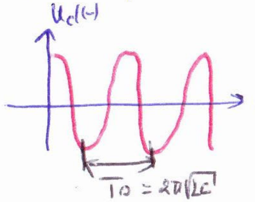
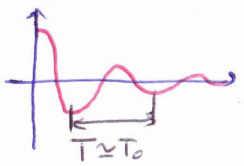
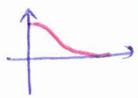
Rq : dans les oscillations libres on a 3 régimes :

périodique (T_0) — pseudo-périodique (T) — apériodique



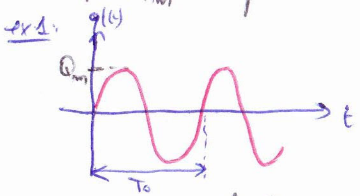




Q_6 : Déterminer Q_m, ω, φ_q d'une courbe sinusoïdale ? $q(t) = \overset{?}{Q_m}\sin(\overset{?}{\omega} t + \overset{?}{\varphi_q})$

→ Q_m : Amplitude maximale ?

ex 1 :



→ ω_0 : pulsation propre ($rad.s^{-1}$)

il faut déterminer T_0 puis

$$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0}$$

→ φ_q : phase initiale (rad)

à $t = 0\,s$:

$$\underbrace{Q_m \sin(\varphi_q)}_{\text{d'après l'éq tjs la m}} = \underbrace{0}_{\text{courbe}}$$

et à l'aide du tableau on détermine l'angle :

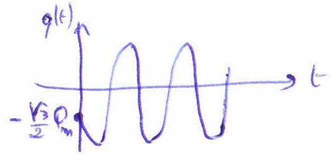
θ	0	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$\pi/2$
$\sin(\theta)$	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1

$\sin(\varphi_q) = 0 = \sin(0)$

$\varphi_q \to 0$ ou π

la courbe ↗ ⇒ $\cos(\varphi_q) > 0$ ⇒ $\varphi_q = 0$ rad.

exemple 2 :



à $t = 0\,s$:

$Q_m \sin(\varphi_q) = -\frac{\sqrt{3}}{2} Q_m$

$\sin(\varphi_q) = -\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin(-\frac{\pi}{3})$

$\varphi_q \to -\frac{\pi}{3}$ ou $\pi + \frac{\pi}{3} = \frac{4\pi}{3}$

la courbe ↘ ⇒ $\cos(\varphi_q) < 0$ ⇒ $\varphi_q = \frac{4\pi}{3}$ rad.

Q_7 : Montrer que l'énergie totale (électromécanique) se conserve (non amortie) ? diminue (amortie) ?

$E = E_C + E_L$

$E = \frac{1}{2} C U_C^2 + \frac{1}{2} L i^2$

→ E se conserve (non amortie) :

l'idée est de montrer que $\frac{dE}{dt} = 0$.

$E = \frac{1}{2} C U_C^2 + \frac{1}{2} L i^2$

$\frac{dE}{dt} = \frac{1}{2} C \frac{dU_C^2}{dU_C} \cdot \frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{2} L \frac{di^2}{di} \frac{di}{dt}$

$= \frac{1}{2} C \cdot 2U_C \cdot \frac{dU_C}{dt} + \frac{1}{2} L\, 2i \frac{di}{dt}$

(or $i = \frac{dq}{dt} = C\frac{dU_C}{dt}$) $= i\,(\underbrace{U_C + L\frac{di}{dt}}_{=0})$

or l'éq diff : $U_L + U_C = 0$

$$\boxed{L\frac{di}{dt} + U_C = 0}$$

donc $\boxed{\frac{dE}{dt} = 0}$ donc $E = cte$.

→ E diminue (amortie).

de m :

$\frac{dE}{dt} = i\,(\underbrace{U_C + L\frac{di}{dt}}_{= -(R+r)i^2})$

or l'éq diff :

$L\frac{di}{dt} + (R+r)i + U_C = 0$

$L\frac{di}{dt} + U_C = -(R+r)i$

donc $\frac{dE}{dt} = -(R+r)i^2 < 0$

donc E diminue (dissipation sous forme de chaleur par effet Joule)

B.M Taki Eddine
23.390.248