シナリオの生成

1. 本資料の概要

ESG\_MAINツールでは各通貨のイールドカーブ及び各資産の相関係数、モデルパラメータの推定結果よりCEシナリオと5000本シナリオを生成できる。本資料ではこのシナリオ生成過程について説明する。

1. EAG\_MAINツール
   1. インプット及びアウトプット

インプット

* 評価日
* アウトプットに関する設定
* CEシナリオファイル名
* 確率的シナリオ作成時の設定
* JGB、JPY、USD、EUR、AUDのイールドカーブ
* 相関係数行列
* 各資産のモデルパラメータ
* BC GABI、WGBIに用いるデュレーション、アローケーション

アウトプット

* CEシナリオ（JPY（DL用）、JPY（DFL用）、USD、EUR、AUD、NZD）
* 5000本シナリオ（JPY（DL用）、JPY（DFL用）、USD、EUR、AUD、NZD）
* モンテカルロ価格（以下の8種類）

表 1 計算するモンテカルロ価格

|  |
| --- |
| 表の挿入 |

* 平均割引現 価係数、スポットレート、無裁定のテスト結果
* 確率論的シナリオから計算された相関係数行列（時点30年）
  1. CEシナリオ

CEシナリオは利回り、パーイールド、割引債価格、外国為替変化率について1カ月刻みの値を算出する。算出手順は以下の通りである。

1. イールドカーブの補間
2. 割引関数の計算
3. シナリオ（利回り、パーイールド、割引債券価格、外国為替変化率）の作成

イールドカーブの補間（①）はイールドカーブ調整補外ツールで得られたJGB及び各通貨（JPY、USD、EUR、AUD、NZD）のイールド（0年から100年までの年刻み）について3次スプライン補間を行う。ただし、日本円についてはJGBまたはJPYスワップのどちらをリスクフリーレートとして選択する事ができ、選択した方を補間する。

割引関数の計算（②）は各通貨について以下の算式で計算する。

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.1) |

ここでは①で補間されたイールドである。ただし,がJPYの場合はJGBもしくはJPYスワップのイールドを選択できる。

以降では、シナリオの作成（③）の説明をする。CEシナリオに含まれるシナリオの算出方法は以下の通りである。

* 時刻の利回り

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.2) |

* 時刻の年パーイールド

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.3) |

* 時刻の年割引債券価格

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.4) |

* JPY/通貨の外国為替変化率

|  |  |
| --- | --- |
|  | (1.5) |

JPYのDL用CEシナリオには利回り、パーイールド、外国為替の変化率が含まれる。その他のシナリオ（JPY（DFL用）、USD、EUR、AUD、NZD）には上記のすべてのシナリオが含まれる。



図 1　CEシナリオの一例

* 1. 5000本シナリオ

5000本シナリオ作成における一連の計算は以下の4工程である。

1. 乱数の生成
2. 各種資産のシナリオ作成
   1. 確定利付資産
   2. 外国為替、外国通貨ベースの割引率
   3. 株式、リスク性資産
   4. 外国債券・外国株式インデックス
3. 無裁定テスト・相関係数の計算
4. オプションのモンテカルロ価格の計算
   * 1. 乱数の計算

ESGでは、20個のウィーナー過程とその分散共分散行列を使う事で相関のある乱数を生成する。使用するウィーナー過程は以下のとおりである。

表 2　ESGで使用するウィーナー過程

|  |
| --- |
| ウィーナー仮定の表 |

以下ではを状態過程と呼び、以下の式で定義する。

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.1) |

なお、及びは以下の式で定義する。

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.1) |

各過程の共分散はWTWから提供される相関行列を用いてされる。表 3に2020年3月末の相関行列を記載する。

表 3　相関行列（2020年3月末）

|  |
| --- |
| 相関行列の例 |

分散共分散行列は(1)状態過程以外の過程同士の共分散、(2)状態過程以外の過程と状態過程の共分散、(3)状態過程と状態過程以外の過程の共分散、(4)状態過程同士の共分散の4つの部分に分かれ、各(1)～(4)の算式は次のとおりである。なお、算式に現れる記号の定義は以下の通りである。

|  |  |
| --- | --- |
|  | 時刻 |
|  | 時間幅(=1/12) |
|  | 通貨のHull-Whiteパラメータ |
|  | 通貨、資産Aのボラティリティ |
|  | 通貨の資産Aと通貨の資産Bの相関係数 |

