제6장 퍼지논리

학습 목표

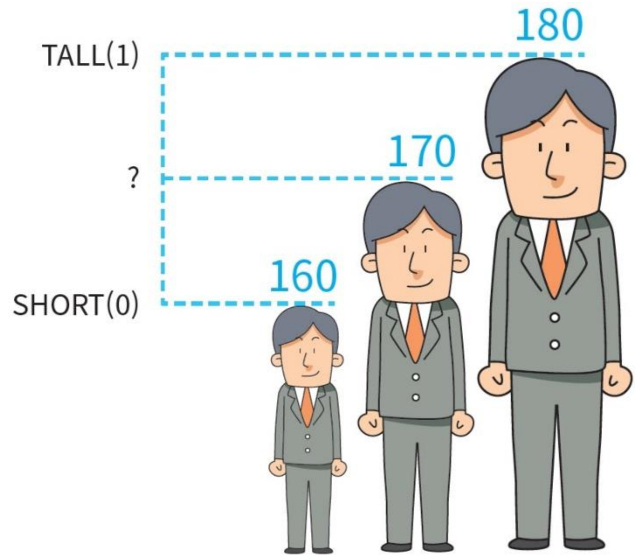
- 크리스프 집합과 퍼지 집합을 비교하여 살펴본다
- 퍼지 논리에 대하여 살펴본다.
- 전문가 시스템에서의 퍼지 활용을 살펴본다.

퍼지논리란?

- fuzzy의 정의
  - fuzzy – “not clear, distinct, or precise; blurred”
- 퍼지논리란?
  - 명확하게 정의될 수 없는 지식을 표현하는 방법

퍼지논리란?

- 퍼지 논리(fuzzy logic) 는 명확하게 정의될 수 없는 지식을 표현하는 방법이다.
  - 여기서 주의할 점은 퍼지 논리가 애매한 논리는 아니라는 것이다. 퍼지 논리는 애매함을 다루는 질서정연한 논리이다.
- 흔히 인간은 모호한 단어를 사용하여서 문제를 해결하거나 지식을 표현한다.



명제논리와 퍼지논리

- 이진논리 (부울논리)
  - 참과 거짓(1 또는 0) - 흑백논리
  - 예: “80점 이상은 우수한 성적이다.”
    (만약 79점은 우수하지 않은 성적??)

- 퍼지논리
  - 0.0에서 1.0까지의 진리값을 가진다.
  - 지식 표현의 애매성을 해결할 방법이 필요
  - 1965년 Zadeh에 의해 퍼지집합에 관한 이론이 처음 제시
  - 퍼지명제나 규칙을 다루기 위한 퍼지논리로 발전

이진논리와 퍼지논리

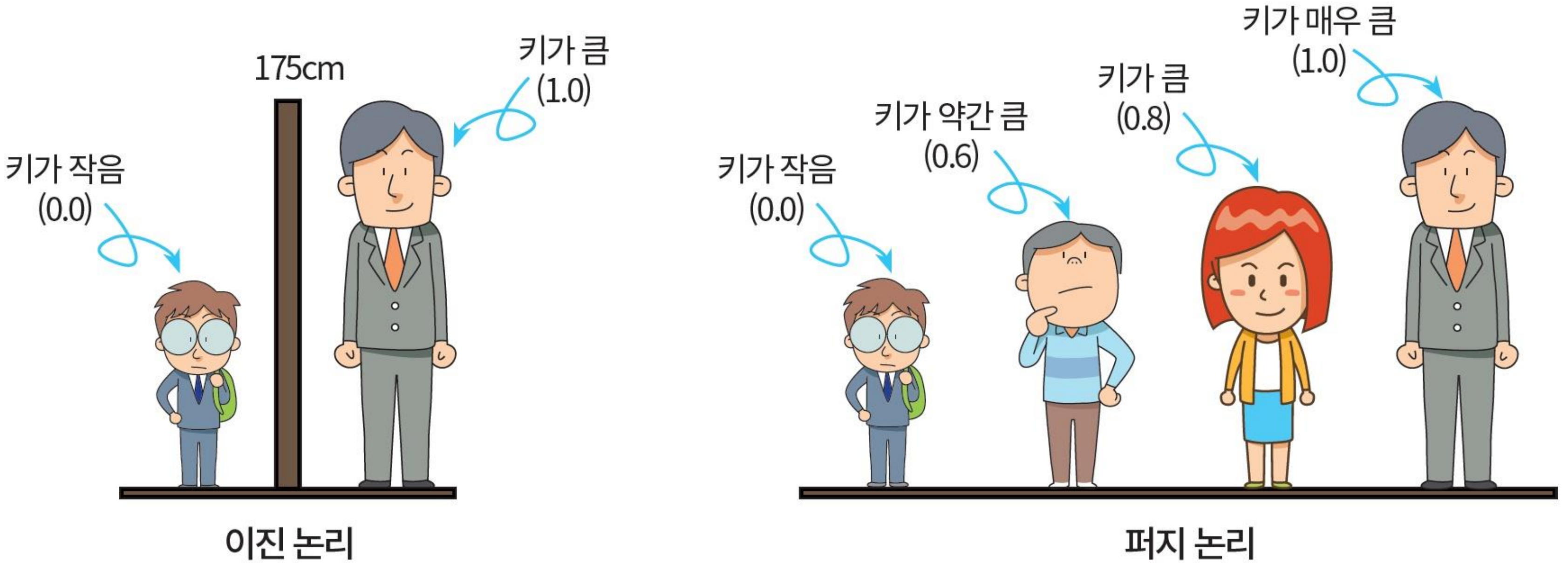


그림 6-1 이진 논리와 퍼지 논리 1

이진논리와 퍼지논리

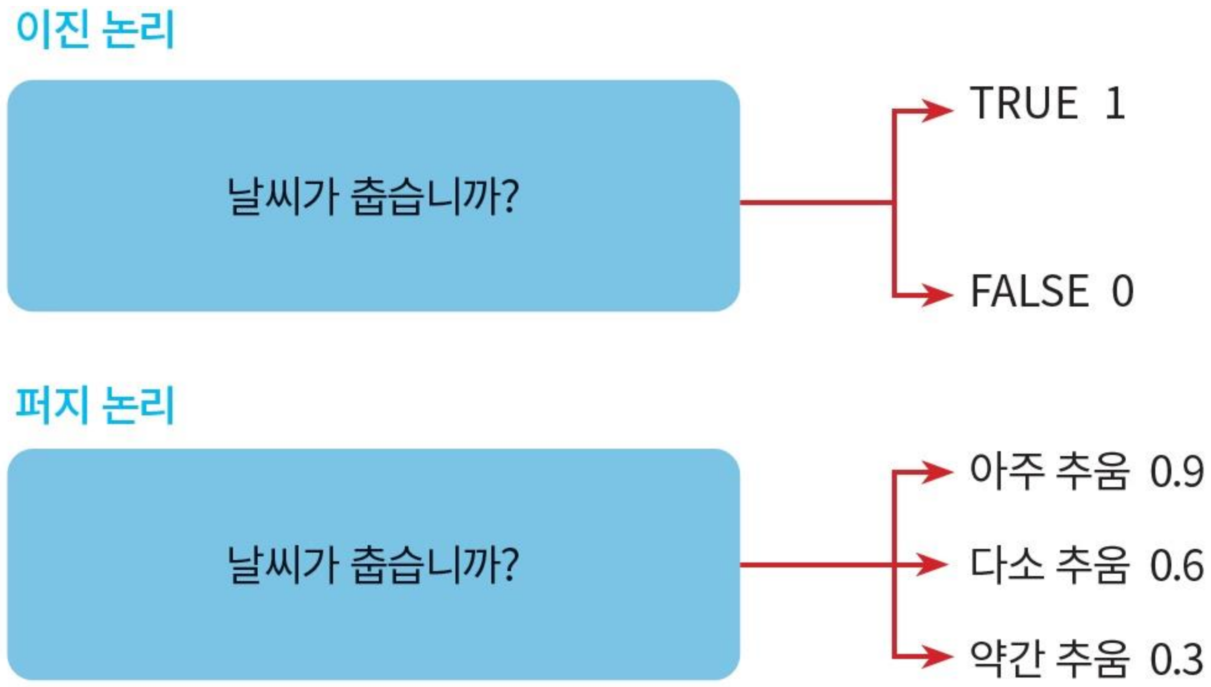


그림 6-2 이진 논리와 퍼지 논리 2

이진논리와 퍼지논리

그림 6-3 이진 논리와 퍼지 논리 3

퍼지 논리를 사용할 수 있는 분야

옷감의 오염도
(0.0-1.0)

