B-16

参照点の動的調整機能を有する Differential Evolutionを用いた有制約最適化

学修番号：18141323

氏名：佐藤 勇司

指導教員：安田 恵一郎 教授

東京都立大学主催2021年度電子情報システム工学科特別研究発表会
2022年2月16日,東京都立大学(オンライン開催)

目次

1.研究背景と目的

2.メタヒューリスティクスと有制約最適化

3.有制約最適化における探索挙動の解析

4.提案手法

5.まとめ

研究背景

最適化の背景

システムの大規模化・複雑化

→実用十分な最適解を求める近似解法需要増↗

メタヒューリスティクスが注目

- 非凸性、ブラックボックス最適化など様々な問題クラスに適用可能
- 決められた時間内で優良な近似解を発見

有制約最適化の背景

実問題には一般的に制約がある

- 制約中での最適解が必要

メタの有制約での適用が必要

→目的関数だけでなく制約に関しても考慮が必須

目的

対象とする問題クラス

高次元・多制約など難しい有制約最適化問題

次元・制約が少なければ対処可能

難しい問題では先行研究では不十分

先行研究

近傍解の選択や適合度など評価の工夫がメイン

本研究

近傍生成の工夫が必要

- 探索点や解空間の情報も活用することで探索効率化
- 近傍には制約の考慮がなされていない

目的

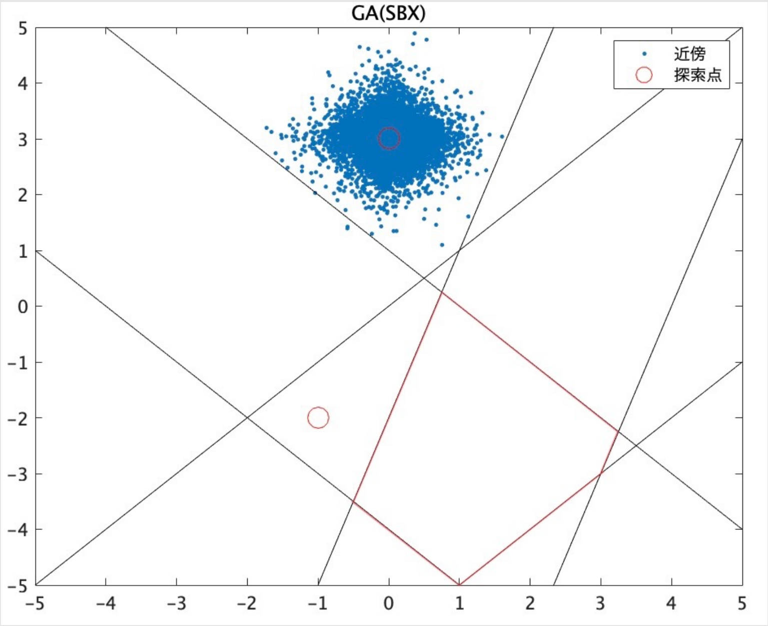
高次元・多制約など難しい有制約問題に対して、近傍生成の工夫によって探索性能の改善を目指す

代表的なメタヒューリスティクス

探索履歴情報を利用して近傍生成する
どのような情報を用いるかは手法依存

Genetic Algorithm(GA)

