

2021 年度 特別研究論文

参照点の動的調整機能を有する
Differential Evolution を用いた有制約最適化

東京都立大学 システムデザイン学部
電子情報システム工学科 情報システムコース

佐藤 勇司

論文要旨

近年のシステムの大規模・複雑化に伴い実用的な最適化に対する需要がさらに高まっている。この需要に対して非凸性を有する問題やブラックボックス最適化など様々な問題クラスに適用でき、決められた時間内で優良な近似解を発見するメタヒューリスティクスが注目されている。また、実問題には一般的に制約があり、目的関数の最適化だけでなく制約を満たすような範囲での目的関数の最適化が必要となる。有制約最適化問題にメタヒューリスティクスを適用するためには制約を考慮する必要がある。本論文では近傍生成に着目し、代表的なメタヒューリスティクスを用いて有制約最適化との関係性を解析する。その解析に基づき近傍生成への考慮と適切な多様化・集中化の探索戦略に着目し、参照点の動的調整機能を有する手法を提案する。また提案手法と既存の手法で数値実験を行いその有用性を示す。

目次

論文要旨	i
1 序論	1
1.1 本論文の背景と目的	1
1.2 本論文の構成	2
2 有制約最適化	3
2.1 有制約最適化の概要	3
3 代表的なメタヒューリスティクス	5
3.1 メタヒューリスティクスの探索構造	5
3.2 Genetic Algorithm	6
3.2.1 Genetic Algorithm の概要	6
3.2.2 Genetic Algorithm の近傍生成	6
3.3 Differential Evolution	7
3.3.1 Differential Evolution の概要	7
3.3.2 Differential Evolution の近傍生成	7
3.4 制約対処法	8
4 有制約最適化における近傍の解析	9
4.1 有制約最適化と近傍生成の関係性	9
4.2 有制約最適化の探索挙動の解析	10
4.2.1 問題設定と評価指標	10

4.2.2	結果と考察	12
5	参照点の動的調整機能を有する Differential Evolution	17
5.1	提案手法の設計指針	17
5.1.1	提案手法の着眼点	17
5.1.2	近傍生成への制約考慮	17
5.1.3	動的調整による多様化・集中化	18
5.2	提案手法のアルゴリズム	19
6	数値実験	21
6.1	提案手法の探索挙動の解析	21
6.2	複数回試行による数値実験	23
7	結論	25
7.1	まとめ	25
7.2	今後の課題	25
	謝辞	27
	参考文献	28
A	本論文で用いたベンチマーク問題	29

1

序論

1.1 本論文の背景と目的

近年のコンピュータパワーの飛躍的増大や実システムの大規模化・複雑化に伴い実用十分な最適解を求める近似解法に対する需要が高まっている。それにより最適化問題に対する発見的手法であるメタヒューリスティクスが注目されている[1]。メタヒューリスティクスは非凸性を有する問題やブラックボックス最適化など様々な問題クラスに適用でき、決められた時間内で優良な近似解を発見することなども需要の一つである。また、実システムの問題は一般的には制約があり、その制約は一つの最適化問題に複数の制約や制約が複雑な場合も考えられる。メタヒューリスティクスは無制約最適化手法であるため、有制約最適化問題に適用するには、制約の考慮が必要となる。

先行研究では制約を考慮するために探索履歴情報を用いて生成された近傍解の選択や制約を考慮した適合度など、評価の工夫が多く行われている。しかし、実際の最適化問題は高次元・多制約である場合もあり、このような最適化問題を解くためには先行研究のような評価の工夫では不十分な場合がある。本研究では、高次元・多制約など最適化することが難しい問題に対して評価ではなく、そのひとつ前の段階で行う近傍生成に着目した。近傍生成には制約の考慮がされておらず、無制約最適化で用いられる近傍生成をそのまま使用することが一般的である。しかし、近傍生成時点で制約の考慮や有制約最適化に適した近傍生成を行うことで効率的な探索や性能の向上に繋がると考えられる。これらのことから本研究では、近傍生成の工夫による高次元・多制約など難しい有制約最適化問題への探

索性能の改善を目的とする。

1.2 本論文の構成

本論文は全7章から構成されており、2章以降の概要は以下の通りである。

第2章では、本研究で扱う有制約最適化について概要を説明する。

第3章では、メタヒューリスティクスの探索構造の説明及び、代表的なメタヒューリスティクスの手法について、概要と近傍生成の特徴について述べる。さらに本研究で使用する制約対処法についても概要を述べる。

第4章では、有制約最適化と近傍生成の関係性について述べる。また、既存手法を用いて近傍生成にどのような違いがあるか解析する。

第5章では、提案手法で着目した、近傍生成への制約考慮と適切な多様化・集中化を実現するために提案した内容について述べる。また、提案手法のアルゴリズムを示す。

第6章では、提案手法と既存手法を用いた数値実験の結果と考察を示す。

第7章では、本論文の全体を通して述べた内容や示したことについてまとめる。また、今後提案手法で必要な実験や改良について述べる。

2

有制約最適化

2.1 有制約最適化の概要

本来メタヒューリスティクスが適用を想定している無制約最適化問題について説明する。無制約最適化問題は目的関数を最大または最小 (本研究では最小化問題のみ) とする決定変数を求める問題であり, 目的関数 $f(\boldsymbol{x})$, 決定変数 \boldsymbol{x} とすると以下のように定式化される。

$$\begin{aligned} \min_{\boldsymbol{x}} \quad & f(\boldsymbol{x}) \\ \text{subject to} \quad & \boldsymbol{x} \in \mathbb{R}^n \end{aligned} \tag{2.1}$$

一方で実問題には, 基本的に制約が存在する。上記で説明した無制約最適化問題では目的関数を最小にすることだけを考えていたが, 有制約最適化問題ではそれに加えて制約を満たす必要がある。不等式制約関数 $g_i(\boldsymbol{x}) \leq 0 (i=1, \dots, K)$ とすると有制約最適化問題は以下のように定式化される。

$$\begin{aligned} \min_{\boldsymbol{x}} \quad & f(\boldsymbol{x}) \\ \text{subject to} \quad & g_i(\boldsymbol{x}) \leq 0 (i = 1, \dots, K) \end{aligned} \tag{2.2}$$

有制約最適化問題にはいくつかの制約の種類が存在する。例えば正の値をとることを条件とする非負制約, 上限や下限を条件とする上下限制約, 離散値 (0 と 1 だけの表現など) を条件とする離散制約, 等式で表される等式制約, 不等式によって表される不等式制約など存在する。実際の最適化では, この 2 つの制約の中でさらに, 決定変数が非負, 上下限が

設定されることが一般的である。また、制約条件は実問題においては1つだけでなく、複数の制約がある状態で最適化することが一般的である。本論文では、等式制約は不等式制約に微小値で緩和することとして、等式制約は扱わない。

3

代表的なメタヒューリスティクス

3.1 メタヒューリスティクスの探索構造

メタヒューリスティクスは最適化問題に対する発見的最適化手法の枠組みである[2]。メタヒューリスティクスは勾配情報などの情報を用いず、評価値情報のみを用いる直接探索であり、複数の探索点で探索を行う多点探索やパラメータの自由度が高いといった点がこれまでの数理計画法とは異なり、メタヒューリスティクスの特徴といえる。メタヒューリスティクスの基本的な探索構造は過去の探索履歴情報を利用して近傍生成を行う。そして、その近傍を評価し解を選択する。この動作を繰り返し行うことで最適解の発見を行う。この2つの操作において、どのような情報を用いるか、どのような定義で近傍の評価を行うかは各手法により異なる。

