インテリジェントシステム レポート課題 1

21T2166D 渡辺大樹

2024 年 5 月 13 日

1 A*探索アルゴリズムでの探索

1.1 (a)Arad から Bucharest まで

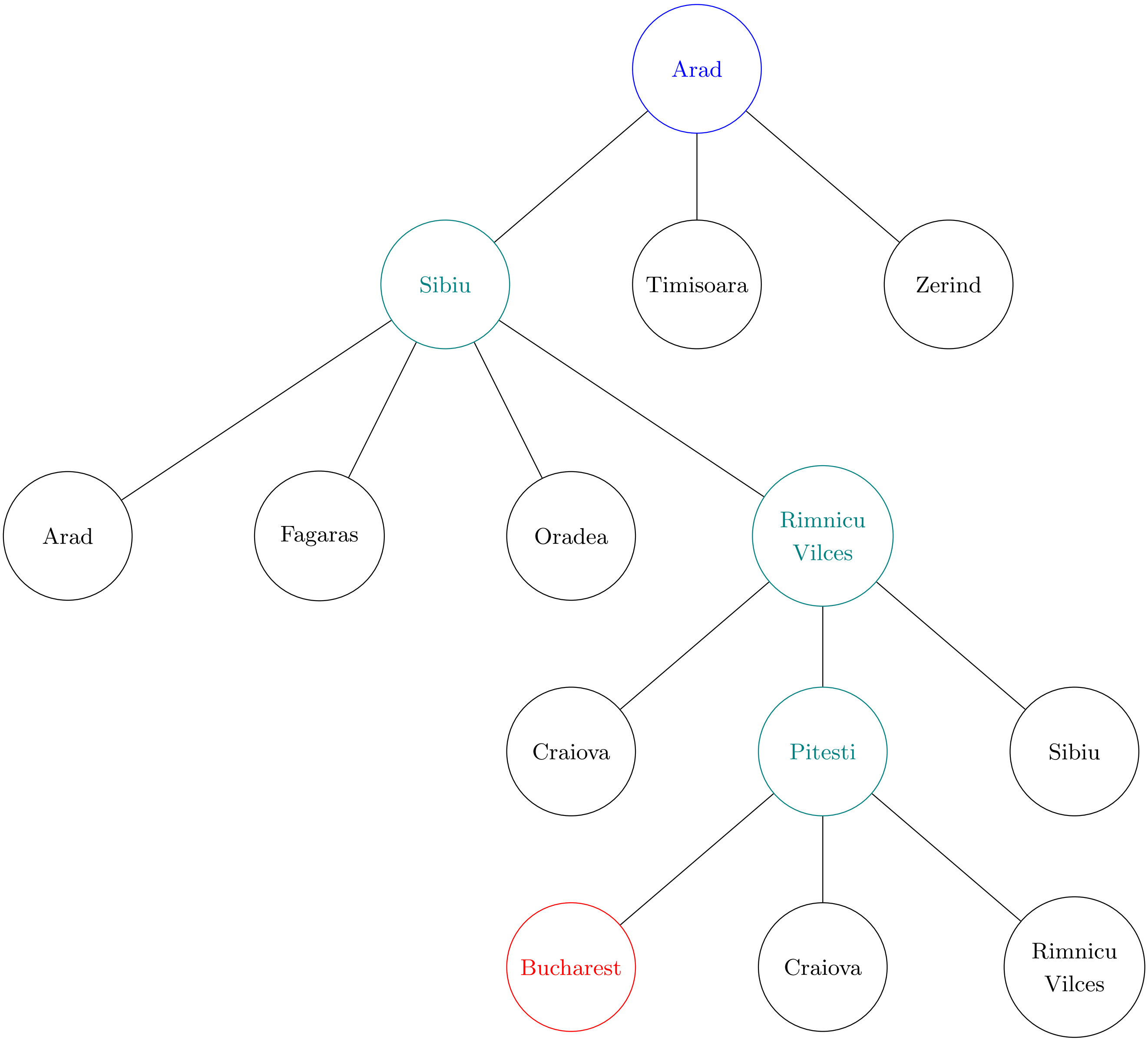
1.1.1 A1 $f_1(n) = g(n) + D(n)$ を用いた探索

$f_1(n) = g(n) + D(n)$ の評価関数を用いて探索を行った結果、Bucharest のノード情報は [12, Bucharest, 418, 418, 10] となった。