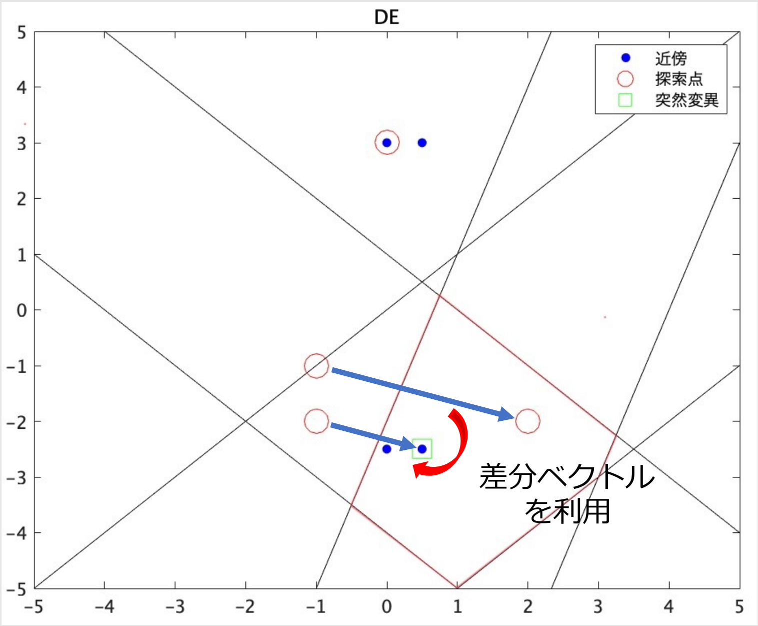
探索点付近に近傍が生成されやすい
※この後に突然変異を行う



赤い境界線とその内部が実行可能領域

Differential Evolution(DE)

差分ベクトルを利用する
近傍が探索点間の情報を共有する



赤い境界線とその内部が実行可能領域

制約対処法

制約対処法

制約対処法は、目的関数値以外に制約を考慮した適合度を定義し、解の評価に使用する

Multiple Constraint Ranking Technique(MCR)の特徴

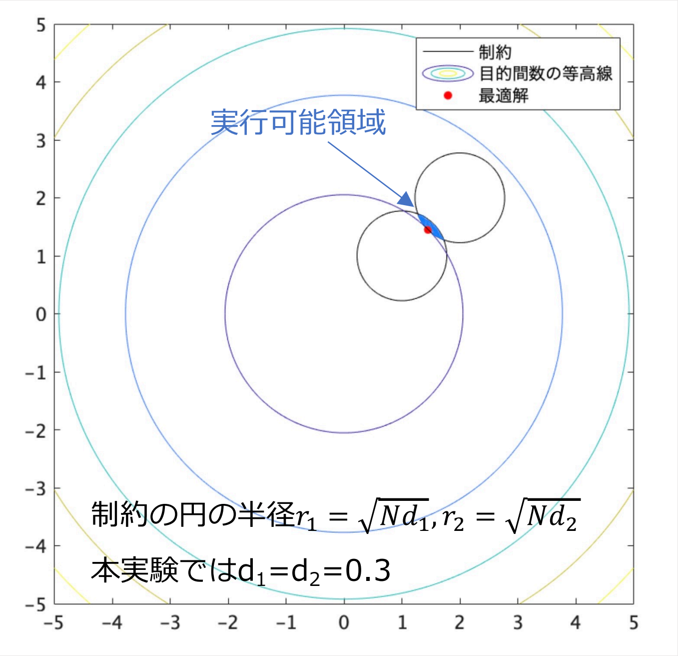
- 候補集合での相対的な評価を行う
- 実行可能領域への選択圧力が強くなる

本研究ではMCRを適合度や解の選択に利用

実験に用いる問題

有制約最適化に一般的に用いられるGAと差分ベクトルを持ちシンプルな構造であるDEで近傍生成による違いを解析

対象問題(2次元イメージ)



