Démontrer qu'une courbe admet une asymptote horizontale

TÉLÉCHARGER EN PDF

SITUATION

La courbe représentative d'une fonction f peut admettre une asymptote horizontale en $+\infty$ et/ou en $-\infty$. Une même droite peut être asymptote horizontale à la fois en $+\infty$ et $-\infty$.

ÉNONCÉ

On considère la fonction f définie sur $]4;+\infty[$ par :

$$f\left(x\right)=\dfrac{2x-3}{x-4}$$

Déterminer les éventuelles asymptotes horizontales de C_f.

ETAPE 1

Déterminer la limite de f en $+\infty$

On détermine tout d'abord $\lim\limits_{x \to +\infty} f\left(x\right)$.

APPLICATION

Pour déterminer la limite de f en $+\infty$, on factorise numérateur et dénominateur par le terme de plus haut degré. On a donc :

$$\forall x\in]4;+\infty[, f\left(x\right)=\dfrac{x\left(2-\dfrac{3}{x}\right)}{x\left(1-\dfrac{4}{x}\right)}=\dfrac{2-\dfrac{3}{x}}{1-\dfrac{4}{x}}$$

Or :

- $\lim\limits_{x \to +\infty}\left(2-\dfrac{3}{x}\right)=2$
- $\lim\limits_{x \to +\infty}\left(1-\dfrac{4}{x}\right)=1$

Donc :

$$\lim\limits_{x \to +\infty} f\left(x\right)=2$$

ETAPE 2

Conclure sur l'existence d'une asymptote horizontale

- Si la limite trouvée est un réel a, on en déduit que la droite d'équation $y=a$ est asymptote horizontale à C_f en $+\infty$.
- Si la limite trouvée est $+\infty$ ou $-\infty$, alors C_f n'admet pas d'asymptote horizontale en $+\infty$.

APPLICATION

On a :

$$\lim\limits_{x \to +\infty} f\left(x\right)=2$$

On en déduit que la droite d'équation $y=2$ est asymptote horizontale à C_f en $+\infty$.

ETAPE 3

Répliquer éventuellement le procédé en $-\infty$

Si le domaine de définition de la fonction le permet, on procède de la même manière pour déterminer l'existence d'une asymptote en $-\infty$.

APPLICATION

La fonction f étant définie sur $]4;+\infty[$, sa courbe représentative ne peut pas admettre d'asymptote horizontale en $-\infty$.

Sommaire

1 Déterminer la limite de f en $+\infty$

2 Conclure sur l'existence d'une asymptote horizontale

3 Répliquer éventuellement le procédé en $-\infty$