メタヒューリスティクスの探索において重要なこととして近接最適性原理 (Proximate Optimality Principle) があげられる。近接最適性原理とは、「良い解どうしは何らかの類似構造を持っている」という経験に基づく漠然とした原理であり、工学における多くの最適化問題で成立していることが知られている[2]。メタヒューリスティクスでは近接最適性原理に基づき集中化を行う。集中化とは、良い解の周辺を局所的に探索することであり、これにより有望な領域でさらに良い解を発見することが可能となる。また、集中化を行うためには有望領域の発見が必要であり、多様化が重要である。多様化とは解空間を大域的に探索することであり、メタヒューリスティクスでは探索序盤には多様化により有望領域を発見し、終盤にかけて集中化することで最適解を発見する。このことから、多様化・集

中化はどちらか一方ではなく、問題に適した形で適切に行う必要がある。

3.2 Genetic Algorithm

3.2.1 Genetic Algorithm の概要

Genetic Algorithm [3]は1975年にHollandにより提案された生物の進化過程に基づいた手法である。一般的にGenetic Algorithmは離散問題に対する手法であるが、本論文では実数値最適化問題に適用するために実数ベクトルを用いる実数値GAをGAと呼び、実験などに使用する。また、複数の点で探索を行う多点探索であることもGAの特徴である。GAの探索は交叉、突然変異、選択の3つの操作を繰り返すことで新たな探索点を生成し、最適解の発見を目指す。交叉や突然変異では探索点どうしの要素を組み合わせることで生成するため、その組み合わせの決め方は多数存在し、アルゴリズムが柔軟である。

3.2.2 Genetic Algorithm の近傍生成

近傍生成として本研究では実験の交叉にSimulated Binary Crossover (SBX) [4]と突然変異にPolynomial Mutation (PM) [5]を用いているためこの2つについて説明する。SBXは個体の各要素ごとに交叉を行い、 j 番目の要素における交叉において、区間 $[0, 1]$ の一樣乱数を θ_1 、分布定数を η_c とすると分布係数 β_j は式(3.1)のように表される。また、親個体を \mathbf{x}_{P_1} , \mathbf{x}_{P_2} 、子個体を \mathbf{x}_{C_1} , \mathbf{x}_{C_2} とすると子個体の j 番目の交叉は式(3.2)のように表される。SBXでは親個体付近に近傍が生成されることが特徴である。

次にPMは個体の各要素ごとに突然変異を行い、 j 番目の要素における交叉において区間 $[0, 1]$ の一樣乱数を θ_2 、分布定数を η_m とすると分布係数 δ_j は式(3.3)のように表される。また、親個体を \mathbf{x}_{P_3} 子個体を \mathbf{x}_{C_3} とすると子個体の j 番目の突然変異は式(3.4)のように表される。

$$\beta_j = \begin{cases} (2\theta_1)^{\frac{1}{\eta_c+1}} & \theta_1 \leq 0.5 \\ (\frac{1}{2(1-\theta_1)})^{\frac{1}{\eta_c+1}} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.1)$$

$$\begin{aligned} x_{C_1, j} &= 0.5\{(1 + \beta_j)x_{P_1, j} + (1 - \beta_j)x_{P_2, j}\} \\ x_{C_2, j} &= 0.5\{(1 - \beta_j)x_{P_1, j} + (1 + \beta_j)x_{P_2, j}\} \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\delta_j = \begin{cases} (2\theta_2)^{\frac{1}{\eta_m+1}} - 1 & \theta_2 \leq 0.5 \\ 1 - \{2(1 - \theta_2)\}^{\frac{1}{\eta_m+1}} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.3)$$

$$x_{C_3, j} = x_{P_3, j} + \delta_j \quad (3.4)$$

3.3 Differential Evolution

3.3.1 Differential Evolution の概要

Differential Evolution(DE) [6]は1995年にPriceとStornによって提案された手法である。DEの特徴としては他の手法に比べて処理の手順が単純であり、実装が容易であるということがあげられる。また、進化論的計算であるため探索点どうしの情報を活用し、差分ベクトルなどを生成することも特徴である。

3.3.2 Differential Evolution の近傍生成

DEの近傍生成は差分ベクトルを用いる突然変異と交叉の2つの操作で生成される。突然変異は探索点ごとに操作が行われ、 i 番目の探索点の突然変異 \mathbf{v}_i は制御パラメータである膨張率を F 、 \mathbf{x}_i を除く探索点群内からランダムに選出された異なる探索点を \mathbf{x}_{r_1} , \mathbf{x}_{r_2} , \mathbf{x}_{r_3} とすると式(3.5)のように表され、差分ベクトルが1つでその選択方法がランダムである突然変異をDE/rand/1と表記する。一方、 i 番目の探索点における j 番目の要素の交叉 \mathbf{u}_i はこの突然変異と探索点 \mathbf{x}_i 、区間 $[0, 1]$ の一様乱数を θ_1 、交叉の発生確率を表す交叉率を C_R とすると式(3.6)で表され、この交叉は一様交叉である。DEの場合は突然変異は自身以外の探索点の差分ベクトルを利用しているため、探索序盤では探索点どうしの距離が離れているので比較的大きく摂動し、終盤になると探索点の距離が縮まり差分ベクトルが小さくなるため摂動が小さくなる。これにより、摂動の大きさが探索の序盤から終盤にかけ

て適切に変化することが期待される。

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{x}_{r_1} + F(\mathbf{x}_{r_2} - \mathbf{x}_{r_3}) \quad (3.5)$$

$$u_{i,j} = \begin{cases} v_{i,j} & \theta_1 \leq C_R \\ x_{i,j} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.6)$$

3.4 制約対処法

制約対処法とは有制約最適化問題を扱う際に制約の情報を探索に組み込むための対処法である。その対処法には多くの方法があり、目的関数に制約の違反量なども含め新たな拡張目的関数を生成しその問題をとくペナルティ法や、評価の際に場合によって目的関数と制約違反量のどちらかを用いることで制約の考慮を行う ε 制約法[7]などがある。本研究では、制約対処法として制約を考慮した適合度を定義し、解の評価に使用する。この際の適合度の設定に Multiple Constraint Ranking Technique (MCR) [8]を用いる。MCR は目的関数値ランキングを R_f 、違反した制約の数を候補集合内でランキングにした制約違反数ランキングを R_{N_v} 、各制約に違反した量を候補集合内でランキングにした制約違反量ランキングを $R_{v_i} (i = 1, \dots, K)$ とすると適合度 L は式 (3.7) のように表される。

MCR は制約の違反数と違反量をそのまま用いるのではなくランキングで用いるため、制約どうしのスケールの違いに依存せずに相対的に評価されることと、制約の違反数と違反量が減少するような候補の適合度が高くなるように定義されているため、実行可能領域への選択圧力が強くなるという特徴がある。

$$L(x) = \begin{cases} R_{N_v}(x) + \sum_{i=1}^K R_{v_i}(x) & \text{only infeasible individuals} \\ R_f(x) + R_{N_v}(x) + \sum_{i=1}^K R_{v_i}(x) & \text{otherwise} \end{cases} \quad (3.7)$$

4

有制約最適化における近傍の解析

4.1 有制約最適化と近傍生成の関係性

有制約最適化と近傍生成の関係性を GA, DE の制約中での近傍の違いから解析する。GA の近傍生成には突然変異による近傍に大きな特徴があるため突然変異である SBX について解析する。それぞれの近傍は図 4.1 のようになる。ここで、赤丸は探索点、青丸は近傍、黒の直線が制約境界線であり、境界線と境界線に囲まれた内部が制約を満たす実行可能領域となる。

