos	Existen plantas herbáceas que no son arbustos ☹️	Toda planta herbácea no es arbusto	Existen plantas herbáceas que son arbustos
Algunas plantas angiospermas tienen tallos huecos	Todas las plantas angiospermas no tienen tallos huecos ☺️		Existen plantas angiospermas tienen tallos huecos

RESUMIENDO		
Proposición categórica	Negación	
Todo p es q	Existe p que es ~q (no es q)	
Todo elemento del referencial que hace verdadera a p hace verdadera a q	No (todo) elemento del referencial que hace verdadera a p hace verdadera a q	Existe un elemento del referencial que hace verdadera a p hace no verdadera a q (hace verdadera a ~q)
Existe p que es q	Todo p es ~q (no es q)	
Existe un elemento del referencial que hace verdadera a p y hace verdadera a q	No (existe) un elemento del referencial que hace verdadera a p hace verdadera a q	Todo elemento del referencial que hace verdadera a p hace no verdadera a q (hace verdadera a ~q)

RESUMIENDO

Todo p es q 

$$A \subset B$$

Todo elemento del referencial que hace verdadera a p hace verdadera a q

Todo elemento del referencial que pertenece a A , pertenece a B

Existe p que es q 

$$A \cap B \neq \emptyset$$

Existe al menos un elemento del referencial que hace verdadera a p y también hace verdadera a q

Existe al menos un elemento del referencial que pertenece a A y también pertenece a B

Proposiciones compuestas Conectivos lógicos

Proposición



Compuesta



Simple

x es un número par
Hace frío

Está formada por dos o más proposiciones simples

x es un número par y
múltiplo de 3

x es número par
 x es múltiplo de 3

El archivo no se envió
porque es pesado o tiene
el formato incorrecto

El archivo no se envió porque es
pesado
El archivo no se envió porque tiene el
formato incorrecto

El colador está en el primer
cajón o en el segundo

El colador está en el primer cajón
El colador está en el segundo cajón

x es un número par y
múltiplo de 3

x es número par
 y
 x es múltiplo de 3

El archivo no se envió
porque es pesado o tiene
el formato incorrecto

El archivo no se envió porque es
pesado
 \circ

El archivo no se envió porque tiene el
formato incorrecto

El colador está en el primer
cajón o en el segundo

El colador está en el primer cajón
 \circ

El colador está en el segundo cajón

En las proposiciones compuestas las proposiciones simples están "unidas" por **conectivos lógicos**

Conjunción (y)

\wedge

$p \wedge q$

x es un número par **y** múltiplo de 3

p : x es número par

y

$p \wedge q$

q : x es múltiplo de 3



x (un objeto dentro de esta bolsa) es un número par **y** múltiplo de 3

Números que **a la vez** sean pares y múltiplos de 3

Disyunción (o)

\vee $p \vee q$
 $\underline{\vee}$ $p \underline{\vee} q$

x es un número par **o** múltiplo de 3

p : x es número par

o

$p \vee q$

q : x es múltiplo de 3



x (un objeto dentro de esta bolsa) es un número par **o** múltiplo de 3

Números pares, números múltiplos de 3 y números que verifican ambas cosas.

Disyunción (o)

\vee $p \vee q$
 $\underline{\vee}$ $p \underline{\vee} q$

x es un número par **o** múltiplo de 3

p : x es número par

O (excl.)

$p \underline{\vee} q$

q : x es múltiplo de 3



x (un objeto dentro de esta bolsa) es un número par **o (excl.)** múltiplo de 3

Números pares, números múltiplos de 3 pero que **no sean a la vez** pares y múltiplos de 3

Cada proposición simple \rightarrow Induce un conjunto en el referencial

En una proposición compuesta



Cada proposición simple que la integra induce **un** conjunto

Un elemento del referencial hace verdadera una proposición compuesta que tiene el conectivo "**y**" si hace verdaderas a **todas** las proposiciones simples que la componen **simultáneamente**

x es un número par **y** múltiplo de 3

Si $x = 12$, $p \wedge q$ es V

Si $x = 2$, $p \wedge q$ es F

Si $x = 9$, $p \wedge q$ es F

Si $x = 7$, $p \wedge q$ es F

$p \wedge q$ es **Verdadera** si x es par y si x es múltiplo de 3 a la vez.

