How to Design Target-Date Funds?

**概要**

|  |
| --- |
| 数年前，確定拠出年金制度における伝統的なバランスファンドを補完するため，ターゲットデートファンドという概念が登場した．この論文の主な目的は、ターゲットデートファンドの枠組みにおけるダイナミック・アロケーションを分析し，理解することである．我々は，リスクの高いポートフォリオの最適なエクスポージャーは時間とともに変化し，市場と投資家の両方のパラメータに非常に敏感であることを示す．そして、資産運用業界がターゲットデートファンドをより良く設計するための実践的なガイドラインを導き出す。 |

1. **導入**

伝統的な投資理論として以下の内容が挙げられる．

|  |  |
| --- | --- |
| 提唱者 | 内容 |
| Markowitz | 効率的フロンティア |
| Tobin | 無リスク資産存在下の効率的フロンティア |
| Sharpe | 分離定理 |

以下の図は，これらの内容を図で示したものである．左の図は債券と株式の効率的フロンティアを表し，シャープレシオが最大となる債券・株式のポートフォリオと無リスク資産を組み合わせることで，資本市場線が得られる．右図については異なるリスク回避度をもつ投資家に対する最適なポートフォリオを表す．

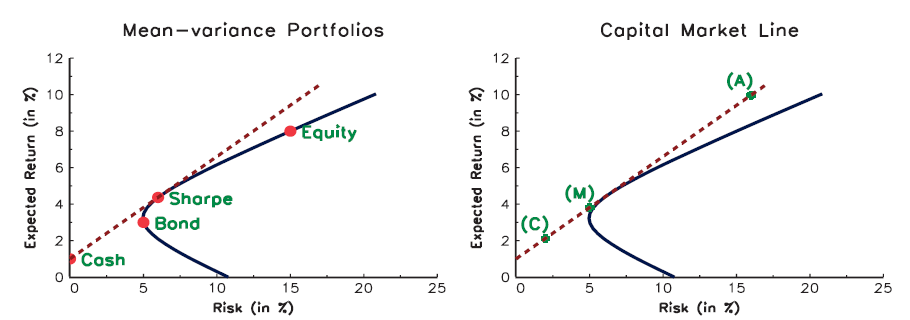


図 1　伝統的な投資理論に基づく最適なポートフォリオ

しかしながら，一般的な投資助言においてはリスク資産の構成が一意的ではなく，分離定理とは矛盾している．これは資産配分パズル（asset allocation puzzle）と呼ばれる．図 2では例として２つ挙げている．

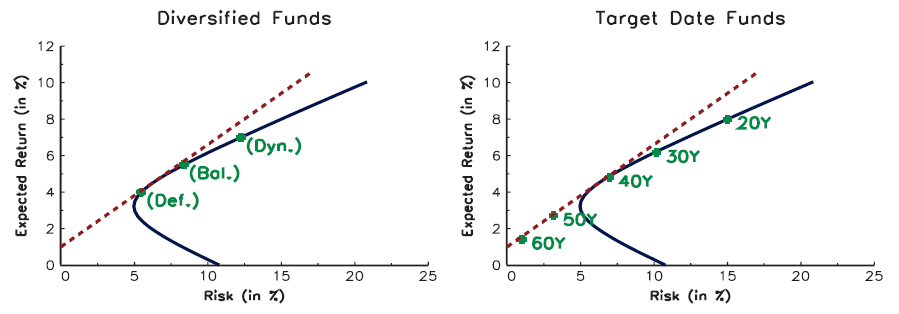


図 2 資産配分パズル

図 2左図は資産運用会社が設計した典型的な分散型ファンドのアロケーションを示す．Defensive，Balance，Dynamicの３種類が存在するが，これらの違いは，債券と株式の割合に依存する．図 2右図はライフサイクルファンド[[1]](#footnote-1)やターゲットデイトファンドに関するものである．ターゲットデイトファンドではアセットミックスの方針が投資家の退職までの時間に依存する．図 2右図では若いうちは主に株式に投資し，退職が近づくにつれて債券（または現金）に比重を移行することを示している．ターゲットデイトファンドが資産配分を変える速さをグライドパスという．

ターゲットデイトファンドは21世紀初頭から人気を集めている．理由としては以下の２点である．

* 確定給付型（DB）から確定拠出型（DC）への移行
* 規制改革と税制上の優遇措置[[2]](#footnote-2)

ターゲットデイトファンドはDBの中で急速に定着しつつある．これを表す事実として以下の点が挙げられる．

* 過去半年の間に，ターゲットデイトファンドの資産は2005年末の710億ドルから2011年末の約3780億ドルへと5倍以上に増加した．
* バンガード社の最新の調査では，82%の退職年金プランがターゲットデイトファンドを提供しており，参加者の25%がこのファンドにのみ投資している．
* Casey Quirkによると2020年末までにターゲットデイトファンドが確定拠出年金資産の半分以上を消費すると予測している．
* モーニングスターのレポートによると

DCにおける資産配分は加入者の年齢によって異なる．ICIとEmployee Benefit Research Instituteの調査によると2010年末時点において以下の特徴がある．

