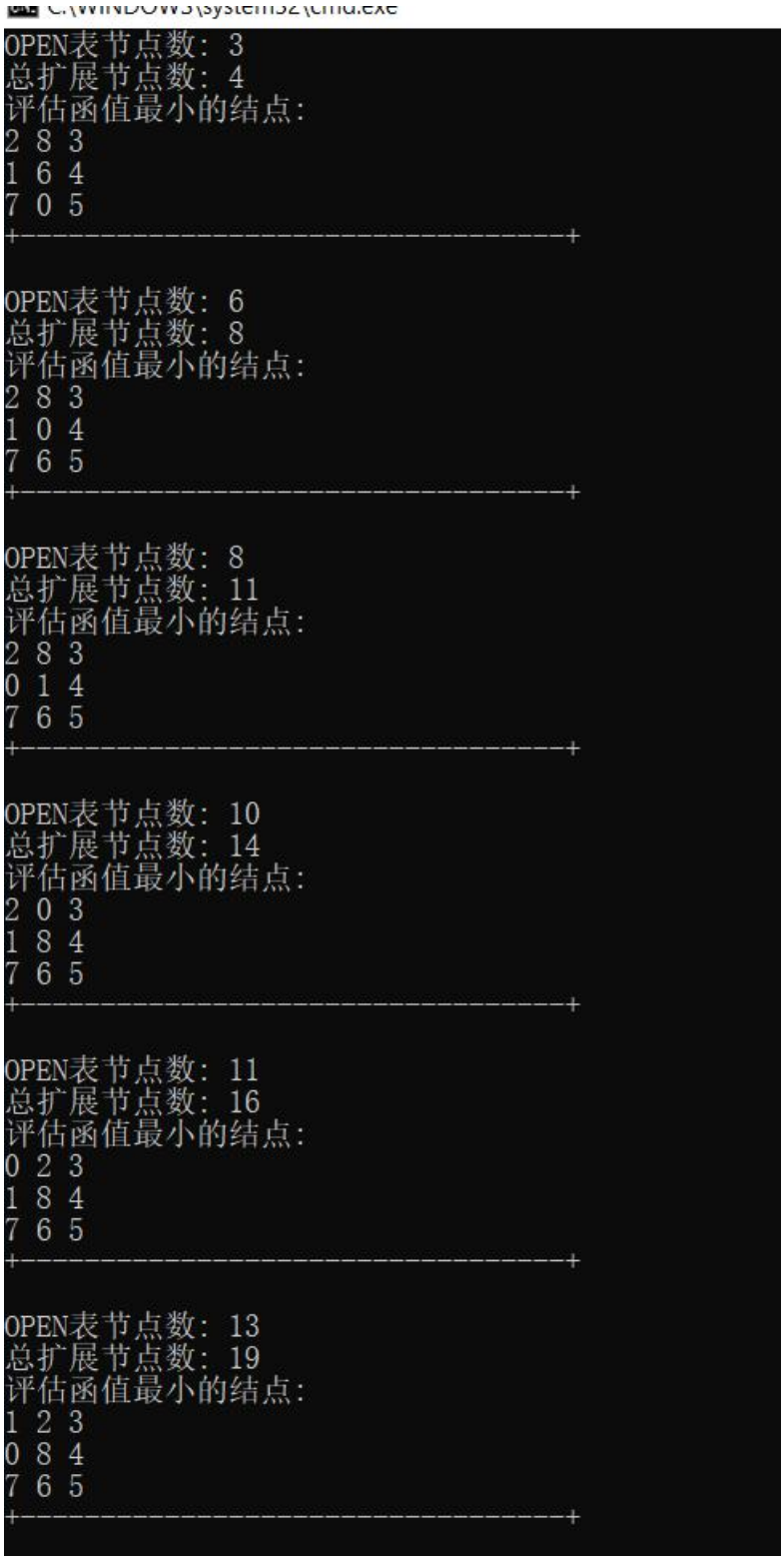
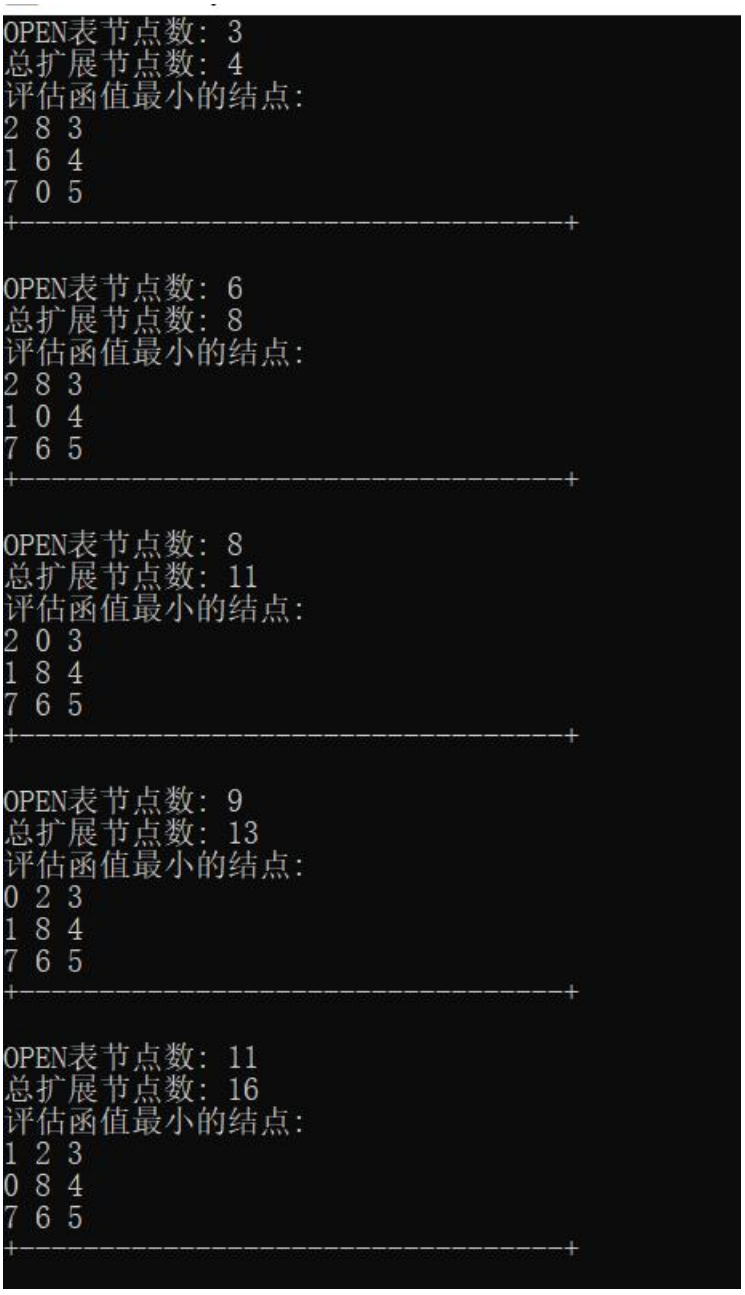
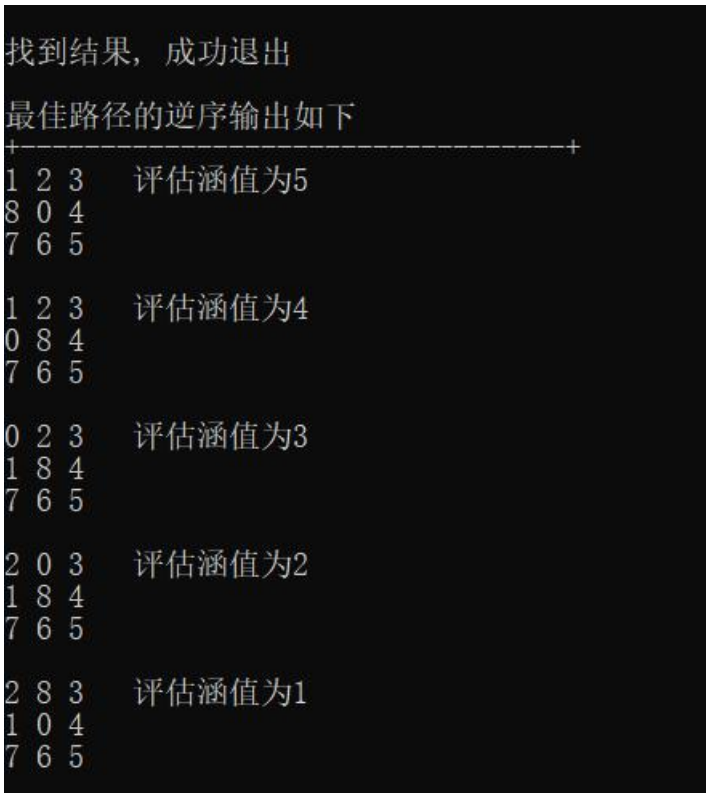
1. 使用启发式函数 h1，动态显示 OPEN 表的结点数、总扩展的结点数和评估函值最小的结点．若 de 出结果，则输出 OPEN 表中在最佳路径上的结点及其评估函数值



```
找到结果，成功退出

最佳路径的逆序输出如下
+---------------------------------+
1 2 3    评估涵值为5
8 0 4
7 6 5

1 2 3    评估涵值为4
0 8 4
7 6 5

0 2 3    评估涵值为3
1 8 4
7 6 5

2 0 3    评估涵值为2
1 8 4
7 6 5

2 8 3    评估涵值为1
1 0 4
7 6 5
```

