4 準位系の利得媒質を用いたレーザー発振器について、出力最適結合のときの出力鏡の透 過率とそのときのレーザー出力を求めよ

出力最適結合の時の出力鏡の透過率を T_{opt} とする。出力 P_0 は、入力特性の傾き $\frac{T_2SI_s}{R_{th}}$ からわかるように、透過率にも依存している。そして、出力鏡透過率 T_2 は、高くすると共振器損失が大きくなり、発振閾値 R_{th} , r_{th} が高くなりすぎて発振しなくなる。一方透過率を下げても当然出力は下がる。なので、 $\frac{dP_0}{dT_2}=0$ となるところが T_{opt} となる。 $\frac{dP_0}{dT_2}=0$ を考える。(簡単のために T_2 が十分小さいものとして $I_0=-\log{(1-T_2)}\cong T_2$ と近似する。)

$$P_0 = T_2 SI_s \left(\frac{r_0}{r_{th}} - 1 \right)$$
を代入して計算すると、 $\frac{dP_0}{dT_2} = SI_s \left(\frac{r_0}{r_{th}} - 1 - T_2 \frac{dr_{th}r_0}{dT_2 r_{th}^2} \right)$

また、 $2r_{th}l=l_c=l_o+l_i$ において、 $l_0=-\log{(1-T_2)}\cong T_2$ を用いて両辺を、 T_2 で微分すれば $\frac{dl_0}{dT_2}\cong 1$ となる。よって $\frac{dr_{th}}{dT_2}=\frac{1}{2l}\frac{dl_0}{dT_2}\cong \frac{1}{2l}$ これを、 $\frac{dP_0}{dT_2}$ の式の代入して、

$$rac{dP_0}{dT_2}\cong SI_s\left(rac{r_0}{r_{th}}-1-T_2rac{1}{2l}rac{r_0}{r_{th}^2}
ight)$$
 そして、 $2r_{th}l\cong T_{opt}+l_i$ より、 $rac{dP_0}{dT_2}=0$ に代入して計算すると、 $(T_{opt}+l_i)^2=2r_0ll_i$ となり、 $T_{opt}=(2r_0ll_i)^{rac{1}{2}}-l_i$

また、最適出力結合のときのレーザー出力 P_{ont} は、

$$(T_{opt} + l_i)^2 = 2r_0 l l_i$$
、 $T_{opt} = (2r_0 l l_i)^{\frac{1}{2}} - l_i$ より、 $P_0 = T_2 S I_s \left(\frac{r_0}{r_{th}} - 1\right)$ で $T_2 = T_{opt}$ を代入して、

$$P_{opt} = SI_{s}\left((2r_{0}ll_{i})^{\frac{1}{2}} - l_{i}\right)\left(\frac{2r_{0}l - \left((2r_{0}ll_{i})^{\frac{1}{2}} - l_{i}\right) - l_{i}}{(2r_{0}ll_{i})^{\frac{1}{2}} - l_{i} + l_{i}}\right) = SI_{s}\left((2r_{0}ll_{i})^{\frac{1}{2}} - (l_{i})^{\frac{1}{2}}\right)^{2} \succeq 7 \times 3 .$$