* 20代の加入者は，資産の44%を株式ファンドと自社株，27%をターゲットデイトファンド，10%をノンターゲットデイトバランスファンドに投資していた．
* 60代の加入者は，資産の41%を株式ファンドと自社株，9%をターゲットデイトファンドと7%をノンターゲットデイトバランスファンドに投資していた．また，401(k)資産の49%を株式で運用していた．

上記の事実は若年層にとってターゲットデイトファンドが魅力的であることを示している．

ターゲットデイトファンドの大きな課題の一つはグライドパスの設計である．例としてFidelity ClearPathRを考える（図 3）．このグライドパスはFidelity 社の Web サイトにあるシミュレーション・ツールを使って，40 年後にリタイアするカナダの個人を対象にしたダイナミック・アロケーションを報告したものである．特徴としては以下の点が挙げられる．

* 株式のウェイトが2015年時点では80%であるが，50年後には31%まで低下．
* 債券は25年間で徐々に増加し，その後30%程度で安定している．

ターゲットデイトファンドは同様の特徴を持つものの，ターゲットデイトファンド間の差は大きくなる場合がある．例えば，Morningstar(2012)によると目標年次によって株式にウェイトが以下のように変化する．

|  |  |
| --- | --- |
| 目標年次 | 株式のウェイト |
| 2015年 | 20%～78% |
| 2025年 | 38%～86% |
| 2055年 | 85%～100% |

グラフ, ダイアグラム

自動的に生成された説明

図 3　グライドパスの例

グライドパスにおける資産配分にはよく知られた説明があるが，そのほとんどが経済的な意味をなさない．したがって，学術的な研究がこの資産配分を理解するのに役立つと思われる．例として以下の研究が挙げられる．

|  |  |
| --- | --- |
| Munk et al.(2004) | 株式リターンの平均回帰性とインフレリスクの不確実性を考慮．1951年～2003年までの米国のデータを用いてカリブレーションした結果，「長期投資家は株式をより多く保有する」という一般的な投資助言と同様の結果を得ている． |
| Basu and Drew(2009) | 退職前の後期における最適配分 |
| Henderson(2005) | 株式と債券の相関がヘッジ需要に与える影響 |
| Bodie et al(1992) | 労働供給の柔軟性 |
| Cocco and Gomez(2012) | 長寿リスク |
| Martellini and Milhau(2010) | 不動産の効果 |
| Larsen and Munk(2012) | リターン予測性 |

本論文ではターゲットデイトファンドへの確率的・恒久的な拠出を考える．その結果として得られるグライドパスが投資業界で使われている多くのグライドパスと類似していることを示す．本論文の構成は以下の通りである．

|  |  |
| --- | --- |
| 第2節 | Mertonのモデルに基づくフレームワーク |
| 第3節 | リスク資産に対する投資比率とグライドパスの定義 |
| 第4節 | ターゲットデイトファンドの設計方法 |
| 第5節 | まとめ |

1. **理論モデル**

本節ではMerton(1971)の異時点間モデルにおいて，確率的な拠出額を導入したモデルを考える．この点は投資信託とターゲットデイトファンドの設計における大きな違いである．

* 1. 投資信託では個人は初期投資を行い，ある時点での資産価値が最大になることを目指す．なお，一般に投資の期間は3年または5年である．
  2. ターゲットデイトファンドでは個人は初期投資を行い，その後も拠出し続ける．投資の目的は退職後に受け取る年金を最大化することである．なお，一般に投資期間は40年程度である．

一般に退職年金のモデルにおいては拠出額よりも労働収入を状態変数とすることが好ましい．拠出額の大部分は労働収入の貯蓄額からもたらされるため，両者を以下のように関連付けることが出来る．

ここで，は個人の貯蓄率である．しかしこの方法では遺産や相続，雇用主の資金拠出制度からもたらされる可能性を無視している．したがって，労働所得ではなく拠出額を外生的な状態変数とすることが望ましい．

* 1. **モデルの枠組み**

本節では，今後の解析に必要な前提や表記について記載する．

本論文で検討するターゲットデイトファンドでは以下の点を仮定する．

* 1. ターゲットデイトファンドは１人の投資家のみが保有する．
  2. リスク資産とゼロクーポン債に投資する．

次に初めにいくつかの表記を定義する．

|  |  |
| --- | --- |
|  | ：ターゲットデイトファンドの満期 |
|  | ：時刻におけるターゲットデイトファンドの価値 |
|  | ：リスクポートフォリオの価値 |
|  | ：時刻における満期の割引債の価格 |
|  | ：ファンドに占めるリスクポートフォリオのウェイト |
|  | ：ファンドへの拠出額 |