2. 使用启发式函数 h2，动态显示 OPEN 表的结点数、总扩展的结点数和评估函值最小的结点．若 de 出结果，则输出 OPEN 表中在最佳路径上的结点及其评估函数值





3. 比较启发函数 h1 和 h2 的搜索效率

由上述的结果可以看出，为了搜索到结果， h1 执行了 6 步, h2 执行了 5 步，因此 h2 的搜索效率相对较高

4. 验证凡 A*算法挑选出来求后继的点 n 必定满足: f(n）≤f*(S0）

令 $S_0 = n_0, n_1, n_2, \ldots, n_k = S_g$ 为一条最优路径，设 $n' \in path(n_0, n_1, n_2, \ldots, n_k)$中最后一个出现在 Open 表上的元素．显然, n'一定存在，因为至少有 $S_0 = n_0$ 必然在 Open 表上，只考虑当 n_k 还未出现在 Closed 表中时，因为若 n_k 已在 Closed 表中时，则 $n_k = S_g$, A^*算法将终止于成功退出.

由定义有

$$f(n') = g(n') + h(n') = g^*(n') + h(n') \qquad (\text{因为 } n' \text{在最优路径上})$$
$$\leq g^*(n') + h^*(n') = f^*(n') = f^*(S_0)$$

所以, $f(n') \leq f^*(S_0)$成立

5. 验证 h1(n)的单调性，显示凡 A*算法挑选出来求后继的点 ni 扩展

的一个子结点 nj，检查是否满足: h(ni）≤1+h(nj）

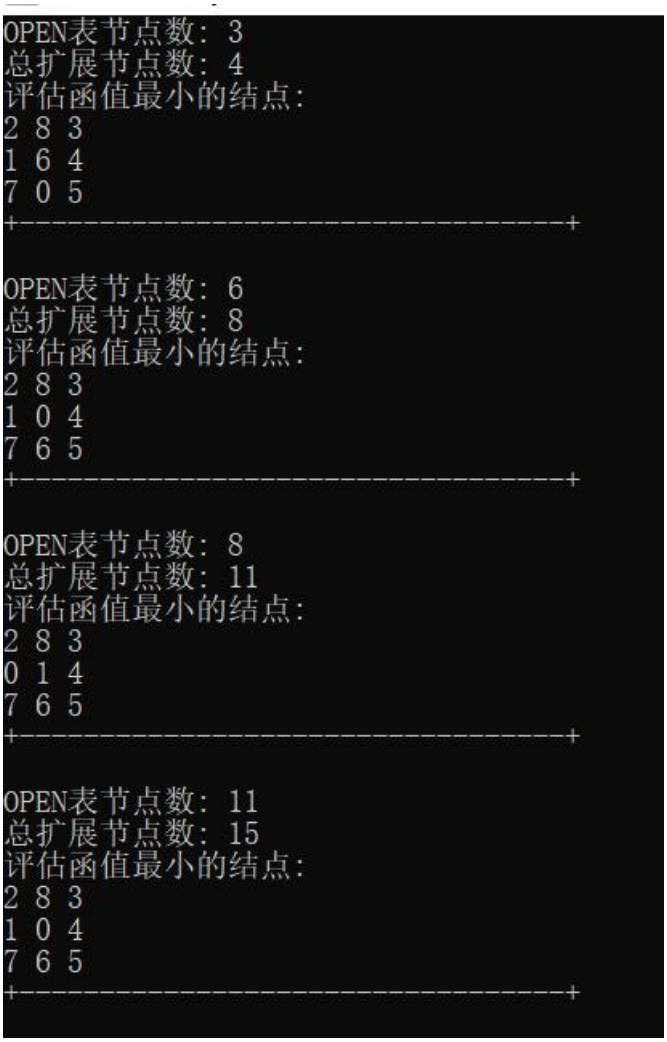
$h(n_i)$表示从节点 n_i 到目标节点的最佳路径的代价, $c(n_i, n_j)$表示节点 n_i 到节点 n_j 的最佳路径的代价, 根据三角不等式可知:

