

2.1

Общий вид всех моментов времени, когда Шеф и коллега смогут сверить свои часы, будет:

$$\begin{cases} N = H * x \\ x > 7 \\ H > 1 \end{cases}$$

Третье условие необходимо для выполнения $N > x$.

2.2

Когда же у нас появляются дополнительные временные уровни, все, кроме первого равны 0.

$$\begin{cases} N = T_1 * x^{k-1} \\ T_1 * x^{k-2} > 1 \\ x > 7 \\ k > 1 \end{cases}$$

Второе условие мы получили исходя из $N > x$ и первого условия. Так, например, T_1 не может быть равен 1, если k равно 2.

Четвертое условие, если уровень только один, то и часы сверять не надо, поэтому уровней должно быть больше одного.

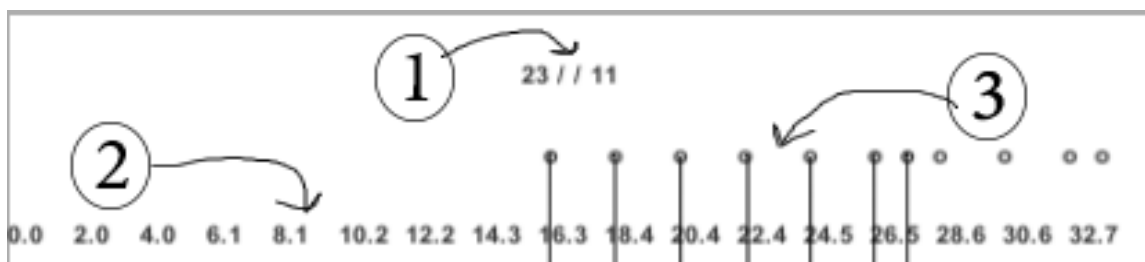
2.3

Добавив возможность менять значение T_i уровня, чтобы получить итоговое время, нам необходимо их просуммировать, аналогично 2.2:

$$\begin{cases} N = \sum_{i=1}^k T_i * x^{k-i} \\ \sum_{i=1}^k T_i * x^{k-i} > x \\ x > 7 \\ k > 1 \end{cases}$$

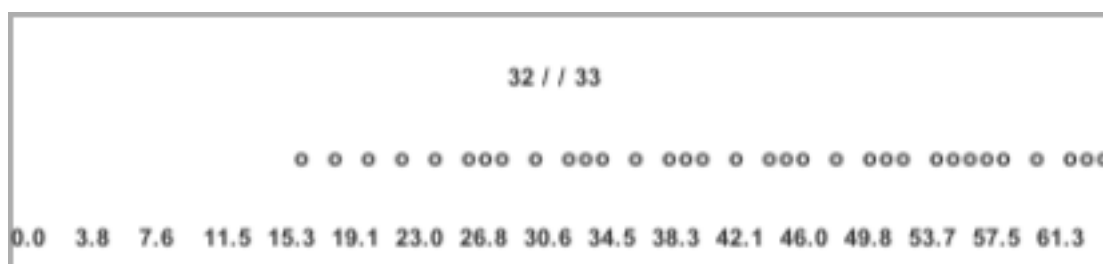
2.4

Чтобы упростить решение этого и последующих пунктов, написал на Unity небольшую программу, которая по заданному (бегунком) L и k перебирает значения времени и ставит кружки там, где сверка часов возможна. Вот пример полосы для самого первого пункта с пояснением к изображению

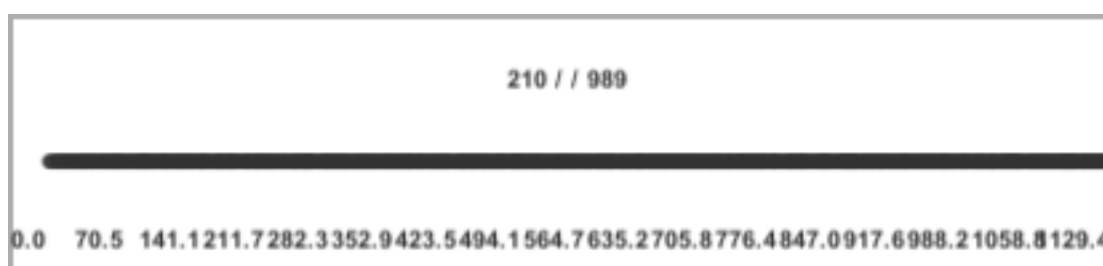


- 1) Количество моментов, в которых сверить часы нельзя // количество моментов, в которых сверить часы можно. В сумме они дают длину полосы L , здесь её длина $23+11$;
- 2) Полоска масштаба, обозначающая дистанцию от начала отсчёта до этой позиции, поэтому точки могут находиться чуть левее и правее от этих чисел.
- 3) Кружки, обозначают моменты времени для сверки часов. В данном примере это 16,18,20 и так далее до 34. Самый первый кружок находится рядом с 16.3, однако он находится левее центра 16.3, поэтому и значение чуть меньше.