見つかった経路は Arad → Sibin → Rimnicu Vilces → Pitesti → Bucharest となった。

ゴールが見つかった時点での frontier は F 値の順に [12, Bucharest, 418, 418, 10],
[13, Craiova, 455, 615, 10],[14, Rimnicu Vilces, 514, 707, 10] となった。

せっかくなので以下に実際に展開された Search Tree を示す。



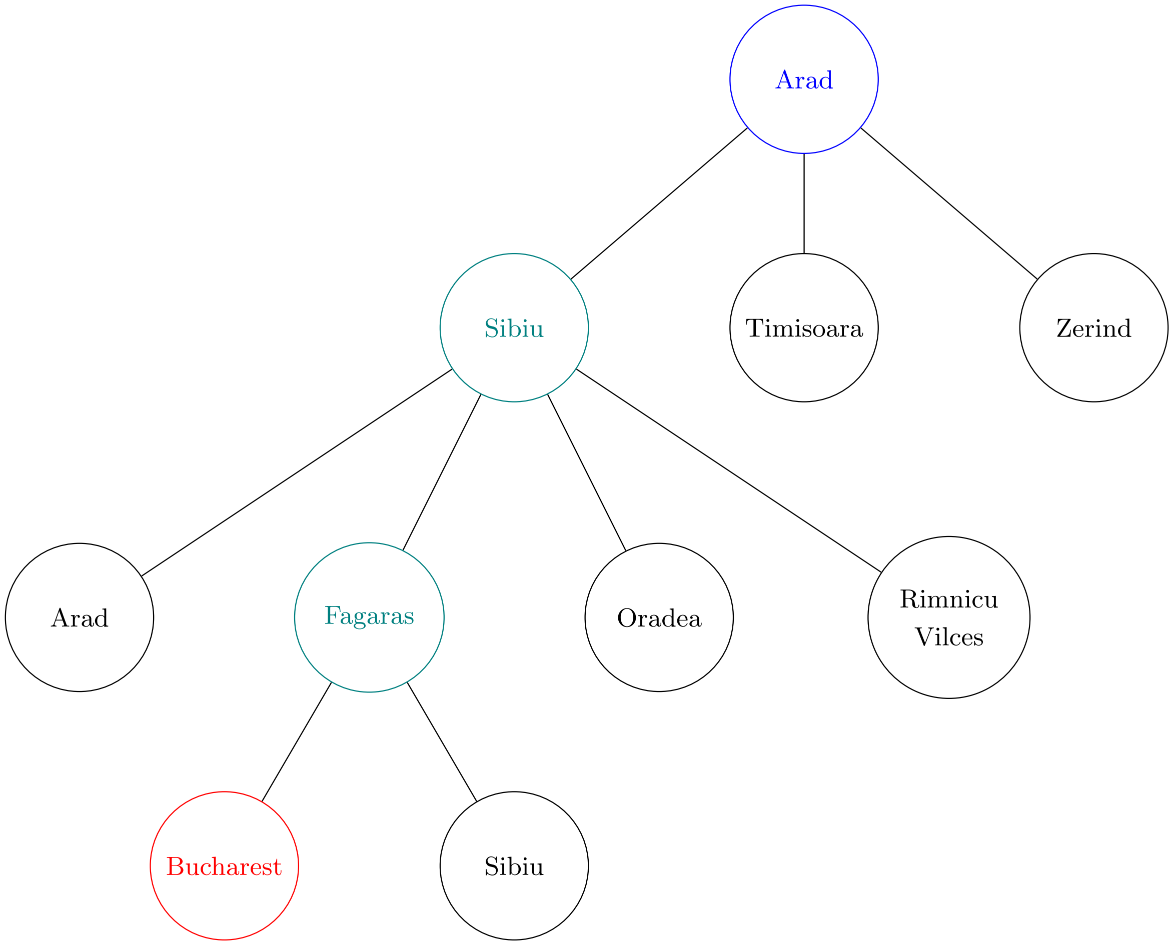
1.1.2 A2 $f_1(n) = g(n) + 2 \cdot D(n)$ を用いた探索

$f_1(n) = g(n) + 2 \cdot D(n)$ の評価関数を用いて探索を行った結果、Bucharest のノード情報は [9, Bucharest, 460, 460, 6] となった。

