

# fonction logarithme népérien

## Domaine de définition

$$\ln : ]0, +\infty[ \longrightarrow ]-\infty, +\infty[$$

ex  $\ln(x)$  ;

$\ln(x) \Rightarrow$  il faut que  $x > 0$   
 $\ln(2x+1) \Rightarrow 2x+1 > 0$

## Tableau de signe

$x$	0	1	$+\infty$
$\ln(x)$		-	+

## limites :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln(x) = 0$$

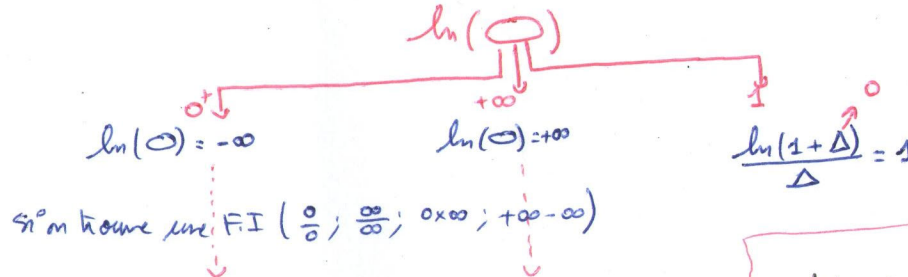
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$$

$\ln(0^+) = -\infty$      $\ln(0^+) = +\infty$   
 $\ln(0^+) = 0$      $\ln(0^+) = 0$   
 $\frac{\ln(1+\Delta)}{\Delta} = 1$

## méthode générale pour la limite :

1- regarder à l'intérieur du  $\ln(\infty)$ .



on met en facteur

$$\frac{1}{0} (\ln(0) + \dots)$$

on met en facteur

$$0 (\ln(0) + \dots)$$

sinon on met  $\ln(\infty) (\dots)$ .

## exemple :

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \ln(2x^2+1) = +\infty ; \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{1}{x}\right) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) - x = +\infty - \infty \text{ F.I.}$$

$$= \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left( \frac{\ln(x)}{x} - 1 \right) = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} 2 \frac{\ln(1+2x)}{2x} = 2$$

## Propriétés du $\ln(x)$ :

$\ln(1) = 0$  ;  $\ln(e) = 1$   
 $\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$   
 $\ln(a \cdot b) = \ln(a) + \ln(b)$   
 $\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln(a)$   
 $\ln(a^n) = n \ln(a)$

## dérivée :

$$(\ln(x))' = \frac{1}{x}$$

$$(\ln(x))' = \frac{1}{x} ; (\ln(2x^2-x+1))' = \frac{4x-1}{2x^2-x+1}$$

## Règles importantes sur la limite :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x^n \ln^m(x) = 0 ; \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln^m(x)}{x^n} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} P(x) \ln(x) = 0 \text{ (on développe)}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x) + \dots}{P(x)} = 0 \text{ (on divise)}$$

## exemple :

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} (x^2+x) \ln(x) = \lim_{x \rightarrow 0^+} x^2 \ln(x) + x \ln(x) = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)+1}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x)}{x} + \frac{1}{x} = 0$$