制約の境界が最適解

探索挙動の解析

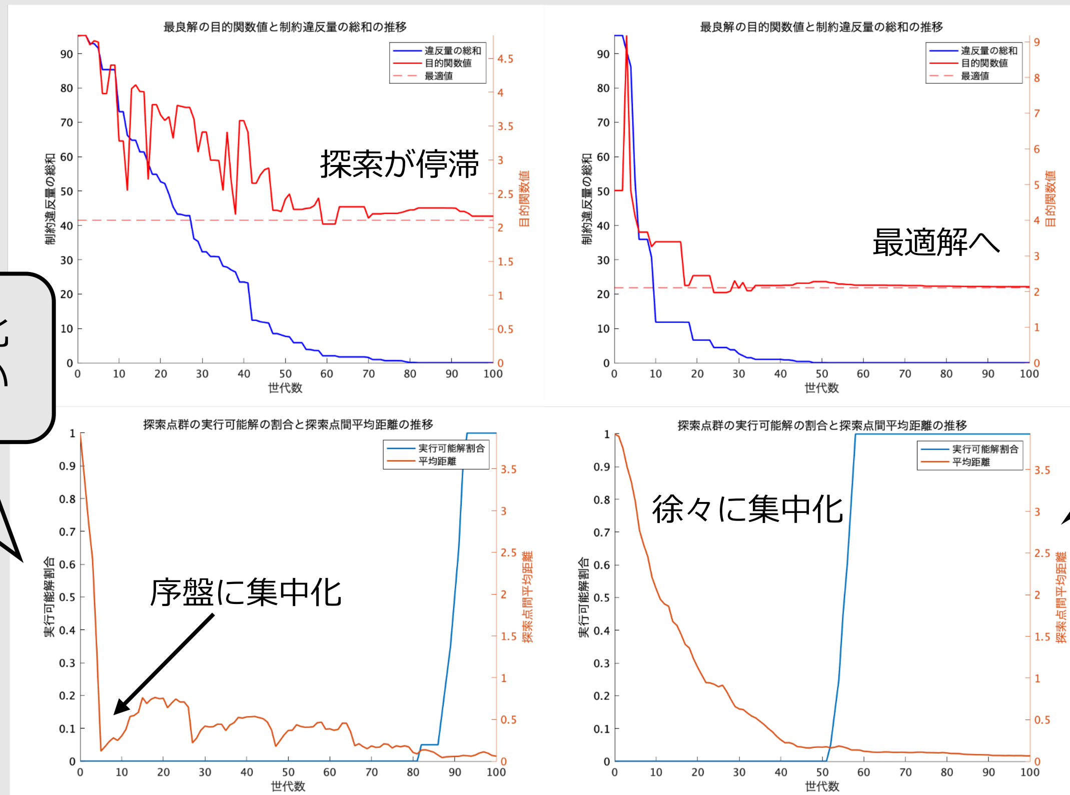
探索点数m=20,次元数n=10
最大世代数G_{max}=100

赤:目的関数値
青:違反量

急激に集中化し多様化が適切にできていない

青:可能解の割合
橙:探索点間距離

GA　　　　　　　　DE



差分ベクトルにより徐々に集中化している

- 近傍生成による有制約最適化への影響がある
- 適切な多様化・集中化が性能に影響する

提案手法

提案手法の着眼点

①解析からDEベースで集中化に寄与していた差分ベクトルの工夫を検討

②制約を考慮した適切な多様化・集中化を実現する

DEからの変更点

- 制約考慮をした評価により探索点集合にランクを割り当てた

※制約考慮の適合度としてMCRを利用

- 差分ベクトルの参照点としてランクの高いものを徐々に選ぶように調整
  - ➢ 線形的に減少させる

DEと提案手法の違い

差分ベクトルの参照点の選択方法を変更

DE

DEの突然変異

$$v_i^G = x_{r1}^G + F(x_{r2}^G - x_{r3}^G)$$

※x_{r1}^G , x_{r2}^G, x_{r3}^G i番目の探索点を除くそれぞれ異なる探索点

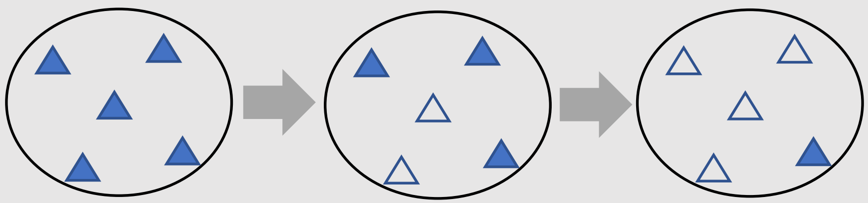
- 探索点群から参照点を選択
  - 制約の考慮なし
- 常に集合全体から選択している
  - 終盤で適切に集中化できない可能性が有る