ターゲットデイトファンドの価値が満たす確率微分方程式は以下の通りである．

については以下のように書けると仮定する．

は代表的な加入者の平均的な拠出額，は拠出額の不確実性を表すランダムな因子である．，と合わせ，以下の確率微分方程式を仮定する．

ここで，とし，以下の式を仮定する．

* 1. **最適解**

投資家の効用関数をとして，最適な投資比率は以下のように表される．

ここで，について閉じた形式で解を得ることが出来ないため，確率的最適制御を行う．

以下では満期の割引債を基準材とする．自己資金調達条件は基準材の変更に対して不変であるため，以下の式が得られる．

付録A.1より，とについて次の式が得られる．

ただし，

である．なお，，の相関は以下の通りである．

最適なは

として，以下の式で与えられる（付録2参照）

* 1. **いくつかの例**

投資家の拠出額が0であった場合，最適解は以下のようになる．

さらに金利が一定で，パラメータ，が時刻に依存しないとすると

となって，Mertonの結果と一致する（Merton(1969)）．投資家の効用としてCRRA型，を用いれば最適な投資比率は

となり，時刻におけるファンドの価格と時刻に依存しない投資比率になる．

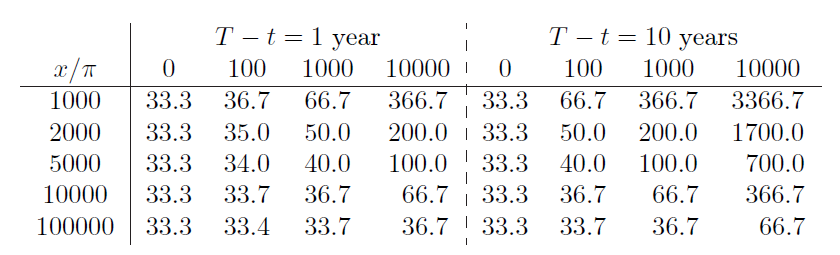
仮に（すなわち，将来の投資家の掛け金が確定的）であり，金利が0であるとすると，Mertonの結果は以下のようになる．

1. **理論モデル**

本節では複数の設定の下で最適投資比率の動きについて確認する．まずは一定の掛け金の影響について確認する．次にグライドパスを定義し，最適投資比率の関係を確認する．最後にパラメータのグライドパスに対する影響を確認する．

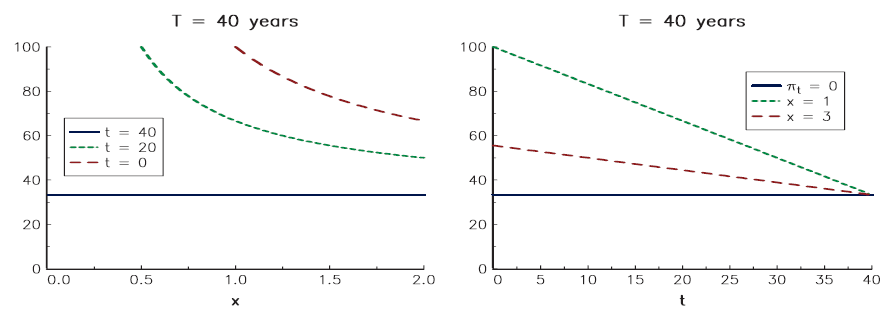
* 1. **いくつかの例**

最適投資比率は期待リターンとリスク回避度の増加関数であり，ボラティリティの減少関数である．と の差は掛け金と投資家の富に依存する．以下の表では，時間に依存しない掛け金と富を変動させた際に，最適投資比率がどのように変動するか確認できる．なお，この表では，，，とする．



この表より投資家の行動として以下の点があることがわかる．

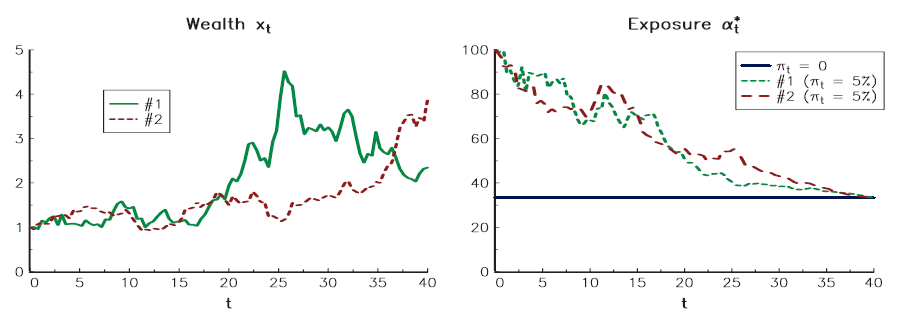
* 1. 将来の掛け金の合計がの増加関数であるため投資比率はの増加関数となる．これは退職までの時間が長い若い労働者の方が投資比率が大きくなることを意味する．
  2. 初期富に比して将来の掛け金合計が大きい場合に投資比率は大きくなる．逆に初期富に比して将来の掛け金合計が小さい場合に投資比率は小さくなる．これは初期富が大きいほど，リスクを避ける傾向があることを意味する．