세탁 시간 = 0.0

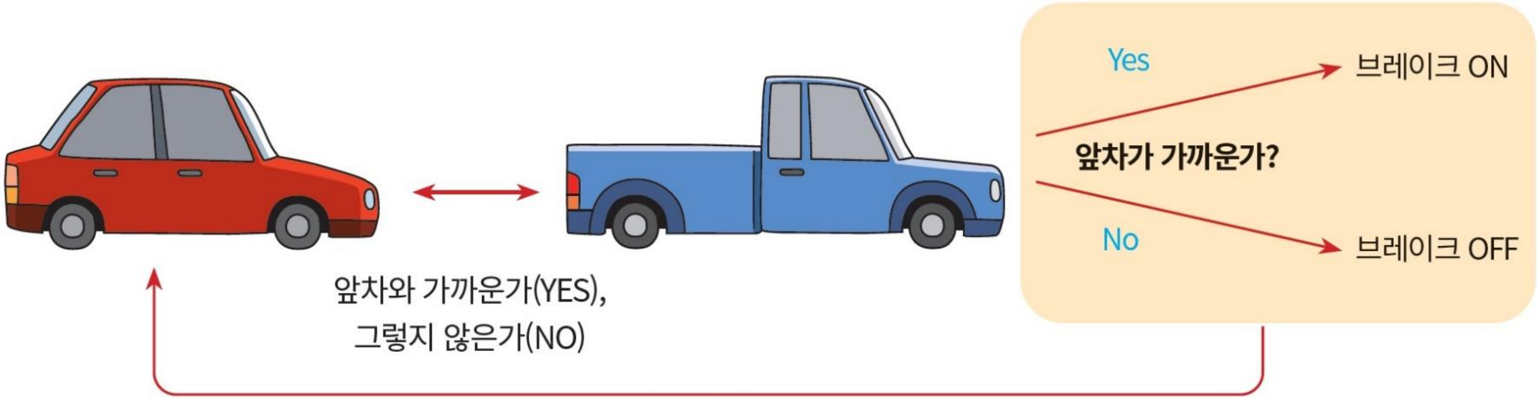
⋮

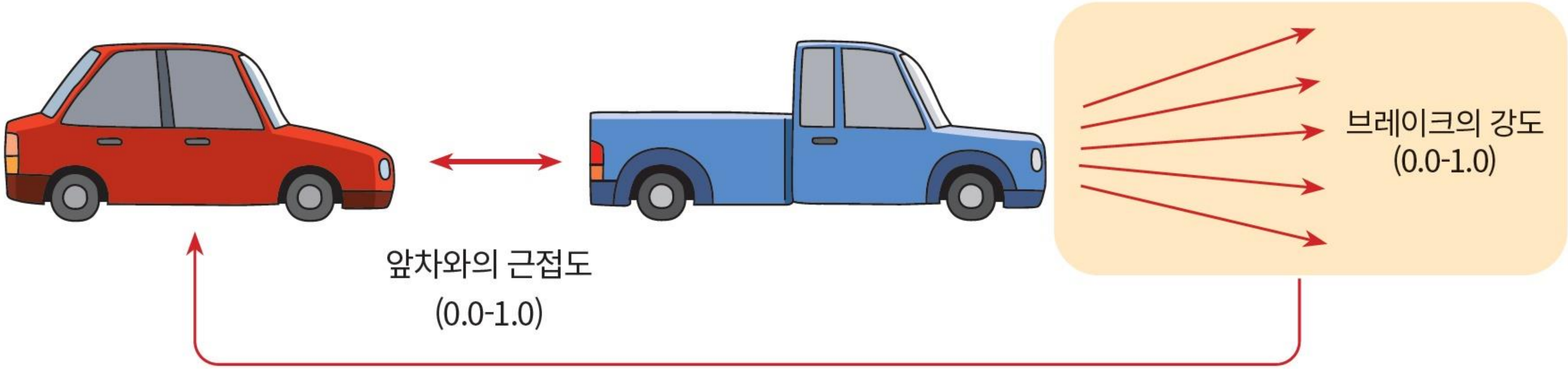
세탁 시간을 0.0에서 1.0까지 설정한다.

⋮

세탁 시간 = 1.0

퍼지 논리를 사용할 수 있는 분야





퍼지논리와 집합

- 명제 논리 == 기존 집합(크리스프 집합)
- 퍼지 논리 == 퍼지 집합

- 소속 함수(Membership Function)

$$A = \{ 7, 8, 9 \}$$

$$\mu_A(x) = \begin{cases} 1 & \text{if} \quad x \in A \\ 0 & \text{if} \quad x \notin A \end{cases}$$

