規制資本評価に対するグラニュラリティ調整

## 概要

* バーゼルⅡ，Ⅲにおける内部格付手法(IRB，internal ratings-based)に基づくValue at Riskでは分散投資により固有リスクは０であるとしている．そのため，エコノミックキャピタル[[1]](#footnote-1)は市場リスクにのみ晒される．
* この論文では
  + グラニュラリティ調整によって固有リスクの効果を近似的に計算する．
  + ポートフォリオに関する不完全な情報の下でGAの上界と下界を導出する．
  + ドイツの信用登録簿から抽出した銀行のポートフォリオを対象にGAの大きさと精度を評価する．

1. **導入**

* 内部格付手法では固有リスクは0であること，市場リスクが単一のリスク源にのみ起因することが仮定されている．したがって，適切な条件を置けば資本コストは解析的に導出される．
* モンテカルロシミュレーションと比較すると透明性や検証可能性等の観点からこのように解析的に導出できるような資本規制が良いとされる．
* 固有リスクが0であるという仮定は一部の大規模な金融機関ならば有用だが，中小規模であれば有用ではない．
* 必要となる資本に対する固有リスクの影響はGAを通して評価できる．
* この論文では銀行やその監督者が適用しやすいようなGAの手法を提案する．
* 銀行が同一の債務者に対して複数のエクスポージャーを持っている場合，GAの計算に必要な数値を計算するためには，これらの複数のエクスポージャーを単一のエクスポージャーに集約することが求められる．
* 多くの金融機関ではこのような集約をすることがGAを計算するうえで最も大きな課題となる．
* エクスポージャーの集約に伴う負担を軽減するために，改訂版GAでは，ポートフォリオ内の最大のエクスポージャーに基づいてGAを算出している．
* このようなオプションを認めるためには，規制当局は，銀行から提供された不完全なデータと整合性のある最大のGAを算出できなければならない．
* したがって，本論文のアプローチは，n個のローンのポートフォリオのうち，m個のエクスポージャーに関する完全なデータと，ポートフォリオの残りの部分に関するサマリーデータの関数として，GAの上限式を算出する．mがnに向かって大きくなるにつれて（つまり，銀行がポートフォリオのより大きなシェアに関するデータを提供するにつれて），上限式は「ポートフォリオ全体」のGAに収束する．
* この方法の利点は，銀行が，高い資本コスト（mが小さい場合）と高いデータ収集労力（mが大きい場合）の間のトレードオフに従ってmを選択することを認められ，それによって導入コストを削減できることです．
* 広く使われているCreditRisk+というポートフォリオの信用リスクのモデルに適用すると，結果として得られるGA式は特に扱いやすいものとなります．
* セクション4では，ドイツのローンのデータセットから抽出した現実的なポートフォリオに対するGAの大きさと精度を評価します．

1. **手法**

* IRBアプローチは，中程度の規模の銀行や異常なポートフォリオの集中にも適用される可能性があるため，固有リスクに対する資本が省略されると，場合によっては重大な資本不足につながる可能性がある．
* この論文で提案するGAは，CP2のオリジナルの提案を修正・拡張したもの．CP2のGAでは，第一段階の計算として，ポートフォリオを類似した特性を持つ同種のポートフォリオにマッピングする．一方で，この論文では異種のポートフォリオを直接計算に用います．
* その結果，アルゴリズムはよりシンプルになり，よりロバストになった．また，本論文の手法は，CP2とBasel II文書の最終版との間の規制資本の定義の変更に適応している．

**2.1 グラニュラリティ調整の一般的な導出**

まずはじめにいくつかの記号を定義する．

|  |  |
| --- | --- |
|  | 市場リスク．１次元であると仮定する． |
|  | ポートフォリオのポジションの数．エクスポージャーの集約を行っていると仮定するため，各ポジションには単一の借り手しかいないと仮定する． |
|  | ポジションのデフォルト時貸出残高．確定的な量であると仮定する． |
|  | ポジションの損失率（デフォルトによる損失/）．確率的な量であるとする． |
|  | ポートフォリオの損失率 |
|  | 確率変数のパーセンタイル． |

