確率解析勉強会（まとめ）

# 1.6 Black-Scholes式の導出---First Attack

以下の式を用いてオプションの時価を計算したい。

1. リスク中立価格の下での株価

がマルチンゲールであることから、

とモデル化し、伊藤の公式から

1. オプション価格

最後の等式はの中身の正負で場合分けし、積分の変数変換をすることで得られる。なお、とは以下の式で与えられる。

1. 式の考察と直感

* 、はどちらもインザマネーになる確率を表している。
* を現在価値化したにインザマネーになる確率をかけた形になっていると考えるとわかりやすい。

# 1.7 ギルザノフの定理と様々な株価表現

1. 動機

以下の二つの株価モデルの関係を知りたい。

1. ギルザノフの定理

|  |  |
| --- | --- |
| -標準ブラウン運動 |  |
| 適合過程 |  |
| -マルチンゲール |  |
| 新しい確率 |  |

この時、新しい確率 の下では ブラウン運動になる。

1. 二つの株価モデルの関係とギルザノフの定理

が与えられた時、

と書ける。ここで、

とするとギルザノフの定理により、はブラウン運動になり、

と書ける。伊藤の積の公式を使うことで、以下のように書ける。

1. 経済学的アプローチに関して

市場が無裁定なら以下の式を満たすようなが存在するとして議論を再スタートする。