**確率解析入門**

**（マルチンゲールアプローチ入門1.4節,1.5節）**

1.4節　株価のモデリングとブラウン運動

## 株価に関する仮定

Black-Scholesの世界ではヨーロピアンコールオプションをプライシングを考えている。

右辺を計算するためにはリスク中立確率の下でのの振る舞いを知る必要がある。モデル化する上ではリターンをモデル化、独立増分、正規性、連続性を仮定する。

これらの仮定を踏まえ、株価モデルとして以下のようなものを考える。

## ブラウン運動

ブラウン運動W(ｔ)を特徴づける（＝定義する）は以下の通り。

* パスの連続性
* 増分の独立性

（、に対し、が独立）

* 増分の正規性（）

## 株価のモデル

ここで、は実際に観測される確率（実確率、Real World Measure, Physical Measure, Market Measure, Statistical Measure）である。

株価のモデルを解くと以下の式が得られる（幾何ブラウン運動）。

は対数正規分布に従うことがわかる。また、対数正規分布は負の値を取らないので、株価が負にならないことと整合的になる。

1.５節　伊藤の公式

## 伊藤の公式（1次元）

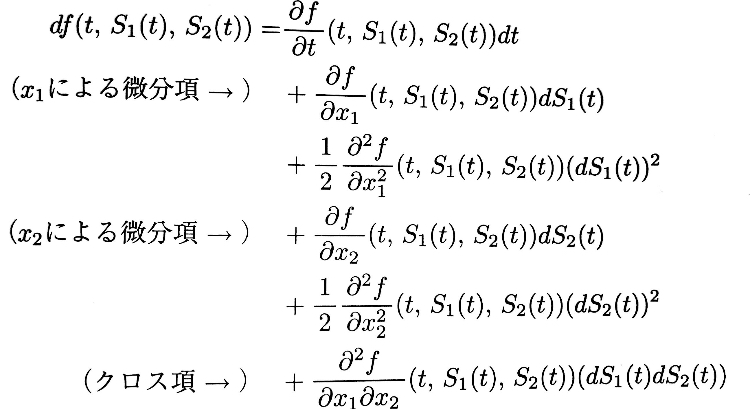
|  |
| --- |
| ある非確率的（確定的な値を取る）な関数があって、に時間を、にブラウン運動でドライブされる確率過程を代入した場合にはどうなるか。 |

1次元の伊藤の公式は以下のとおりである。

テイラー展開でを1次まで、を2次まで展開したもの。

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  |  |  |
|  |  |  |
|  |  |  |

## 伊藤の公式2次元



|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |
|  |  |  |  |

* 伊藤の積の公式
* 伊藤の商の公式（割引資産価格の過程の振る舞いを計算する際に使用）
* 商の公式の使用例