$$\mu_A : A \rightarrow \{0, 1\}$$

크리스프 집합

- 기존의 집합이론
- 속하든지 그렇지 않다면 속하지 않은것
- 소속함수(Membership Function)로 표현

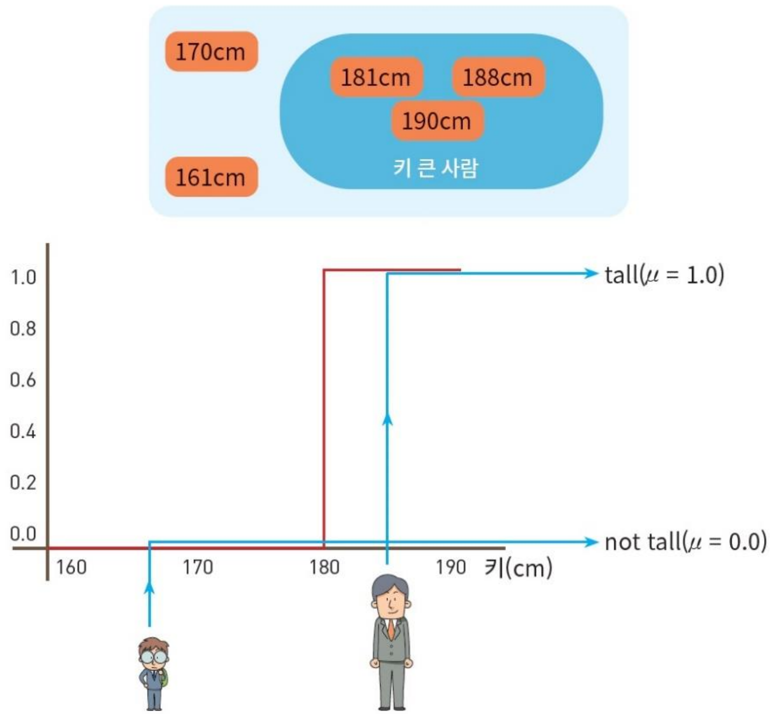


그림 6-4 크리스프 집합

퍼지 집합

- 기존의 집합이론
- 속하든지 그렇지 않다면 속하지 않은것
- 소속함수(Membership Function)로 표현

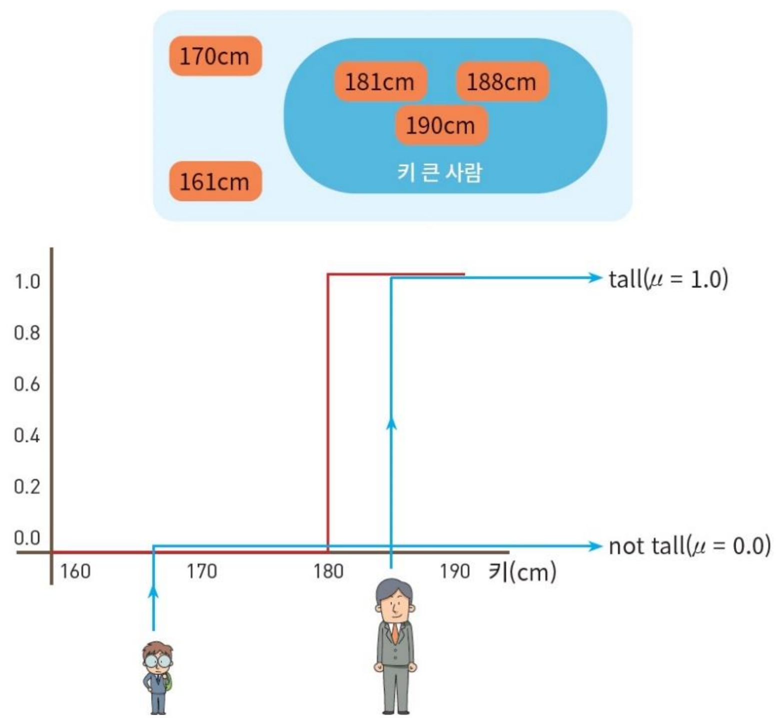


그림 6-4 크리스프 집합

퍼지 집합

- 원소가 집합에 속하는 정도에 따라 소속함수값 를 0과 1사이의 값으로 대응
- 예)　" 키 큰 사람 "이라는 집합
- “키 큰 사람”={0.3/172cm, 0.5/175cm, 0.95/185cm, 1.0/190cm }

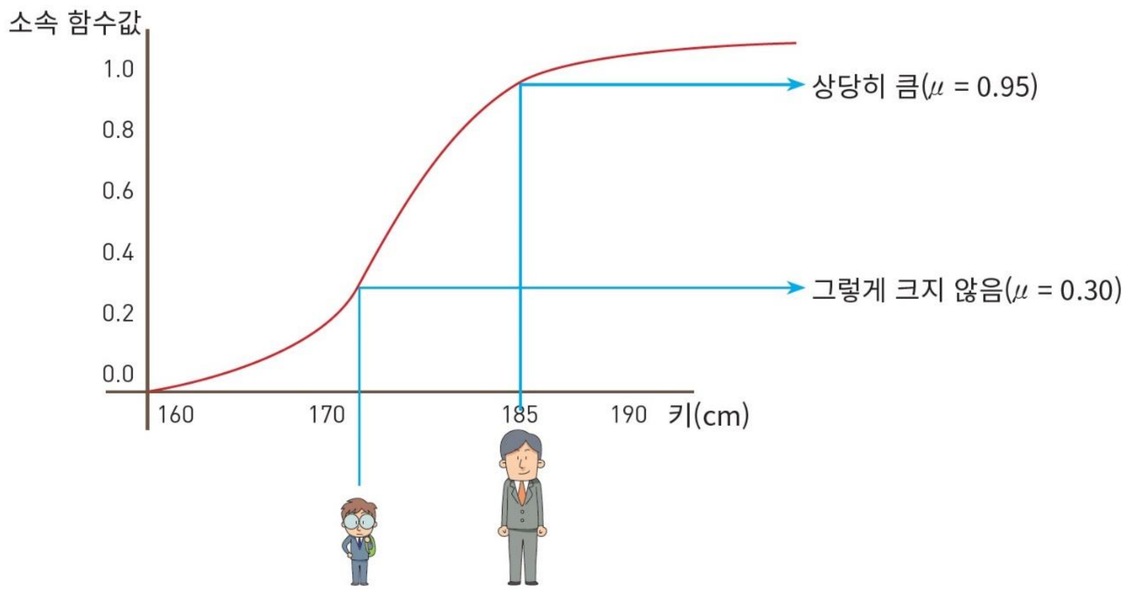


그림 6-5 퍼지 집합

크리스프 집합 vs 퍼지집합

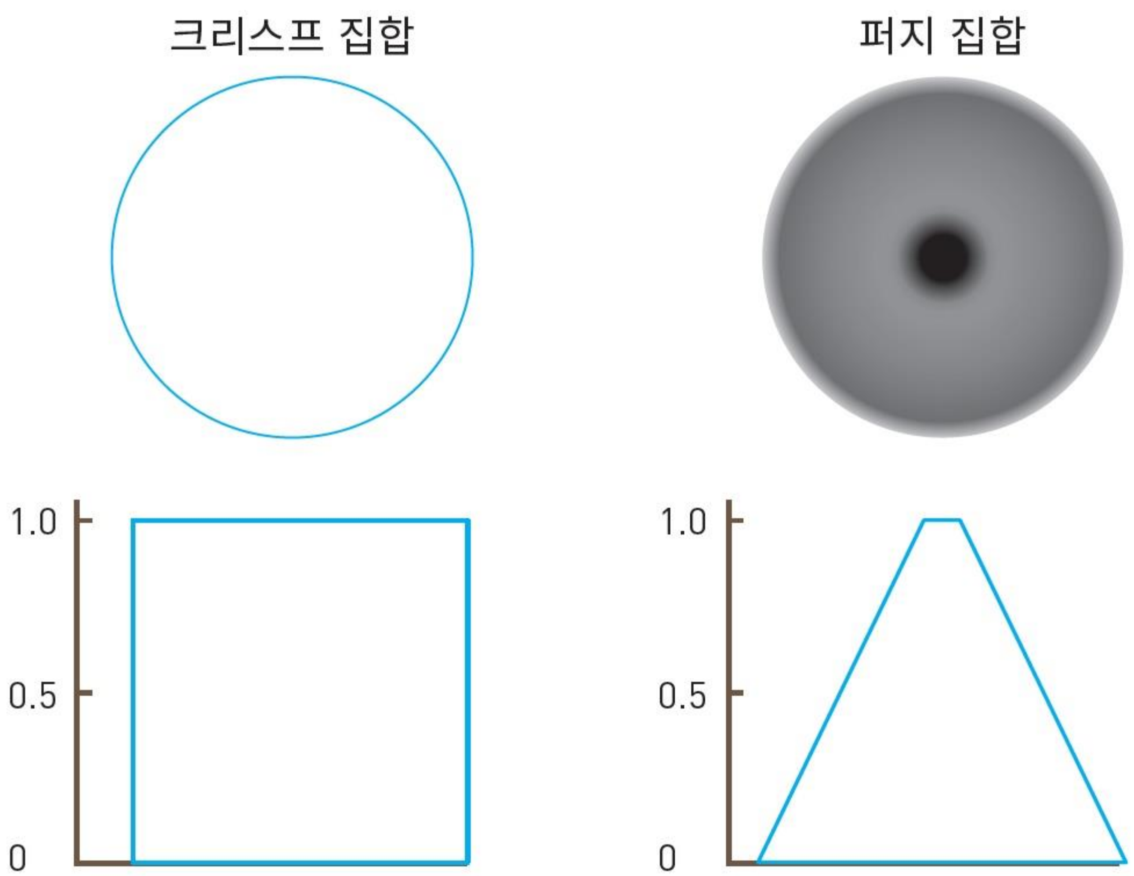
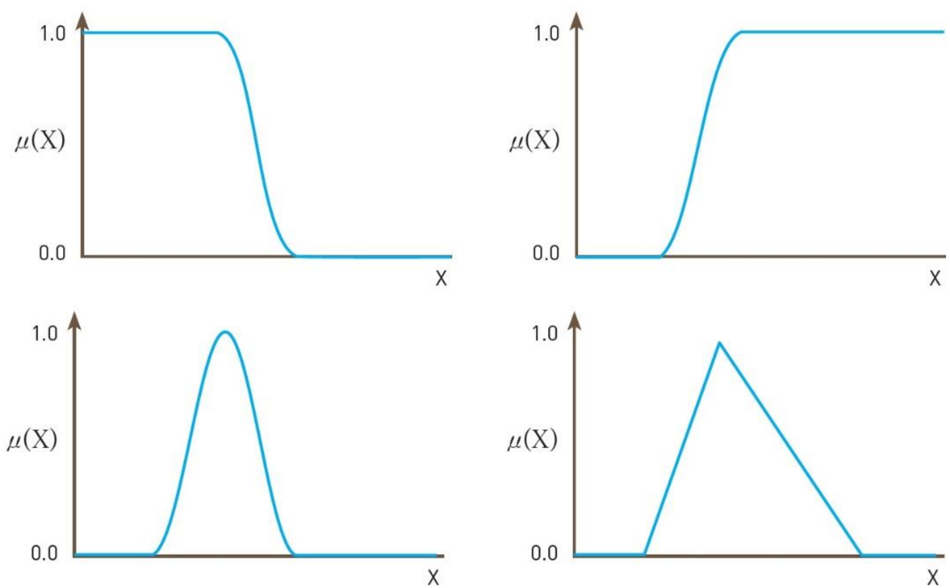