GA での近傍は探索点自身の周りに生成されており、中心に近づくほど近傍が生成されている数が多い。このことから、GA では実行可能領域に関係なく近傍の生成がされる。一方で DE では差分ベクトルを利用していることから、移動の方向性があり実行可能領域付近に探索点があれば、その情報を活用して近傍を生成することが可能となる。無制約最適化では最良点の定義は目的関数値の値で決まるが、有制約最適化では制約の考慮も必要となり、最良点の定義に制約を考慮することで制約を満たすような方向の近傍を生成できると考えられる。この 2つの手法はメタヒューリスティクスにおける手法の一例にすぎないが、有制約最適化において近傍生成の違いが探索に影響を及ぼすと考えられる。また、メタヒューリスティクスの特徴である探索点どうしの情報を活用することや制約を考慮することが探索性能の向上に繋がる可能性がある。

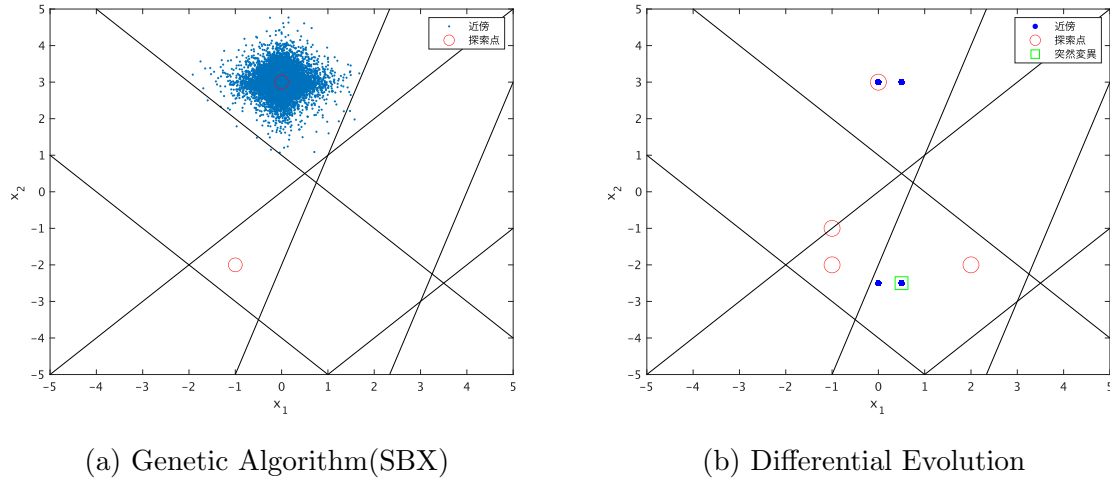


図 4.1: 各手法の近傍

4.2 有制約最適化の探索挙動の解析

4.2.1 問題設定と評価指標

有制約最適化において用いられることが多いGAと差分ベクトルにより探索点どうしの情報を活用し、構造が単純であるDEを用いて探索挙動を解析する。GAでは交叉はSBX、突然変異はPMを使用する。この時分布定数 $\eta_c = 20$, $\eta_m = 20$ とする。DEでは交叉は一様交叉、突然変異は $DE/rand/1$ を使用する。この時膨張率 $F=0.8$ とする。選択はGA, DE共に親個体と子個体を合わせた集合から、適合度が上位 m 個を選択する。この時適合度はMCRを用いる。共通のパラメータは個体数 $m = 20$, 次元数 $n = 2, 10$, 試行回数 $N_{\max} = 1$ 最大世代数 $G_{\max} = 100$, 交叉率 $C_R = 0.5$ とする。今回使用する問題を問題1とし、2次元での概形は図4.2のようになる。探索点の各要素の生成範囲となる上下限制約は全て $[-5, 5]$ とする。また、問題のパラメータ $d_1 = d_2 = 0.3$ とする。問題1の定義については付録Aを参照されたい。

この問題の特徴としては、目的関数、制約条件は共に凸性であり、最適解は制約の境界

に存在する。また、本研究では有制約最適化問題において制約の境界から少しでも外れれば実行不可能解と判断するため、制約の境界付近の探索は制約内部に比べて困難である。

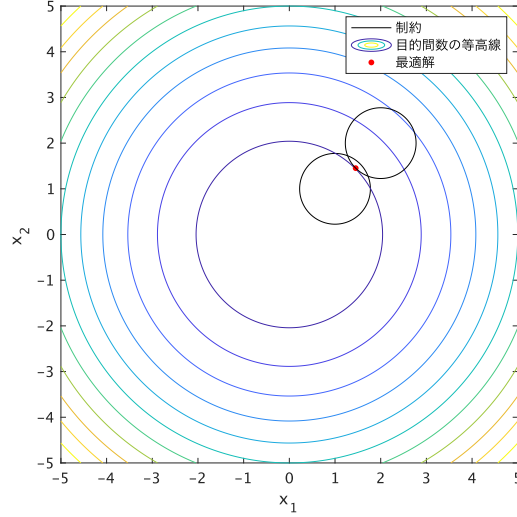


図 4.2: 問題 1 の 2 次元での概形

次に、実験の評価指標を以下に示す。

(1) 最良解の制約違反量の総和・目的関数値の推移

式 (4.1) 従い最良点 $\mathbf{x}_{\text{best}}^G$ を決定する。実行可能解がある場合には目的関数値の最も良い解、無い場合には最も違反量の少ないものを選び、一世代前の最良解から改善されていない場合にはその値を引き継ぐ。

$$\mathbf{x}_{\text{best}}^G = \begin{cases} \operatorname{argmin}\{v(\mathbf{x}^G)\} & \text{all solutions searched until } G \text{ are infeasible} \\ \operatorname{argmin}\{f(\mathbf{x}^G) \mid v(\mathbf{x}^G) = 0\} & \text{otherwise} \end{cases} \quad (4.1)$$

(2) 探索点群に占める実行可能解の個数割合の推移

探索点群に占める実行可能解の個数割合 M^G は式 4.2 のように定義される。

$$M^G = \frac{1}{m} \operatorname{card}\{v(\mathbf{x}_i^G) = 0\} \quad (4.2)$$

(3) 探索点間平均距離の推移

探索点間平均距離 d^G は式 4.3 のように定義する。

$$d^G = \frac{2}{\sqrt{nm(m-1)}} \sum_{i=1}^{m-1} \sum_{j=i+1}^m \|x_i^G - x_j^G\| \quad (4.3)$$

以上3つの評価指標と次元数が2次元の場合には探索過程の探索点の位置を描画することで解析する。

4.2.2 結果と考察

2次元での実験結果を図 4.3, 4.4, 4.5, 4.6 に示す。図 4.7, 4.8 から GA と DE は共に違反量を減少させ、実行可能領域への探索をし最適解を発見している。図 4.5, 4.6 の探索点の推移に着目すると、GA では探索点が一方向に重点的に生成され、実行可能領域の発見前から探索点に重複が見られる。これは、GA の近傍が自身の探索点付近に発生するために発生していると考えられる。それに対して、DE では序盤にはいろいろな場所を探索し、徐々に最適解に全ての点が近づいている。これは、差分ベクトルを利用によりある程度方向性を持って探索が進んでいることが関係していると考えられる。

