

Graphes pour l'info
Contrôle

Barème: 20 points.
Documents: Tous médias électroniques et tous documents interdits excepté le présent sujet.

Dans tout ce qui suit, on note $G(m, n)$, le graphe ci-dessous défini à l'aide de sommets reliés entre eux par plusieurs arcs, dont l'arc CD , valué n , et par une arête BC , valuée m . On note $G'(m, n)$ le même graphe étendu aux nombres suscrits, i.e. inscrits au-dessus de S et D ; ces nombres servent pour les algorithmes de flots. La valeur attachée à m et n dépend de la question posée. Les valeurs associées aux arcs indiquent selon la question des distances, des durées (ordonnancement) ou des débits (flots). Sauf mention contraire, S est le sommet source et T le sommet cible. Si m est nul, l'arête BC disparaît du graphe. Sinon, c'est à la fois la valeur de l'arc BC et de l'arc CB .

Question 1

Donner le chemin le plus court dans $G(0, 1)$.

Question 2

Effectuer un tri topologique de $G(0, 1)$ et donner pour chaque sommet son niveau.

Question 3

Donner le(s) chemin(s) critique(s) de $G(0, 1)$ avec pour chaque sommet les marges associées.

Question 4

Est-ce que le graphe $G(0, 2)$ ~~sans BC~~ est biparti? Justifier votre réponse.

Question 5

Rechercher un flot maximum dans $G'(0, 1)$ et donner tous les flots élémentaires de S à T qui le constituent.

Question 6

Donner une valeur de m telle que $G(m, n)$ renferme au moins un circuit strictement négatif. Donner un tel circuit et tirez-en les conséquences pour la question 1 en considérant cette fois $G(m, n)$ avec les valeurs de m et n que vous avez choisies.

