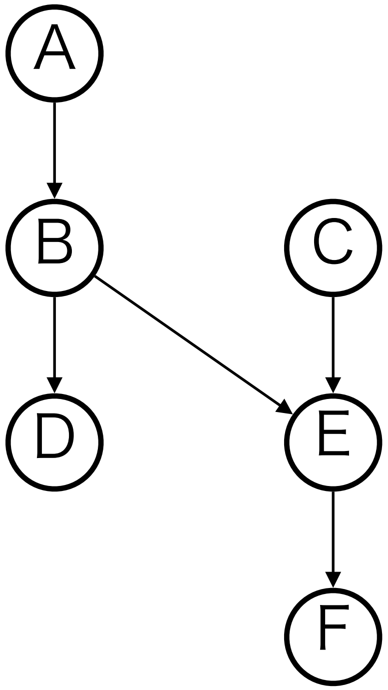

スライドの例題に使用した以下のようなBNですが…

$A \perp F|E$ を式から導ける？という質問をもらったのでちょっとやってみました

まずは同時確率を書いてみましょう

$$P(A,B,C,D,E,F) = P(A)P(B|A)P(C)P(D|B)P(E|B,C)P(F|E)$$

これらのうちDは邪魔なので、この段階で周辺化（消去）して以下では考えないことにします

$$P(A,B,C,E,F) = P(A)P(B|A)P(C)P(E|B,C)P(F|E) \quad （1）$$

ここでFを周辺化すると

$P(A,B,C,E) = P(A)P(B|A)P(C)P(E|B,C)$ となりますから

$$P(A,E) = \sum_{B,C} P(A,B,C,E) = \sum_{B,C} P(A)P(B|A)P(C)P(E|B,C)$$

したがって…

$$P(A|E) = \frac{P(A,E)}{P(E)} = \frac{\sum_{B,C} P(A)P(B|A)P(C)P(E|B,C)}{P(E)} \qquad (2)$$

これで準備ができたので $P(A,F|E) = \dfrac{P(A,E,F)}{P(E)} = P(A|E)P(F|E)$ (3) となるか調べてみましょう

（1）を使用すると（ Dは消去済）

$$P(A,E,F) = \sum_{B,C} P(A)P(B|A)P(C)P(E|B,C)P(F|E) = P(F|E)\sum_{B,C} P(A)P(B|A)P(C)P(E|B,C)$$

ですから、（2）より（3）が成り立っていることが分かります。