Etudes graphiques

TÉLÉCHARGER EN PDF

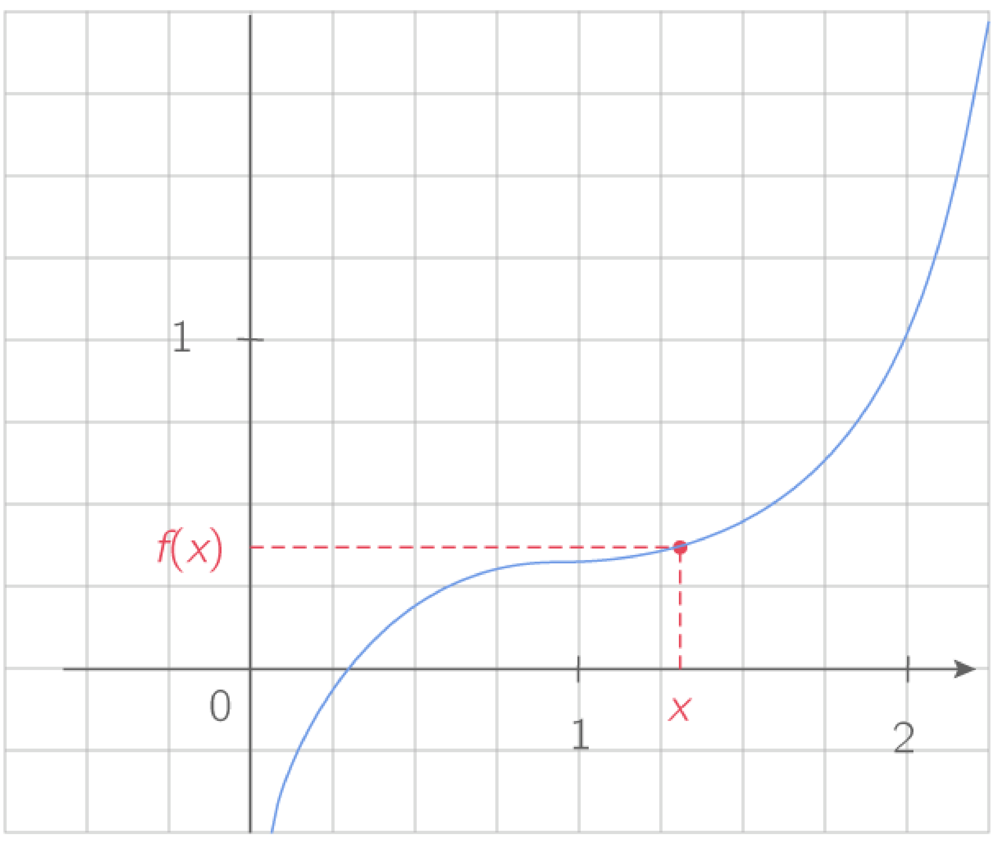
I Ensemble de définition et courbe

DÉFINITION Domaine de définition

Le domaine de définition D_f d'une fonction *f* est l'ensemble des réels *x* pour lesquels $f\left(x\right)$ existe.

DÉFINITION Courbe représentative

La courbe représentative C_f d'une fonction *f* dans un repère du plan est l'ensemble des points de coordonnées $\left(x ; f\left(x\right)\right)$, pour tous les réels *x* du domaine de définition de *f*.



II Sens de variation

DÉFINITION Fonction croissante

Une fonction *f* est croissante sur un intervalle *I* si et seulement si elle est définie sur *I*, et pour tous réels *x* et *y* de *I* tels que $x < y$:

$$f\left(x\right) \leq f\left(y\right)$$

DÉFINITION Fonction décroissante

Une fonction *f* est décroissante sur un intervalle *I* si et seulement si elle est définie sur *I*, et pour tous réels *x* et *y* de *I* tels que $x < y$:

$$f\left(x\right) \geq f\left(y\right)$$

THÉORÈME Sens de variation et dérivée

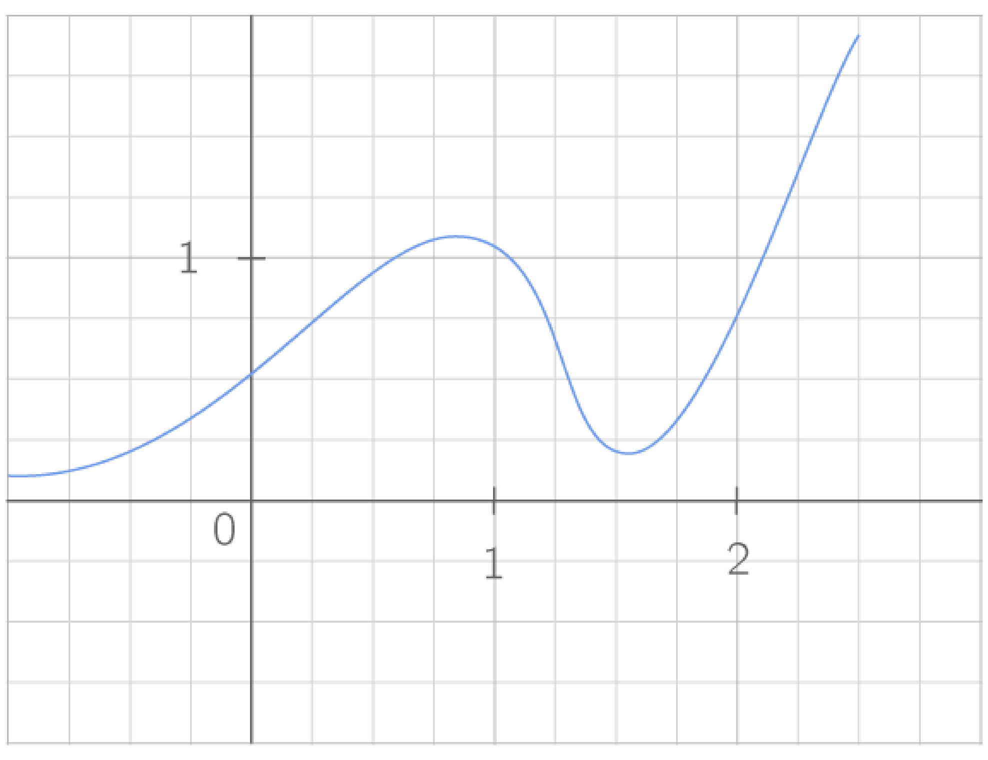
Soit *f* une fonction dérivable sur un intervalle *I* :

