

【例題 4.1】 次のデータからスプライン関数を求めよ.

| | | | | | |
|-----|-----|-----|-----|-----|-----|
| x | 0.0 | 1.0 | 1.5 | 2.0 | 3.0 |
| y | 2.0 | 4.0 | 3.0 | 1.0 | 2.0 |

【解】 1 次係数法を用いてみよう. $n = 4$ の場合である. まず, 端点条件として, C_1, C_5 の値を適当に決めなければならない. これらのデータ点をプロットして, 曲線の様子を見ると図 4.2 のようになっていることと, 区間 $[0, 1]$ および $[2, 3]$ における平均変化率などから考えて, $C_1 = 5, C_5 = 3$ としてみよう. 与えられたデータより, 次のようになる.

$$h_1 = 1, \quad h_2 = 0.5, \quad h_3 = 0.5, \quad h_4 = 1,$$

$$u_1 = 2, \quad u_2 = -2, \quad u_3 = -4, \quad u_4 = 1$$

次に, 式 (4.16) から, $j = 2$ のとき,

$$0.5 \times 5 + 2(1 + 0.5)C_2 + C_3 = 3\{0.5 \times 2 + 1 \times (-2)\}$$

$$3C_2 + C_3 = -5.5$$

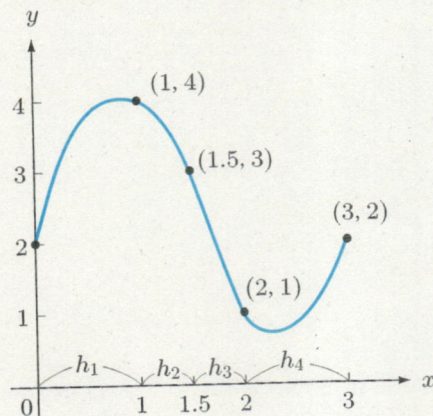


図 4.2

同様に, $j = 3, 4$ のとき, $C_2 + 4C_3 + C_4 = -18$, $C_3 + 3C_4 = -12$ となる. これらより, $C_2 = -0.616667$, $C_3 = -3.65$, $C_4 = -2.783333$ となる. したがって,

$$B_1 = \frac{3 \times u_1 - 2C_1 - C_2}{h_1} = -3.38333, \quad A_1 = \frac{u_1 - h_1 B_1 - C_1}{h_1^2} = 0.38333$$

となる. よって, $S_1(x) = 0.38333x^3 - 3.38333x^2 + 5x + 2$ を得る.

同様にして, 次の値が得られる.

$$B_2 = -2.23333, \quad A_2 = -1.06667, \quad B_3 = -3.83333, \quad A_3 = 6.26667,$$

$$B_4 = 5.56667, \quad A_4 = -1.78333$$

以上より, スプライン関数は次のとおりである.

$$S(x) = \begin{cases} 0.38333x^3 - 3.38333x^2 + 5x + 2, & (0 \leq x \leq 1) \\ -1.06667(x-1)^3 - 2.23333(x-1)^2 - 0.616667(x-1) + 4, & (1 \leq x \leq 1.5) \\ 6.26667(x-1.5)^3 - 3.83333(x-1.5)^2 - 3.65(x-1.5) + 3, & (1.5 \leq x \leq 2) \\ -1.78333(x-2)^3 + 5.56667(x-2)^2 - 2.78333(x-2) + 1, & (2 \leq x \leq 3) \end{cases}$$