1. 状態過程以外の過程(表 2のNo.1～No.17)同士の共分散

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.1) |

ウィーナー過程の差分の標準偏差はで表されるため、(2.1)式の右辺にはをかけている。

1. 状態過程以外の過程と状態過程の共分散

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.2) |

導出は以下の通りである。

1. 状態過程と状態過程以外の過程の共分散

(2)の転置行列により表現する。

1. 状態過程同士の共分散

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.3) |

最後に上記で定めた分散共分散行列から相関のある乱数を生成する。ESGで取り扱う乱数の生成方法はスペクトル分解とコレスキー分解の2種類である。

* + 1. 各種資産のシナリオ作成

本節では5000本シナリオを構成するシナリオを計算するための算式とその導出について概要を記載する。

* + - 1. 確定利付資産

1. 短期金利（参考文献を転記）

|  |  |
| --- | --- |
| 式の貼り付け | (2.3) |

導出の概要

* 1. 通貨の瞬間フォワードレートについて、通貨の現金過程を基準材とした測度の下における過程を以下の1ファクターHJMモデルで表現する。

|  |  |
| --- | --- |
| 式の貼り付け | (2.3) |

* 1. に以下の式を代入することで、1ファクターHull-Whiteモデルを表現できる。

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.3) |

* 1. (2)をの定義に代入し、を求める。

|  |  |
| --- | --- |
| 式の貼り付け | (2.3) |

* 1. 以下の変換をすることで日本円の現金過程を基準材とした測度へ変換する。

|  |  |
| --- | --- |
| 式の貼り付け | (2.3) |

* 1. に含まれる積分を実行し、以下の式を得る

|  |  |
| --- | --- |
| 式の貼り付け | (2.3) |

* 1. とすることで短期金利を導出する。

1. 1カ月スポットイールド

|  |  |
| --- | --- |
| 式の貼り付け | (2.3) |

　　導出の概要

1. ()式を用い、以下のように1カ月フォワードレートを求める。

|  |  |
| --- | --- |
| 式の貼り付け | (2.3) |

1. にを代入することで1カ月スポットイールドを求める。
2. 現金過程

|  |  |
| --- | --- |
| 式の貼り付け | (2.3) |

導出の概要

1. を解くことにより、現金過程と瞬間金利の関係を導出する。

|  |  |
| --- | --- |
| 式の貼り付け | (2.3) |

1. 瞬間金利の積分を実行することで現金過程を求める。
2. キャッシュリターン

|  |  |
| --- | --- |
| 式の貼り付け | (2.3) |

1. 年債券指数(時点における年債券の保有額)

