

レーザー発振の条件式 $2\gamma l = 2\gamma_{th} l$ に反転分布密度から得られる利得係数

$$\gamma = \sigma \Delta N = \frac{\sigma}{1 + \frac{I}{I_s}} R, \quad I_s \equiv \frac{h\nu}{\sigma t_f} \left(\frac{t_{20}}{t_{10} + t_{20}} \right), \quad \text{を } R \equiv \left(1 - \frac{t_{10}}{t_{21}} \right) R_2 t_f - R_1 t_{10} \text{ を代入する。}$$

ここでレーザーが発振するぎりぎりの閾値のときの利得係数 γ_{th} に対応する励起率 R_{th} の関係は、発振していないときは利得媒質内の光はほぼ自然放出光であり。レーザーに比べれば桁違いに弱く、発振ギリギリのときも、利得媒質へのレーザーの集光強度 I と飽和光強度 I_s は

$$I \ll I_s \text{ と考えられる。よって、 } \gamma_{th} = \frac{\sigma}{1 + \frac{I}{I_s}} R_{th} = \sigma R_{th} \text{ と表せる。}$$

レーザー発振閾値以上の時は、 $2 \frac{\sigma}{1 + \frac{I}{I_s}} R l = 2 \sigma R_{th} l$ が成り立つ。実際にこれを I について解く

$$\text{と、 } I = I_s \left(\frac{R}{R_{th}} - 1 \right) = \frac{I_s}{R_{th}} (R - R_{th})$$

つまり、共振器内部の利得媒質へのレーザーの集光強度 I はレーザー発振の閾値以上、実効的な励起率 R がレーザー発振の閾値 R_{th} 以上、 $R_{th} > R$ で実効的な励起率 R の閾値からの増分 $\Delta R \equiv R - R_{th}$ に対して傾き $\frac{I_s}{R_{th}}$ で大きくなる。

次に、レーザー発振器の出力パワー P_0 を I から求める。利得媒質内部のレーザーのビーム共振器内部のレーザーパワーは $P_i = I S$ 、 P_0 は P_i のうちの出力鏡透過率 T_2 分なので $P_0 = T_2 P_i$

これらより、 P_0 を実効的な励起率 R で表すと、 $I = \frac{I_s}{R_{th}} (R - R_{th})$ より、

$$P_0 = T_2 P_i = T_2 S I = T_2 S I_s \left(\frac{R}{R_{th}} - 1 \right) \text{ と表せる。これが、レーザーの利得媒質にエネルギー・}$$

パワーを入力することによって行われている、レーザーの励起-出力特性を表す式である。