2.1

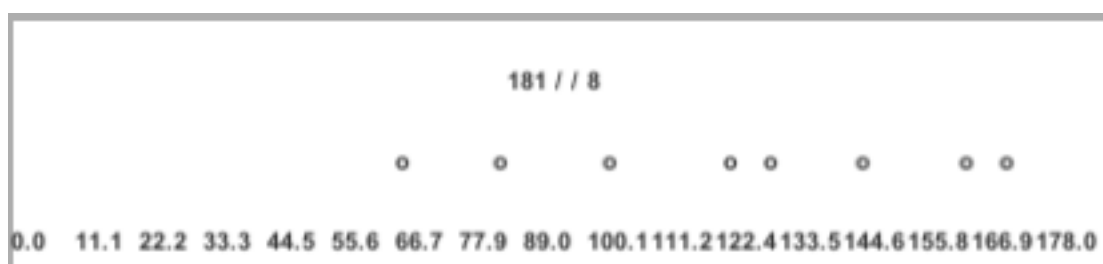


Здесь перемножение двух чисел, отличных от единицы. Значит, нам не подходят все простые числа, а так же числа 21 25 28 35, так как при разбиении этих чисел на два множителя, первое число должно быть больше 7, а второе больше 1 (или наоборот). Поэтому кол-во пустых клеточек растет медленнее, чем кол-во закрашенных и к 65 вторых будет больше.



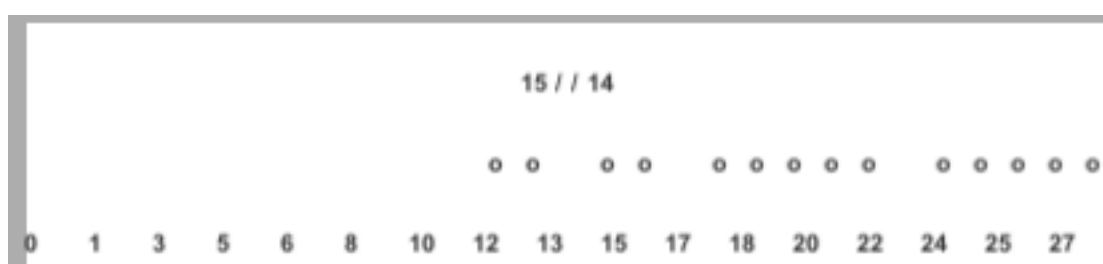
2.2

Если у нас три уровня. Тогда возможны случаи ($N=1, x=8$, $N=N \cdot x^2$) 64,81 и так далее. Так же при $N=2$ появляется 128 и 162 в этом диапазоне. Картина как и в первом случае, только теперь второй множитель возведён в степень k .

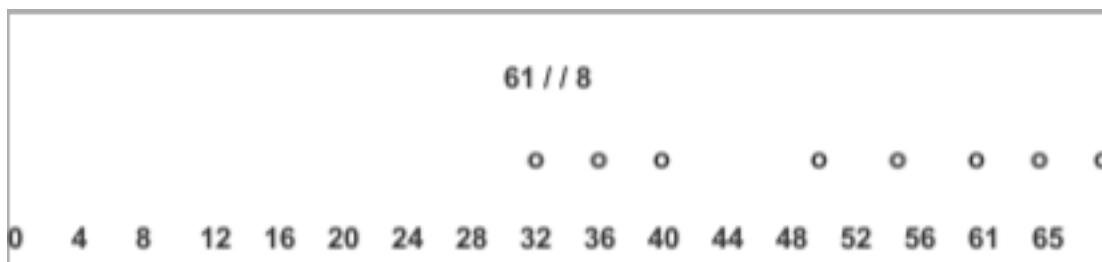


При увеличении кол-ва уровней k , точки сильно радеют.