De cualquier otra manera es **F**

Un elemento del referencial hace verdadera una proposición compuesta que tiene el conectivo “o” si hace verdadera a **al menos una** de las proposiciones simples que la componen

El archivo no se envió porque es pesado **o** tiene el formato incorrecto

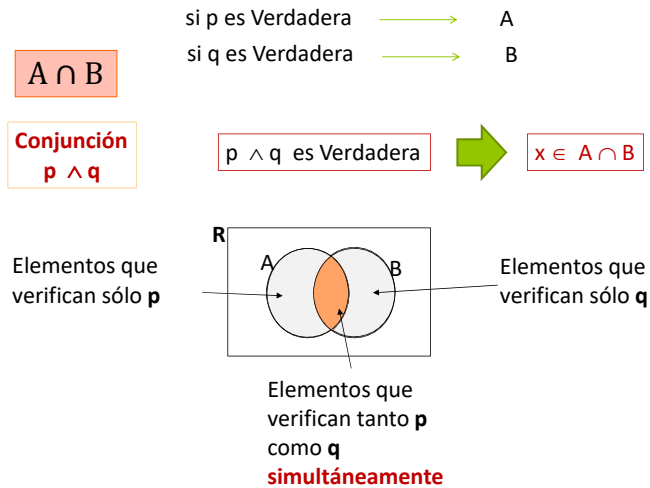
Si el archivo excede el peso permitido es V
Si el archivo tiene el formato incorrecto es V
Si ocurren las dos cosas, es V

Solo es F si no ocurre ninguna de las dos

El colador está en el primer cajón **o** en el segundo

Si el colador está en el primer cajón es V
Si el colador está en el segundo cajón es V

Es F si no está ni en el 1° ni en el 2° cajón
No pueden ocurrir las dos cosas a la vez (F)



$A \cup B$

Disyunción
 $p \vee q$

$p \vee q$ es Verdadera \longrightarrow $x \in A \cup B$

Disyunción excluyente: $p \veebar q$

$A \Delta B$

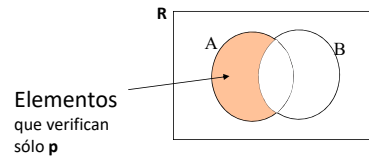
$x \in A \cup B$
 $x \notin A \cap B$

$p \veebar q$ es Verdadera \longrightarrow

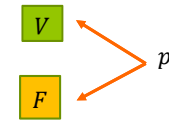
$x \in A - B$ o $x \in B - A$
 $x \in (A - B) \cup (B - A)$

Diferencia $A - B$

$p \wedge \sim q$ es Verdadera $x \in A$ y $x \notin B$
 $x \in A \cap \bar{B}$



Proposiciones (abiertas)