그림 6-6 크리스프 집합과 퍼지 집합

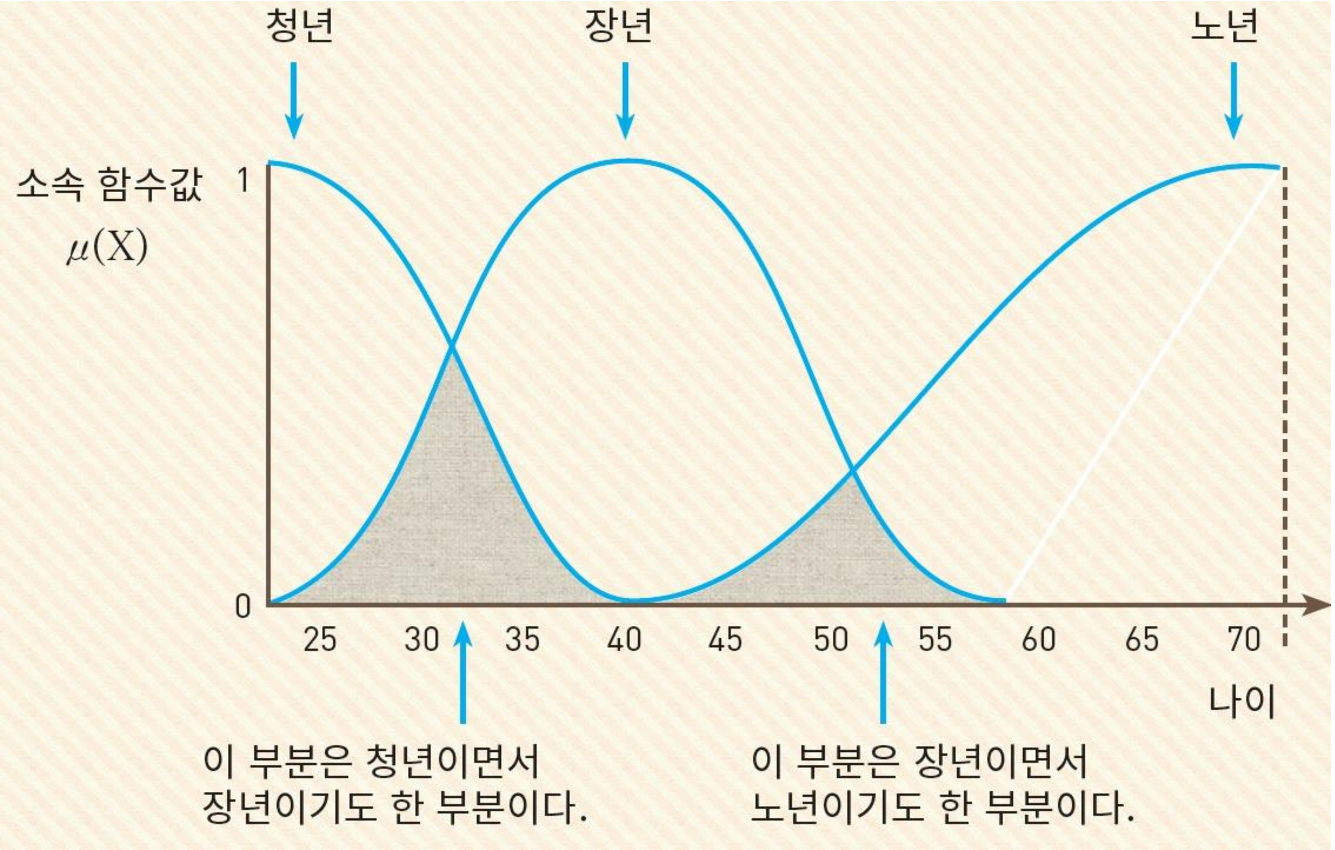
퍼지 집합의 표기 방법

- 비연속적인 퍼지 집합
  - “키 큰 사람” = { 0.30/170cm, 0.50/175cm, 0.95/180cm, 1.0/190cm }
  - “키 큰 사람” = { (170cm, 0.3), (175cm, 0.5), (180cm, 0.95), (190cm, 1.0) }
- 연속적인 퍼지 집합