なお，最適投資比率は将来の掛け金の合計と富の比で決まるため，とに同じ値をかけても最適投資比率の値は変わらない．したがって，と標準化することが出来る．

* 1. **グライドパスの定義**

ターゲットデイトファンドのグライドパスは一般にで定義される．このように定義すると以下の図のように一つのパスではなく，複数のパスが定義される．



したがって，以下のように定義するのが適切である．

金利が0で掛け金が線形である場合，付録A.4よりの近似式として以下の式が得られる．

ただし，は以下のように定義される．

図 4ではグライドパスをモンテカルロ法で計算した場合と上述の近似式で計算した場合のグライドパスを記載している[[3]](#footnote-3)．

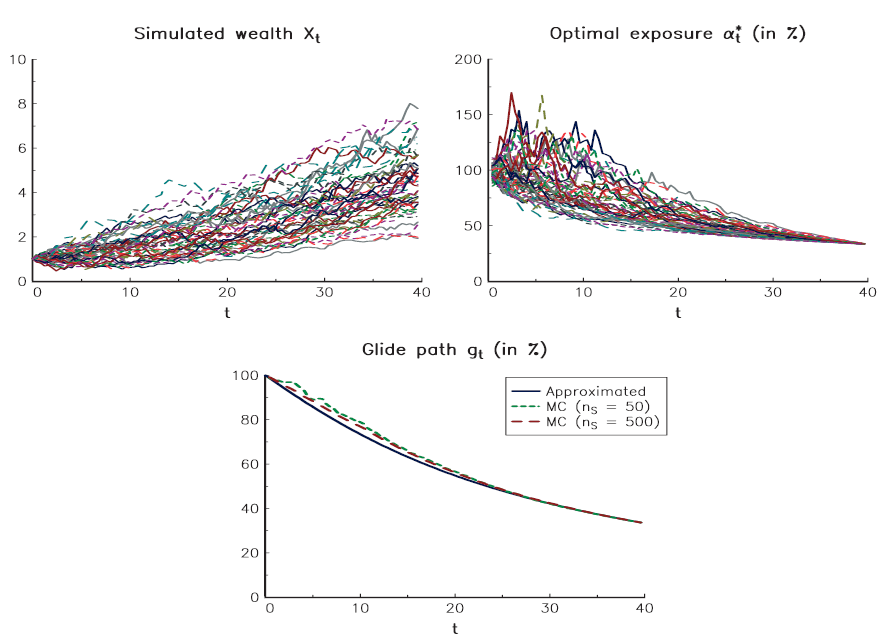


図 4　グライドパスのシミュレーション結果

グライドパスは将来の掛け金に依存する．図 5では２パターンの掛け金に対応したグライドパスを記載している．左側のグライドパスについては０年～10年まで掛け金を支払わないため，グライドパスもこの間は殆ど一定になっている．また，右側のように掛け金が単調増加ではない場合についてはグライドパスはより複雑になる．なお，この場合，リスク資産への投資比率は100％以上となり，初期時点でレバレッジをしている．

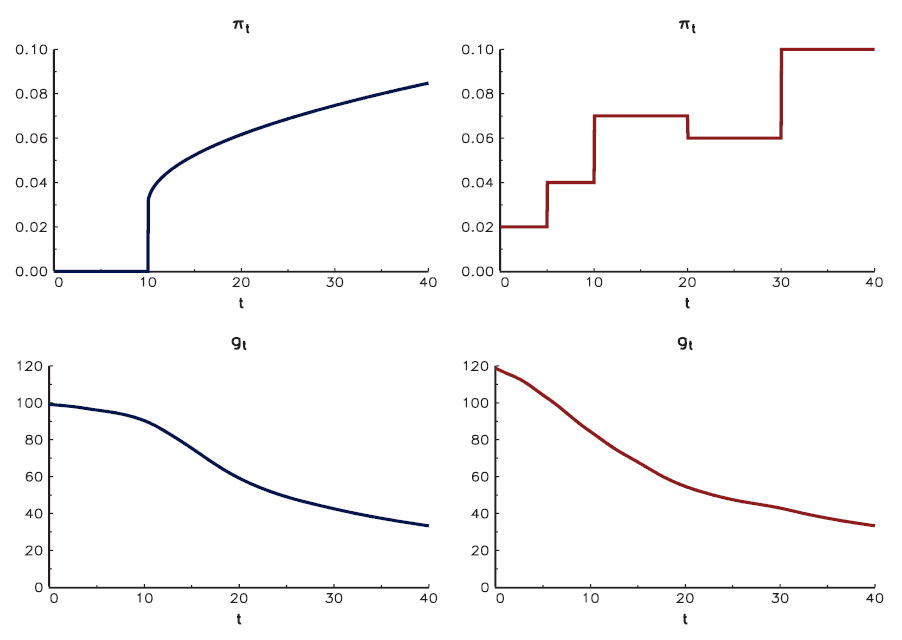


図 5　掛け金とそれに対応するグライドパス

* 1. **不確実性の導入**

本節では以下の数値を前提として計算を行う．

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  | 3% |  | 3% |
|  | 15% |  | 1% |
|  | 0 |  | 0 |

また，全ての相関を0とし，効用関数としてのCRRA型効用関数を用いる．

掛け金の推計をINSEEよる調査をもとに推計し，図 6の結果を得た．まず左上のグラフはを表し，右上のグラフはひと月の掛け金額を表す．ひと月の掛け金は平均して約1650ドルであり，最大値は1900ドル，最小値は880ドルである．左下のグラフはの確率密度を表し，時刻とともに不確実性が増すため，の分散も増加している．最後に右下のグラフはの分位点のグラフを表す．

