## 4.3節　カリブレーション

HJMモデルを実際に使用するために，以下の手順で行う．

1. フォワードレートのボラティリティを決定する．

|  |
| --- |
| **HJMモデル** |

* Hull-White forward-rate volatility（Example4.3）等の残存期間の減少関数にするにすることが多い．

1. フォワードレートを以下の式(4.5)より算出

* は市場から取得できるフォワードレートの初期値

1. に含まれるパラメータはキャップやスワプションの価格とHJMモデルでの理論価格が一致するように設定する．

## 4.4節　Multi-factor HJMモデル

|  |
| --- |
| **Multi-factor HJMモデル**  :次元ボラティリティ  :リスク中立測度下における次元ブラウン運動 |

* 定理4.6
  + 仮定

1. フォワードレートが上式に従う．
2. が任意のについて適合過程
3. 以下の不等式が成立
   * 結論
4. との関係式
5. の表式
6. 割引債の価格が満たすSDE

各に対して

### Two-factor Gaussian model

|  |
| --- |
| **Two-factor HJMモデル** |

ボラティリティとしてよく使われるのは以下の表式である．

以下では，を適切に設定することでTwo-factor Hull-Whiteモデルが導けることを確認する．

相関のあるブラウン運動を以下のように定義する．

式(3.35)(3.36)より

となる．式(3.42)より割引債価格は以下のように書ける．

一方，Two-factor HJMモデルでは債券価格のSDEは

となるので，両式を比較すると，

なので，

となる．したがって，

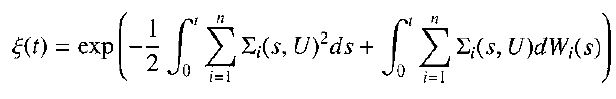
## ­­­­フォワード測度下でのフォワードレート

この節ではフォワード測度の下でのフォワードレートを導出する．

フォワード測度をとすると，

なので，がリスク中立測度の下でマルチンゲールであるため，density processは

となる．債券価格のSDEを用いれば，



である．

ギルザノフの定理により，以下のはフォワード測度下でのn次元ブラウン運動になる．



したがって，このブラウン運動を使うと，フォワードレートのSDEは以下のようになる．

