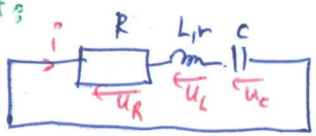
RLC libres : amorties et non amorties

RLC
- (sans générateur) libres
  - non amortie (R = 0)
  - amorti (R ≠ 0)
- forcées (avec générateur).

le circuit :



Q_1 : Equation différentielle de (q, U_c, i) :

Loi de maille : $\boxed{U_R + U_L + U_c = 0}$

en f° de q :

$Ri + L\frac{di}{dt} + ri + \frac{q}{c} = 0$

$L\frac{d^2q}{dt^2} + (R+r)\frac{dq}{dt} + \frac{q}{c} = 0$

$$\boxed{\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{(R+r)}{L}\frac{dq}{dt} + \frac{1}{Lc}q = 0}$$

en f° de i :

$$\boxed{\frac{di}{dt} + \frac{(R+r)}{L}i + \frac{1}{Lc}\int i\,dt}$$

en f° de U_c

$$\boxed{\frac{d^2U_c}{dt^2} + \frac{(R+r)}{L}\frac{dU_c}{dt} + \frac{1}{Lc}q = 0}$$

$\boxed{\omega_0^2 = \frac{1}{Lc}}$; $\boxed{T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{Lc}}$

Q_2 : vérifier la solution de l'éq différentielle (non amortie) :

$$\boxed{\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{Lc}q = 0}$$

la solution : $q(t) = Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_q)$

$\frac{d^2q}{dt^2} = -\omega_0^2 Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_q)$

$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{Lc}q = -\omega_0^2 Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_q) + \omega_0^2 Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi_q) = 0$

donc c'est une solution.

Q_3 : Calculer l'énergie électromagnétique :

$E = E_c + E_L$

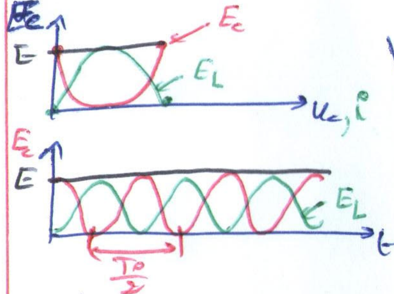
$$\boxed{E = \frac{1}{2}cU_c^2 + \frac{1}{2}Li^2}$$

→ si $U_c = \pm U_{cm}$ → $i = 0$
$q = \pm Q_m$ ⇒ $E = E_{cmax} = \frac{1}{2}cU_{cm}^2$

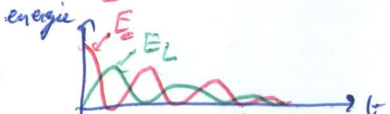
→ si $U_c = 0$ → $i = \pm I_m$
$q = 0$ ⇒ $E = E_{Lmax} = \frac{1}{2}LI_m^2$

il y a un transfert d'énergie entre le condensateur et la bobine.
dans le cas amorti, à chaque transfert il y a une dissipation de l'énergie sous forme de chaleur par effet Joule.

l'allure de la courbe :

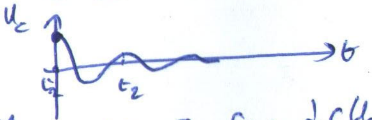


non amortie



amortie

Q_4 : Calculer la variation d'énergie



$t_1 = 0s$
$t_2 =$

$\Delta E = E_2 - E_1 = \frac{1}{2}cU_{c2m}^2 - \frac{1}{2}cU_{c1m}^2$
$= \frac{1}{2}c(U_{c2m}^2 - U_{c1m}^2)$

Q_5 : déterminer l'expression de l'énergie :

$E_c = \frac{1}{2}cU_c^2$; $U_c(t) = U_{cm}\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$E_c = \frac{1}{2}cU_{cm}^2\sin^2(\omega_0 t + \varphi)$; or

$$\boxed{\sin^2(x) = \frac{1 - \cos(2x)}{2}}$$

$E_c = \frac{1}{2}cU_{cm}^2\left(\frac{1 - \cos(2(\omega_0 t + \varphi))}{2}\right)$