提案手法

x_{r2}^Gを上位探索点集合から選択

上位探索点集合のイメージ

探索序盤　探索中盤　探索終盤



全ての探索点　上位3個の探索点　最良の探索点

- 上位集合により制約の考慮がある
- 最大世代数に応じて多様化・集中化の探索戦略を実行

数値実験

近傍での制約考慮と最大世代数に応じた多様化・集中化の実現

実験結果
①探索点群の可能領域発見が早くなった
②目的関数値(又は違反量)が改善

次元数	最大世代数	A.目的間数値(最適解との差分)※1			B.制約違反量			C.可能解を得た世代数(割合)		
		GA	DE	提案手法	GA	DE	提案手法	GA	DE	提案手法
2	100	0.052	0.035	0.032	0	0	0	0.087	0.085	0.082
10	100	0.107	0.024	0.016	0.029	0	0	0.80	0.50	0.46
50	100	N/A	N/A	N/A	365	125	92	1	1	1
	500	0.17	0.11	0.07	0.76	0.45	0.02	0.99	0.81	0.71
	1000	0.087	0.027	0.021	0	0.39	0	0.51	0.41	0.38

A:最良解の目的間数値と最適解との差の絶対値の試行平均
B:最良解の違反量の総和の試行平均
C:最大世代数を1としたときの最良解が実行可能になった世代数の比率の試行平均

※1 最良解が実行不可能な場合はN/Aとする。
※2 ３章と同様の問題、設定で次元数、最大世代数を変化。試行回数は50回

まとめ

研究成果

- 有制約最適化において近傍生成が影響を及ぼすことを示した
- 参照点の動的調整機能を有するDEを提案した
- GA,DEに比べて世代数に関係なく効率的に探索をしていることを示した

今後の課題

- 非凸制約など他の難しい問題への適用
- 動的調整機能を線形モデル以外でも検討

補足

MCRについて

目的関数値ランキングR_f、制約違反数ランキングR_{Nv}、
各制約違反量ランキング$R_{v_i}(i = 1,\cdots,m)$から適合度Fを定義

$$F(x) = \begin{cases} R_{Nv}(x) + \sum_{i=1}^{m} R_{v_i}(x) & \text{;実行不可能解のみ} \\ R_f(x) + R_{Nv}(x) + \sum_{i=1}^{m} R_{v_i}(x) & \text{;otherwise} \end{cases}$$

- 候補集合での相対的な評価となる
  - 制約のスケールに関係なく各制約が考慮される
- 制約違反量・違反数が減少する適合度が高くなる
  - 実行可能領域への選択圧力が強くなる

問題設定の詳細

minimize $\quad f(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N} x_n^2$

$\boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^N$

subj.to $\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}(x_n - 1)^{\mathrm{T}} - d_1 \le 0 \;; \frac{1}{4} \le d_1 \le 4$

$\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}(x_n - 2)^{\mathrm{T}} - d_2 \le 0 \;; \frac{1}{4} \le d_2 \le 4$

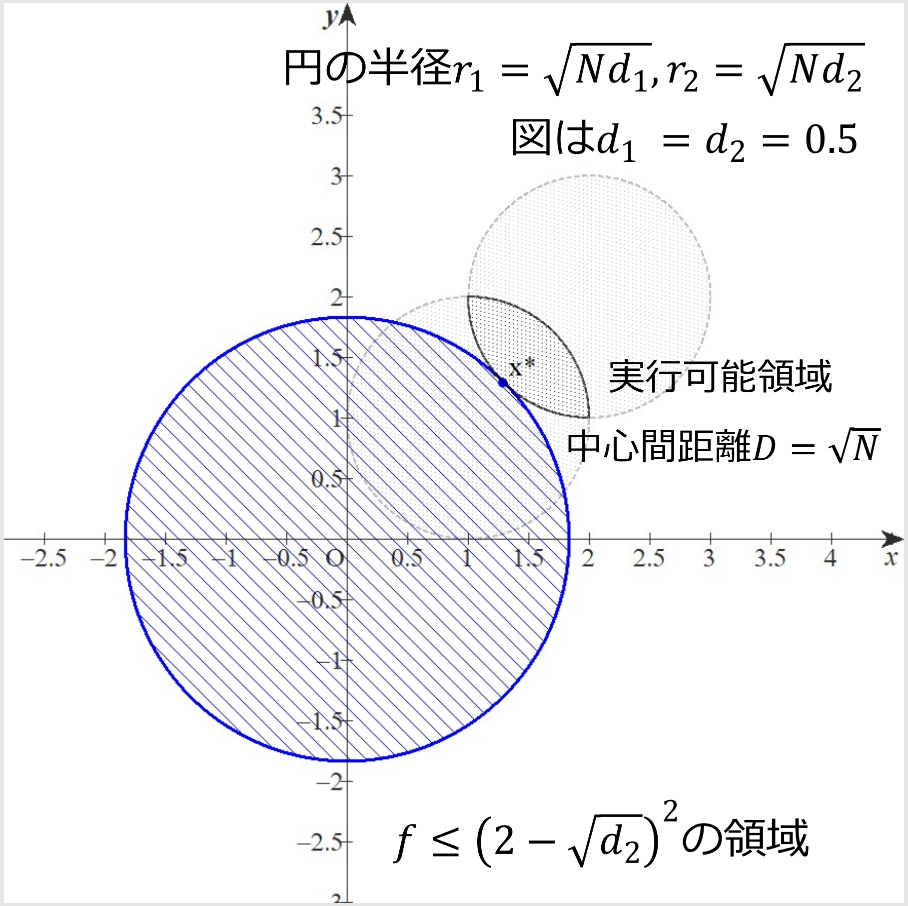
$-5 \le x_n \le 5 \quad ; n = 1,2,\ldots,N$