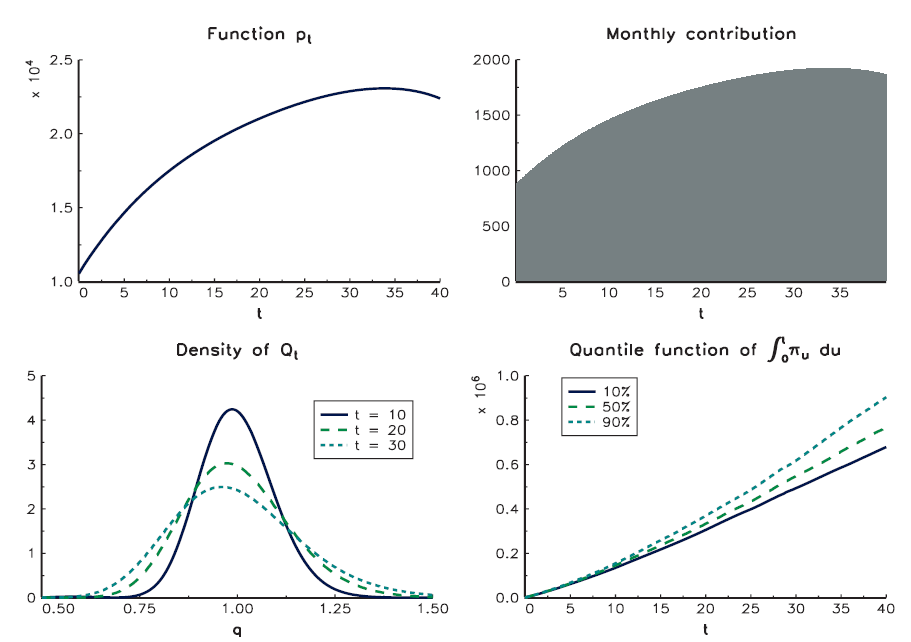


図 6　掛け金及び関数のグラフ

最適投資比率は時刻，富，経済的な不確実性の3つの状態変数に依存するため複雑になる．したがって次のグライドパスを計算することが望ましい．

説明のため，本節では，とする．

以上の設定の下で図 7における右上のグライドパスが得られる．典型的なグライドパスと似た特徴を持つことがわかる．ただし，今回の試算の場合，初期富が10000USDなのに対し，将来の平均的な掛け金合計が800000USDと比較的大きい．そのため初期富が例えば500000USDとなり，将来の平均的な掛け金合計と近い値になればグライドパスの様相も異なることに注意が必要である．

右上のグラフではを変動させたときにグライドパスがどのように変動するかを表している．不確実性が大きいほうがリスク資産への投資比率は小さくなることがわかる．

下段のグラフは，の影響を表しているが，より正確にはシャープレシオが重要である（Merton(1969)）．

グラフィカル ユーザー インターフェイス, グラフ, ヒストグラム

自動的に生成された説明

図 7　パラメータの影響

* 1. **確率的な金利の導入**

前節では割引債のボラティリティは0としていたが，金利を確率的に扱うことを踏まえると0ではない値にする必要がある．本節ではHo and Lee(1995)で用いられている，以下の値を使用する．

金利を確率的に扱うことで，最適投資比率は低下する．を0より大きな値にすることで次の効果が得られるためである．

* 1. のボラティリティの増加
  2. のボラティリティの増加
  3. とに正の相関
  4. **相関の影響**

本節ではパラメータを常に0.1%とする．との相関係数ととの相関係数について図 8より，が正，またはが負であれば投資比率が低下する．

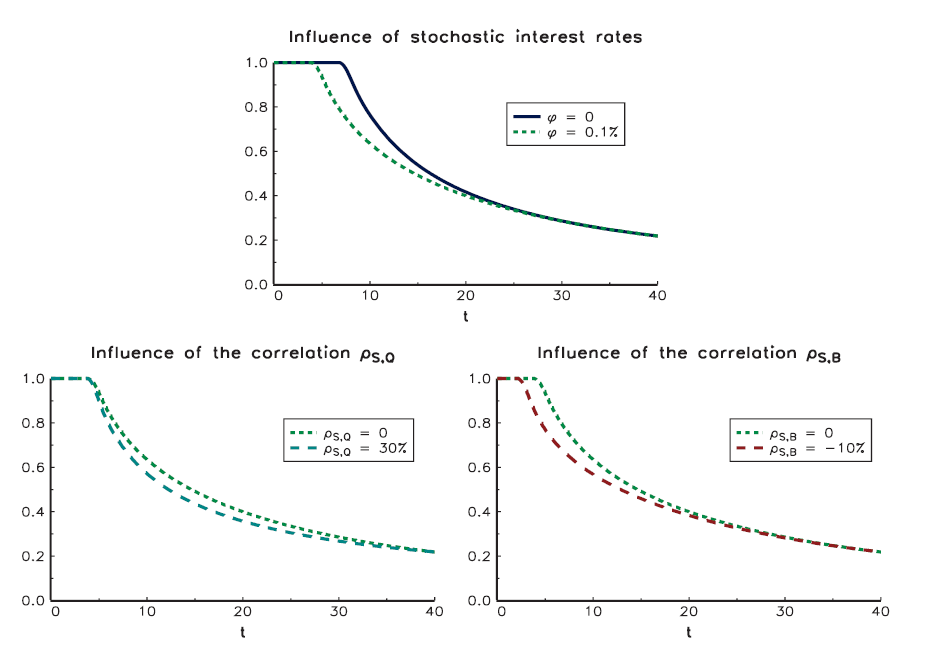
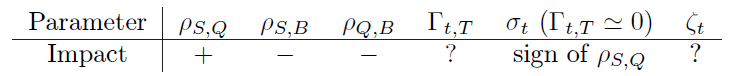