|  |  |
| --- | --- |
| 式の貼り付け | (2.3) |

導出の概要

1. ()式を使用して時刻、満期の債券価格を求める。

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.3) |

1. 時点における年債券を単位保有している場合の債券保有額は以下のように表される。

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.3) |

時点では債券の保有額は以下となる。

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.3) |

したがって、との関係は次のようになる。

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.3) |

1. (1)(2)より年債券指数を求める。
2. 債券指数収益率

|  |  |
| --- | --- |
| 式の貼り付け | (2.3) |

1. 割引債価格

|  |  |
| --- | --- |
| 式の貼り付け | (2.3) |

1. パーレート（半年金利、）

|  |  |
| --- | --- |
| 式の貼り付け | (2.3) |

* + - 1. 外国為替、外国通貨ベースの割引率

1. 外国為替過程

|  |  |
| --- | --- |
| 式の貼り付け | (2.3) |

導出の概要

1. 時点におけるスポット為替レートが聞かブラウン運動によってモデル化されると仮定したとき、リスク中立測度における過程以下のように書ける。

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.3) |

1. 伊藤の公式により以下の式に変形する。

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.3) |

1. ()式の両辺を積分し、外国為替過程を求める。
2. 外国為替変化率

|  |  |
| --- | --- |
| 式の貼り付け | (2.3) |

1. 外国通貨ベースの現金過程

|  |  |
| --- | --- |
| 式の貼り付け | (2.3) |

1. 外国通貨ベースのキャッシュリターン

|  |  |
| --- | --- |
| 式の貼り付け | (2.3) |

* + - 1. 株式・リスク性資産

|  |  |
| --- | --- |
| 式の貼り付け | (2.3) |

導出の過程

1. 通貨の現金過程を基準材とした測度の下、以下の式を仮定する。

|  |  |
| --- | --- |
| :通貨の現金過程を基準材とした測度下のウィーナー過程 | (2.3) |

1. 日本円以外の通貨の現金過程を基準材とした測度に測度変換する。変換後の測度下でのウィーナー過程をとすると、以下のように表される。

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.3) |

1. 伊藤の公式によりに対する確率微分方程式に変換する。

|  |  |
| --- | --- |
| 式の貼り付け | (2.3) |

1. 両辺を積分し、株式及びリスク性資産の過程を求める。
   * + 1. 外国債券・外国株式インデックス
2. 外国債券インデックス（オープン）

|  |  |
| --- | --- |
| 式の貼り付け | (2.3) |

1. 外国債券インデックス（オープン）収益率

|  |  |
| --- | --- |
| 式の貼り付け | (2.3) |

1. 外国債券インデックス（ヘッジ）

|  |  |
| --- | --- |
| 式の貼り付け | (2.3) |

導出の過程

1. オープン外債指数の期待収益率、外国債券指数と同じボラティリティを用いて、ヘッジ外国債券指数の過程を以下のように定義する。

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.3) |

1. をアロケーション（）で加重平均しすることで得られる値を外国債券インデックス（ヘッジ）とする。
2. 外国債券インデックス（ヘッジ）収益率

|  |  |
| --- | --- |
| 式の貼り付け | (2.3) |

1. 外国株式インデックス

|  |  |
| --- | --- |
| 式の貼り付け | (2.3) |

* + - 1. モーメントマッチング調整

JPY株式、リスク性資産、EuroStoxx50、S&P500\_UnHedgeについては、ユーザーが選択した場合、モーメントマッチング調整を行う。調整手法は3つあり、本節ではこれらの手法について説明する。なお、以下では調整対象となる資産価格過程を、モーメントマッチング調整後の資産価格過程をと置く。

手法1：全時点のパスを生成後、マルチンゲール性を満たすように調整する

1. 及び日本円の現金過程のパスを生成後、以下の値を計算する。

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.3) |

ここで、、に記載の添え字は番目のシナリオであることを表す。がマルチンゲール性を持つ場合、この値は0に近い値になる。

1. 以下の算式でを求める。

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.3) |

手法2：全時点のパスを生成後、平均（及び含める場合は調整項・標準偏差）を制約に調整

1. 及び日本円の現金過程のパスを生成後、以下の最小化問題を解くことで、時点毎に調整項を求める。(はパスの分割数[[1]](#footnote-1))

|  |  |
| --- | --- |
| 貼り付け | (2.3) |

1. (1)で得た調整項をもとに、以下の式を各、各で計算することでを求める。

|  |  |
| --- | --- |
|  | (2.3) |

手法3：逐次、平均（及び含める場合は調整項・標準偏差）を制約に調整

1. 手法貼り付け
   * 1. 最終テスト・相関係数の計算

Appendix A ウィーナー過程の概要

Appendix B Hull-White金利

1. 5000/が割り切れるようユーザーが入力する。 [↑](#footnote-ref-1)