

# fonction exponentielle

Domaine de définition :

$$e^x : ]-\infty; +\infty[ \rightarrow ]0; +\infty[.$$

donc  $\forall x \in \mathbb{R} ; \underline{e^x > 0}$ .

Dérivée :  $(e^x)' = e^x$

exemple :  $(e^x)' = e^x \quad | \quad (e^{(2x^2-3x)})' = (2x^2-3x)' e^{2x^2-3x} = (4x-3)e^{2x^2-3x}$   
 $(e^{-2x})' = -2e^{-2x}$

Propriétés :

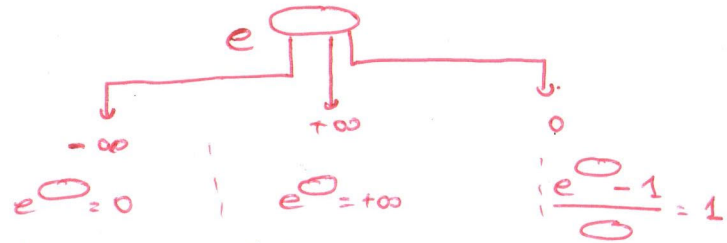
$$\begin{aligned} (e^a \cdot e^b) &= e^{a+b} & \frac{1}{e^a} &= e^{-a} \\ \frac{e^a}{e^b} &= e^{a-b} & e^0 &= 1 \\ (e^a)^b &= e^{ab} & e &\approx 2,7 \\ & & \boxed{e^{\ln(a)} &= a} \end{aligned}$$

exemple :

$$\frac{1}{e^x} = e^{-x} ;$$

$$e^{2\ln(x)} = e^{\ln(x^2)} = x^2$$

Méthode générale de calcul de limite



si on trouve une F.I.  $(\frac{0}{0}; \frac{\infty}{\infty}; 0 \cdot \infty; +\infty - \infty)$ .

on met en facteur :

$$\frac{1}{0} \left( \frac{0}{0} + 0 \dots \right)$$

on met en facteur :

$$0 \left( \frac{0}{0} + \dots \right)$$

si non on met en facteur  $\frac{e^{\cancel{0}}(\dots)}{e^{\cancel{0}}(\dots)}$

exemple :  $\lim_{x \rightarrow +\infty} e^{-2x} = 0 ; \lim_{x \rightarrow 0^+} e^{\frac{1}{x}} = +\infty$

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow +\infty} e^x - x &= +\infty - \infty \text{ F.I.} & \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-2x} - 1}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{-2x} - 1}{-2x} = -2 \\ &= \lim_{x \rightarrow +\infty} x \left( \frac{e^x}{x} - 1 \right) = +\infty & & \end{aligned}$$

Rq importantes : souvent on trouve les deux cas suivants :

$\rightarrow \lim P(x) e^{-\infty} = 0$  (on développe).

$\rightarrow \lim \frac{e^{+\infty}}{P(x)} = +\infty$  (on divise).

exemple :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - x) e^x$

$$= \lim_{x \rightarrow -\infty} \underbrace{x^2}_{0} \underbrace{e^x}_{0} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x - 1}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x} - \frac{1}{x} = +\infty$$