数値計算 Class-6 演習

21T2166D 渡辺大樹

2023/06/26

1　演習内容

Class-6 では伴って変化する二つの変数 x,y についてその変化の関係を調べるため、実験、観測などで得たいくつかの x,y の値を元にして x,y の関係を推定する補間法について C で実装する。

今回扱う補間法はラグランジュ法とニュートン法で、この 2 つについて以下に示していく。

1.0.1　ラグランジュの補間法

ラグランジュの補完法はソースコード 1 で実装される。

ソースコード 1　laghkn.c

```
/***********************************************************************/
/* ラグランジュの補間多項式 laghkn.c */
/***********************************************************************/
#include <stdio.h>
#define N 11
    int
    main(void)
{
    int i, j, k, n, np;
    double seki, xx, s, x[N], y[N], dx;
    char z, zz;
    while (1)
    {
        printf("ラグランジュの補間多項式 \n");
        printf("補間点の個数を入力してください（1 < n < 10）n = ");
        scanf("%d%c", &n, &zz);
        if ((n <= 1) || (10 <= n))
            continue;
        printf("\n 補間点の座標を入力してください。\n");
        for (i = 1; i <= n; i++)
```

```
        {
            printf(" x(%d) = ", i);
            scanf("%lf%c", &x[i], &zz);
            printf(" y(%d) = ", i);
            scanf("%lf%c", &y[i], &zz);
            printf("\n");
        }
        printf("\n 正し入力しましたか？ (y/n) ");
        scanf("%c%c", &z, &zz);
        if (z == 'y')
            break;
    }
    printf("\n 指定する点数は ？ np = ");
    scanf("%d%c", &np, &zz);
    dx = (x[n] - x[1]) / np;
    xx = x[1];
    for (i = 0; i <= np; i++)
    {
        s = 0.0;
        /*** ^^e2^^88^^91 Lk(x) の計算 ***/
        for (k = 1; k <= n; k++)
        {
            seki = 1.0;
            /*** Lk(x) の計算 ***/
            for (j = 1; j <= n; j++)
            {
                if (j != k)
                {
                    seki *= (xx - x[j]) / (x[k] - x[j]);
                }
            }
            s += seki * y[k];
        }
        printf("%10.6lf, %10.6lf \n", xx, s);
        xx += dx;
    }
    return 0;
}
```

このコードの動作をラグランジュの補間法とともに解説していく。

今 $x = x_1$ のとき $y = y_1$、$x = x_2$ のとき $y = y_2$、$x = x_3$ のとき $y = y_3$ であるような定数 $x_1, x_2, x_3, y_1, y_2, y_3$ を考える。

まず定数を絞って考える。$x = x_1$ のとき $y = y_1$ でありたいので x についての一次式 $y = \frac{x-x_2}{x_1-x_2}y_1$ のような式を考えると $x = x_1$ のとき $y = y_1$、$x = x_2$ のとき $y = 0$ となる。同じように $x = x_2$ のとき $y = y_2$ になるような x の一次式を考えると $y = \frac{x-x_1}{x_2-x_1}y_2$ となり、$x = x_1$ のとき $y = 0$、$x = x_2$ のとき $y = y_2$ となる。

この二式を足し合わせることで

$$y = \frac{x - x_2}{x_1 - x_2}y_1 + \frac{x - x_1}{x_2 - x_1}y_2$$

という式が求まる。この式は 2 点 $(x_1, y_1), (x_2, y_2)$ を通る一次の直線を表している。

ここから三点について