次に、10次元での実験結果を図 4.7, 4.8 に示す。図 4.7, 4.8 から GA では実行可能領域の発見をすることはできたが実行可能領域での最適解が発見できなかった。これは、探索序盤の10世代までの時点で探索点どうしの距離が近づき、急激な集中化を起こしたことが原因である。少しずつ最適解には近づいているものの探索点全体の距離が近すぎるため多点探索としての機能が十分に果たされていない。一方で、DE では GA よりも早く実行可能領域を発見し、最適解を発見し最適解に収束している。探索点間距離の推移からもわかるように差分ベクトルを利用することで序盤では多様化、終盤にかけて集中化することで最適解を発見することができている。

2つの次元数での探索挙動の解析から、前節で述べたように近傍生成が有制約最適化問題の探索に影響を与えること、差分ベクトルなどの探索点どうしの情報を活用することで探索性能を向上させることができることがわかった。また、GA では多様化・集中化が適

切に行われなかったことから最適解を得ることができなかったため、多様化・集中化を適切に行うことも探索効率の改善や性能に影響すると考えられる。

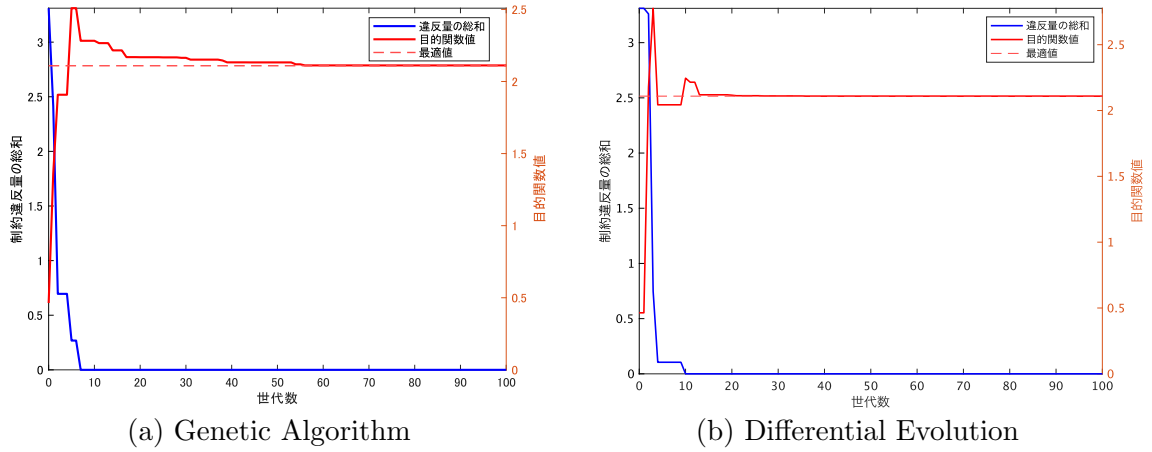


図 4.3: 最良解の目的関数値と制約違反量の総和の推移 (次元数 $n = 2$)

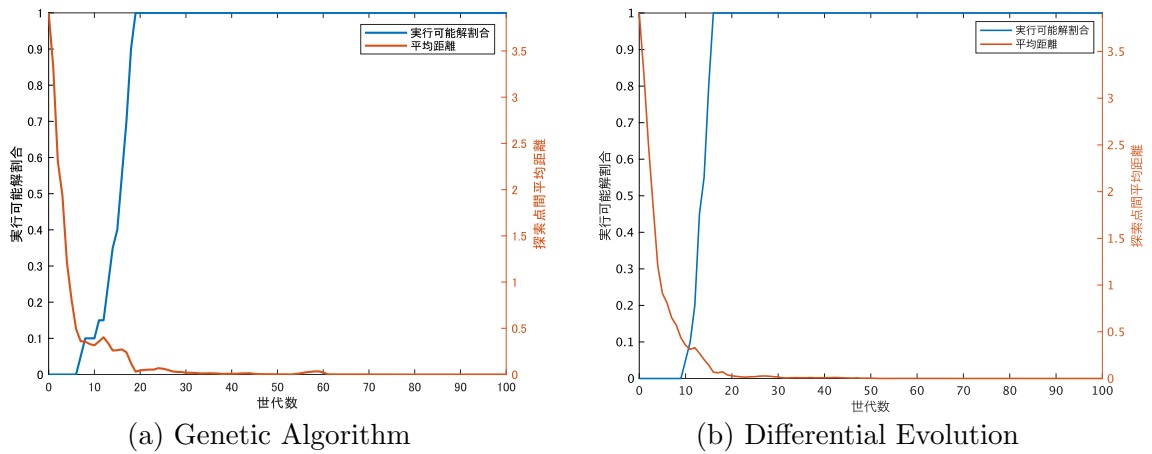
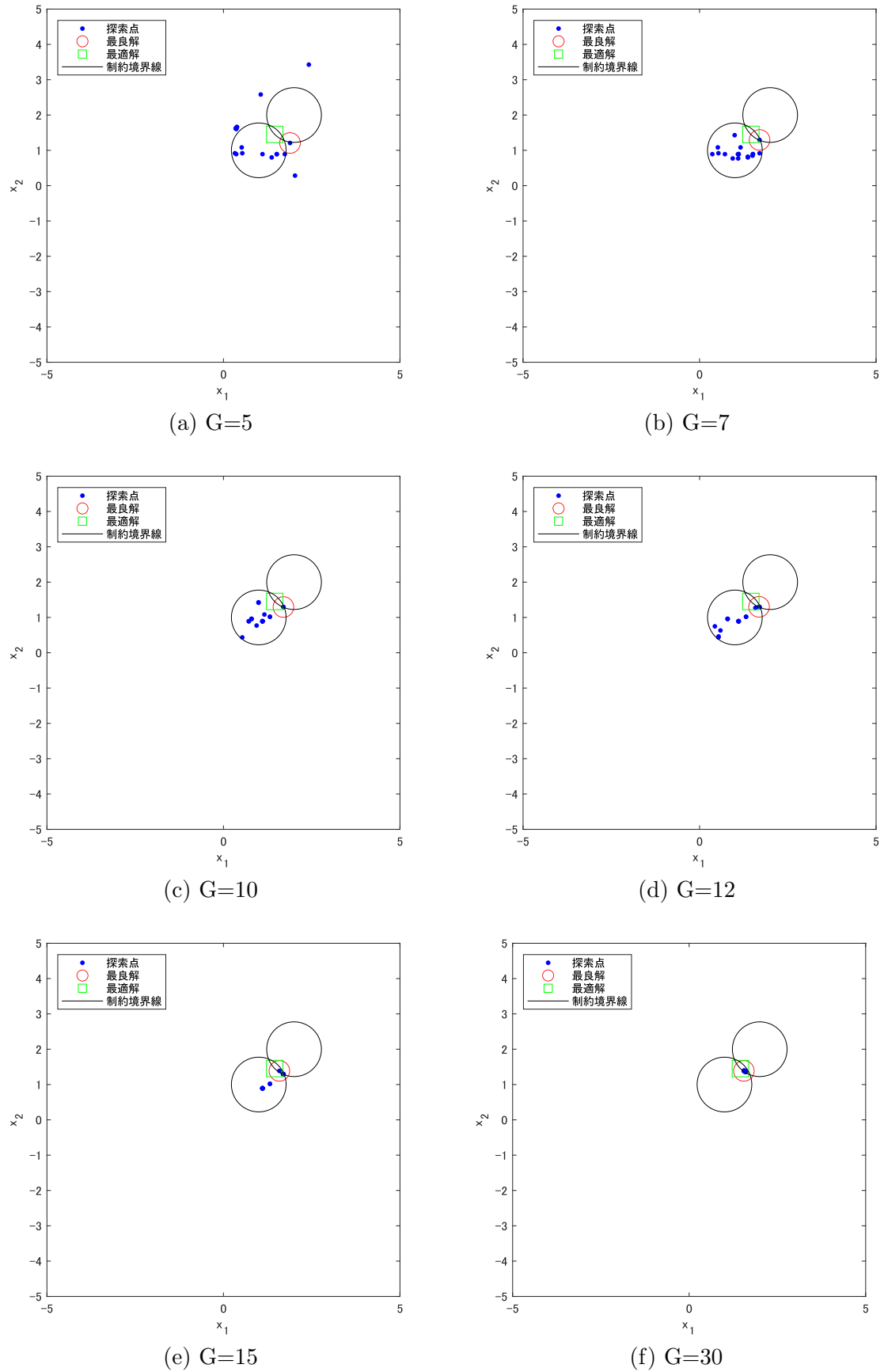
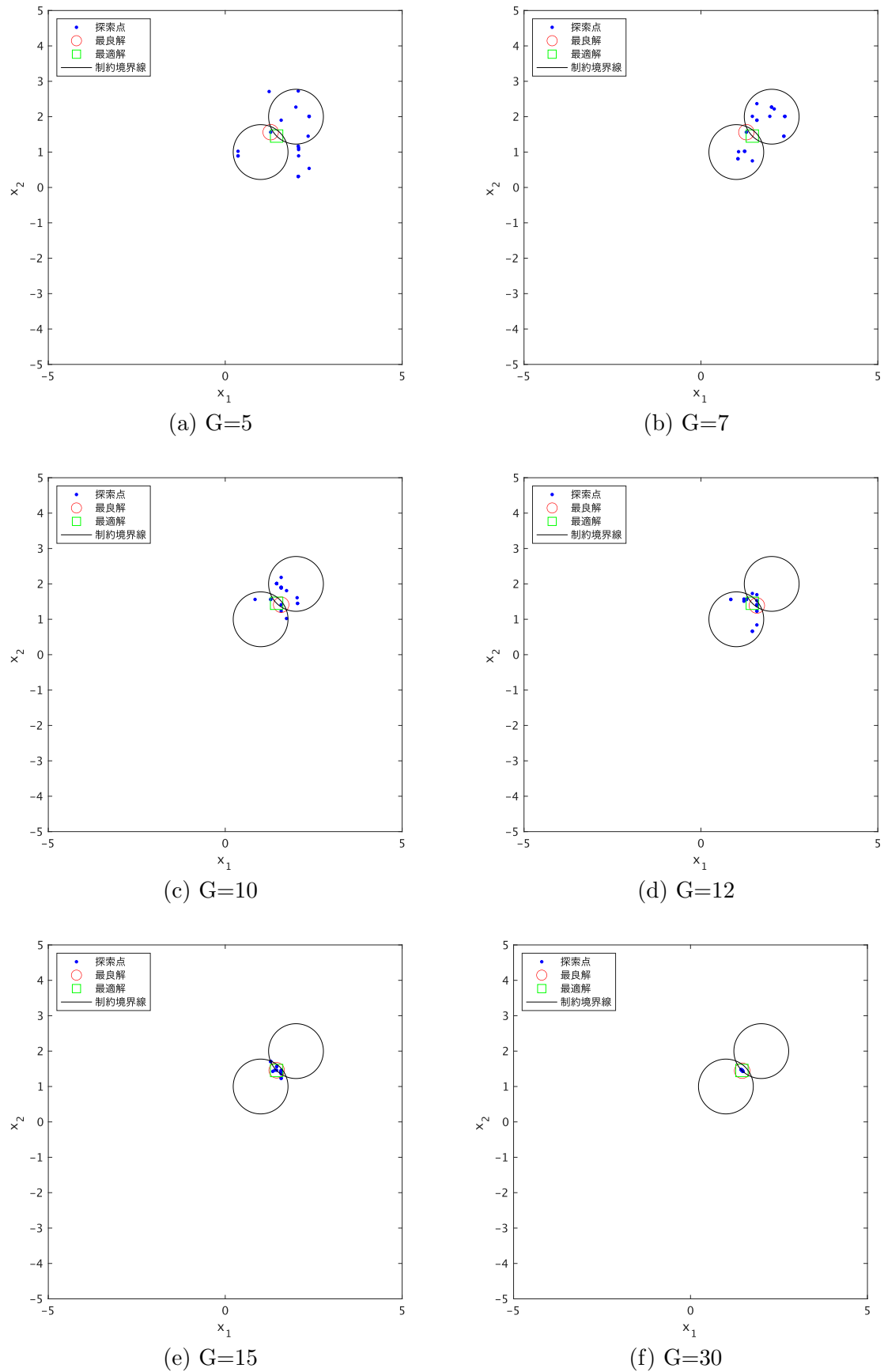


