# インテリジェントシステム レポート課題 2

21T2166D 渡辺大樹

2024 年 6 月 24 日

## 1

成立するものは (d),(e),(f) である。

誤っているのは (a),(b),(c) となる。(a) は

$$\begin{aligned} P(X) &= \sum_y P(X, Y=y) \\ &= \sum_y P(X|Y=y)P(Y=y) \end{aligned}$$

となるため、成り立たない。

(b) は $P(X|Y) = \frac{P(X,Y)}{\sum_y P(X|Y=y)}$ ではなく、$P(X|Y) = \frac{P(X,Y)}{P(Y)}$ のため $P(X|Y) = \frac{P(X,Y)}{\sum_x P(X=x|Y)}$ が正しい。

(c) は

$$\begin{aligned} P(X|Y=y) &= \frac{P(X, Y=y)}{P(Y=y)} \\ &\propto P(X, Y=y) \\ &= P(X|Y=y)P(X) \end{aligned}$$

となり、成り立たない。

## 2

### (a)

$P(D, I, G, S, L) = P(D)P(I)P(G|D, I)P(S|I)P(L|G)$

### (b)

$P(D, I, G) = P(D)P(I)P(G|D, I)$

## (c)

G=c であるとき、I の条件付確率 $P(I|G=c)$ は

$$P(I|G=c) = \frac{P(G=c|I)\cdot P(I)}{P(G=c)}$$

で表せられる。

ここで、

$$P(G=c|I) = \sum_{D} P(G=c|D,I)P(D)$$

より、与えられた確率値を用いて計算すると

$$\begin{aligned}
P(G=c|I=low) &= \sum_{D} P(G=c|D,I=low)P(D) \\
&= P(G=c|D=e,I=low)P(D=e) + P(G=c|D=h,I=low)P(D=h) \\
&= 0.30\times 0.60 + 0.70\times 0.40 \\
&\simeq 0.46
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P(G=c|I=high) &= \sum_{D} P(G=c|D,I=high)P(D) \\
&= P(G=c|D=e,I=high)P(D=e) + P(G=c|D=h,I=high)P(D=h) \\
&= 0.02\times 0.60 + 0.20\times 0.40 \\
&\simeq 0.09
\end{aligned}$$

となる。

同様に、

$$P(G=c) = \sum_{D,I} P(G=c|D,I)$$

より、

$$\begin{aligned}
P(G=c) &= \sum_{D,I} P(G=c|D,I) \\
&= P(G=c|D=e,I=l)P(D=e)P(I=l) + P(G=c|D=e,I=h)P(D=e)P(I=h) \\
&\quad + P(G=c|D=h,I=l)P(D=h)P(I=l) + P(G=c|D=h,I=h)P(D=h)P(I=h) \\
&= 0.30\times 0.60\times 0.70 + 0.02\times 0.60\times 0.30 \\
&\quad + 0.70\times 0.40\times 0.70 + 0.20\times 0.40\times 0.30 \\
&\simeq 0.35
\end{aligned}$$

となる。

よって、

$$\begin{aligned}
P(I=low|G=c) &= \frac{P(G=c|I=low)\cdot P(I=low)}{P(G=c)} \\
&= \frac{0.46\times 0.70}{0.35} \\
&\simeq 0.92
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P(I=high|G=c) &= \frac{P(G=c|I=high)\cdot P(I=high)}{P(G=c)} \\
&= \frac{0.09\times 0.30}{0.35} \\
&\simeq 0.08
\end{aligned}$$

となる。

## (d)

G=c,S=good であるとき、I の条件付確率 $P(I|G=c,S=good)$ は

$$P(I|G=c,S=good) = \frac{P(G=c,S=good|I)\cdot P(I)}{P(G=c,S=good)}$$

で表せられる。

ここで、

$$P(G=c,S=good|I) = P(G=c|I)\cdot P(S=good|I)$$

より、与えられた確率値を用いて計算すると

$$\begin{aligned}
P(G=c,S=good|I=low) &= P(G=c|I=low)\cdot P(S=good|I=low) \\
&= 1\times 0.05 \\
&\simeq 0.05
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P(G=c,S=good|I=high) &= P(G=c|I=high)\cdot P(S=good|I=high) \\
&= 0.22\times 0.80 \\
&\simeq 0.18
\end{aligned}$$

となる。

同様に、

$$P(G=c,S=good) = \sum_I P(G=c,S=good|I)$$

より、

$$\begin{aligned}
P(G=c,S=good) &= \sum_I P(G=c,S=good|I) \\
&= P(G=c,S=good|I=low)P(I=low)+P(G=c,S=good|I=high)P(I=high) \\
&= 0.05\times 0.70+0.18\times 0.30 \\
&\simeq 0.10
\end{aligned}$$

となる。

よって、

$$\begin{aligned}
P(I=low|G=c,S=good) &= \frac{P(G=c,S=good|I=low)\cdot P(I=low)}{P(G=c,S=good)} \\
&= \frac{0.05\times 0.70}{0.10} \\
&\simeq 0.35
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P(I=high|G=c,S=good) &= \frac{P(G=c,S=good|I=high)\cdot P(I=high)}{P(G=c,S=good)} \\
&= \frac{0.18\times 0.30}{0.10} \\
&\simeq 0.54
\end{aligned}$$

となる。

(e)