見つかった経路は Arad → Sibin → Fagaras → Bucharest となった。

ゴールが見つかった時点での frontier は F 値の順に [9, Bucharest, 460, 460, 6], [10, Sibiu, 338, 844, 6] となった。

こちらもせっかくなので以下に実際に展開された Search Tree を示す。

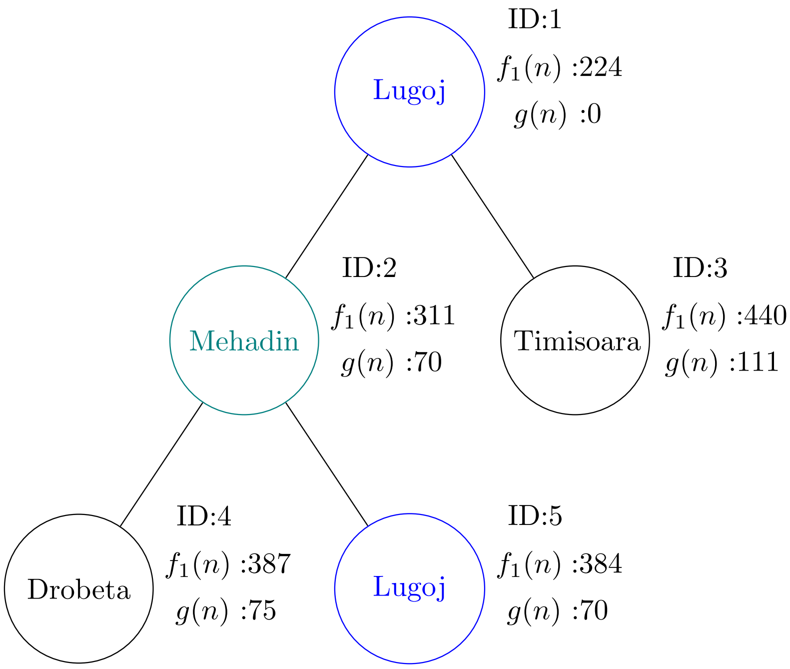


1.2 (b)Lugoj から Bucharest まで

1.2.1 A1 $f_1(n) = g(n) + D(n)$ を用いた探索

$f_1(n) = g(n) + D(n)$ の評価関数を用いて、Lugoj から Bucharest までの探索を行った結果、この探索は失敗となった。評価関数の値により、Lugoj $\rightarrow$ Mehadin $\rightarrow$ Lugoj $\rightarrow \cdots$ と冗長な経路となり、抜け出せなくなった。

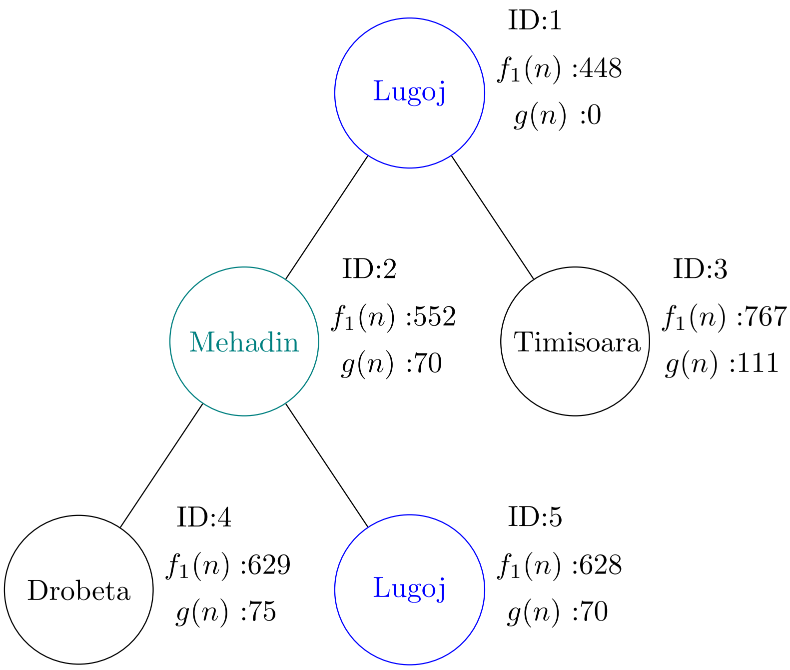
以下が実際に展開された Search Tree とそのときの F_1, G となる。