図 4.4: 探索点群に占める実行可能解の割合と探索点間平均距離の推移 (次元数 $n = 2$)

図 4.5: GA の探索点の推移 (次元数 $n = 2$)

図 4.6: DE の探索点の推移 (次元数 $n = 2$)

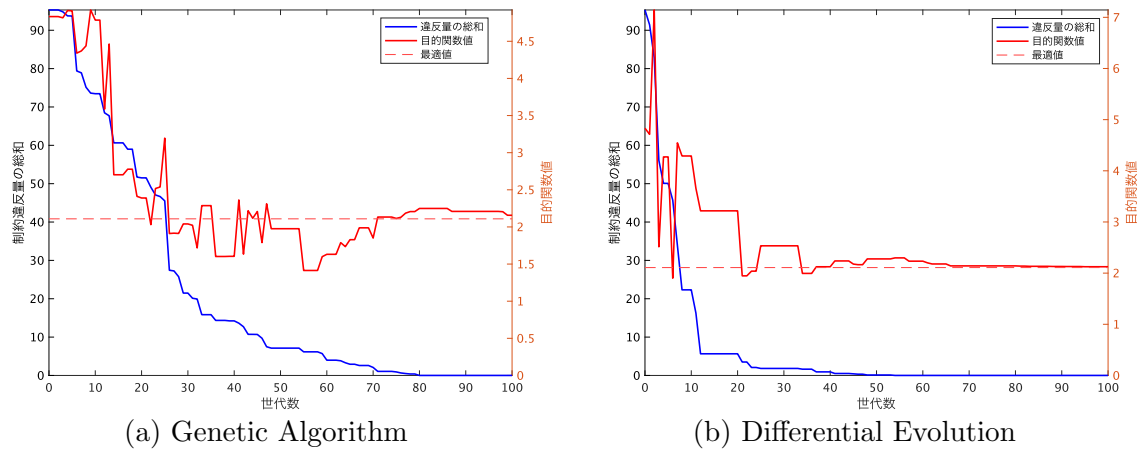


図 4.7: 最良解の目的関数値と制約違反量の総和の推移 (次元数 $n = 10$)