Conjuntos

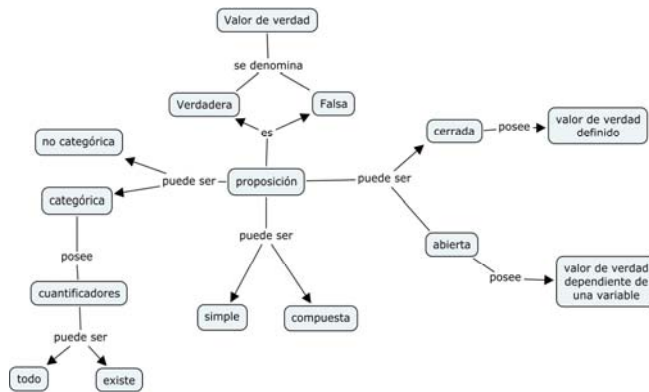


Conectivos

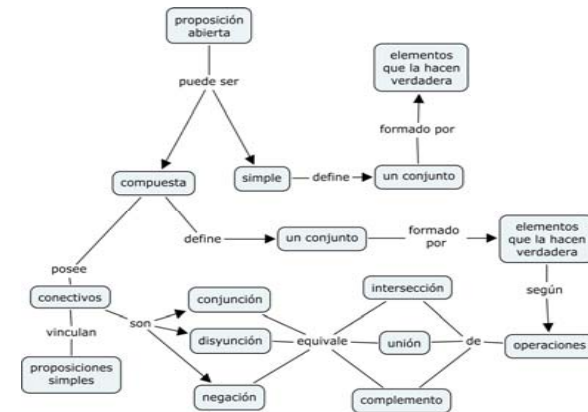
Operaciones

p	\longleftrightarrow	A
$\sim p$	\longleftrightarrow	\bar{A}
$p \wedge q$	\longleftrightarrow	$A \cap B$
$p \vee q$	\longleftrightarrow	$A \cup B$
$p \wedge \sim q$	\longleftrightarrow	$A - B$
$(p \wedge \sim q) \vee (q \wedge \sim p)$	\longleftrightarrow	$A \Delta B = (A - B) \cup (B - A)$

Resumiendo hasta acá



Resumiendo hasta acá



Proposiciones compuestas y conectivos lógicos

Un ejemplo

Ejemplo



En un jardín de infantes les dan a los niños piezas de lego para construir objetos. Con total libertad los niños pueden utilizar las piezas que deseen. Luego los maestros clasifican los objetos contruidos por los niños según el siguiente criterio:

- R: objetos que contienen piezas rojas
- A: objetos que contienen piezas amarillas
- V: objetos que contienen piezas verdes
- Z: objetos que contienen piezas azules

¿Qué tipo de objetos distintos pueden encontrarse (en relación a los colores de las piezas que contienen), y cuántos tipos?

Ejemplo

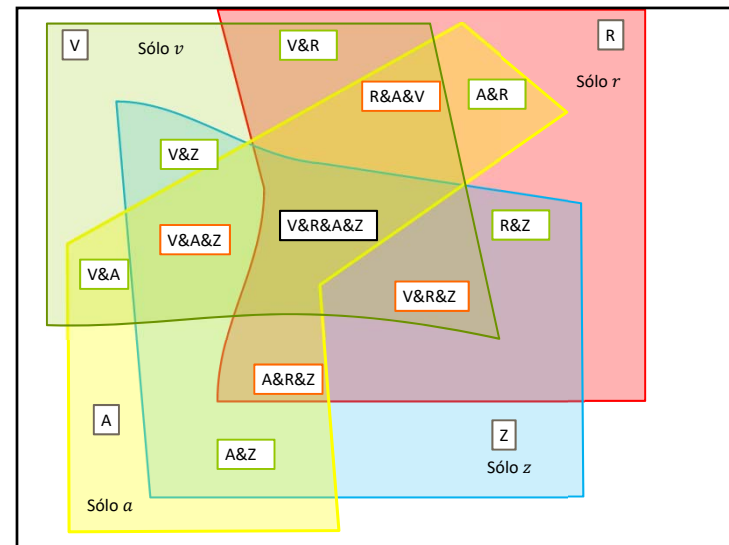


- Objetos que tienen piezas de un solo color (4)
- Objetos que tienen piezas combinadas de dos colores (6):
R&A, R&V, R&Z, A&V, A&Z, V&Z
- Objetos que tienen piezas combinadas de tres colores (3):
R&A&V, R&A&Z, A&V&Z
- Objetos que tienen piezas combinadas de los cuatro colores (1)

14 tipos
distintos

Diseñar un diagrama que permita ubicar estas piezas considerando los siguientes conjuntos:

- R: objetos que tienen piezas rojas
- A: objetos que tienen piezas amarillas
- V: objetos que tienen piezas verdes
- Z: objetos que tienen piezas azules



- ¿Qué hay en $A \cap R$?