$$h(n_i) \leq h(n_j) + c(n_i, n_j)$$

又因为 n_j 是 n_i 的后继节点, 所以 $c(n_i, n_j) = 1$, 带入得

$$h(n_i) \leq h(n_j) + 1$$

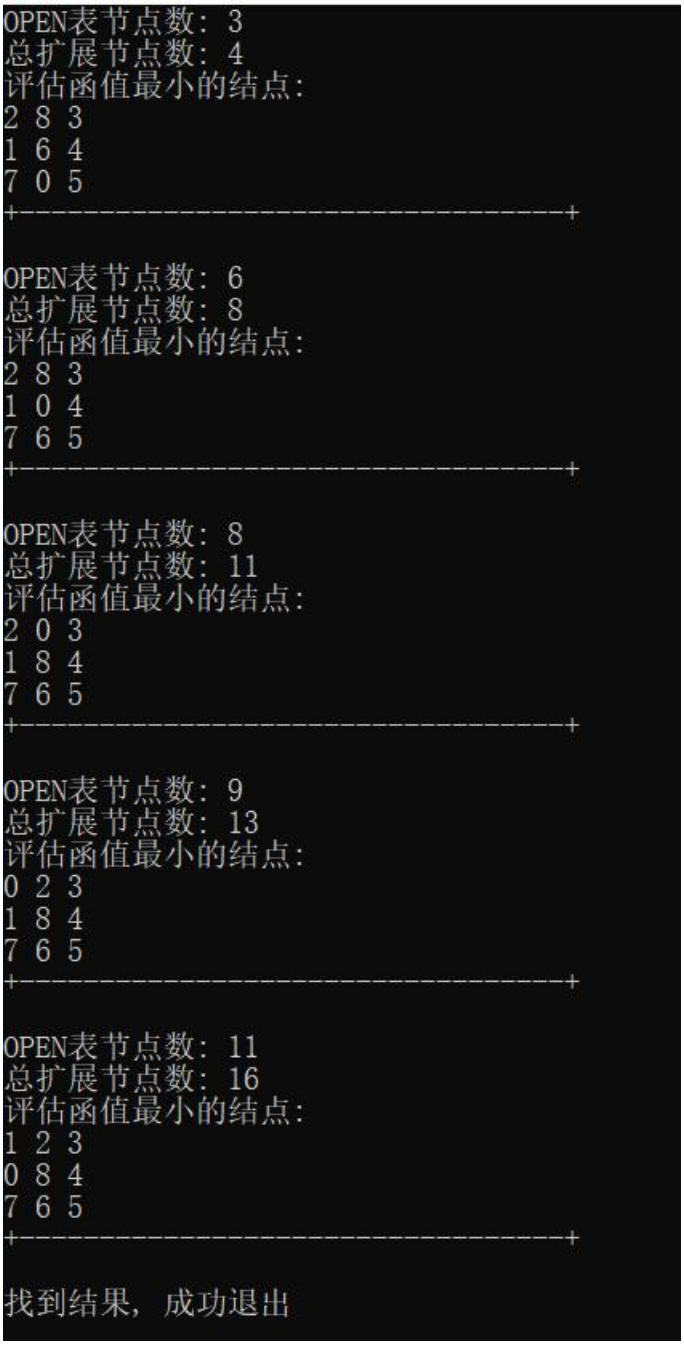
6. 对于九数码问题, 启发函数 h1(n)的结果如下

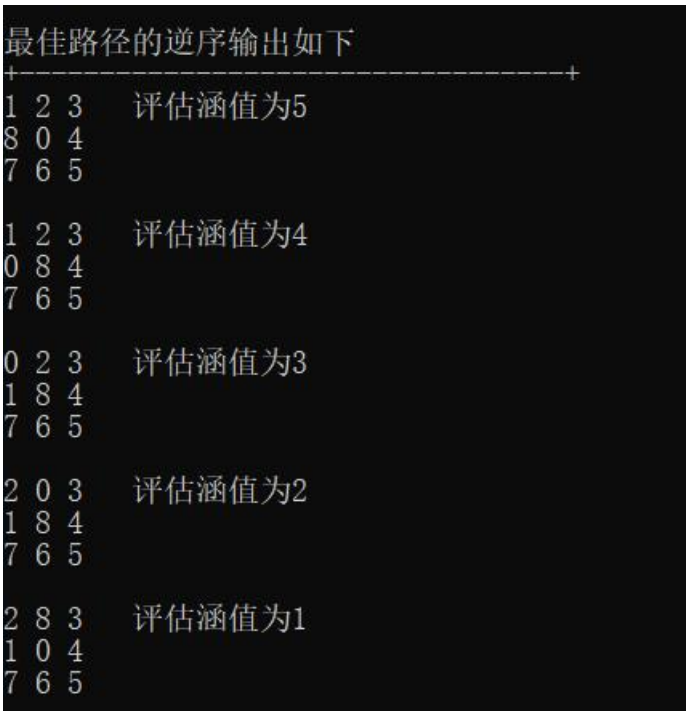


```
OPEN表节点数: 12
总扩展节点数: 17
评估函值最小的结点:
2 0 3
1 8 4
7 6 5
+---------------------------------+

OPEN表节点数: 13
总扩展节点数: 19
评估函值最小的结点:
0 2 3
1 8 4
7 6 5
+---------------------------------+

OPEN表节点数: 15
总扩展节点数: 22
评估函值最小的结点:
1 2 3
0 8 4
7 6 5
+---------------------------------+

找到结果，成功退出

最佳路径的逆序输出如下
+---------------------------------+
1 2 3    评估涵值为5
8 0 4
7 6 5

1 2 3    评估涵值为4
0 8 4
7 6 5

0 2 3    评估涵值为3
1 8 4
7 6 5

2 0 3    评估涵值为2
1 8 4
7 6 5
```

```
2 0 3    评估涵值为2
1 8 4
7 6 5

2 8 3    评估涵值为1
1 0 4
7 6 5
```

7. 对于九数码问题，启发函数 h2(n)的结果如下





由上述的结果可以看出，八数码和九数码问题的搜索图不同

8. 当除 0 外的数字的位置都没有错误时，到达目标状态