

Project BlackJack

Jelle Biebaut, Daan Delva, Jari Meire, Niels Wauters

HoGent

Onderzoekstechnieken

Groep16

I. INLEIDING

In het kader van het opleidingsonderdeel Onderzoekstechnieken kregen we de opdracht om onderzoek te voeren naar blackjack. Blackjack is een *card game* met eenvoudige spelregels. Een speler probeert een score te behalen zo dicht mogelijk bij 21 zonder dat hij erboven gaat, hetzelfde geldt voor de dealer. Zolang dat geen van beide boven de 21 gaat, wint de hoogste score. Als beide spelers een gelijke score hebben, wint de dealer. Maar achter dit spel zijn verschillende strategieën bedacht om zo veel mogelijk te kunnen winnen. De bedoeling van dit onderzoek is om een zo goed mogelijke strategie te vinden voor het spelen van dit spelletje. We maken hiervoor gebruik van simulatie software om tot onze resultaten te komen.

April 20, 2015

A. Onderzoeksvraag

Welke strategie geeft je het meeste kans op een positieve winst?

Dit zullen we nagaan door 12 eigen strategieën met elkaar te vergelijken. Hiervoor zullen we dus, door gebruik te maken van simulatie software, elk van deze strategieën evalueren. Nadien vergelijken we de resultaten om zo te bepalen bij welke strategie de kans het grootst is op een positieve winst. Met deze gegevens zullen we in staat zijn om de meest geschikte strategie aan te wijzen. Achteraf zullen we 4 strategieën bespreken in deze opdracht.

B. Deelonderzoeksvraag

Welke opties geven je het meeste kans op een positieve winst ?

We gaan na welke van deze opties de meest efficiëntste combinatie is en waarbij we dus de meeste kans hebben op een positieve winst. We onderzoeken eerst alle strategieën met onze eerste 3 opties ¹. Daarna kiezen we de beste 4 strategieën en passen we onze laatste optie daar op toe om zo tot onze beste strategie te komen ².

We zorgen ervoor dat onze inzet nooit veranderd, onze standaard inzet is steeds 1\$, via onze simulatie software krijgen we steeds een *average profit, house edge*, de kans op een winst groter dan 5\$ en de kans op een verlies groter dan 5\$.

¹Deze opties zijn *dealer stand of hit op een soft 17, verdubbelen van inzet bij elk paar of enkel bij 9, 10 of 11 en verdubbelen van inzet na elke split is toegestaan of niet*

²Surrenderen of niet

II. STRATEGIEËN

We gaan eerst onderzoeken welke van onze opties het beste resultaat geeft. Bij elk van onze opties hebben we een *basic strategy* opgesteld en deze in onze simulator gestoken. Strategie 1 is de combinatie van dealer stands op een soft 17, we verdubbelen alle paren en verdubbeling na een split is toegestaan. Strategie 2 is de combinatie van dealer stands op een soft 17, we verdubbelen alle paren en verdubbeling na een split is niet toegestaan. En zo gaan we verder tot we in elke strategie een andere combinatie hebben van onze opties.

Hierna gaan we alle strategieën vergelijken met elkaar en halen we er de 4 beste uit en daar passen we onze laatste optie op toe, *surrender*. Onze simulatie doen we steeds met 6 decks en de speler mag split doen tot een maximum van 4 handen.

A. Welke van onze eigen strategie is de beste ? (Deel 1)

In deze paragraaf gaan we onze beste 4 strategieën bespreken zonder de *surrender*, daarna bespreken we ze met *surrender*.

a) *Strategie 1*: Deze strategie bestaat uit de combinatie van dealer stands op een soft 17, we verdubbelen de inzet bij alle paren en verdubbeling van de inzet na een split is niet toegestaan. ³ Dan bekomen we deze *basic strategy* :