Objetos que contienen piezas amarillas y rojas (ambas)

Elementos que pertenecen a A y a R simultáneamente

Consideremos la proposiciones simples:

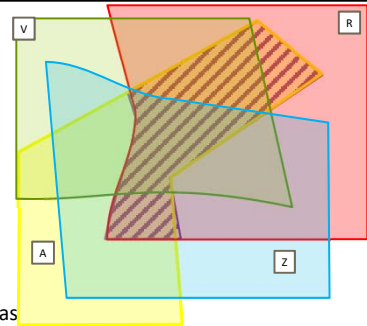
a : (el objeto) x tiene piezas amarillas

r : (el objeto) x tiene piezas rojas

¿Cuál es la proposición compuesta que hacen verdadera los elementos de la región rayada?

x contiene piezas amarillas y x contiene piezas rojas:

$$a \wedge r$$



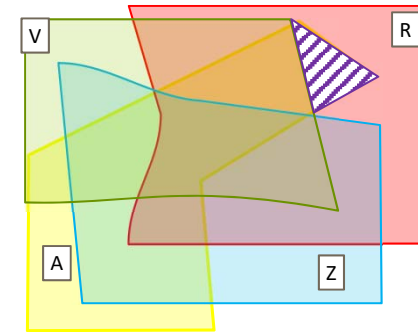
¿Dónde están los objetos que tienen sólo piezas amarillas y rojas?

$$(A \cap R) - V - Z$$

¿Cuál es la proposición compuesta que hacen verdadera los elementos de la región rayada?

Objetos que contienen piezas rojas y piezas amarillas y no contienen piezas verdes ni piezas azules

$$a \wedge r \wedge \sim v \wedge \sim z$$



¿Cómo puede escribirse la región rayada como operación entre conjuntos?

$$Z \cup R$$

¿Qué tipo de objetos hay en la región rayada?

Los objetos que tienen piezas azules o piezas rojas

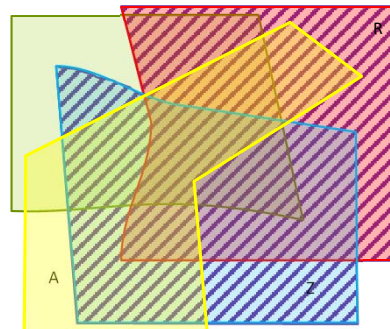
¿Cuáles?

Los que tienen sólo rojas, sólo azules o ambas

¿Cuál es la proposición compuesta que hacen verdadera los elementos de la región rayada?

x (es un objeto que) contiene piezas azules o contienen piezas rojas:

$$z \vee r$$



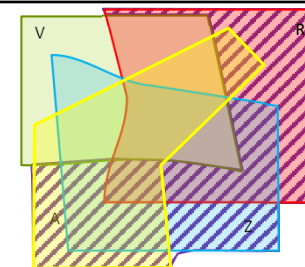
- ¿Dónde están los objetos que no tienen piezas verdes?

$$\bar{v}$$

- ¿Cuál es la proposición que hacen verdadera los elementos de la región rayada?

objetos que **no** contienen piezas verdes:

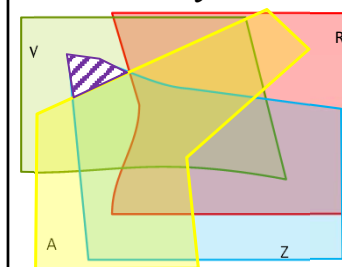
$$\sim v$$



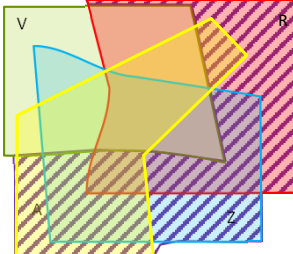
- ¿Cuál es la proposición que hacen verdadera los elementos de la región rayada?

objetos que contienen piezas verdes y piezas azules y no contienen piezas amarillas ni piezas rojas:

