fonction exponentielle

Domaine de définition :

$e^x :]-\infty, +\infty[\longrightarrow]0, +\infty[$.

donc $\forall x \in \mathbb{R}$; $e^x > 0$.

Dérivée :

$(e^{\bigcirc})' = \bigcirc' e^{\bigcirc}$

exemple : $(e^x)' = e^x$ | $\left(e^{(2x^2-3x)}\right)' = (4x-3)e^{2x^2-3x}$

$(e^{-2x})' = -2e^{-2x}$

Propriété :

$(e^a \cdot e^b) = e^{a+b}$ | $\frac{1}{e^a} = e^{-a}$

$\frac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$ | $e^0 = 1$

$(e^a)^b = e^{ab}$ | $e \simeq 2{,}7$

$\boxed{e^{\ln(a)} = a}$

exemple :

$\frac{1}{e^x} = e^{-x}$;

$e^{2\ln(x)} = e^{\ln(x^2)} = x^2$

Méthode générale de calcul de limite

$e^{\bigcirc}$: $\bigcirc \to -\infty$ | $\bigcirc \to +\infty$ | $\bigcirc \to 0$

$e^{\bigcirc} = 0$ | $e^{\bigcirc} = +\infty$ | $\frac{e^{\bigcirc} - 1}{\bigcirc} = 1$.

si on trouve une F.I $\left(\frac{0}{0} ; \frac{\infty}{\infty} ; 0 \times \infty, +\infty - \infty\right)$.

on met en facteur : $\frac{1}{\bigcirc}\left(\underbrace{\bigcirc e^{\bigcirc}}_{0} + \bigcirc \dots\right)$ | on met en facteur : $\bigcirc\left(\underbrace{\frac{e^{\bigcirc}}{\bigcirc}}_{+\infty} + \frac{\dots}{\bigcirc}\right)$

sinon on met en facteur $\frac{\cancel{e^{\bigcirc}}(\quad)}{\cancel{e^{\bigcirc}}(\quad)}$

exemple : $\lim\limits_{x \to +\infty} e^{-2x} = 0$; $\lim\limits_{x \to 0^+} e^{\frac{1}{x}} = +\infty$.

$\lim\limits_{x \to +\infty} e^x - x = +\infty - \infty$ F.I

$= \lim\limits_{x \to +\infty} x\left(\underbrace{\frac{e^x}{x}}_{+\infty} - 1\right) = +\infty$

$\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^{-2x} - 1}{x} = \lim\limits_{x \to 0} -2\underbrace{\frac{e^{-2x} - 1}{-2x}}_{1} = -2$

Rq importantes : souvent on trouve les deux cas suivants :

→ $\lim P(x)\, e^{-\infty} = 0$ (on développe).

→ $\lim \frac{e^{+\infty}}{P(x)} = +\infty$ (on divise).

exemple : $\lim\limits_{x \to -\infty} (x^2 - x)e^x$

$= \lim\limits_{x \to -\infty} \underbrace{x^2 e^x}_{0} - \underbrace{x e^x}_{0} = 0$.

$\lim\limits_{x \to +\infty} \frac{e^x - 1}{x} = \lim\limits_{x \to +\infty} \underbrace{\frac{e^x}{x}}_{+\infty} - \underbrace{\frac{1}{x}}_{0}$

$= +\infty$.

B.M Taki Eddine
23.390.248