Lab: 퍼지 집합의 예

- “청년”, “장년“, ”노년“를 나타내는 퍼지 집합



퍼지 집합에서의 연산자

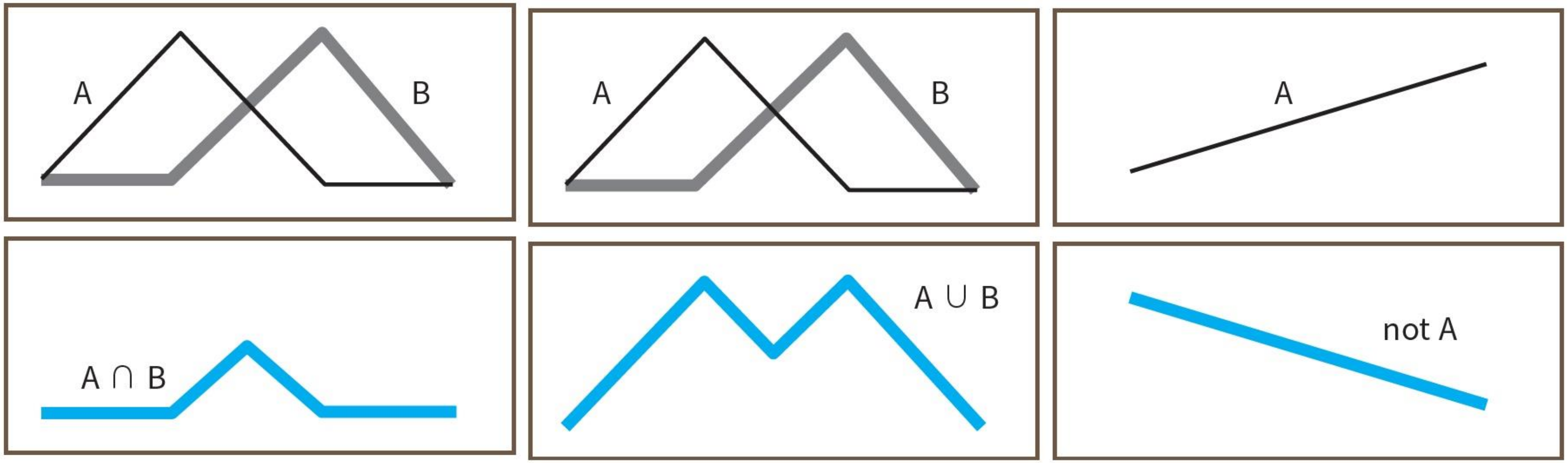
- 퍼지 집합 이론에서도 (NOT), (AND)(OR) 등의 논리 연산자

$$\mu_{\neg A(x)} = 1 - \mu_A(x)$$

$$\mu_{A \wedge B}(x) = \min[\mu_A(x), \mu_B(x)]$$

$$\mu_{A \vee B}(x) = \max[\mu_A(x), \mu_B(x)]$$

퍼지 집합에서의 연산자



Lab: 퍼지 집합 연산자

```
A(x) = {(x1, 0.8),(x2, 0.3),(x3, 0.9),(x4, 0.1)}
B(x) = {(x1, 0.3),(x2, 0.5),(x3, 0.7),(x4, 0.4)}
```

$$\mu_{(A \cup B)}(x1) = \max\{\mu_A(x1),\ \mu_B(x1)\} = \max\{0.8,\ 0.3\} = 0.8$$
$$\mu_{(A \cup B)}(x2) = \max\{\mu_A(x2),\ \mu_B(x2)\} = \max\{0.3,\ 0.5\} = 0.5$$
$$\mu_{(A \cup B)}(x3) = \max\{\mu_A(x3),\ \mu_B(x3)\} = \max\{0.9,\ 0.7\} = 0.9$$
$$\mu_{(A \cup B)}(x4) = \max\{\mu_A(x4),\ \mu_B(x4)\} = \max\{0.1,\ 0.4\} = 0.4$$

$$\mu_{(A \cap B)}(x1) = \min\ \{\mu_A(x1),\ \mu_B(x1)\} = \min\{0.8,\ 0.3\} = 0.3$$
$$\mu_{(A \cap B)}(x2) = \min\ \{\mu_A(x2),\ \mu_B(x2)\} = \min\{0.3,\ 0.5\} = 0.3$$
$$\mu_{(A \cap B)}(x3) = \min\ \{\mu_A(x3),\ \mu_B(x3)\} = \min\{0.9,\ 0.7\} = 0.7$$
$$\mu_{(A \cap B)}(x4) = \min\ \{\mu_A(x4),\ \mu_B(x4)\} = \min\{0.1,\ 0.4\} = 0.1$$

크리스프 집합에서의 AND, OR, NOT와 비교

A	B	min(A, B)
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

AND

A	B	max(A, B)
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

OR

A	1 - A
0	1
1	0

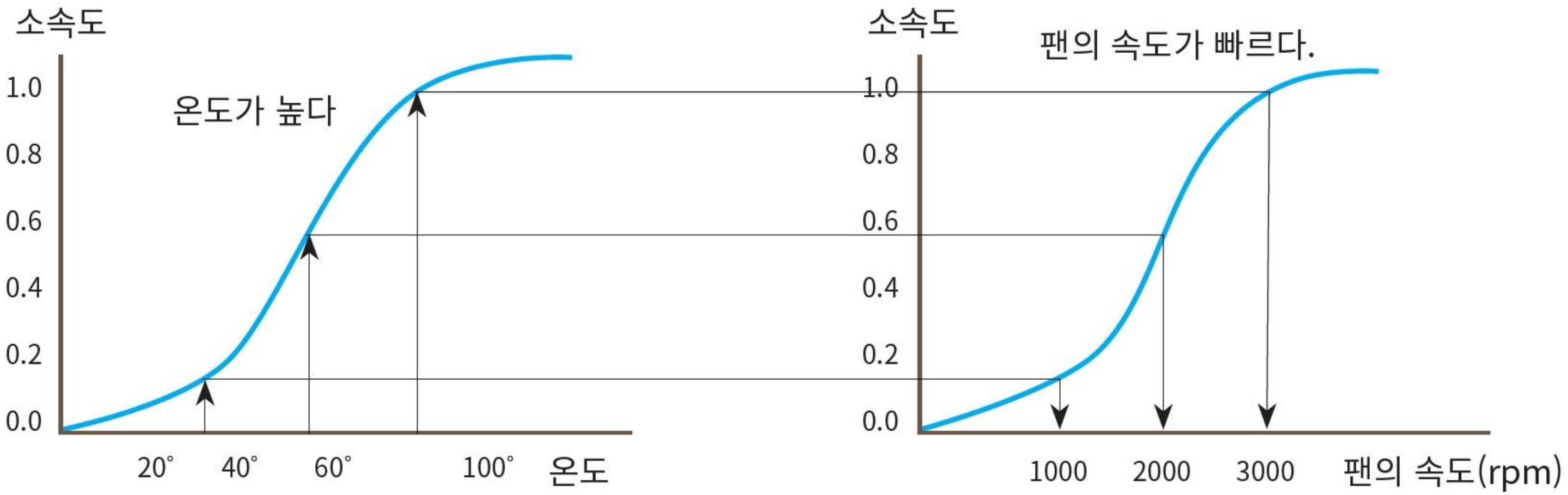
NOT

퍼지 추론

- 기존의 추론
  - 규칙 #1: IF 온도가 높다. THEN 팬의 속도를 증가시킨다.
  - 사실 #1: 온도가 약간 높다.
  - ---
  - 추론된 사실: ???

