

Progettazione di un MPC per il controllo di un Continuous-flow Stirred-Tank Reactor (CSTR)

Un reattore chimico CSTR (Continuous Stirred-Tank Reactor) è un tipo di reattore chimico in cui la miscela reattiva viene continuamente mescolata mentre fluisce attraverso un serbatoio. Questo tipo di reattore è utilizzato per le reazioni che richiedono una lunga permanenza nella fase liquida. La sua caratteristica principale è quella di avere una composizione uniforme in tutto il serbatoio. Questo sistema viene spesso utilizzato come benchmark per valutare le prestazioni di controllori MPC. Uno schema di come questo reattore funziona è riportato in figura 1.

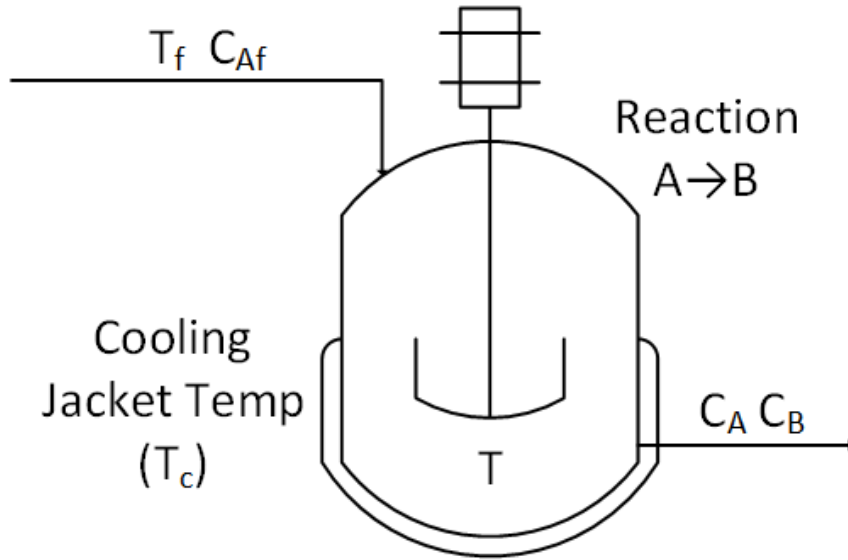


Figure 1: Schema del CSTR da controllare.

1 Descrizione del problema

Dato un CSTR in cui sta avvenendo una reazione $A \rightarrow B$, si controlli la concentrazione del reagente A . Per fare ciò, si consideri la seguente dinamica del sistema da controllare:

$$\begin{aligned}\dot{C}_A(t) &= \frac{q_0}{V} \cdot (C_{Af} - C_A(t)) - k_0 \cdot \exp\left(-\frac{E}{R \cdot T(t)}\right) \cdot C_A(t) \\ \dot{T}(t) &= \frac{q_0}{V} \cdot (T_f - T(t)) + \frac{(-\Delta H_r) \cdot k_0}{\rho \cdot C_p} \cdot \exp\left(-\frac{E}{R \cdot T(t)}\right) \cdot C_A(t) + \frac{UA}{V \cdot \rho \cdot C_p} \cdot (T_c(t) - T(t)) \\ \dot{T}_c(t) &= \frac{T_r(t) - T_c(t)}{\tau_c}\end{aligned}$$

In particolare:

- q_0 [l/min] è il flusso del reagente in ingresso;
- V [l] è il volume del liquido nel serbatoio;

- k_0 [min^{-1}] è la costante di frequenza;
- E/R [K] è la costante di Arrhenius;
- $-\Delta H_r$ [J/mol] è l'entalpia della reazione;
- UA [J/(mol·K)] è il coefficiente di trasferimento del calore;
- ρ [g/l] è la densità del liquido;
- C_p [J/(g·K)] è il calore specifico;
- τ_c [min] è la costante di tempo del liquido refrigerante;
- C_{Af} [mol/l] è la concentrazione del reagente nel flusso in ingresso;
- T_f [K] è la temperatura del flusso in ingresso.

I valori dei parametri presenti nelle precedenti equazioni sono riportati nella seguente tabella:

| Parametro | Valore | Unità |
|---------------|----------------------|-------------------|
| q_0 | 10 | l/min |
| V | 150 | l |
| k_0 | 7.2×10^{10} | min^{-1} |
| E/R | 8750 | K |
| $-\Delta H_r$ | 50000 | J/mol |
| UA | 50000 | J/(mol·K) |
| ρ | 1000 | g/l |
| C_p | 0.239 | J/(g·K) |
| τ_c | 1.5 | min |
| C_{Af} | 1 | mol/l |
| T_f | 370 | K |

La temperatura del refrigerante deve sempre stare nel range $[280K, 310K]$. Inoltre, La concentrazione del reagente deve essere compresa tra 0.38mol/l e 0.954mol/l.

L'ingresso controllato del sistema è il riferimento della temperatura del liquido refrigerante T_r .

2 Obiettivi

L'obiettivo del lavoro è progettare un controllore MPC in grado di portare il sistema dalla condizione iniziale $(C_A, T, T_c) = (0.853, 296.986, 292)$ all'equilibrio $(0.5054, 315.5491, 308)$, rispettando sempre i vincoli, e simulare il funzionamento del sistema in anello chiuso.

Si confrontino le prestazioni del controllore progettato al variare di:

- ingredienti terminali (vincolo terminale di uguaglianza vs costo terminale e vincolo terminale di disuguaglianza);
- Q ed R del costo quadratico;
- orizzonte di predizione;
- tempo di campionamento $t_s \geq 1s$.