Player hand	Dealer's face-up card									
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
Hard totals										
17-20	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
16	S	S	S	S	S	S	H	H	H	H
15	S	S	S	S	S	S	H	H	H	H
13-14	S	S	S	S	S	S	H	H	H	H
12	H	H	S	S	S	S	H	H	H	H
11	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
10	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
9	H	D	D	D	D	D	H	H	H	H
5-8	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
Soft totals										
A,8-A,9	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
A,7	S	DS	DS	DS	DS	S	S	S	S	S
A,6	H	D	D	D	D	H	H	H	H	H
A,4-A,5	H	H	D	D	D	H	H	H	H	H
A,2-A,3	H	H	H	D	D	H	H	H	H	H
Pairs										
A,A	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
10,10	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
9,9	P	P	P	P	P	S	P	P	S	S
8,8	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
7,7	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H
6,6	H	P	P	P	P	P	H	H	H	H
5,5	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
4,4	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
2,2-3,3	H	H	P	P	P	P	H	H	H	H

³Bij bovenstaande tabel betekenen volgende letters dit: S staat voor player Stand, H staat voor player Hit, D staat voor Double en Hit als double toegestaan is, DS staat voor Double en Stand als double niet toegestaan is en P staat voor Split. Hetzelfde geldt voor de andere tabellen.

b) *Strategie 2:* Deze strategie bestaat uit de combinatie van dealer stands op een soft 17, we verdubbelen de inzet alleen bij de paren 9, 10 en 11 en verdubbeling van de inzet na een split is toegestaan.

Dan bekommen we deze *basic strategy* :

Player hand	Dealer's face-up card									
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
Hard totals										
17-20	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
16	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
15	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
13-14	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
12	H	H	S	S	S	H	H	H	H	H
11	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
10	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
9	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
5-8	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
Soft totals										
A,8-A,9	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
A,7	S	S	S	S	S	S	S	S	H	H
A,6	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
A,4-A,5	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
A,2-A,3	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
Pairs										
A,A	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
10,10	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
9,9	P	P	P	P	P	S	P	P	S	S
8,8	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
7,7	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H
6,6	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H
5,5	D	D	D	D	D	D	D	D	H	H
4,4	H	H	H	P	P	P	H	H	H	H
2,2-3,3	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H

c) *Strategie 3:* Deze strategie bestaat uit de combinatie van dealer hits op een soft 17, we verdubbelen de inzet bij alle paren en verdubbeling van inzet na een split is toegestaan.

Dan bekommen we deze *basic strategy* :

Player hand	Dealer's face-up card									
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
Hard totals										
17-20	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
16	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
15	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
13-14	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
12	H	H	S	S	S	H	H	H	H	H
11	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
10	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
9	H	D	D	D	D	H	H	H	H	H
5-8	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
Soft totals										
A,8-A,9	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
A,7	S	DS	DS	DS	DS	S	S	H	H	H
A,6	H	D	D	D	D	H	H	H	H	H
A,4-A,5	H	H	D	D	D	H	H	H	H	H
A,2-A,3	H	H	H	D	D	H	H	H	H	H
Pairs										
A,A	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
10,10	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
9,9	P	P	P	P	P	S	P	P	S	S
8,8	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
7,7	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H
6,6	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H
5,5	D	D	D	D	D	D	D	D	H	H
4,4	H	H	H	P	P	P	H	H	H	H
2,2-3,3	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H

d) *Strategie 4:* Deze strategie bestaat uit de combinatie van dealer hits op een soft 17, we verdubbelen de inzet alleen bij de paren 9, 10 en 11 en verdubbeling na een split is toegestaan.

Dan bekommen we deze *basic strategy* :

Player hand	Dealer's face-up card									
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
Hard totals										
17-20	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
16	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
15	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
13-14	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
12	H	H	S	S	S	H	H	H	H	H
11	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
10	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
9	H	D	D	D	D	H	H	H	H	H
5-8	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
Soft totals										
A,8-A,9	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
A,7	S	S	S	S	S	S	S	S	H	H
A,6	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
A,4-A,5	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
A,2-A,3	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
Pairs										
A,A	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
10,10	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
9,9	P	P	P	P	P	S	P	P	S	S
8,8	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
7,7	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H
6,6	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H
5,5	D	D	D	D	D	D	D	D	H	H
4,4	H	H	H	P	P	P	H	H	H	H
2,2-3,3	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H

e) *De beste strategie:* Uit onze resultaten na het simuleren van al onze strategieën zijn bovenstaande 4 er het beste uitgekomen. En dus opteren we ervoor om deze 4 te vergelijken met elkaar.