1.2.2 A2 $f_1(n) = g(n) + 2 \cdot D(n)$ を用いた探索

$f_1(n) = g(n) + 2 \cdot D(n)$ の評価関数を用いて、Lugoj から Bucharest までの探索を行った結果、A1 と同じくこの探索は失敗となった。評価関数の値により、Lugoj $\rightarrow$ Mehadin $\rightarrow$ Lugoj $\rightarrow \cdots$ と冗長な経路となり、抜け出せなくなった。

以下が実際に展開された Search Tree とそのときの F_1, G となる。



2 ヒューリスティック関数の許容性について

この課題では以下の $h_a \sim h_f$ が許容的であるかを調べる。

許容的とは、すべてのノードに対してヒューリスティック関数が示す予想最小コスト $h(n)$ がそのノードからの実際の最小コストとなる $h^*(n)$ 以下になることをいう。

すなわち以下に与えられる関数 $h_a \sim h_f$ に対し、すべての n で $h_x(n) \leq h^*(n)$ を言えればその関数は許容的であるといえる。

ただし、$1 \leq i \leq k$ の i について $h_i(n) \leq h^*(n)$(すなわち許容的) である。

2.1 $h_a(n)$

$h_a(n)$ は

$$h_a(n) = \sum_{i=1}^{k} h_i(n)$$

の関数となる。

この関数 $h_a(n)$ が $h^*(n)$ 以下になるとき、許容的であるといえる。ここで $h_i(n) \leq h^*(n)$ より $h_1(n), h_2(n) = h^*(n)$ であるとすると少なくとも $h_a(n)$ は

$$h_a(n) \geq 2 \cdot h^*(n)$$

であるといえる。

したがって $h_a(n)$ は許容的ではない。

2.2 $h_b(n), h_c(n)$

$h_b(n)$ は

$$h_b(n) = \max\{h_1(n), h_2(n), h_3(n), \cdots, h_k(n)\}$$

の関数となる。

この関数 $h_b(n)$ が $h^*(n)$ 以下になるとき、許容的であるといえる。max 関数は $h_1(n), h_2(n), h_3(n), \cdots, h_k(n)$ の関数の中から最大となる関数を選ぶ関数である。$h_i(n) \leq h^*(n)$ より任意の $h_i(n)$ において許容的となるため、max 関数によってどの関数が選ばれても $h_b(n)$ は許容的である。

$h_c(n)$ も同様であり、$h_c(n)$ は

$$h_c(n) = \min\{h_1(n), h_2(n), h_3(n), \cdots, h_k(n)\}$$

の関数となる。

上記にあるようにこちらも min 関数の働きを考えれば $h_c(n)$ は許容的であるといえる。

2.3　$h_d(n)$

$h_d(n)$ は

$$h_d(n) = \prod_{i=1}^{k} h_i(n)$$

の関数となる。

この関数 $h_d(n)$ が $h^*(n)$ 以下になるとき、許容的であるといえる。ここで $h_i(n) \leq h^*(n)$ より $h_1(n), h_2(n) = h^*(n)$ であるとすると少なくとも $h_d(n)$ は

$$h_d(n) \geq \{h^*(n)\}^2$$

であるといえる。

したがって $h_d(n)$ は許容的ではない。

2.4　$h_e(n)$

$h_e(n)$ は

$$h_e(n) = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} h_i(n)$$

の関数となる。

この関数 $h_e(n)$ が $h^*(n)$ 以下になるとき、許容的であるといえる。ここで $h_i(n) \leq h^*(n)$ より、$h_i(n)$ をすべてが最大値である $h_1(n), h_2(n), h_3(n), \cdots, h_k(n) = h^*(n)$ であるとするとその総和は

$$\sum_{i=1}^{k} h_i(n) = k \cdot h^*(n)$$

となる。ここで両辺を k で割れば

$$\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} h_i(n) = h^*(n)$$

となる。したがって

$$h_e(n) = h^*(n)$$

と表せる。$h_1(n), h_2(n), h_3(n), \cdots, h_k(n) < h^*(n)$ であれば

$$h_e(n) < h^*(n)$$

であるので、これを組み合わせることで

$$h_e(n) \leq h^*(n)$$

といえる。

したがって $h_e(n)$ は許容的である。

2.5 $h_f(n)$

$h_f(n)$ は

$$h_f(n) = \sum_{i=1}^{k} \omega_i h_i(n)$$

の関数となる。(ただし $0 < \omega_i, \sum_{i=1}^{k} \omega_i = 1$)

