

# 2023 年度インテリジェントシステム レポート課題 # 3 (確率モデル・Bayesian Networks : 提出締切 7 月 15 日)

以下の問 1～問 6 に対する解答をレポートにまとめて (文書ファイルを) eALPS から提出せよ。提出するファイルは pdf であること。文書作成には latex, MS-Office などを用いることが望ましいが、手書きのレポートをスキャンして pdf に変換後提出してもよい。

1. 次の (a)～(f) のうち一般に成立するものを全て選べ。誤っているものについては、どこが誤りか、誤っている箇所について簡単に説明せよ。

(a)  $P(X) \propto \sum_y P(X|Y=y)$

(b)  $P(X|Y) = \frac{P(X,Y)}{\sum_y P(X,Y=y)}$

(c)  $P(X|Y=y) \propto P(Y=y|X)$

(d)  $P(X) = \sum_y \sum_z \sum_w P(X, Y=y, Z=z, W=w)$

(e)  $P(X_1, X_2, \dots, X_{n-1}, X_n) = P(X_1) \prod_{i=2}^n P(X_i|X_{i-1}, \dots, X_1)$

(f)  $P(X_1, X_2, \dots, X_{n-1}, X_n) = P(X_n) \prod_{i=1}^{n-1} P(X_{n-i}|X_n, \dots, X_{n-i+1})$

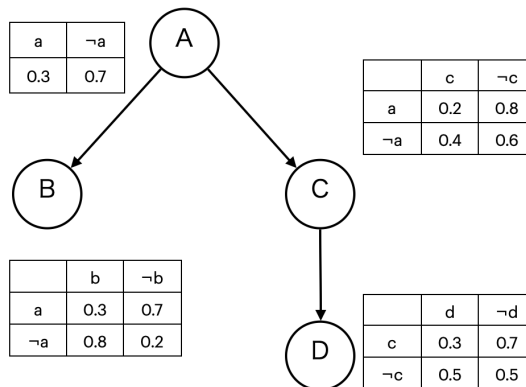
2. 下の Bayesian Network で表現される確率モデルを用いて以下の確率値を求めよ。但し確率変数 A,B,C,D は全て 2 値であり、true または false を値に持つ。例えば A=true を  $a$ , A=false を  $\neg a$  と表すものとする。解答には有効数字 2 桁の小数を用いること。

(a)  $P(\neg b)$

(b)  $P(c)$

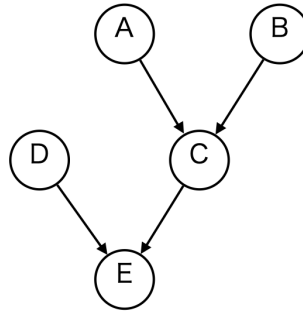
(c)  $P(c|d)$

(d)  $P(a|d)$

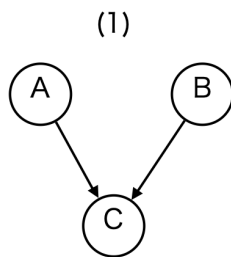


3. 確率変数  $X, Y, Z$  があるとき、 $X, Y$  は  $Z$  が与えられたとき条件付独立であることを  $X \perp Y | Z$  と表すものとする。また、 $X, Y$  が ( $Z$  を周辺化して消去すると) 独立であるとき  $X \perp Y$  と表すものとする。下図の Bayesian ネットワークで表すようなモデルが与えられたとき、次の (a) ~ (d) のうち正しいものを全て挙げよ。

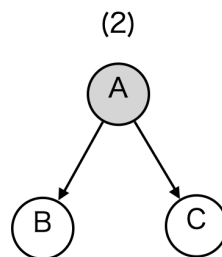
- (a)  $D \perp E$  (b)  $A \perp B | E$  (c)  $A \perp D$  (d)  $B \perp D | C$



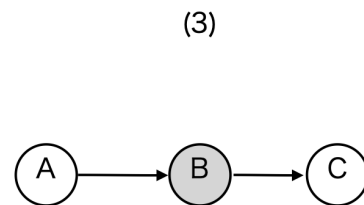
4. 下図の (1) ~ (3) で示された Bayesian ネットワークについて、図に示された独立性、条件付き独立性が成り立つことを証明せよ。



$$A \perp B$$



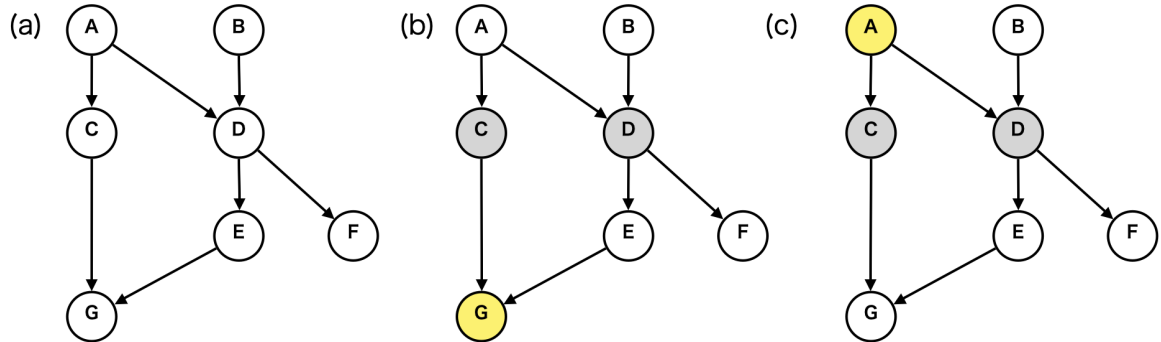
$$B \perp C | A$$



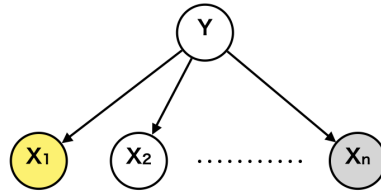
$$A \perp C | B$$

5. 下図の Bayesian ネットワークに関する問 (a),(b),(c) に解答せよ。

- (a) 下図の Bayesian ネットワークで表されるモデルの場合の同時確率  $P(A, B, C, D, E, F, G)$  を条件付確率の積の形で表せ。
- (b) C,D が観測済であるとき、G と独立であるノードを全て挙げよ。
- (c) C,D が観測済であるとき、A と独立であるノードを全て挙げよ。



6.  $X_1, X_2, \dots, X_n, Y$  は 2 値の確率変数であり、下図の Bayesian ネットワークに示すようなモデルが与えられているものとする。いま確率変数  $X_n$  については観測値  $X_n = x_n$  が与えられ、これに基づいて  $P(X_1 | X_n = x_n)$  を不要な変数を消去（周辺化）することで求めたい。このとき以下の問 (a),(b),(c) に解答せよ。



- (a) 同時確率  $P(X_1, X_2, \dots, X_n, Y)$  はどうなるか示せ。
- (b) 不要な変数を消去するとき以下の 2 つではどちらが適切と考えられるか理由とともに解答せよ。
- $X_2 \rightarrow X_3 \rightarrow \dots \rightarrow X_{n-1} \rightarrow Y$
  - $Y \rightarrow X_2 \rightarrow X_3 \rightarrow \dots \rightarrow X_{n-1}$
- (c) Bayesian ネットワークとともに与えられる条件付き確率を用いて  $P(X_1 | X_n = x_n)$  を表せ。（できるだけシンプルな形になるものが望ましい）