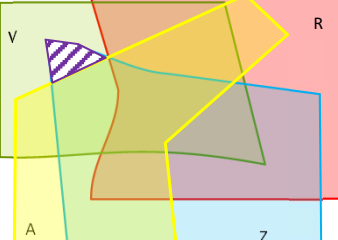
$$v \wedge z \wedge \sim a \wedge \sim r$$



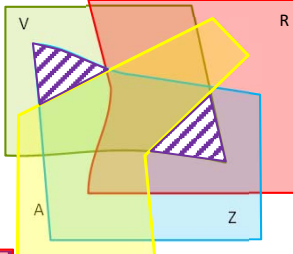
- ¿Dónde están los objetos que no tienen piezas verdes?
 \bar{V}
- ¿Cuál es la proposición que hacen verdadera los elementos de la región rayada?
objetos que **no** contienen piezas verdes:
 $\sim v$



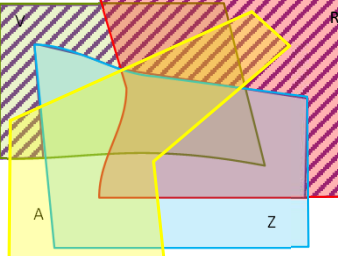
- ¿Cuál es la proposición que hacen verdadera los elementos de la región rayada?
objetos que contienen piezas verdes y piezas azules y no contienen piezas amarillas ni piezas rojas:
 $v \wedge z \wedge \sim a \wedge \sim r$



- En qué región están los objetos que hacen verdadera la proposición compuesta
 $v \wedge z \wedge \sim a$
 $(V \cap Z) - A$

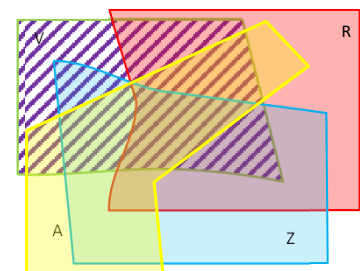


- En qué región están los objetos que hacen verdadera la proposición compuesta
 $(v \vee r) \wedge \sim z$
 $(V \cup R) - Z$

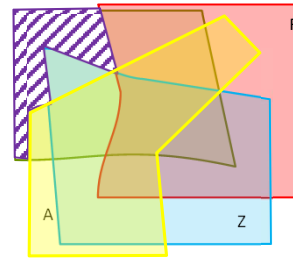


¿Representan los mismos conjuntos las proposiciones siguientes?

v y $v \wedge \sim r \wedge \sim a \wedge \sim z$?



v



$v \cap \bar{R} \cap \bar{A} \cap \bar{Z}$

Proposiciones
compuestas
y conectivos lógicos
Tarea

Considerar los siguientes conjuntos personas que estudian o trabajan en el CRUB (referencial):

A: conjunto de personas cuyo apellido empieza con A

B: conjunto de personas que cursan materias de primer año

C: conjunto de alumnos de la Licenciatura en Biología

D: conjunto de alumnos de 4° año de la Lic. en Biología

E: conjunto de personas de apellido Gómez

F: conjunto de personas de apellido Álvarez.

a) Representar estos conjuntos usando diagramas de Venn

b) En cada región determinada por los conjuntos ubicar ejemplos (inventados)

Escribir la proposición compuesta que hacen verdaderas los elementos de: $A \cap B$

Escribir la proposición compuesta que hacen verdaderas los elementos de: $A \cup C$

Escribir la proposición compuesta que hacen verdaderas los elementos de: $B - A$

Escribir la proposición compuesta que hacen verdaderas los elementos de: \bar{A}

En este contexto escribir una **proposición categórica** verdadera que contenga el cuantificador **todo** y su negación

En este contexto escribir una **proposición categórica** verdadera que contenga el cuantificador **existe** y su negación

De la serie "Se encuentra un hombre normal a un profesor de lógica proposicional dentro de un ascensor"

¿Sube o baja?

Si