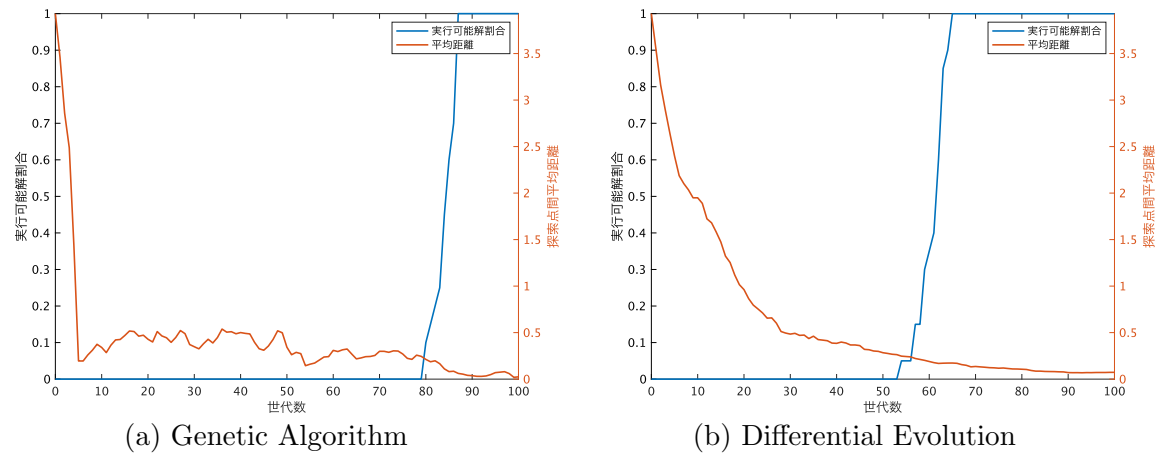


図 4.8: 探索点群に占める実行可能解の割合と探索点間平均距離の推移 (次元数 $n = 10$)

5

参照点の動的調整機能を 有する Differential Evolution

5.1 提案手法の設計指針

5.1.1 提案手法の着眼点

提案手法では解析の結果から探索点どうしの情報を活用している DE をベースとし、集中化に寄与していた差分ベクトルを工夫することとする。GA で顕著に見られた課題として多様化・集中化を世代数の推移と共に適切に行うことがあげられる。また、GA, DE の近傍生成には制約の考慮が近傍生成自体にはされていなかった。そのため、近傍生成の時点で制約を考慮することで制約を考慮した近傍が生成可能となる。この 2 つの点を踏まえて改良手法を提案する。

5.1.2 近傍生成への制約考慮

解析に用いた DE の突然変異は式 (3.5) のように表され、この式の差分ベクトルの終点にあたる $\mathbf{x}_{r_2}^G$ に制約を考慮させることで、生成される近傍が制約を満たすような方向に生成される可能性が高まる。提案手法では、 \mathbf{x}_{r_2} の部分に新たに上位探索点集合 H^G から等確率で選択した参照点 \mathbf{x}_h^G を用いる。提案手法の i 番目の探索点の突然変異 \mathbf{v}_i は制御パラメータである膨張率を F 、提案した参照点を \mathbf{x}_h 、 \mathbf{x}_i と \mathbf{x}_h を除く探索点群内からランダムに選出された異なる探索点を \mathbf{x}_{r_1} 、 \mathbf{x}_{r_3} とすると式 (5.1) のように表される。上位探索点集

合は探索点群全体から MCR を用いた適合度の上位 T^G 個を選択することで制約を考慮した近傍生成が可能となる。MCR は実行可能領域への選択圧力が強くなる傾向があるため、近傍が実行可能領域方向に生成され探索効率の向上が期待される。

$$\mathbf{v}_i = \mathbf{x}_{r_1} + F(\mathbf{x}_h - \mathbf{x}_{r_3}) \quad (5.1)$$

5.1.3 動的調整による多様化・集中化

上位探索点集合を用いることで、制約を考慮することが提案手法では可能となった。しかし、上位解探索点集合 T^G が常に一定である場合、その候補数が少なければ序盤に過度な集中化を起し、候補数が多ければ終盤に十分な集中化が行われない可能性がある。これを解決して、課題である適切な多様化・集中化を実現するために提案手法では図 5.1 のように世代数に応じて徐々に集合の候補数を減少させるように調整した。これにより、探索過程に合わせて序盤では全ての点を候補とし、終盤では最良の探索点のみを候補とするため確実に多様化・集中化の探索戦略を実行する。これにより過度な集中化や終盤での集中化が不十分になるケースが減り、探索効率の向上や、より精度の高い最適解が得られることが期待できる。具体的な T^G の調整は図 5.2 のように線形減少や指数減少などが考えられるが、本研究では探索序盤での過度な多様化・集中化を防ぐために線形減少のモデルを T^G とした。 T^G は式 (5.2) のように表される。この際、 T^G は正数であるため四捨五入して離散化を行う。

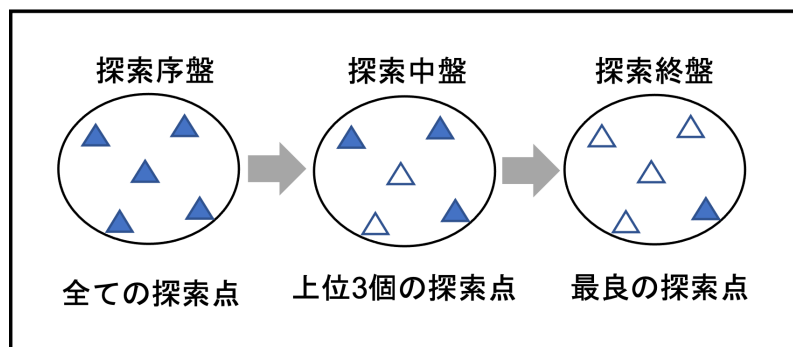


図 5.1: 上位探索点集合のイメージ

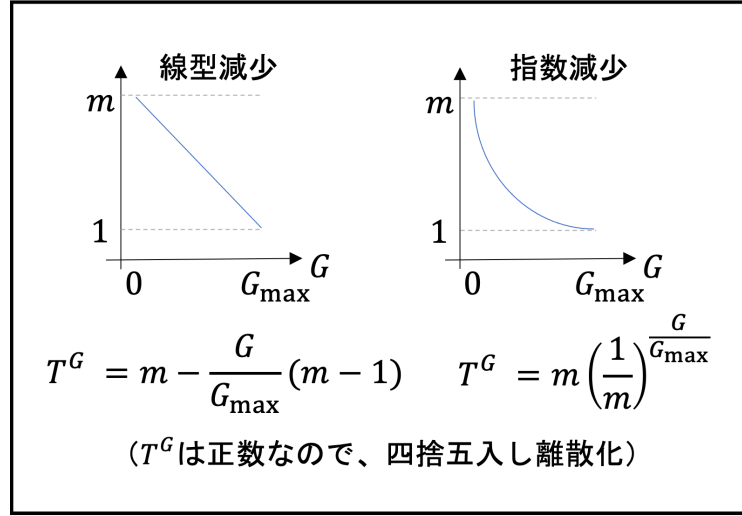


図 5.2: 動的調整のイメージ

$$T^G = m - \frac{G}{G_{\max}}(m-1) \quad (5.2)$$

5.2 提案手法のアルゴリズム

前節での提案手法の指針を踏まえて提案手法のアルゴリズムを以下に示す。

【提案手法のアルゴリズム】

Step 0

個体数 m , 最大世代数 G_{\max} , 膨張率 F , 交叉率 C_R を設定する。

Step 1

初期個体 $\mathbf{x}_i^0 (i = 1, \dots, m)$ を上下限制約を満たすような区間にランダムで生成し, 世代数 $G = 1$ とする。

Step 2

\mathbf{x}_i^G から MCR の適合度に基づき上位探索点集合 H^G を生成する。次に各個体ごとに突然変異ベクトル \mathbf{v}_i^G を生成する。この時, 突然変異は式 (5.1) を用いる。

Step 3

Step2で生成した \mathbf{v}_i^G と \mathbf{x}_i^G とで各個体の要素ごとに交叉を行い試験ベクトル \mathbf{u}_i^G を生成する。この時、交叉は式(3.6)を用いる。

Step 4

Step3で生成した \mathbf{u}_i^G と \mathbf{x}_i^G を合わせた集合からMCRによる適合度に基づき上位 m 個を \mathbf{x}_i^{G+1} とする。MCRの定義は式(3.7)とする。