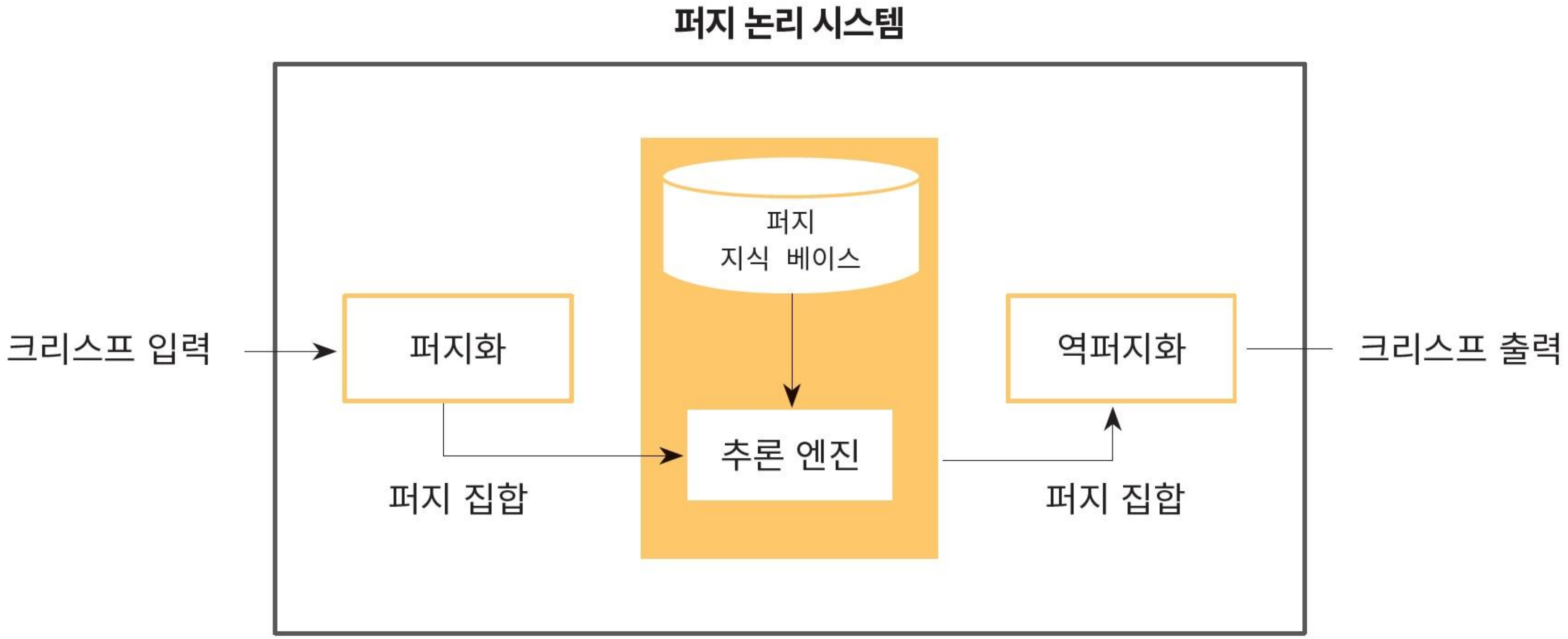
- 퍼지 추론
  - 규칙 #1: IF 온도가 높다. THEN 팬의 속도를 빠르게 한다.
  - 사실 #1: 온도가 약간 높다.
  - ---
  - 사실 #2: 팬의 속도를 약간 빠르게 한다.

퍼지추론

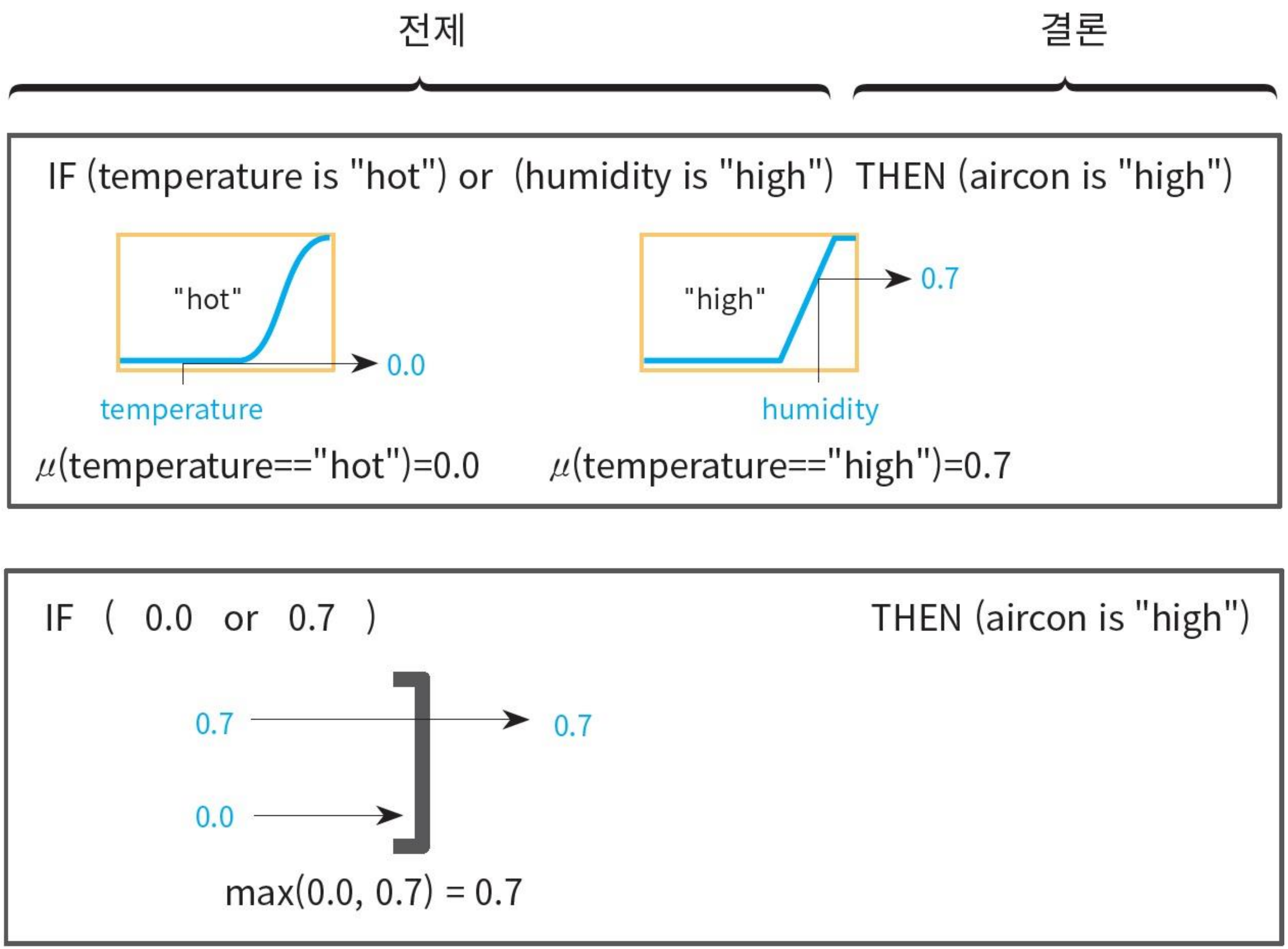


소속도
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
온도가 높다
20˚
40˚
60˚
100˚
온도
소속도
팬의 속도가 빠르다.
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0
1000
2000
3000
팬의 속도(rpm)