S=good であるときの D の条件付確率 $P(D|S=good)$ は

$$P(D|S=good)=\frac{P(S=good|D)\cdot P(D)}{P(S=good)}$$

で表せられる。

ここで、

$$P(S=good|D)=\sum_{I,G}P(S=good|I)P(I)P(G|D,I)P(D)$$

より、与えられた確率値を用いて計算すると

$$\begin{aligned}
P(S=good|D=e) &= \sum_{I,G} P(S=good|I)P(I)P(G|D=e,I)P(D=e) \\
&= P(S=good|I=low)P(I=low)P(G|D=e,I=low)P(D=e) \\
&\quad + P(S=good|I=low)P(I=low)P(G|D=e,I=high)P(D=e) \\
&\quad + P(S=good|I=high)P(I=high)P(G|D=e,I=low)P(D=e) \\
&\quad + P(S=good|I=high)P(I=high)P(G|D=e,I=high)P(D=e) \\
&= 0.01 \times 0.60 \times 0.30 \times 0.60 + 0.01 \times 0.60 \times 0.70 \times 0.60 \\
&\quad + 0.90 \times 0.40 \times 0.30 \times 0.60 + 0.90 \times 0.40 \times 0.70 \times 0.60 \\
&\simeq 0.34
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
P(S=good|D=h) &= \sum_{I,G} P(S=good|I)P(I)P(G|D=h,I)P(D=h) \\
&= P(S=good|I=low)P(I=low)P(G|D=h,I=low)P(D=h) \\
&\quad + P(S=good|I=low)P(I=low)P(G|D=h,I=high)P(D=h) \\
&\quad + P(S=good|I=high)P(I=high)P(G|D=h,I=low)P(D=h) \\
&\quad + P(S=good|I=high)P(I=high)P(G|D=h,I=high)P(D=h) \\
&= 0.01 \times 0.60 \times 0.02 \times 0.40 + 0.01 \times 0.60 \times 0.20 \times 0.40 \\
&\quad + 0.90 \times 0.40 \times 0.02 \times 0.40 + 0.90 \times 0.40 \times 0.20 \times 0.40 \\
&\simeq 0.07
\end{aligned}$$

となる。

同様に、

$$P(S=good) = \sum_{D} P(S=good|D)$$

より、

$$\begin{aligned}
P(S=good) &= \sum_{D} P(S=good|D) \\
&= P(S=good|D=e)P(D=e) + P(S=good|D=h)P(D=h) \\
&= 0.34 \times 0.60 + 0.07 \times 0.40 \\
&\simeq 0.24
\end{aligned}$$

となる。

よって、

$$
\begin{aligned}
P(D=e|S=good) &= \frac{P(S=good|D=e)\cdot P(D=e)}{P(S=good)} \\
&= \frac{0.34\times 0.60}{0.24} \\
&\simeq 0.85
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
P(D=h|S=good) &= \frac{P(S=good|D=h)\cdot P(D=h)}{P(S=good)} \\
&= \frac{0.07\times 0.40}{0.24} \\
&\simeq 0.12
\end{aligned}
$$

となる。

## (f)

G=c,S=good であるとき、D の条件付確率 $P(D|G=c, S=good)$ は

$$
P(D|G=c,S=good) = \frac{P(G=c,S=good|D)\cdot P(D)}{P(G=c,S=good)}
$$

で表せられる。

ここで、

$$
P(G=c,S=good|D) = \sum_I P(G=c|D,I)P(S=good|I)P(I)P(D)
$$

より、与えられた確率値を用いて計算すると

$$
\begin{aligned}
P(G=c,S=good|D=e) &= \sum_I P(G=c|D=e,I)P(S=good|I)P(I)P(D=e) \\
&= P(G=c|D=e,I=low)P(S=good|I=low)P(I=low)P(D=e) \\
&\quad + P(G=c|D=e,I=high)P(S=good|I=high)P(I=high)P(D=e) \\
&= 0.30\times 0.01\times 0.60\times 0.60 + 0.70\times 0.90\times 0.40\times 0.60 \\
&\simeq 0.25
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
P(G=c,S=good|D=h) &= \sum_I P(G=c|D=h,I)P(S=good|I)P(I)P(D=h) \\
&= P(G=c|D=h,I=low)P(S=good|I=low)P(I=low)P(D=h) \\
&\quad + P(G=c|D=h,I=high)P(S=good|I=high)P(I=high)P(D=h) \\
&= 0.02\times 0.01\times 0.60\times 0.40 + 0.20\times 0.90\times 0.40\times 0.40 \\
&\simeq 0.08
\end{aligned}
$$

となる。

同様に、

$$P(G=c,S=good)=\sum_D P(G=c,S=good|D)$$

より、

$$\begin{aligned}P(G=c,S=good)&=\sum_D P(G=c,S=good|D)\\&=P(G=c,S=good|D=e)P(D=e)+P(G=c,S=good|D=h)P(D=h)\\&=0.25\times0.60+0.08\times0.40\\&\simeq 0.17\end{aligned}$$

となる。

よって、

$$\begin{aligned}P(D=e|G=c,S=good)&=\frac{P(G=c,S=good|D=e)\cdot P(D=e)}{P(G=c,S=good)}\\&=\frac{0.25\times0.60}{0.17}\\&\simeq 0.88\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}P(D=h|G=c,S=good)&=\frac{P(G=c,S=good|D=h)\cdot P(D=h)}{P(G=c,S=good)}\\&=\frac{0.08\times0.40}{0.17}\\&\simeq 0.19\end{aligned}$$

となる。