Step 5

世代数 $G = G_{max}$ なら終了。さもなければ $G := G + 1$ としてStep2へいく。

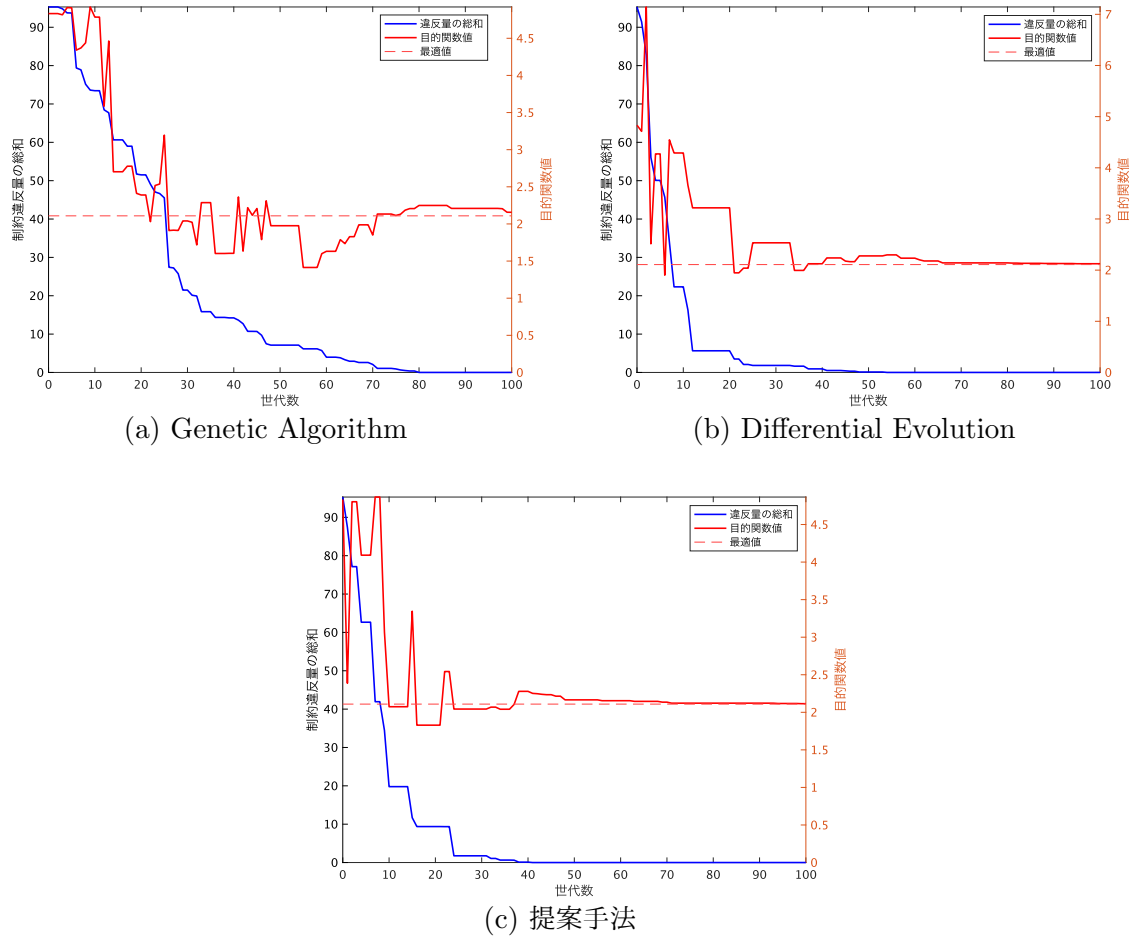
6

数値実験

6.1 提案手法の探索挙動の解析

4章で使用した問題1で提案手法の探索挙動を解析する。4章において2次元ではGA, DE共に最適解が求められていたため次元数 $n = 10$ の場合において実験を行う。以下に実験結果を示す。

図6.1, 6.2から、提案手法では差分ベクトルに制約を考慮し、その候補数を探索過程に応じて減少させていることから、他の2つの手法に比べて早い段階で探索点群の実行可能割合が1になっている。また、制約を考慮して探索を進めるために参照点の個数を絞っているが線形的に調整を行っているので、GAのように序盤に探索点どうしが急接近してしまうことなく、有望な方向に対して探索を進めることができている。これにより、早い段階で実行可能領域を発見することが可能となった。また、実行可能領域発見後の探索終盤にかけては有望な探索点のみを候補とすることで集中化を実現し、最適解の発見をしている。

図 6.1: 最良解の目的関数値と制約違反量の総和の推移 (次元数 $n = 10$)

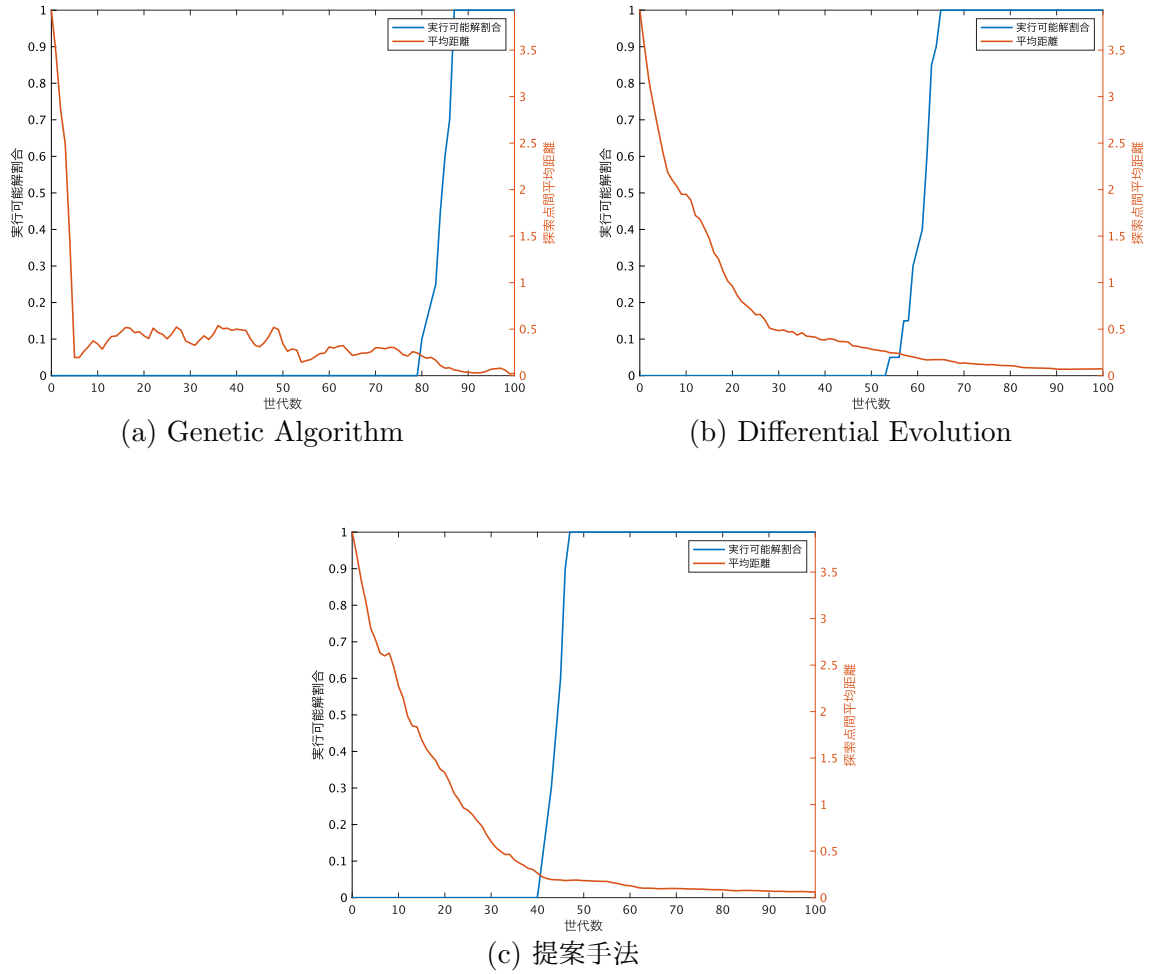


図 6.2: 探索点群に占める実行可能解の割合と探索点間平均距離の推移 (次元数 $n = 10$)