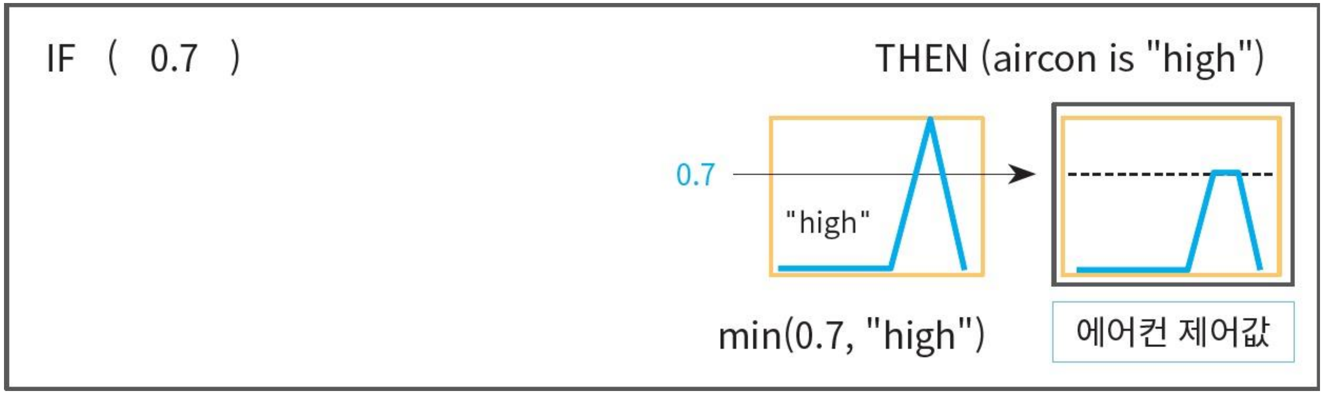
퍼지추론의 과정



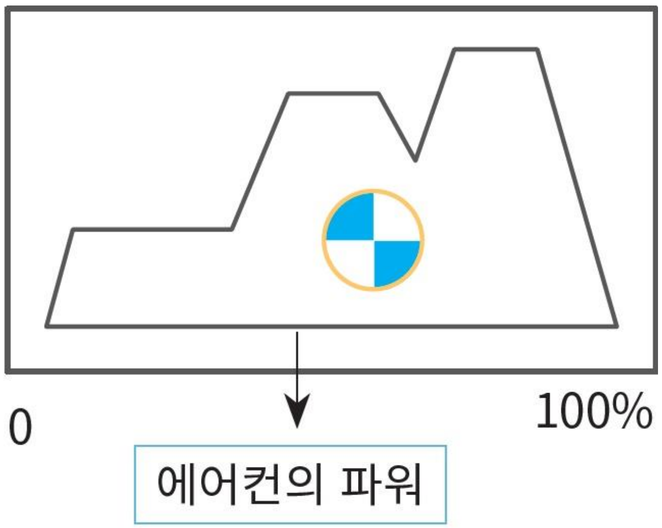
Max-min 추론 방법


전제
결론
IF (temperature is "hot") or (humidity is "high") THEN (aircon is "high")
"hot"
0.0
temperature
"high"
0.7
humidity
μ(temperature=="hot")=0.0
μ(temperature=="high")=0.7
IF (0.0 or 0.7) THEN (aircon is "high")
0.7
0.0
0.7
max(0.0, 0.7) = 0.7

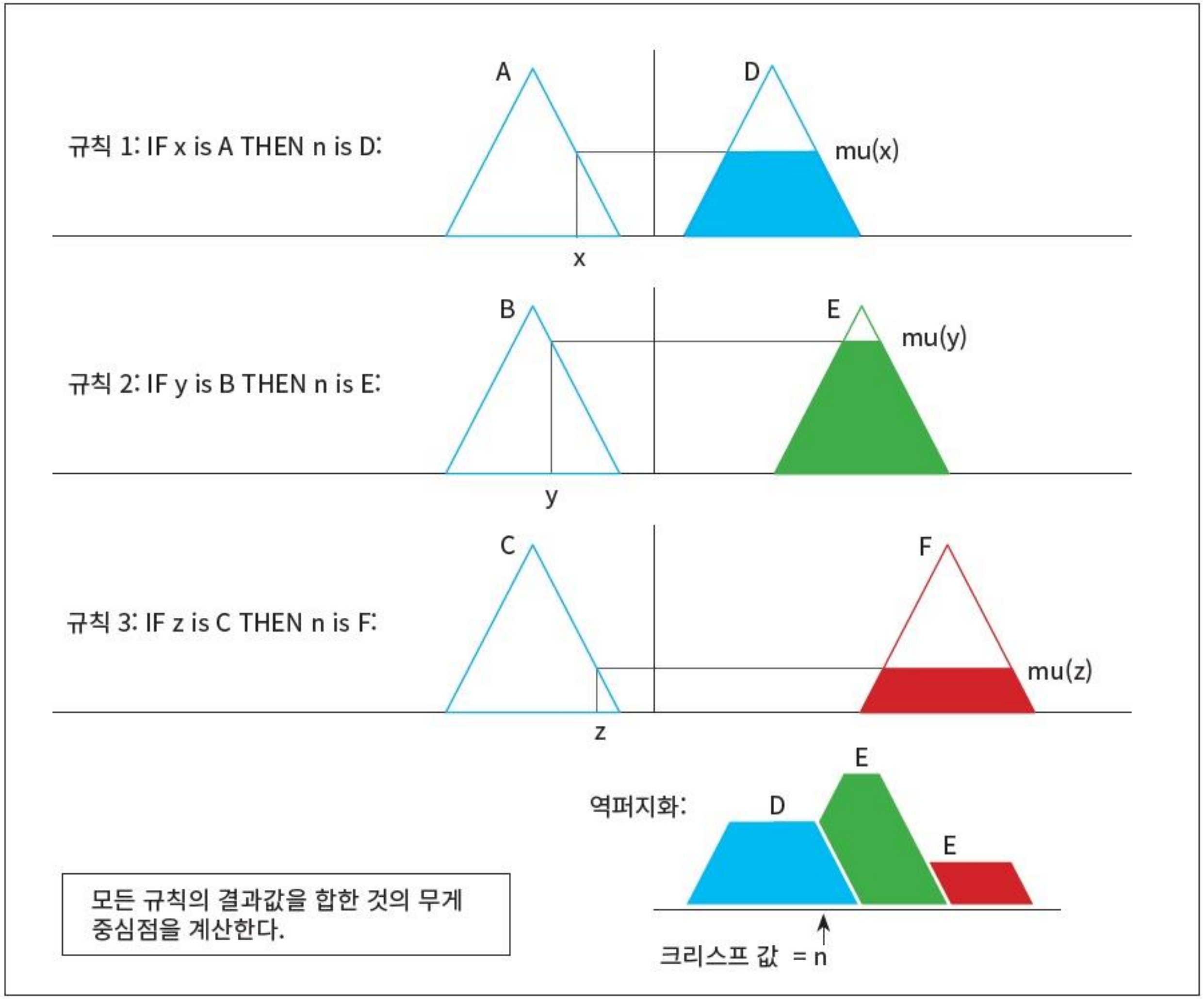
함축 연산자 처리



역피지화



규칙이 여러 개인 경우



규칙 1: IF x is A THEN n is D:
A
D
mu(x)
x
규칙 2: IF y is B THEN n is E:
B
E
mu(y)
y
규칙 3: IF z is C THEN n is F:
C
F
mu(z)
z
역퍼지화:
D
E
E
모든 규칙의 결과값을 합한 것의 무게 중심점을 계산한다.
크리스프 값 = n

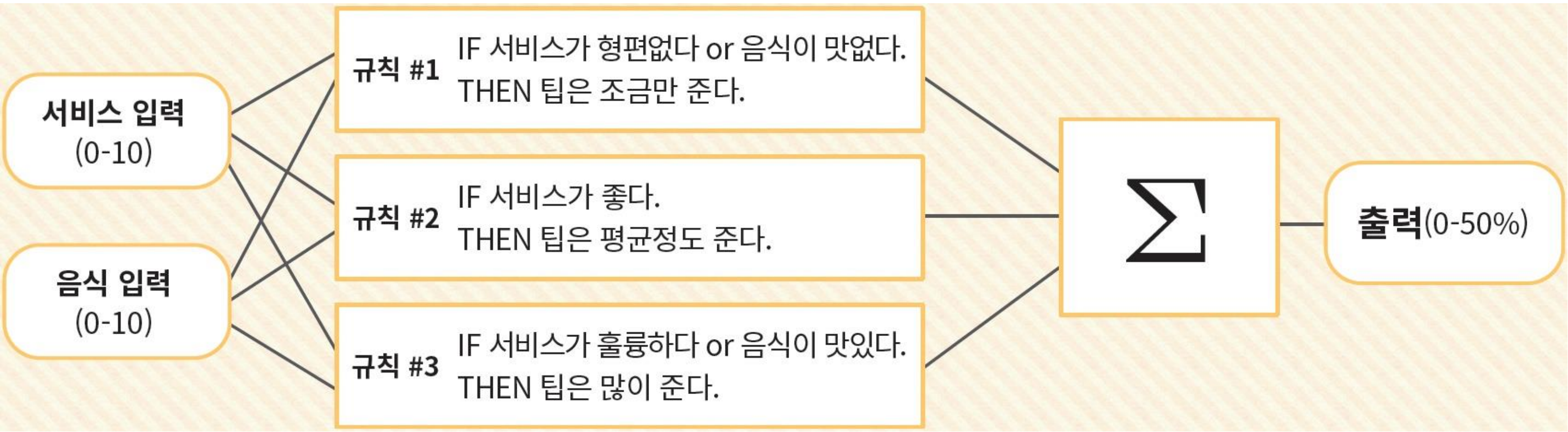
Lab: 팁을 주는 문제

규칙 #1: IF 서비스가 형편없다 or 음식이 맛없다
THEN 팁은 조금만 준다.