2.3



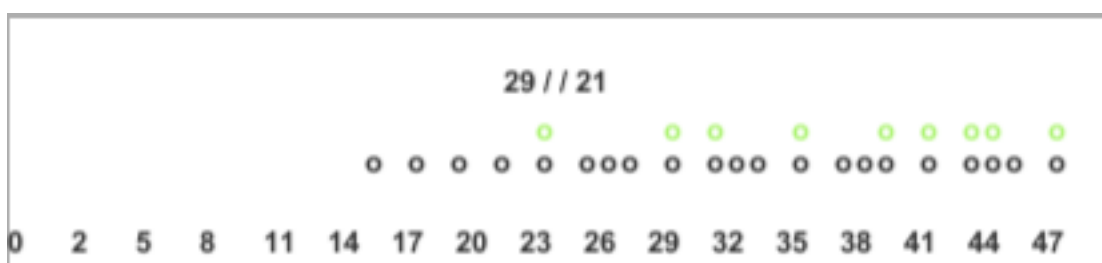
При двух уровнях похоже на 2.1, однако добавились 12 – ($1 : 4, x=8$), 13 – ($1 : 4, x=9$)
Запись “ $1 : 4, x=9$ ” обозначает ($T_1 : T_2, x$).



При трёх уровнях у нас добавляется возможность сделать T_1 нулём, тогда становятся возможны такие комбинации как 32 – (0 : 4 : 0 , $x = 8$), 36 – (0 : 4 : 4 , $x = 8$), 40 – (0 : 4 : 4 , $x = 9$) и так далее. При добавлении возможности менять значения уровней, времени для сравнения часов стало больше, по сравнению с 2.2. А увеличение k приводит к уменьшению этих моментов.

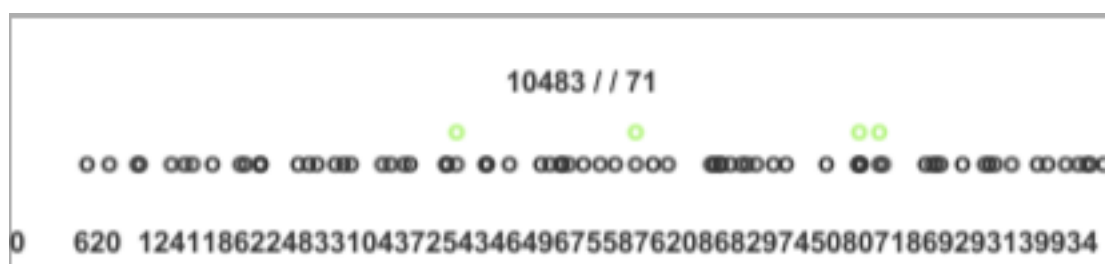
2.5

2.1



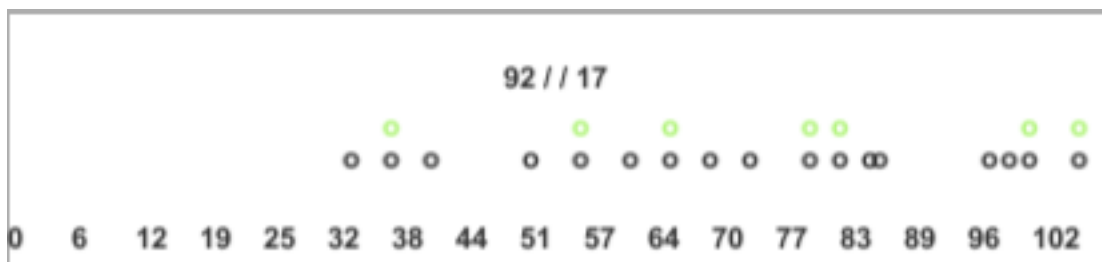
Зеленым отмечены моменты времени, которые мы сможем отмерить на двух часах, это 24 30 32. Так как мы можем разбить эти числа, соблюдая условие в 4.2.1, несколькими способами 24 это $12 * 2$ или $4 * 8$, $30 = 15 * 2 = 10 * 3$.