6.2 複数回試行による数値実験

4章で使用した問題1を使用し、複数回の試行での数値実験を行う。共通のパラメータは個体数 $m = 20$, 次元数 $n = 2, 10, 50$, 試行回数 $N_{\max} = 50$, 最大世代数 $G_{\max} = 100$ ($n = 50$ の時のみ $G_{\max} = 500, 1000$ も追加), 交叉率 $C_R = 0.5$ とする。また, 性能評価の指標として最良解の目的関数値と最適解との差の絶対値の試行平均 (MF), 最良解の違反量の総和の試行平均 (MV), 最大世代数を1としたときの最良解が実行可能になった世代数の比

率の試行平均 (MG) を用いる。ただし、MF は最良解が実行可能な場合のみをカウントしており、全ての試行で実行可能解が得られなかった場合は N/A と示す。表 6.1 では提案手法を PM と表記する。

表 6.1 から実行可能解を得られた場合の 4 つの場合では最良解が実行可能解を発見した世代数が提案手法の場合が最も早かった。これは、世代数に応じて調整される制約考慮をした集合から選択をすることで、序盤から全ての点を無作為に探索するのではなく、制約を減少するような有望な領域を探索することでより効率よく探索することができ実行可能領域の発見が早まったと考えられる。また、目的関数値に関しても提案手法が最も最適解に近い値であった。これは、実行可能領域の早期発見の影響と参照点を動的に調整することで、探索終盤に限られた少ない有望な候補のみを用いるため有望な点の周辺を重点的に探索することが可能となり、より最適解に近い目的関数値をとることができたと考えられる。また、実行可能解を得ることができなかった $n = 50$, $G_{\max} = 100$ の場合においても制約違反量の総和は最も小さくなり他の手法よりも効率よく探索を進められている。

表 6.1: 数値実験結果

n	G_{\max}	MF			MV			MG		
		GA	DE	PM	GA	DE	PM	GA	DE	PM
2	100	0.052	0.035	0.032	0	0	0	0.087	0.085	0.082
10	100	0.11	0.024	0.016	0.03	0	0	0.80	0.50	0.46
50	100	N/A	N/A	N/A	365	125	92	1	1	1
	500	0.17	0.11	0.075	0.76	0.45	0.020	0.99	0.81	0.71
	1000	0.087	0.027	0.021	0	0.39	0	0.51	0.41	0.38

7

結論

7.1 まとめ

本論文では無制約最適化手法であるメタヒューリスティクスを制約のある有制約最適化問題に適用するために近傍生成に着目し，探索性能の改善を目指した。近傍生成と有制約最適化にはどのような関係があるか確認するために，メタヒューリスティクスの代表的な手法である Genetic Algorithm と Differential Evolution を用いて解析を行った。解析から有制約において差分ベクトルのような探索点どうしの情報などを用いることが有効であり，効率的な探索を行うためには適切な多様化・集中化を実現することが必要であると考えた。この結果と近傍生成への制約考慮を実現するために Differential Evolution をベースとした参照点の動的調整機能を有する改善手法を提案した。また，数値実験を行いその結果から提案手法が GA と DE に比べて制約を考慮した効率的な多様化・集中化により早期に実行可能解を発見し，その結果として目的関数値に関しても最もよい値をとることを示した。

7.2 今後の課題

本論文では，目的関数・制約共に凸性を有する問題をしようしたが，実際の問題では非凸性の問題も存在する。また，制約数に関しても実際の問題では多制約の問題も想定されるため今後このような条件の問題などに提案手法を適用し，その有用性を検証する必要がある。

ある。そして、本論文では動的調整として線形モデルでの集合の減少を行ったが、他の調整方法を検討することも必要であると考えられる。

謝辞

本論文の作成にあたり，日頃からご指導いただいている安田恵一郎先生をはじめ，研究室の方々には多くのご指導，ご助言を頂きありがとうございました。特に本研究テーマを与えて下さった安田恵一郎先生には多大なるご指導をいただきました。深く感謝申し上げます。

参考文献

- [1] 安田恵一郎：「メタヒューリスティクスの現在と未来」，計測と制御，Vol.47，No.6，pp. 453-458 （2008）
- [2] 安田 恵一郎，相吉英太郎 編著：「メタヒューリスティクスと応用」，電気学会，オーム社（2007）
- [3] J. H. Holland: “Adaptation in Natural and Artificial Systems,” University of Michigan Press (1975)
- [4] K. Deb and R. B. Agrawal: “Simulated Binary Crossover for Continuous Search Space,” Complex Systems, Vol. 9, No. 2, pp. 115-148 (1995)
- [5] K. Deb and M. Goyal: “A Combined Genetic Adaptive Search (GeneAS) for Engineering Design,” Computer Science and Informatics 26(4), pp. 30-45 (1996)
- [6] R. M. Storn and K. V. Price: “Differential Evolution - A Simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces,” Journal of Global Optimization, Vol. 11, No. 4, pp. 341-359 (1997)
- [7] 高濱徹行，阪井節子「 ε 制約遺伝的アルゴリズムによる制約付き最適化」，情報処理学会論文誌，Vol. 47，No. 6，pp. 1861-1871 (2006)
- [8] R. Garcia, B. Lima, A. Lemonge, and B. Jacob: “A Rank-based Constraint Handling Technique for Engineering Design Optimization Problems Solved by Genetic Algorithms,” Computers and Structures 187, pp. 77-87 (2017)

A

本論文で用いたベンチ マーク問題

問題 1

$$\begin{aligned} \min_x \quad & \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i^2 \\ \text{subject to} \quad & \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - 1)^2 - d_1 \leq 0 \left(\frac{1}{4} \leq d_1 \leq 4 \right) \\ & \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - 2)^2 - d_2 \leq 0 \left(\frac{1}{4} \leq d_2 \leq 4 \right) \\ & -5 \leq x_i \leq 5 \quad (i = 1, \dots, n) \end{aligned} \tag{A.1}$$
$$\mathbf{x}^* = (2 - \sqrt{d_2}, \dots, 2 - \sqrt{d_2}), \quad f(\mathbf{x}^*) = (2 - \sqrt{d_2})^2$$

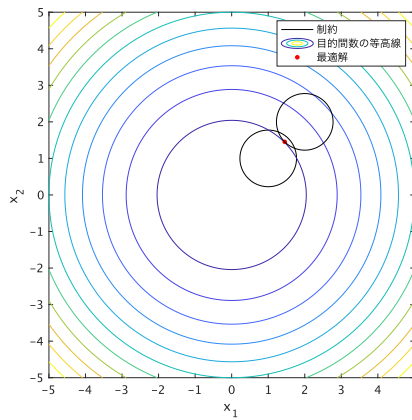


図 A.1: 問題 1 の 2 次元での概形