규칙 #2: IF 서비스가 좋다
THEN 팁은 평균정도 준다.

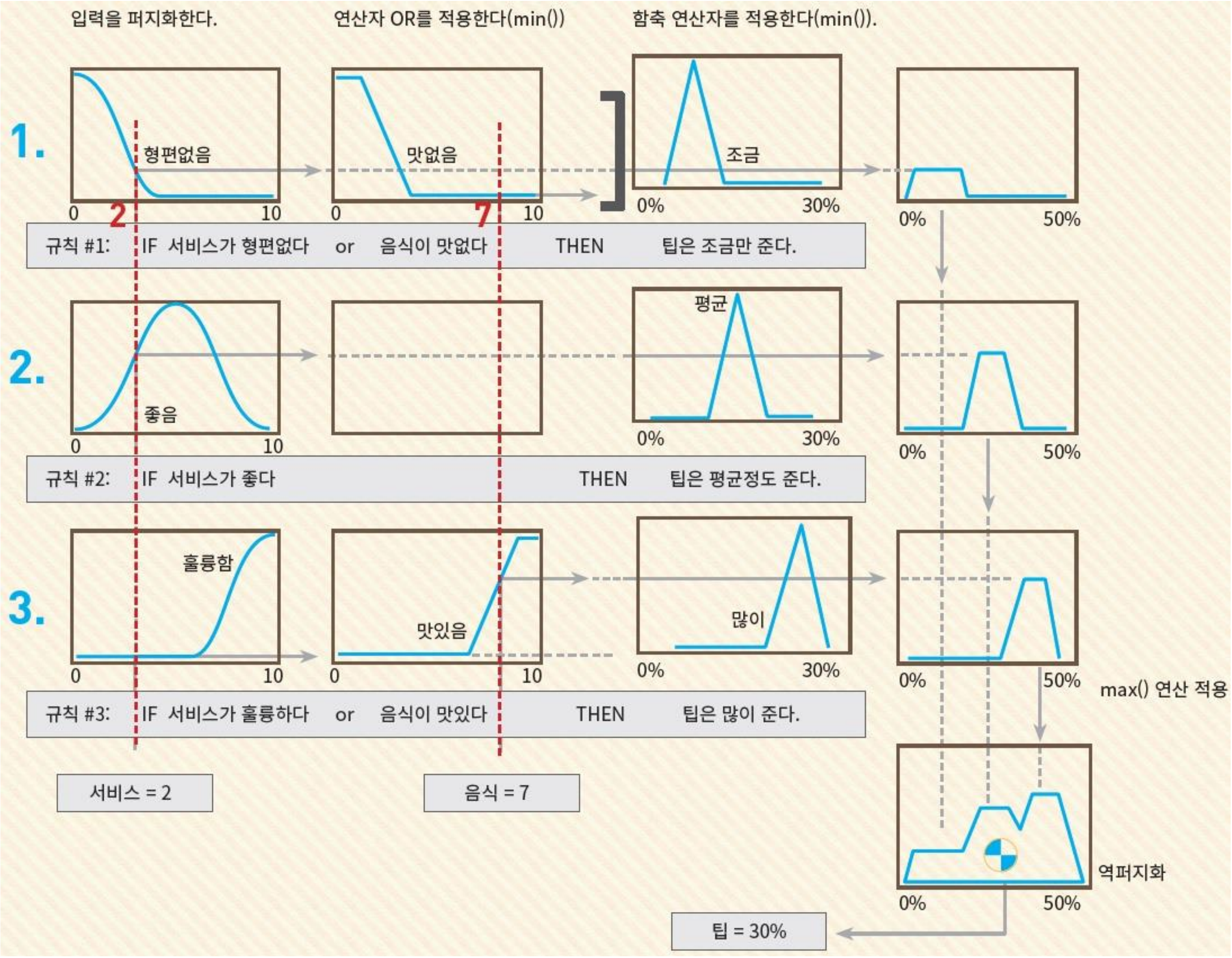
규칙 #3: IF 서비스가 훌륭하다 or 음식이 맛있다
THEN 팁은 많이 준다.

Lab: 팁을 주는 문제



서비스 입력
(0-10)
음식 입력
(0-10)
규칙 #1
IF 서비스가 형편없다 or 음식이 맛없다.
THEN 팁은 조금만 준다.
규칙 #2
IF 서비스가 좋다.
THEN 팁은 평균정도 준다.
규칙 #3
IF 서비스가 훌륭하다 or 음식이 맛있다.
THEN 팁은 많이 준다.
∑
출력(0-50%)

Lab: 팁을 주는 문제


입력을 퍼지화한다.
연산자 OR를 적용한다(min())
함축 연산자를 적용한다(min()).
1.
형편없음
0
2
10
맛없음
0
7
10
조금
0%
30%
0%
50%
규칙 #1: IF 서비스가 형편없다 or 음식이 맛없다 THEN 팁은 조금만 준다.
2.
좋음
0
10
평균
0%
30%
0%
50%
규칙 #2: IF 서비스가 좋다 THEN 팁은 평균정도 준다.
3.
훌륭함
0
10
맛있음
0
10
많이
0%
30%
0%
50%
max() 연산 적용
규칙 #3: IF 서비스가 훌륭하다 or 음식이 맛있다 THEN 팁은 많이 준다.
서비스 = 2
음식 = 7
역퍼지화
0%
50%
팁 = 30%

Summary

- 퍼지 논리는 1960년대에 자데 교수가 재발견하였다. 전통적인 크리스프 논리의 확장판으로 간주된다.
- 기존의 크리스프 논리는 크리스프 집합에 해당되고 퍼지 논리는 퍼지 집합에 해당된다. 퍼지 집합에서는 경계가 모호한 집합으로 집합의 원소는 얼마나 집합에 소속되었는지를 나타내는 소속 함수를 가진다.
- 퍼지 집합에 대해서도 교집합, 합집합, 여집합 등이 정의된다. 교집합은 min 연산으로 합집합은 max 연산으로, 여집합은 1-μ로 정의된다.
- 퍼지 추론은 입력 단계, 처리 단계, 출력 단계로 구성된다. 입력 단계는 센서로부터 입력되는 값을 적절한 소속 함수값으로 매핑한다. 이것을 퍼지화 단계(fuzzification)라고 한다. 처리 단계에서는 추론 엔진이 적절한 규칙들을 점화하여 각 규칙에 대한 결과를 생성한 후에 규칙들의 결과를 결합한다. 출력 단계는 결합된 규칙들의 결과를 특정 출력 값으로 다시 변환한다. 이것을 역퍼지화(defuzzification)라고 한다.

Q & A