は定義より以下の算式で算出できる．

ただし，とする．また，期待損失はの増加関数であるとする．

適切な条件の下ではポジション数が増加するにつれ，以下のようになる．

この差分は固有リスクに起因する．以降では左辺の絶対値の中身についてテーラー展開を行うことで評価する．

|  |  |
| --- | --- |
|  | 確率密度関数がで表される確率変数 |
|  | 確率密度関数がで表される確率変数 |

確率変数をとすると，Ｗの確率密度関数は畳み込みになる．

図形

中程度の精度で自動的に生成された説明

被積分関数をテーラー展開すると以下のようになる．

図形

中程度の精度で自動的に生成された説明

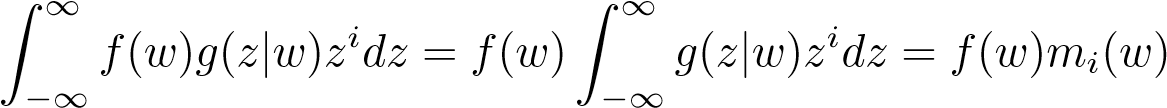
さらにフビニの定理を使うことで以下の式が導出できる．

図形

中程度の精度で自動的に生成された説明

をの番目のモーメントであるとする．

これを用いるとは以下のように書ける．



図形

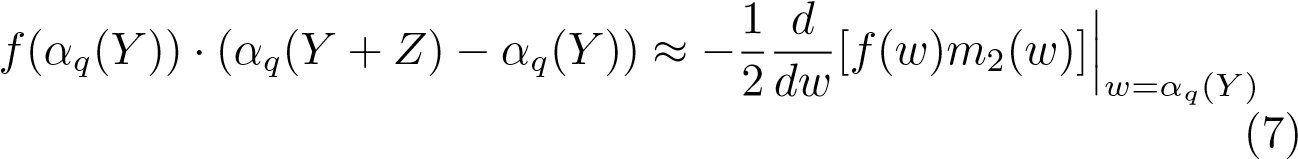
中程度の精度で自動的に生成された説明

次に以下の量を考える．

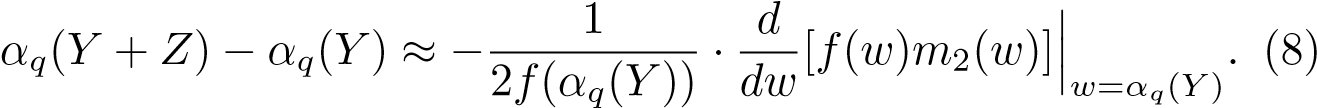
図形

中程度の精度で自動的に生成された説明

をの周りで展開すると以下の近似式が成立する．ただし，とした．



最終的には以下の式が成立．



ここで，具体的に，とする．この時，は狭義の増加関数であるため，で条件を付けることはで条件を付けることと等価である．よって，任意のに対して，

となる．したがって，以下のグラニュラリティ調整の公式が導ける．

図形

中程度の精度で自動的に生成された説明

* 今まで「損失」に関する会計上の定義を課していないため，を時価ベースで測定するか，保険数理ベースで測定するか，また，期待損失を含むか含まないかを選択することができます．
* 後者の点は，CP2とバーゼルIIの最終文書の間で資本の定義が変更されたことを考えると重要となる．CP2では，資本要件はポートフォリオの損失分布の分位点，すなわちVaRに関連付けられていた．バーゼルⅡの最終版およびバーゼルⅢでは，VaR要件は期待損失（EL）と期待外損失（UL）のコンポーネントに分解されている．
* 予期せぬ損失は，単純にVaRとELの差として定義され，最低資本要件の基礎となる．ポジションの数が大きくなるにつれ，以下の極限が成立する．

したがって，μ(αq(X))-E[Ln]がUL体制下での漸近的な資本賦課金となる．

* ULの粒度調整はVaRの粒度調整と同じであるため，規制資本の定義の変更によってGAは変更されないが，後述するように，GAの計算式へのインプットは，ELとULの区別に依存する．
* Value-at-risk は業界の実務では広く使われているが，VaR には理論的および実務的な欠点があることがよく理解されています（例えば，McNeil, Frey, and Embrechts 2005, §6.1 を参照）．
* VaRに代わるものとしては，expected shortfallがよく知られている．付録では，この代替案の粒度調整と，第3節のものに対応する上界および下界を示している
* ．

1. 特に金融機関について、市場リスクや信用リスク、オペレーショナルリスク等、企業経営を行っていく上で生じるリスクをカバーするために必要となるリスク資本の総額．（[参考URL](https://ja.wikipedia.org/wiki/%E3%82%A8%E3%82%B3%E3%83%8E%E3%83%9F%E3%83%83%E3%82%AF%E3%82%AD%E3%83%A3%E3%83%94%E3%82%BF%E3%83%AB)） [↑](#footnote-ref-1)