図 8　相関係数の影響

相関係数が正であると仮定する理由として，以下の点が挙げられる．一般に株式市場が好調な場合，投資家は株式市場へ参入しやすくなるため，掛け金を増加させる．また，

相関係数は時間によって変動するものの，長い目で見れば一般には正になる．しかしながら「質への逃避」や低インフレの時期では負になり，過去15年がこのような状況であったため，この相関係数の値が負であると仮定した．

実際はやの影響は，，のボラティリティに依存するためより複雑である．付録A.5ではより詳細な分析を行っているが，単体で動かした場合の効果は以下のようになる．



が1に近い場合，リスク資産への投資比率は0に近づく傾向にある．

1. **ターゲットデイトファンドのパターン**

この節ではターゲットデイトファンドを特徴づける４つのパターンを示す．この４つの特徴は次の通りである．まず初めに，投資家の個人的なプロファイルに非常に敏感であることである．第二に，ターゲットデイトファンドが示すものは逆張りアロケーション戦略であることである．第三にリスクバジェットのコントロールが必要である．最後に戦術的なアセットアロケーションを考慮する必要がある．

* 1. **投資家のプロファイル**

モデルのパラメータは2種類に分けることが出来る．

1. 金融資産に関連するパラメータ
2. その他，投資家個人に関係するパラメータ

①についてはリスク資産の期待リターンやボラティリティが挙げられるが，これらはファンドマネージャによってある意味外生的に決められる．実際，ファンドマネージャーは短期的・長期的な見通しを基にファンドのアロケーションを変化させる．②については投資家の退職日やリスク回避度，富等が挙げられる．

ターゲットデイトファンドは退職日を目標として作られてきた．例えばフィデリティはFidelity ClearPath®と呼ばれる9つのターゲットデイトファンドを運用している．これらのファンドは2005年から2045年までの５年刻みの時点を退職時点としたターゲットファンドである．したがって例えばFidelity ClearPath® Retirement Portfolio 2045は2045年付近で退職する投資家を対象としたファンドである．

もう一つの重要なパラメータとしては将来の掛け金合計と現在の富の比(将来の掛け金合計/現在の富)である．3.3節では現在の富が10000USDで将来の掛け金合計が800000 USDであるため，80倍と高い値になっている．もしこの比率が小さい場合，グライドパスの様相は異なったものとなる．例として1.6の場合のグライドパスを図 9に記載している．1.6の場合はリスク資産への投資比率が低下することがわかるが，将来の掛け金合計が現在の富と比較して低いのであれば投資家はよりリスク資産へ投資すると思われるため直感とは一致しない．しかし，この結果はリスク回避度が低い投資家を想定しているためであるとも解釈できる．

なお，リスク回避度についてはターゲットデイトファンドの設計に使われることはあまりない．

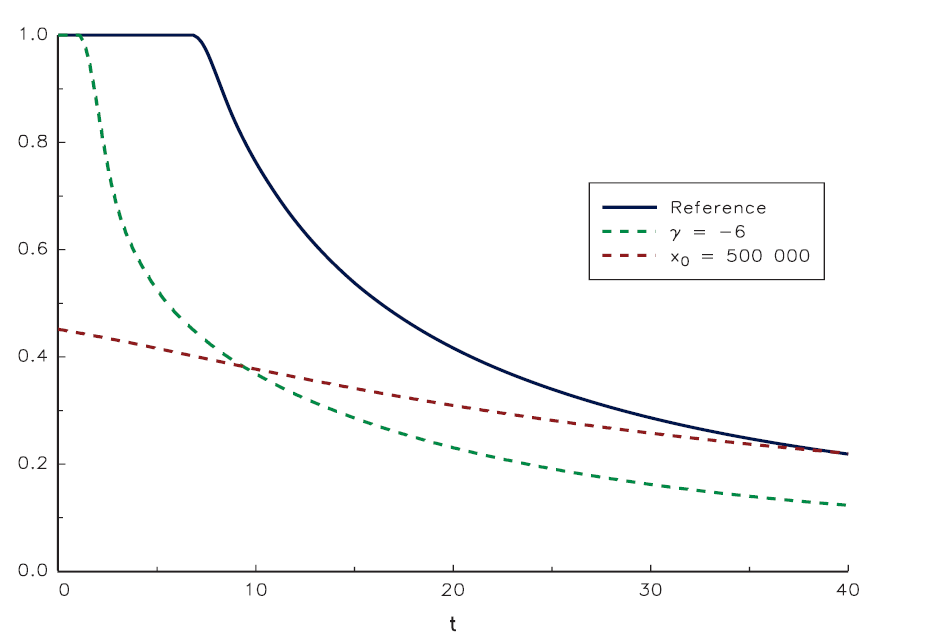
****

図 9　富の比及びリスク回避度の影響

* 1. **ターゲットデイトファンドの逆張り的な性質**

確定的な理論を考える場合，の時に

が成立する．これはリスク性資産が上昇したときに投資比率を低下させ，リスク性資産が下落したときに投資比率を上昇させる戦略を意味する．

仮にリスク資産のパフォーマンスが平均的なパスよりも良い場合，投資家の富はその期待値よりも大きくなる．この時，上述の性質により最適投資比率はグライドパスよりも小さくなる．

