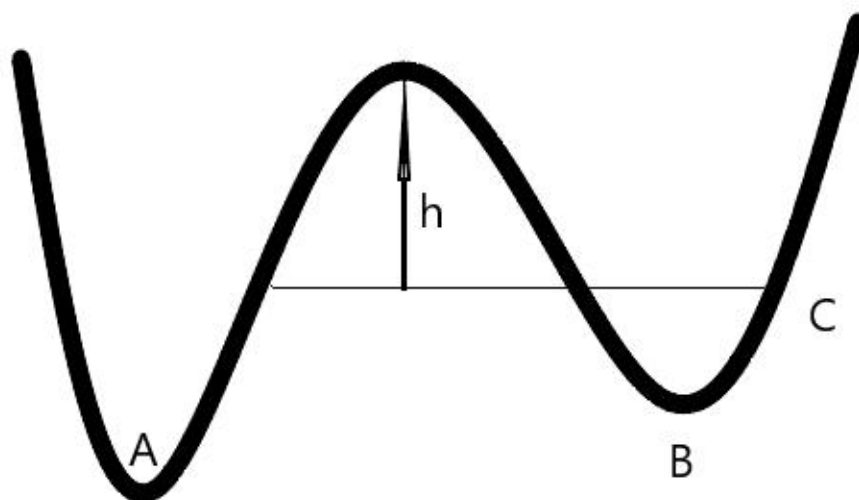


# 模拟退火法

## 1. 算法原理

模拟退火法是克服爬山法缺点的有效方法，其基本的思想是，在系统朝着能量减小的趋势这样一个变化过程中，偶尔允许系统跳到能量较高的状态，以避开局部极小点，最终稳定到全局最小点。如下图所示，若使能量在 C 点突然增加  $h$ ，就能跳过局部极小点 B，而找到全局最小点 A。



## 2. 算法步骤

(1) 初始化：设定一个充分大的初始温度  $T$ ，初始化一个解  $S$ ，设定在每个  $T$  值下迭代次数为  $L$  次。

(2) 对  $k=1, \dots, L$ ，做第 (3) 至 (6) 步

(3) 产生新解  $S'$

(4) 计算增量  $\Delta t' = C(S') - C(S)$ ，其中  $C(S)$  为评价函数

(5) 若  $\Delta t' < 0$  则接受  $S'$  作为新的解，否则以概率  $\exp(\Delta t'/T)$  接手  $S'$  作为新的当前解。

(6) 如果满足终止条件则输出当前解作为最优解，结束程序

(7) 温度  $T$  逐渐减少，且  $T > 0$ ，转第 (2) 步

### 3. 算法参数

本次实验中，对于模拟退火法算法步骤的各项参数设定如下

- (1) 初始温度  $T$  为 100
- (2) 每个  $T$  值下迭代次数  $L$  为 60 次
- (3)  $C(S)$  评价函数，就是计算该解的路径总长度， $C(S)$  评价函数的值是越小越好
- (4) 终止条件是当温度下降到一个足够小的值时终止，比如 0.00001
- (5) 降温系数为 0.9999，每次降温时就让温度  $T$  更新为  $T \times \text{降温系数}$  的值

