

Barème: 20 points.
Documents: Tous médias électroniques et tous documents interdits excepté le présent sujet.

Dans tout ce qui suit, on note $G(m, n)$ le graphe ci-dessous défini à l'aide de sommets reliés entre eux par plusieurs arcs et arêtes, où m et n sont des valeurs attachées à certains arcs et certaines arêtes. On note $G'(m, n)$ le même graphe étendu aux nombres suscrits, i.e. inscrits au-dessus de certains sommets. Ces nombres servent pour les algorithmes de flots. Les valeurs attachées à m et n sont spécifiées à chaque question. Les valeurs associées aux arcs indiquent selon la question des distances, des durées (ordonnancement) ou des débits (flots). Sauf mention contraire, S est le sommet source et T le sommet cible. Si une arête $(X Y)$ a pour valeur m et que m est nul, l'arête $(X Y)$ disparaît du graphe. Sinon, m indique à la fois la valeur de l'arc $(X Y)$ et celle de l'arc inverse $(Y X)$.

Question 1

Donner le chemin le plus LONG de S à T dans $G(0, 0)$.

Question 2

A quelle heure faut-il partir au plus tard de S pour atteindre T à 20h00 dans $G(0, 15)$? Chaque valeur représente une durée donnée en minutes. L'arête marquée n représente une rivière. Sa traversée commence au début de chaque heure dans le sens X vers Y , et au début de la demi-heure suivante pour une traversée en sens inverse.

Question 3

Donner le(s) chemin(s) critique(s) de $G(0, 0)$ avec pour chaque sommet les marges associées.

Question 4

Est-ce que le graphe $G(0, 2)$ contient un circuit eulérien? Si oui, donner ce circuit. Si non, dites pourquoi il n'y a pas de solution.

Question 5

Rechercher un flot maximum dans $G'(0, 1)$ et donner tous les flots élémentaires de S à T qui le constituent.

Question 6

Donner un distancier dans $G(10, 5)$ pour les seuls sommets S , T , X et Y . Quelle est la complexité de l'algorithme que vous avez utilisé sachant que X et Y sont voisins?