図 10にはグライドパスに対応したアセットアロケーションで運用した場合の満期におけるファンドの価値と，最適投資比率で投資した場合の満期におけるファンドの価値をプロットしたグラフを記載している．ファンドの価値が大きければ，よりもの方が大きくなっているが，ファンドの価値が小さければその差が小さいことがわかる．

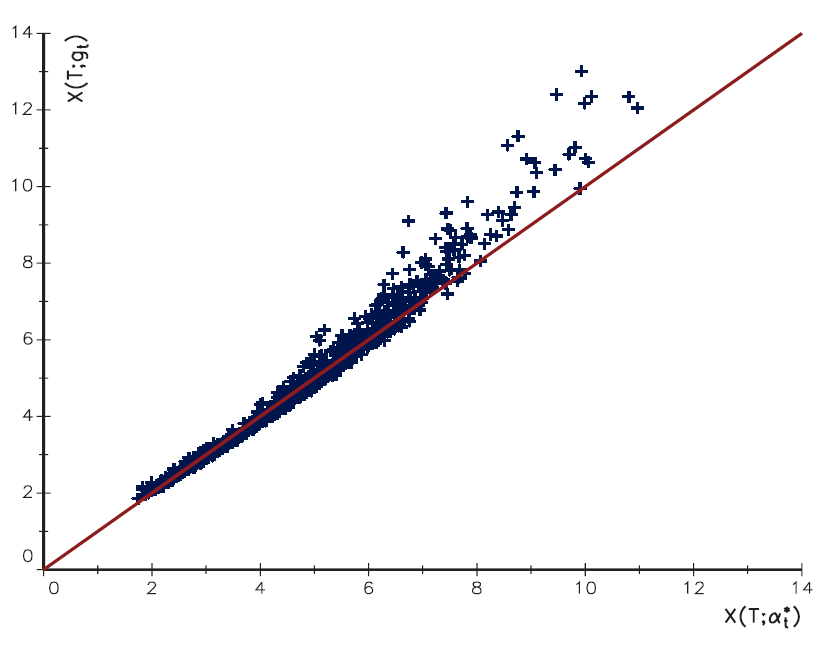


図 10　ファンド価値の関係

この事実が得られるのはリスク資産が幾何ブラウン運動であると仮定したためである．もしリスク資産が平均回帰的である場合，グライドパスは最適投資比率よりも小さくなると考えられる．この理由はリスク資産への投資比率を市場が好調な時に上昇させ，市場が低調な時に低下させるためである．最適投資比率の場合はその逆である．

本節の最初の式は掛け金が確率的での時に妥当である．

* 1. **リスクバジェットの管理**

マートンのモデルでは，ボラティリティは一定なので，以下の式が成立する．

一方，ターゲットデイトファンドでは

である．初期時点で観測した無条件期待値

となるが，これはとは異なる．しかしながら，最適投資比率がグライドパスに一致するときに２者は一致する．

したがって，ターゲットデイトファンドにおいて，グライドパスを用いることはボラティリティを初期時点で観測した値を目標にする事と同じである．図 11では確定的なモデルにおけるこの性質を説明している．

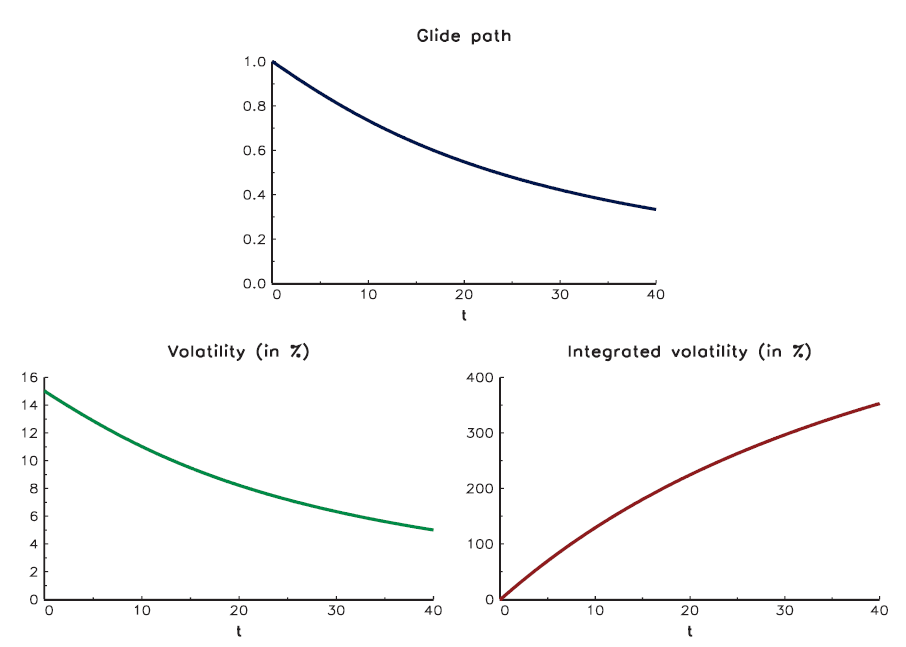


図 11 ボラティリティ及びその累積値のグラフ

* 1. **戦略的アセットアロケーションの重要性**

前節ではリスク資産のリスクプレミアムとボラティリティが一定であると仮定した．しかし，現実には株式市場のボラティリティはいくつかのレジームがあることや平均回帰過程があること等が主張され，このような仮定は現実的ではない．実際，Lucas(2018)によって，リスクプレミアムが時間で変動することが示されている．特に，生産がある周期を示すことから，投資家の消費行動との共分散効果が観察される(Darolles et al., 2010)．

