|  |
| --- |
| **問題設定（テキスト2.3節）**  為替レートをニューメレールとすることはできるか |

1. ニューメレールは定義上、取引資産である。
2. 取引資産かどうかの基準は取引可能な資産をニューメレールとした測度の下でその資産の割引過程がマルチンゲールかどうか。
3. 為替レートは取引可能であるマネーマーケットアカウントをニューメレールとした測度の下でその割引過程がマルチンゲールではない。

# について

* ある資産が取引資産かどうかという事を数学的に定義はできないが、現実と照らし合わせて何が取引可能で何が取引可能でないかという事に関しては合意できる場合が多い。
* ひとたび何が取引可能であるかが決まればその他の資産が取引可能かどうかは取引資産の同値マルチンゲール測度の下でその資産の割引過程がマルチンゲールであるかどうかで判断される。
* とを取引資産、ををニューメレールとする同値マルチンゲール測度であるとする。この時はの下でマルチンゲールである。

ある過程に対してをマルチンゲールであるとすると、マルチンゲール表現定理によって以下の等式を満たす可予測過程が存在する。

ここで、以下の戦略を考える。

* + を単位ロング
  + を単位ロング

この戦略はself-financingな戦略となり、戦略の価値はに等しくなる。そのため、及びその変動を取引資産である、及びその変動、で表現することができるため、も取引資産であるというのは理にかなっている。

* ある過程に対してをマルチンゲールでないとする。この時、新たな過程

を考える。であるが、がマルチンゲールでないためにである。仮にが取引可能であるとすると、裁定取引が可能になる。したがってを取引資産と呼ぶのはふさわしくない。

# ③について

例として、ドルのマネーマーケットアカウントをニューメレールとするとテキストp119の(8)式より、

であるため、の割引過程について以下の式が成立し、割引過程がマルチンゲールでないことがわかる。

よっては取引資産ではなく、ニューメレールにはならない。