この関数 $h_f(n)$ が $h^*(n)$ 以下になるとき、許容的であるといえる。ここで $h_i(n) \le h^*(n)$ より、$h_i(n)$ をすべてが最大値である $h_1(n), h_2(n), h_3(n), \cdots, h_k(n) = h^*(n)$ であるとするとその総和は

$$\sum_{i=1}^{k} \omega_i h_i(n) = h^*(n) \cdot \sum_{i=1}^{k} \omega_i$$

となる。ここで $0 < \omega_i, \sum_{i=1}^{k} \omega_i = 1$ より

$$\sum_{i=1}^{k} \omega_i h_i(n) = h^*(n)$$

となる。したがって

$$h_f(n) = h^*(n)$$

と表せる。$h_1(n), h_2(n), h_3(n), \cdots, h_k(n) < h^*(n)$ であれば

$$h_f(n) < h^*(n)$$

であるので、これを組み合わせることで

$$h_f(n) \le h^*(n)$$

といえる。

したがって $h_f(n)$ は許容的である。

2.6 ヒューリスティック関数を用いた探索

ここでは以下のヒューリスティック関数 $\bar{h}$ を用いて A*アルゴリズムを適応した時の結果について考える。

2.6.1 (a):$\bar{h}(n) = \frac{1}{2}h(n)$

$\bar{h}(n) = \frac{1}{2}h(n)$ のとき、$h(n)$ が許容的であることから

$$h(n) \le h^*(n)$$

となる。この式の両辺を 2 で割れば

$$\frac{1}{2}h(n) \leq \frac{1}{2}h^*(n) < h^*(n)$$

と表すことができる。そのため $\bar{h}$ は許容的であり、最適コストの経路が見つかる。

2.6.2　(b):$\bar{h}(n) = \frac{4}{5}h(n) + \frac{1}{5}h^*(n)$

$\bar{h}(n) = \frac{4}{5}h(n) + \frac{1}{5}h^*(n)$ のとき、$h(n)$ が許容的であることから

$$h(n) \leq h^*(n)$$

となる。この式の両辺に $\frac{4}{5}$ をかければ

$$\frac{4}{5}h(n) \leq \frac{4}{5}h^*(n)$$

と表すことができる。この式にさらに $\frac{1}{5}h^*(n)$ を足すことで

$$\frac{4}{5}h(n) + \frac{1}{5}h^*(n) \leq h^*(n)$$

とでき、与式の右辺が h^* よりも小さいことが確認できる。

このことから $\bar{h}$ は許容的であり、最適コストの経路が見つかる。

2.6.3　(c):$\bar{h}(n) = 2h(n)$

$\bar{h}(n) = 2h(n)$ のとき、$h(n)$ が許容的であることから

$$h(n) \leq h^*(n)$$

となる。この式の両辺を 2 でかけると

$$2h(n) \leq 2h^*(n)$$

と表すことができる。しかしこの式では $\bar{h}$ が許容的であることは示せないため、この $\bar{h}$ では最適コストの経路が見つからない。

2.6.4　(d):(c) での経路コスト C

経路コストはそれを C と置くと、ノード n までのコストとノード n でのヒューリスティック関数をそれぞれ $g(n), h(n)$ とすることで

$$C = g(n) + h(n)$$

と表せる。

ここで全問 (c) でのヒューリスティック関数が $\bar{h}(n) = 2h(n)$ より、

$$C = g(n) + 2h(n)$$

となる。ここで $h(n)$ が許容的であるためノード n からの最小コストを $h^*(n)$ とすると

$$C \leq g(n) + 2h^*(n)$$

上記 (c) からわかるようにこのヒューリスティック関数では最小コストの経路が見つからない。
　経路探索では $2h(n)$ のヒューリスティック関数を用いているのでノード n までの最適経路を $g^*(n)$ とすればノード n までの経路コストは $g(n) \leq 2g^*(n)$ となる。したがって式は

$$C \leq 2g^*(n) + 2h^*(n)$$

となる。したがって最小コストを C^* とすれば

$$C \leq 2C^*$$

が得られる。