例えばリスク資産の期待リターンを以下の式で定義する．この式より，期待リターンは2%～4%の間を7年周期で変動する．

図 12はこの期待リターンに対応するグライドパスを記載している．このグライドパスはおよその上限と下限に対応するグライドパスの間に位置している．ファイナンスにおいては一般にパフォーマンスとリスクは負の相関を持つ．したがって期待リターンが低下すると，最適投資比率が低下し，ボラティリティが上昇するため，グライドパスの変動が増幅される．アセットクラスの短期的な挙動を考慮することもグライドパスを最適化するためには必要になる．パフォーマンスとリスクの観点だけでは不十分でああり，したがって戦略的アセットアロケーションによって補完する必要がある．

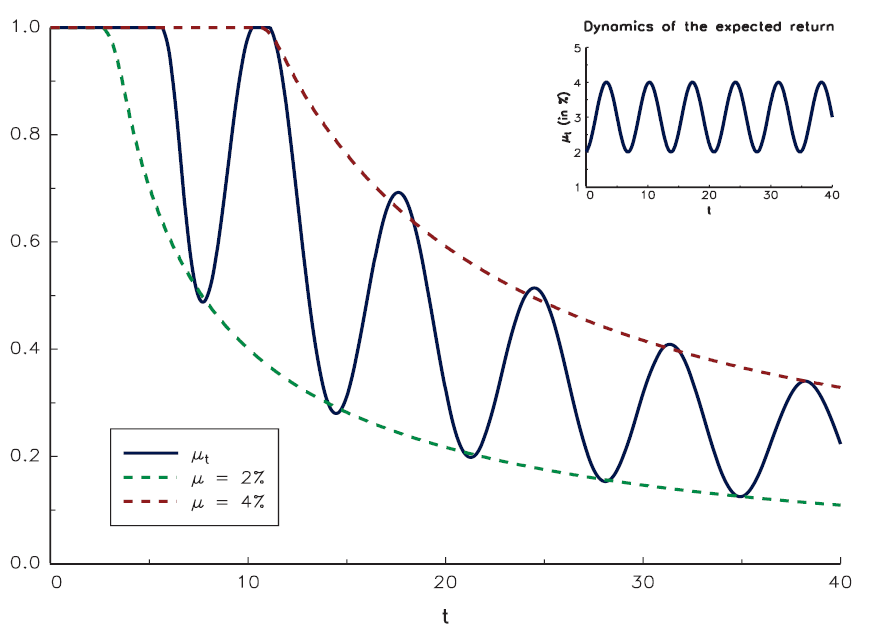


図 12　期待リターンが三角関数で表される場合のグライドパス

* 1. **実務上のターゲットデイトファンド**

本論文で記載しているモデルを含め，たいていの学術的なモデルでは効用関数を用いて投資家の選考が決められる．しかしながら，効用関数は直接観測できない．資産運用会社が提供するようなバランスファンドはリスクに対する特定の態度に対応する．このようなファンドでは投資比率からリスク回避度が計算されるため，個々人のリスク回避度に対応したファンドは得られず，不満につながる．

別の方法として，リスク回避度を使用するのではなく，リスクの累積値を導入する．この累積値は満期における富の標準偏差と関係している．したがってリスクに対する態度は満期における富の信頼区間で表される．標準偏差は以下の式で表される．

したがって，以下のようにする事で別の定式化ができる．

仮に，のシャープレシオが一定で，金利が確定的な場合は最適投資比率は以下の式で与えられる．

としたとき以下の算式でグライドパスが計算できる．

3.3節の例を用いて，上述のグライドパスについて考える．この時，，，である．図 13の上段には異なるに対するグライドパスを記載している．左下のグラフでは累積の掛け金の大きさの影響を表している．右下のグラフではリスク資産のパラメータの影響を表す．4.4節以前のモデルではの増加はの減少と等価であったが，本節のモデルではそうではない．

本節のモデルはMertonのアプローチに基づく理論よりも扱いやすいにもかかわらず，効用関数を用いたフレームワークと近い結果が得られる．さらに，抽象的なリスク回避度に頼るのではなく，投資家のリスク予算であるを用いている．

グラフィカル ユーザー インターフェイス, ヒストグラム

自動的に生成された説明

図 13　シミュレーション結果

1. 一般にライフサイクルファンドとは加入者の年齢などに応じてファンドのリスク量を調整するものを指している。そのリスク量の調整方法によって、さらにターゲットリスクファンドとターゲットイヤーファンドの二種類があると言われている。

   <https://www.nli-research.co.jp/report/detail/id=53684?site=nli> [↑](#footnote-ref-1)
2. 例えば米国では2006年に年金保護法が施行され，年金積立不足の企業が年金給付保証公社に高い保険料を支払うことが要求されている． [↑](#footnote-ref-2)
3. 両者の差はイェンセンの不等式において曲率を無視する事に起因する． [↑](#footnote-ref-3)