Strategie 1 heeft een average profit van -0,29 en een house edge van 0,29. Daarbij hebben we een kans van bijna 32% dat onze winst groter is dan 5\$ en een kans van 34% dat we een verlies leiden van groter dan 5\$.

Strategie 2 heeft een average profit van -0,46 en een house edge van 0,46. Daarbij hebben we een kans van 31,21% dat onze winst groter is dan 5\$ en een kans van 34% dat we een verlies leiden van groter dan 5\$.

Strategie 3 heeft een average profit van -0,87 en een house edge van 0,87. Daarbij hebben we een kans van 30,85% dat onze winst groter is dan 5\$ en een kans van bijna 36% dat we een verlies leiden van groter dan 5\$.

Strategie 4 heeft een average profit van -0,78 en een house edge van 0,78. Daarbij hebben we een kans van bijna 30,5% dat onze winst groter is dan 5\$ en een kans van 35,57% dat we een verlies leiden van groter dan 5\$.

Zo zien we dat dus onze eerste strategie ons het dichtst brengt bij een positieve winst. We weten dat we nooit een positieve winst zouden kunnen halen aangezien iedereen dan die strategie zou toepassen en casino's dan veel verlies zouden lijden. We hebben nu wel 1 optie die nog steeds niet gebruikt is, de optie surrender. Aangezien je in de realiteit ook de mogelijkheid hebt om te surrendereen, hebben we nu van deze 4 strategieën 4 nieuwe strategieën gemaakt met de optie om te surrendereen.

B. Welke van onze eigen strategie is het beste met surrender ? (Deel 2)

In deze paragraaf onderzoeken we welke van onze bovenstaande strategieën het beste is met surrender.

f) *Strategie 1 met surrender:* Deze strategie bestaat uit de combinatie van dealer stands op een soft 17, we verdubbelen de inzet bij alle paren, verdubbeling van de inzet na een split is niet toegestaan en met de optie om te surrendereen. ⁴ Dan bekomen we deze *basic strategy* :

Player hand	Dealer's face-up card									
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
Hard totals										
18-20	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
17	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
16	S	S	S	S	S	S	H	RH	RS	RH
15	S	S	S	S	S	H	H	H	RH	H
13-14	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
12	H	H	S	S	S	H	H	H	H	H
11	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
10	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
9	H	D	D	D	D	H	H	H	H	H
5-8	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
Soft totals										
A,8-A,9	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
A,7	S	DS	DS	DS	DS	S	S	RH	RS	RH
A,6	H	D	D	D	D	H	H	H	H	H
A,4-A,5	H	H	D	D	D	H	H	H	H	H
A,2-A,3	H	H	H	D	D	H	H	H	H	H
Pairs										
A,A	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
10,10	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
9,9	P	P	P	P	P	P	P	P	P	S
8,8	P	P	P	P	P	P	P	P	P	RP
7,7	P	P	P	P	P	P	P	P	P	H
6,6	P	P	P	P	P	P	P	P	P	H
5,5	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
4,4	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
2,2-3,3	H	H	P	P	P	P	H	H	H	H

g) *Strategie 2 met surrender:* Deze strategie bestaat uit de combinatie van dealer stands op een soft 17, we verdubbelen de inzet alleen bij de paren 9, 10 en 11, verdubbeling van de inzet na een split is toegestaan en met de optie om te surrendereen.

Dan bekomen we deze *basic strategy* :

Player hand	Dealer's face-up card									
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
Hard totals										
18-20	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
17	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
16	S	S	S	S	S	H	H	RH	RS	RH
15	S	S	S	S	S	H	H	H	RH	H
13-14	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
12	H	H	S	S	S	H	H	H	H	H
11	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
10	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
9	H	D	D	D	D	H	H	H	H	H
5-8	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
Soft totals										
A,8-A,9	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
A,7	S	S	S	S	S	S	S	S	H	H
A,6	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
A,4-A,5	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
A,2-A,3	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
Pairs										
A,A	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
10,10	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
9,9	P	P	P	P	P	P	P	P	P	S
8,8	P	P	P	P	P	P	P	P	P	RP
7,7	P	P	P	P	P	P	P	P	P	H
6,6	P	P	P	P	P	P	P	P	P	H
5,5	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
4,4	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
2,2-3,3	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H