- Si *f'* est positive sur *I*, alors *f* est croissante sur *I*.
- Si *f'* est négative sur *I*, alors *f* est décroissante sur *I*.
- Si *f'* est nulle sur *I*, alors *f* est constante sur *I*.

III Signe d'une fonction

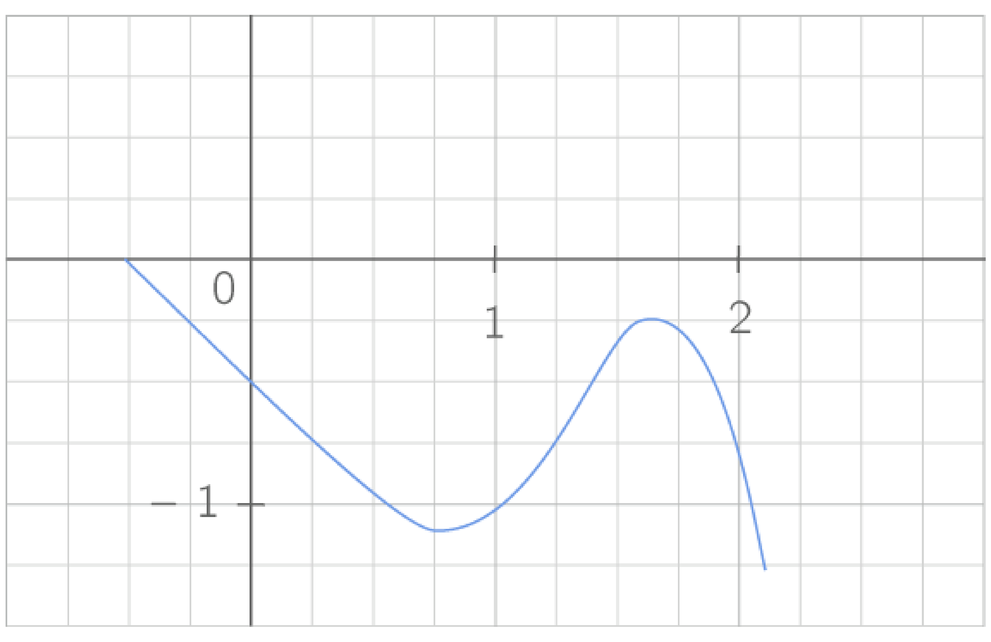
PROPRIÉTÉ

Une fonction est positive sur *I* si et seulement si sa courbe représentative est située au-dessus de l'axe des abscisses pour tout réel de l'intervalle *I*.



PROPRIÉTÉ

Une fonction est négative sur *I* si et seulement si sa courbe représentative est située en dessous de l'axe des abscisses pour tout réel de l'intervalle *I*.



IV Résolution graphique d'équations et d'inéquations

THÉORÈME Résolution graphique de l'équation $f\left(x\right) = k$

Les solutions de l'équation $f\left(x\right) = k$ sont les abscisses des points d'intersection de la courbe C_f avec la droite d'équation $y = k$.

THÉORÈME Résolution graphique de l'inéquation $f\left(x\right) \geq k$

Les solutions de l'inéquation $f\left(x\right) \geq k$ sont les abscisses des points de la courbe C_f situés au-dessus de la droite d'équation $y = k$.

V Continuité et convexité

DÉFINITION Fonction continue

Une fonction *f* est continue sur un intervalle *I* si et seulement s'il est possible de tracer sa courbe représentative sur *I* sans lever le crayon.

DÉFINITION Fonction convexe

Une fonction *f* est dite convexe sur *I* lorsque sa courbe est située entièrement au-dessus de chacune de ses tangentes.

Si la fonction *f* est dérivable deux fois, elle est convexe si et seulement si la dérivée *f'* est croissante, c'est-à-dire si sa dérivée seconde *f''* est positive.

DÉFINITION Fonction concave

Une fonction *f* est dite concave sur *I* lorsque sa courbe est située entièrement au-dessous de chacune de ses tangentes.

Si la fonction *f* est dérivable deux fois, elle est concave si et seulement si la dérivée *f'* est décroissante, c'est-à-dire si sa dérivée seconde *f''* est négative.

DÉFINITION Point d'inflexion

Un point d'inflexion est un point où la représentation graphique d'une fonction traverse sa tangente en ce point, c'est-à-dire là où la dérivée seconde s'annule en changeant de signe.

Sommaire