Q6 : Résolution d'équation de 2ème degré :

$E : az^2+bz+c=0$; $\Delta = b^2-4ac$

$z_1 = \frac{-b+\delta}{2a}$; $z_2 = \frac{-b-\delta}{2a}$

$S_{\mathbb{C}} = \{z_1, z_2\}$

exemple. Bac(2010) : $(E) : z^2-(1+i)z+2(1+i)=0$

1°/ vérifier que : $(1-3i)^2 = -8-6i$

2°/ Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).

Rép : 2°/ $\Delta = (1+i)^2-4\times 2(1+i) = -8-6i$

$\delta = (1-3i)$

$z_1 = \frac{(1+i)-(1-3i)}{2} = 2i$

$z_2 = \frac{(1+i)+(1-3i)}{2} = 1-i$

$S_{\mathbb{C}} = \{-i, 1-i\}$

Q7 : Résolution d'équation de 3ème degré

il faut connaître une solution particulière z_0 puis factoriser.

exemple : (exercice à apprendre par cœur !!!)

on considère dans $\mathbb{C}$ l'équation.

$(E) : z^3+(5+i)z^2+(5+10i)z+15-3i=0$

1°/ vérifier que i est une solution de (E).

2°/ déterminer a, b et c tel que

$(z-i)(az^2+bz+c) = z^3+(5+i)z^2+(5+10i)z+15-3i$

3°/ a/ vérifier que $(5-4i)^2 = 9-40i$

b/ Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E).

Réponse :

1°/ $i^3+(5+i)i^2+(5+10i)i+15-3i = -i-(5+i)+(5+10i)i$

$+15-3i = -i-5-i+5i-10+15-3i = 0$.

donc (i) est une solution de i.

2°/ $(z-i)(az^2+bz+c) = az^3+bz^2+cz-iaz^2-ibz$
$-ic$
$= az^3+(b-ia)z^2+(c-ib)z-ic$

par identification avec (E) :

$$\begin{cases} a=1 \\ b-ia=5+i \\ c-ia=5+10i \\ -ic=15-3i \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=5+2i \\ c=\frac{15-3i}{-i}=15i+3 \end{cases}$$

donc $(E) : (z-i)(z^2+(5+2i)z+3+15i)=0$.

3°/ a/ $(5-4i)^2 = 25-40i-16 = 9-40i$

b/ $(z-i)(z^2+(5+2i)z+3+15i)=0$

$z-i=0$ ou $z^2+(5+2i)z+3+15i=0$

$z_1 = i$ | $\Delta = (5+2i)^2-4(3+15i) = 9-40i$
$= (5-4i)^2$

$z_2 = \frac{-(5+2i)-(5-4i)}{2} = -5+i$

$z_3 = \frac{-(5+2i)+(5-4i)}{2} = -3i$

$S_{\mathbb{C}} = \{i; -5+i; -3i\}$.

B.M. Taki Eddine
23.390.248