### 4. 邻域操作

实验中，产生新解使用的领域操作有三种。

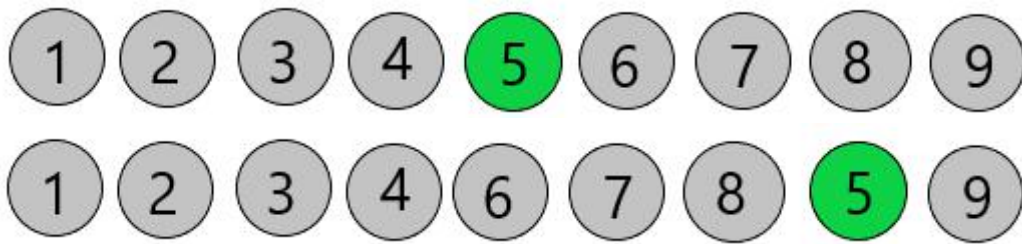
- (1) 交换路径中任意两点的位置



- (2) 随机逆置城市的位置



- (3) 随机移动城市的位置

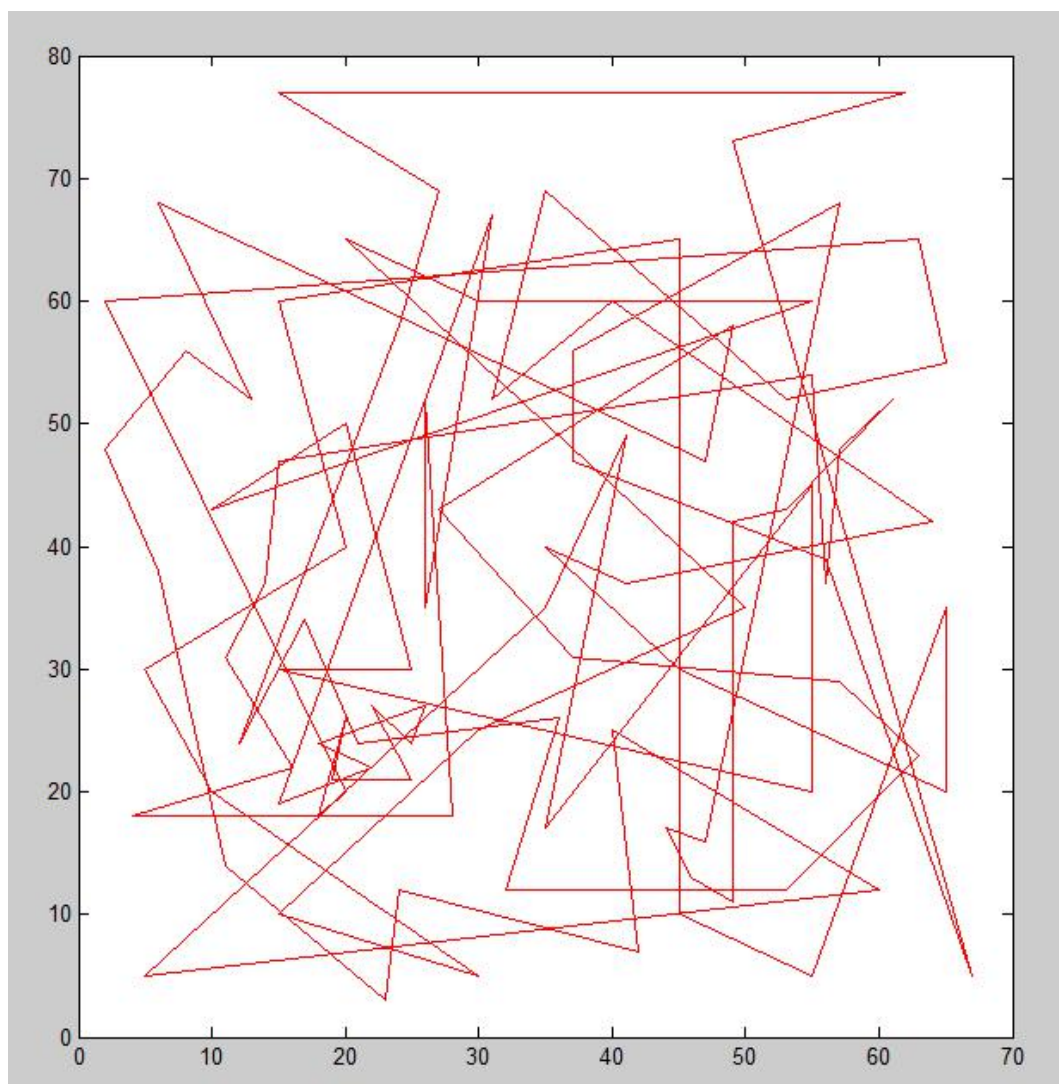


## 5. 实验结果

实验结果是在城市数量为 101 的测试下得到的。

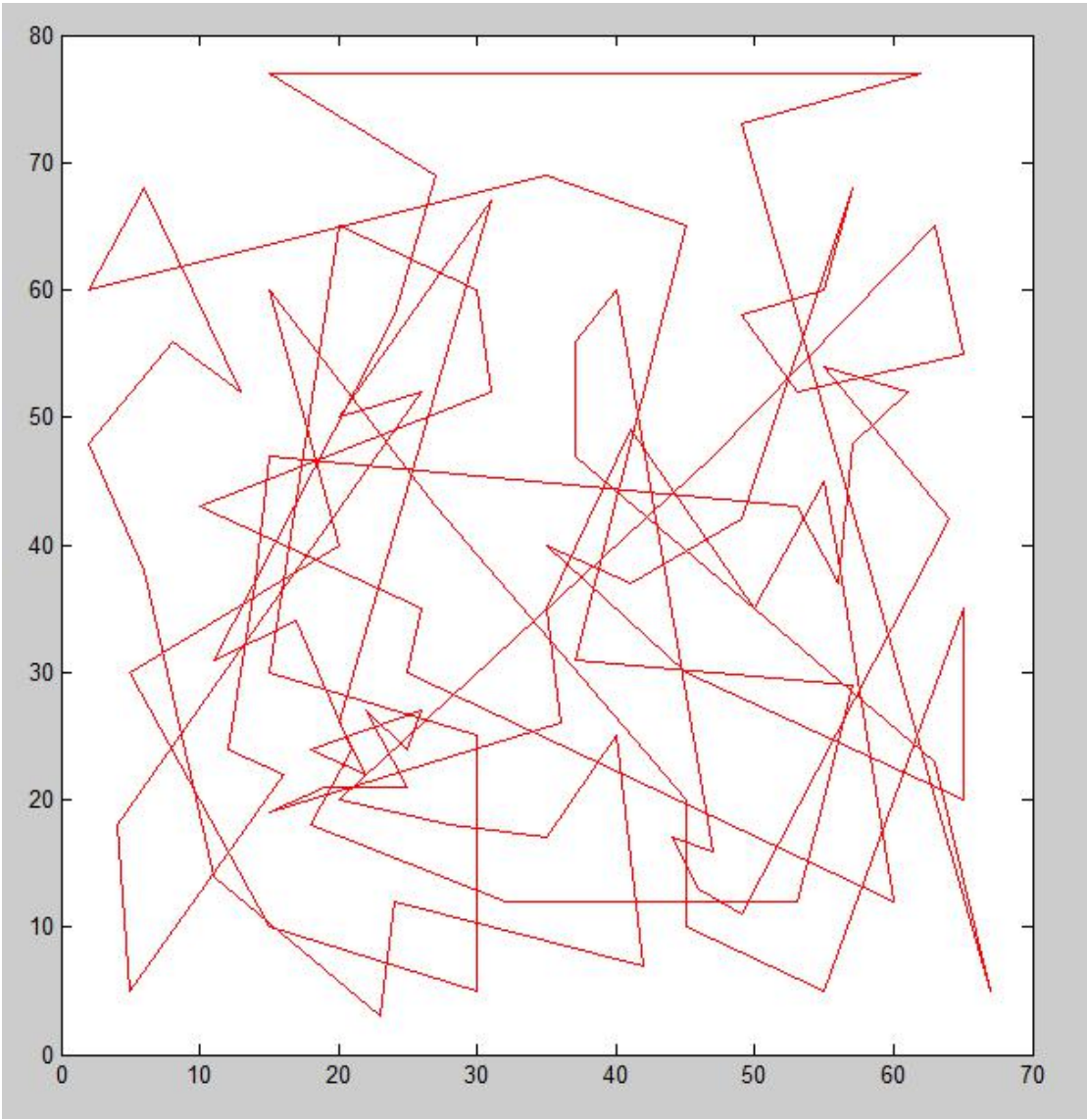
```

此时温度为100
此时经过的距离为2038.46
误差为最优解的224.079%
得到的路径为：
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15 16 17 18 89 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31 32 33 34 35 3
6 37 38 39 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 50 51 52 53 54 55 56 57 58 59 60 61 62 63 64 65 66 67 68
69 70 71 72 73 74 75 76 77 78 79 80 81 82 83 84 85 86 87 88 19 90 91 92 93 94 95 96 97 98 99 100
101 1
  
```



上图为一开始初始解的状态，可以看到随机产生的初始解误差很大，并且画得的路径图交叉程度较高。

```
此时温度为99.982
此时经过的距离为1647.47
误差为最优解的161.92%
得到的路径为：
1 12 3 68 39 6 89 8 31 10 11 5 13 15 14 16 17 18 19 52 21 22 23 24 25 26 27 28 76 71 9
51 33 34 35 50 37 87 2 40 41 42 43 44 45 46 47 48 49 36 32 20 53 54 4 56 57 100 59 60 8
4 62 63 64 65 66 67 55 69 70 30 72 73 74 75 29 81 78 79 80 77 82 83 61 85 38 86 88 7 90
99 92 93 94 95 96 97 98 91 58 101 1
```

