

III) Variable aléatoire :

Soit X la variable aléatoire qui associe ...
à chaque issue

→ Déterminer la loi de probabilité de X :

$$X(\omega) = \{ \dots \}$$

$X=x_i$
$p(X=x_i)$

il faut que
 $\sum p(X=x_i) = 1$

ex: ex.

4B	0, 0, 0, 1
3N	1, 1, 2
2R	2, 2

le tirage est de 3 boules.

→ X associe le nombre de boules tirées

$$X(\omega) = \{0, 1, 2\} \quad (X=0) : (\bar{R}, \bar{R}, \bar{R})$$

$$(X=1) : (R, \bar{R}, \bar{R})$$

$$(X=2) : (R, R, \bar{R})$$

→ Y associe la somme des nombres des boules tirées

$$Y(\omega) = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$(Y=0) : (0, 0, 0) \dots (Y=3) : (0, 1, 2) \text{ ou } (1, 1, 1)$$

→ Z associe le produit des nombres des boules tirées.

$$Z(\omega) = \{0, 1, 2, 4, 8\}$$

$$(Z=0) : (0, \text{quelque}, \text{quelque}) \text{ ou bien } (0, 0, 0) \text{ ou } (0, 0, 0) \text{ ou } (0, 0, 0)$$

$$(Z=1) : (1, 1, 1)$$

→ Déterminer la variance, l'espérance, l'écart-type

soit le tableau suivant :

$X=x_i$	0	1	2	3
$p(X=x_i)$	$\frac{4}{35}$	$\frac{18}{35}$	$\frac{12}{35}$	$\frac{1}{35}$

Espérance : $E(X) = \sum x_i p(X=x_i)$

$$E(X) = 0 \times \frac{4}{35} + 1 \times \frac{18}{35} + 2 \times \frac{12}{35} + 3 \times \frac{1}{35} = \frac{9}{7}$$

Variance : $V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$

$$E(X^2) = 0^2 \times \frac{4}{35} + 1^2 \times \frac{18}{35} + 2^2 \times \frac{12}{35} + 3^2 \times \frac{1}{35} = \frac{15}{7}$$

$$\text{donc } V(X) = \frac{15}{7} - \left(\frac{9}{7}\right)^2 = 0,4$$

l'écart-type $\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

$$\sigma(X) = \sqrt{0,4} = 0,6$$

→ Loi Binomiale de paramètres n et p : nombre de répétitions et probabilité

on parle de loi Binomiale si on répète l'expérience n fois et on tire la probabilité p .

1. Déterminer la loi de probabilité de X :

X suit une loi Binomiale de paramètres n et p :

$$X \sim B(n, p)$$

$$p(X=k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k} \quad k \in \{0, 1, \dots, n\}$$

l'espérance, la variance, l'écart-type ?

$$E(X) = np$$

$$V(X) = np(1-p)$$

$$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$