2.2



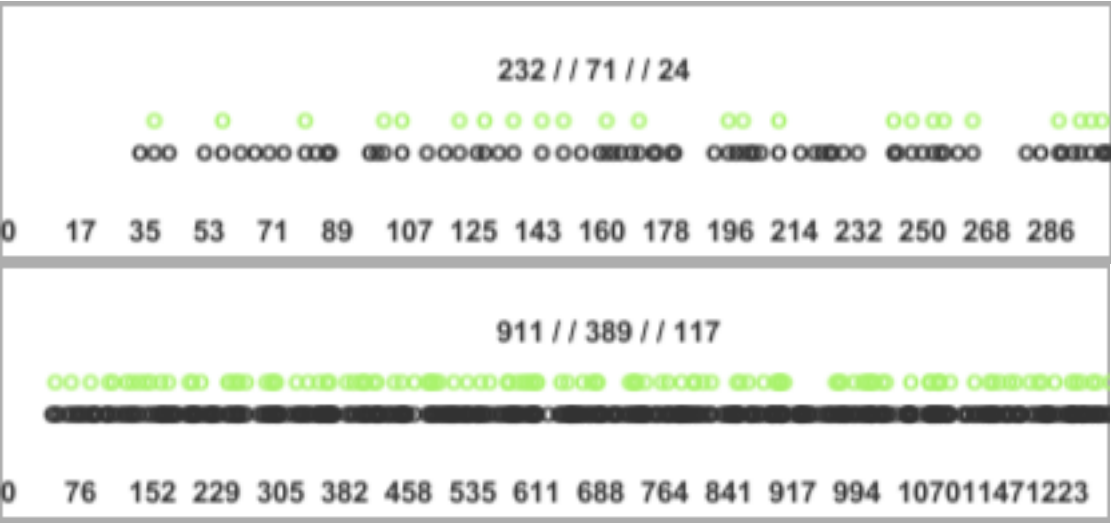
Для четырёх уровней самое первое возможное число с двумя часами это 4096. Оно получается при (1:0:0:0 , $x=16$) и (8:0:0:0 , $x=8$).

2.3



С тремя уровнями и возможностью менять их, самым первым является 36 как (0 : 4 : 0 , $x=9$) и (0 : 4 : 4 , $x=8$).

С увеличением L



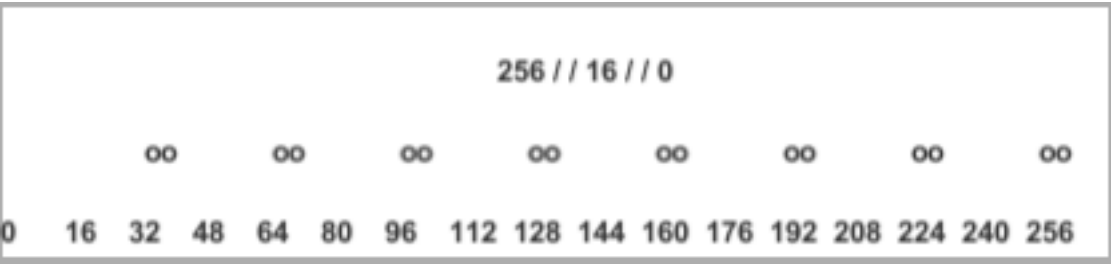
Отношение пустых // только черных//зеленых для k=3, с увеличением длинны меняется вот так:

Длина L	Пустые	Возможные моменты с одними часами	Возможные моменты с парой часов
109	84.4%	9.1%	6.4%
303	76.5%	15.5%	7.9%
1300	70%	21%	9%

Ранее, при k=2, нам достаточно было L длины 62, чтобы моментов времени, в которых сверить часы возможно было бы больше, чем моментов времени “остаться дома”. Из этого можно сделать вывод, что насколько бы большим не был k, всегда найдется L выполняющее это условие.

2.6

Убрав возможность менять X, сделав изначально его 8 и добавив 3 уровня, мы получим такую картину:



Здесь увеличение N на 1 добавляет нам 4 времени для сверки часов. Например при N=1 и трёх уровнях возможно получить :64 68 96 100. (Если N = 0 , то возможно всего два , 32(0:4:0) и 36).

Количество уровней	Добавляет время за одну единицу N
3	4
4	8
5	16
6	32

Кол-во времени, за единицу N является 2 в степени k-1.

Сделав X = 2,k=2,оставив возможность менять T1, мы сможем сверять часы всегда.

Сделав $X = 2$ и сделав возможность менять T_1 только на 0 или $X/2$ – максимальное время часов будет 2 в степени (k).

Сделав $X=2$, возможность менять T_1 только на 0 или $X/2$ и Предоставить возможность менять k на любое число, максимальная длина L для определения времени будет равна 2^k .