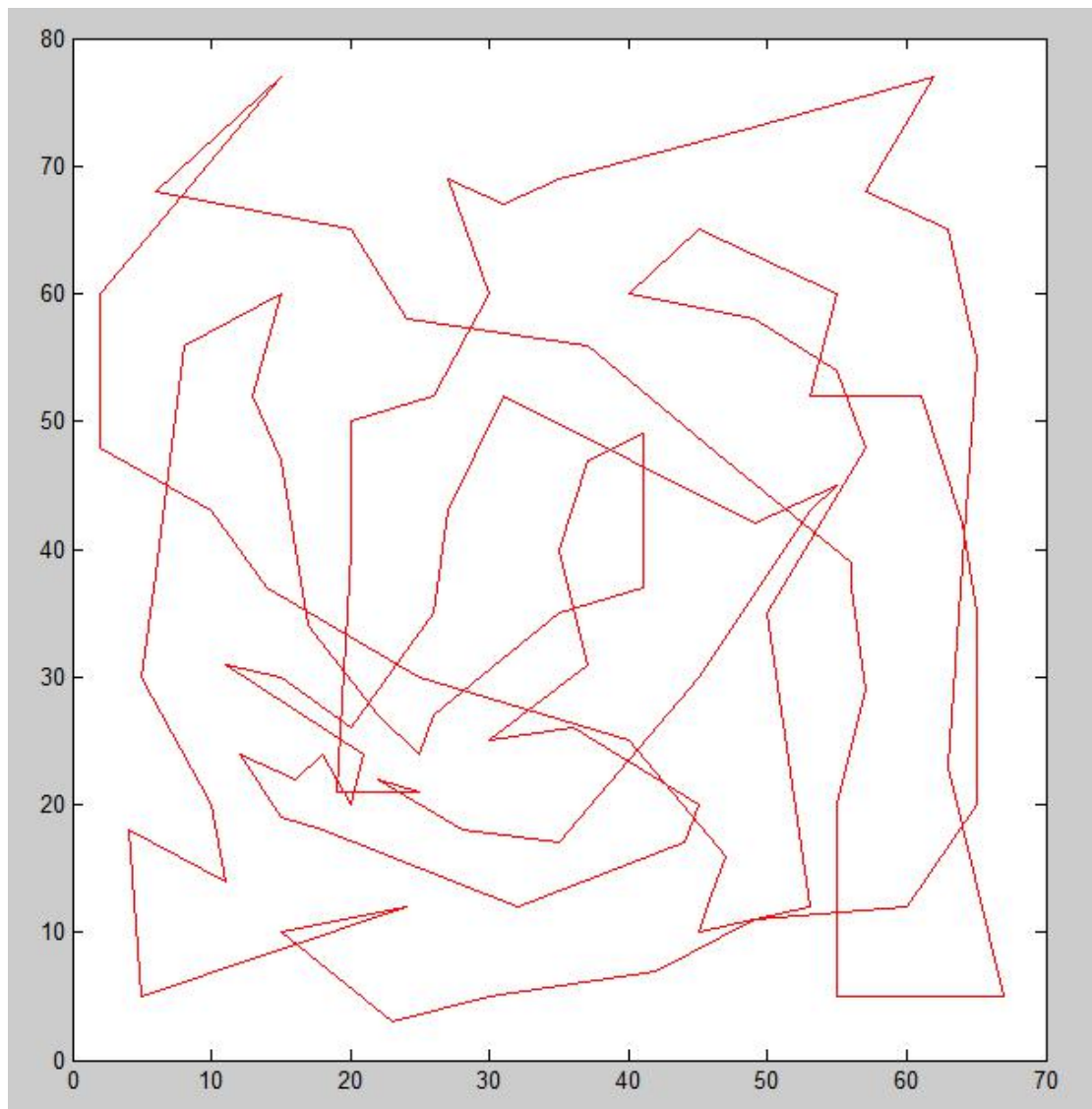


上图是运行了一段时间，误差为 161%时的路径图，此时的路径图交叉程度仍然较高，但相比初始状态已有改善。

```

此时温度为98.6571
此时经过的距离为995.136
误差为最优解的58.2092%
得到的路径为:
1 28 101 94 95 96 60 82 48 19 47 45 17 16 44 86 38 42 14 43 15 41 75 39 25 24 29 78 33 9
20 30 51 81 79 12 56 22 74 72 40 6 83 8 46 36 64 49 11 62 70 50 68 80 54 4 23 67 55 34
35 71 65 66 32 90 63 10 88 7 18 98 97 92 87 2 26 77 3 76 31 52 89 99 5 84 59 37 93 85 61
91 100 57 73 21 58 13 53 27 69 1

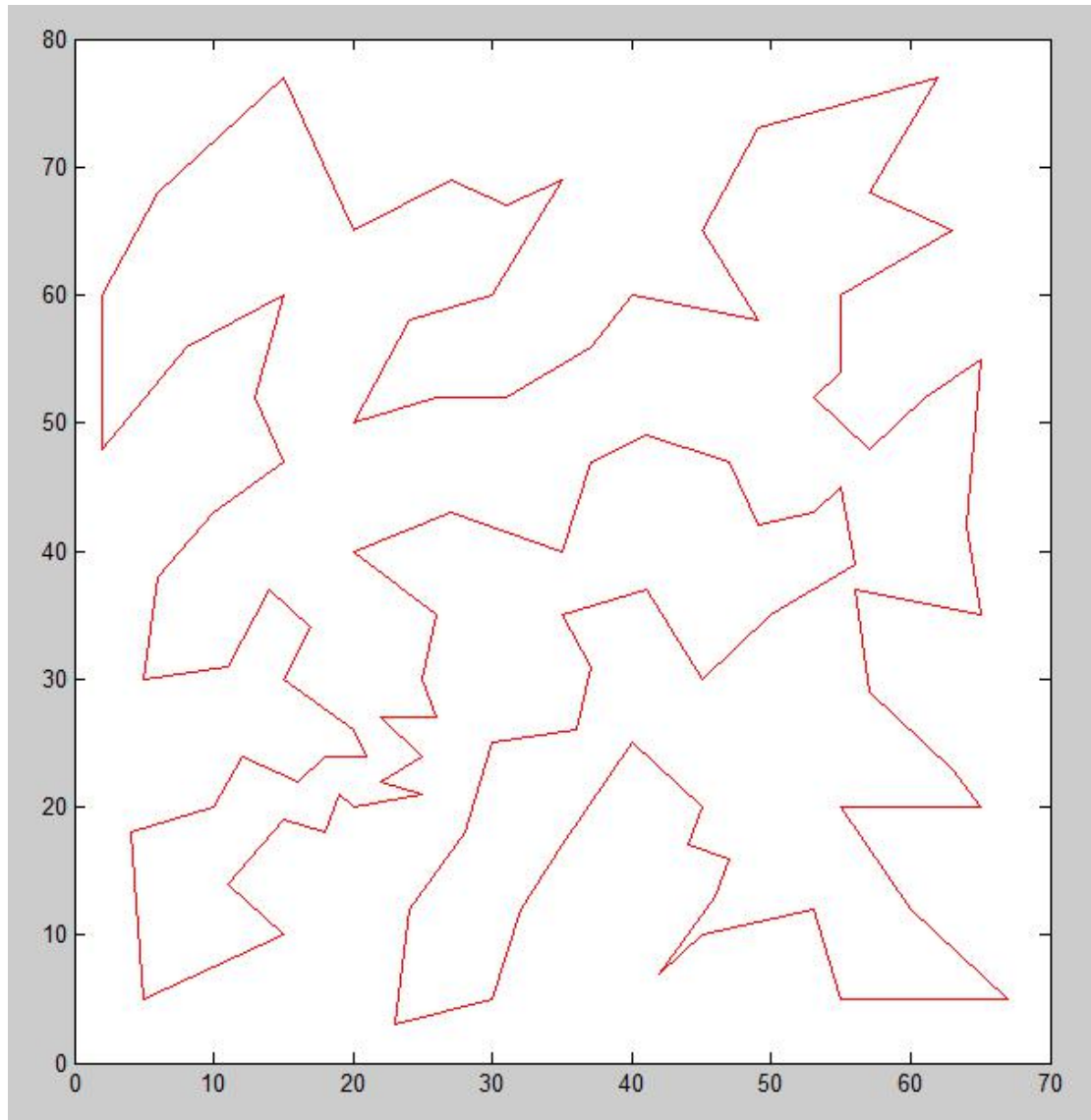
```



上图是运行了更长时间的截图，此时可以看到路径图的交叉程度已经有较大程度的改善，此时解的效果与最优解的误差为 58%



```
此时温度为0.915401
此时经过的距离为669.014
误差为最优解的6.36151%
得到的路径为:
1 50 76 77 29 24 54 4 55 25 39 67 23 56 75 41 22 74 72 73 21 26 53 101 27 28 12 80 68 3
79 34 78 81 33 51 9 35 71 65 66 20 30 70 31 88 7 8 45 46 36 49 64 11 63 32 90 10 62 19 4
7 48 82 18 83 60 5 84 17 61 16 86 38 14 44 91 100 37 98 85 93 99 96 59 92 95 97 87 42 43
15 57 2 40 58 13 94 6 89 52 69 1
```



上图是程序的最终运行结果得到的截图，此时路径图已经几乎是没有交叉了，并且解的效果与最优解的误差达到了 6%。