

#### 4 準位系の利得媒質における利得係数 $\beta$ と反転分布密度 $\Delta N$ について

それぞれのエネルギー準位と密度基底準位 $E_0 \cdot N_0$ 、レーザー下準位 $E_1 \cdot N_1$ レーザー上準位 $E_2 \cdot N_2$ 、励起準位 $E_3 \cdot N_3$ 、媒質の屈折角を $n$ とする。周波数 $\nu$ の光が媒質中を $x$ 方向に伝搬するときを考えると、誘導放出と吸収による光子数密度 $N$ について $dN/dt =$

$R_{21} - R_{12} = B_{21} \rho(\nu) \Delta N$ と表せ、 $\rho \nu = h\nu$ となるので、 $dN/dt = B_{21} h \nu N \Delta N$ となる。光の強度 $I$ は単位時間・単位面積あたりを通過する光のパワーであり、 $I =$ 屈折率 $n$ の媒質の光速 $c/n \times$ 光のエネルギー密度 $\rho$ と表せるので今回の場合 $I = (c/n) \rho(\nu)$

$= c/h \nu N$ となる。よって $N(x)$ は $1/(c h \nu/n) I(x)$ と表せ、 $dN(x)$ は $1/(c h \nu/n) dI(x)$ と表せる。

光が媒質中を微小距離 $dx$ 進むのにかかる微小時間 $dt$ は $dt = 1/c dx$ 、 $dN(x) = 1/(c h \nu/n) dI(x)$ より単位時間あたりの光子数密度の変化 $(dN(x)/dt)$ を表すことができる。

利得係数を $\beta$ とすれば $dI(x)/dt = \beta I(x)$ となる。これより、 $dN(x)/dt$ を変形でき、光子数密度の単位時間あたりの変化率の式と比較することで $\beta = \frac{h\nu}{\epsilon} B_{21} \Delta N$ という

関係式が得られる。