最適解： $\boldsymbol{x}^* = \left(2 - \sqrt{d_2}, 2 - \sqrt{d_2}, \ldots, 2 - \sqrt{d_2}\right)^{\mathrm{T}}$

最適値： $f(\boldsymbol{x}^*) = \left(2 - \sqrt{d_2}\right)^2$

2つの円が2点で交わるための条件

$\left|\sqrt{d_1} - \sqrt{d_2}\right| < 1 \le \sqrt{d_1} + \sqrt{d_2}$



評価指標について

- 1試行における探索過程での指標推移

➢ 最良解の制約違反量総和v ・目的関数値fの推移

$$x_{best}^G = \begin{cases} \mathrm{argmin}\{f(x^G) | v(x^G) = 0\} & ;\text{探索履歴に少なくとも一つ可能解を含む} \\ \mathrm{argmin}\{v(x^G)\} & ;\text{otherwise} \end{cases}$$

可能解の中で最もfが良い解、可能解が無ければ最もvが良い解（改善しなければ前の反復の値を引き継ぐ）

➢ 探索点群に占める、実行可能解の個数割合の推移

$$F_{\mathrm{rate}} = \frac{1}{m}\mathrm{card}\{v(x_i^G) = 0\}$$

➢ 探索点間平均距離の推移

$$d^G = \frac{2}{\sqrt{N}m(m-1)}\sum_{i=1}^{m-1}\sum_{j=i+1}^{m}\|x_i^G - x_j^G\|$$

提案手法について

変更点

オリジナルの突然変異

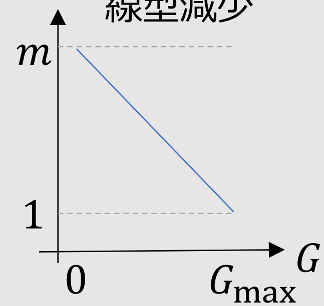
$$v_i^G = x_{r1}^G + F(x_{r2}^G - x_{r3}^G)$$

x_{r2}^Gをx_h^Gへ変更

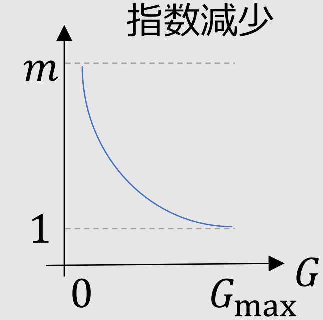
MCRによる適合度の上位T^G個の上位探索点集合H^Gから等確率でx_h^Gを選択

T^G スケジュールのイメージ

線型減少



指数減少



$$T^G = m - \frac{k}{G_{\max}}(m-1) \qquad T^G = m\left(\frac{1}{m}\right)^{\frac{G}{G_{\max}}}$$

（T^Gは正数なので、四捨五入し離散化）

本研究は過度な集中化を防ぐため
線形モデルを使用