fonction logarithme népérien

Domaine de définition

$\ln :]0,+\infty[\longrightarrow]-\infty,+\infty[$

ex : $\ln(\cancel{x})$;

$\ln(x) \Rightarrow$ il faut que $x>0$

$\ln(2x+1) \Rightarrow 2x+1>0$

Tableau de signe

x	0		1		$+\infty$
$\ln(x)$	||	$-$	0	$+$	

limites :

$\lim\limits_{x\to 0^+} \ln(x) = -\infty$

$\lim\limits_{x\to +\infty} \ln(x) = +\infty$

$\lim\limits_{x\to 0^+} x\ln(x) = 0$

$\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{\ln(x)}{x} = 0$

$\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$

$\ln(\bigcirc \to 0^+) = -\infty$ $\ln(\bigcirc \to +\infty) = +\infty$

$\bigcirc\ln(\bigcirc \to 0^+) = 0$ $\frac{\ln(\bigcirc \to +\infty)}{\bigcirc} = 0$

$\frac{\ln(1+\Delta)}{\Delta} = 1$ ($\Delta \to 0$)

méthode générale pour la limite :

1- regarder à l'intérieur du $\ln(\bigcirc)$.

$\ln(\bigcirc)$

- $\bigcirc \to 0^+$: $\ln(\bigcirc) = -\infty$
- $\bigcirc \to +\infty$: $\ln(\bigcirc) = +\infty$
- $\bigcirc \to 1$: $\frac{\ln(1+\Delta)}{\Delta} = 1$ ($\Delta \to 0$)

si on trouve une F.I $\left(\frac{0}{0} ; \frac{\infty}{\infty} ; 0\times\infty ; +\infty-\infty\right)$

on met en facteur $\boxed{\frac{1}{\bigcirc}\left(\bigcirc\ln(\bigcirc)+\cdots\right)}$ ($\bigcirc\ln(\bigcirc) \to 0$)

on met en facteur $\boxed{\bigcirc\left(\frac{\ln(\bigcirc)}{\bigcirc}+\cdots\right)}$ ($\frac{\ln(\bigcirc)}{\bigcirc} \to 0$)

sinon on met $\ln(\bigcirc)(\cdots\cdots)$.

exemple :

$\lim\limits_{x\to -\infty} \ln(2x^2+1) = +\infty$; $\lim\limits_{x\to +\infty} \ln\left(\frac{1}{x}\right) = -\infty$

$\lim\limits_{x\to +\infty} \ln(x) - x = +\infty - \infty$ F.I.

$= \lim\limits_{x\to +\infty} x\left(\frac{\ln(x)}{x} - 1\right) = -\infty$ ($\frac{\ln(x)}{x} \to 0$)

$\lim\limits_{x\to 0} 2\,\frac{\ln(1+2x)}{2x} = 2$ ($\frac{\ln(1+2x)}{2x} \to 1$)

Propriété du $\ln(x)$:

$\ln(1) = 0$; $\ln(e) = 1$

$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln(a) - \ln(b)$

$\ln(a\cdot b) = \ln(a) + \ln(b)$

$\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln(a)$

$\ln(a^n) = n\ln(a)$

dérivé :

$(\ln(\bigcirc))' = \frac{\bigcirc'}{\bigcirc}$

$(\ln(x))' = \frac{1}{x}$; $(\ln(2x^2-x+1))' = \frac{4x-1}{2x^2-x+1}$

Rq importante sur la limite :

$\lim\limits_{x\to 0^+} x^n\ln^m(x) = 0$; $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{\ln^m(x)}{x^n} = 0$

$\lim\limits_{x\to 0^+} P(x)\ln(x) = 0$ (on developpe)

$\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{\ln(x)+\cdots}{P(x)} = 0$ (on divise)

exemple :

$\lim\limits_{x\to 0^+} (x^2+x)\ln(x) = \lim\limits_{x\to 0^+} x^2\ln(x) + x\ln(x) = 0$ ($x^2\ln(x) \to 0$, $x\ln(x) \to 0$)

$\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{\ln(x)+1}{x} = \lim\limits_{x\to +\infty} \frac{\ln(x)}{x} + \frac{1}{x} = 0$ ($\frac{\ln(x)}{x} \to 0$, $\frac{1}{x} \to 0$)

B.M Takiaddine
23 390 248