

誘導放出による光の増加に対し吸収による光の減少を差し引いたものが誘導放出・吸収による正味の増加分となるので、

$$R_{nm} - R_{mn} = B_{nm}\rho(\nu_{nm}) N_n - B_{nm}\rho(\nu_{nm}) N_m = B_{nm}\rho(\nu_{nm}) (N_n - N_m)$$

が正の値にならなければいけない。ここでは B_{nm} も $\rho(\nu_{nm})$ もプラスになるので、

$N_n - N_m > 0$ となる必要があるが、これは上・励起準位 E_n の数密度 N_n のほうが下・基底準位 E_m の数密度 N_m よりも大きくなくてはならないことを意味する。熱平衡状態であれば $E_n > E_m$ は当然であり、 $N_n < N_m$ も成り立つ。(ボルツマン分布の式に基づ

$$\text{く}) N_n = N_m e^{-\frac{1}{k_B T}(E_n - E_m)}$$

上式より、系の温度 T を無限大に上げると $N_n \rightarrow N_m$ となる。つまり熱的な励起をどんなに大きくしても N_n は N_m と同じにしかならない。逆を言えば系が有限の温度 T の熱平衡状態にあれば $N_n < N_m$ となる。なので、熱平衡状態で $N_n > N_m$ (反転分布) となるためには数学的に $T < 0$ となればいい。よって形式的には反転分布のことを負温度の状態ということもあるが負温度の状態とは熱平衡状態ではないので形式的な表現にすぎない。 R_{nm} は R_{mn} によって消えてしまうので光は熱平衡状態にある 2 準位系では増幅できないともいえる。どんなに励起しても $B_{mn} = B_{nm}$ であるので上下の分布を同じにすることはできない。どんなに外部から励起して上準位の分布を増やしたとしても、下準位にそのまま落ちてしまう。これが光の増幅が難しい理由である。