⁴Bij bovenstaande tabel betekenen volgende letters dit: RH staat voor Surrender en Hit als surrender niet is toegestaan, RS staat voor Surrender en Stand als surrender niet is toegestaan en RP staat voor Surrender en Split als surrender niet is toegestaan

h) *Strategie 3 met surrender:* Deze strategie bestaat uit de combinatie van dealer hits op een soft 17, we verdubbelen de inzet bij alle paren, verdubbeling van inzet na en split is toegestaan en met de optie om te surrendereen. Dan bekomen we deze *basic strategy* :

Player hand	Dealer's face-up card									
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
Hard totals										
18-20	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
17	S	S	S	S	S	S	S	S	S	RS
16	S	S	S	S	S	H	H	RH	RS	RH
15	S	S	S	S	S	H	H	H	RH	RH
13-14	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
12	H	H	S	S	S	H	H	H	H	H
11	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
10	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
9	H	D	D	D	D	H	H	H	H	H
5-8	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
Soft totals										
A,9	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
A,8	S	S	S	S	S	DS	S	S	S	S
A,7	DS	DS	DS	DS	DS	S	S	S	H	H
A,6	H	D	D	D	D	H	H	H	H	H
A,4-A,5	H	H	D	D	D	H	H	H	H	H
A,2-A,3	H	H	H	D	D	H	H	H	H	H
Pairs										
A,A	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
10,10	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
9,9	P	P	P	P	P	P	P	P	P	S
8,8	P	P	P	P	P	P	P	P	P	RP
7,7	P	P	P	P	P	P	P	P	P	H
6,6	P	P	P	P	P	P	P	P	P	H
5,5	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
4,4	H	H	H	P	P	H	H	H	H	H
2,2-3,3	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H

i) *Strategie 4 met surrender:* Deze strategie bestaat uit de combinatie van dealer hits op een soft 17, we verdubbelen de inzet alleen bij de paren 9, 10 en 11, verdubbeling na een split is toegestaan en met de optie om te surrendereen. Dan bekomen we deze *basic strategy* :

Player hand	Dealer's face-up card									
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
Hard totals										
18-20	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
17	S	S	S	S	S	S	S	S	S	RS
16	S	S	S	S	S	H	H	RH	RS	RH
15	S	S	S	S	S	H	H	H	RH	RH
13-14	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
12	H	H	S	S	S	H	H	H	H	H
11	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
10	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
9	H	D	D	D	D	H	H	H	H	H
5-8	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
Soft totals										
A,8-A,9	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
A,7	S	S	S	S	S	S	S	S	H	H
A,6	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
A,4-A,5	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
A,2-A,3	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
Pairs										
A,A	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
10,10	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
9,9	P	P	P	P	P	P	P	P	P	S
8,8	P	P	P	P	P	P	P	P	P	RP
7,7	P	P	P	P	P	P	P	P	P	H
6,6	P	P	P	P	P	P	P	P	P	H
5,5	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
4,4	H	H	H	P	P	H	H	H	H	H
2,2-3,3	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H

j) *De 'beste' strategie met surrender:* Ook hier hebben we dus alle opties ingegeven in onze simulator en krijgen we dezelfde 4 variabelen waar we de strategieën mee vergelijken.

Strategie 1 met surrender heeft een average profit van -0,67 en een house edge van 0,67. Daarbij hebben we een kans van bijna 31% dat onze winst groter is dan 5\$ en een kans van bijna 35% dat we een verlies leiden van groter dan 5\$.

Strategie 2 met surrender heeft een average profit van -0,59 en een house edge van 0,59. Daarbij hebben we een kans van 30,5% dat onze winst groter is dan 5\$ en een kans van bijna 34,5% dat we een verlies leiden van groter dan 5\$.

Strategie 3 met surrender heeft een average profit van -0,29 en een house edge van 0,29. Daarbij hebben we een kans van iets meer dan 32% dat onze winst groter is dan 5\$ en een kans van 34% dat we een verlies leiden van groter dan 5\$.

Strategie 4 met surrender heeft een average profit van -1,15 en een house edge van 1,15. Daarbij hebben we een kans van iets meer dan 29% dat onze winst groter is dan 5\$ en een kans van bijna 37% dat we een verlies leiden van groter dan 5\$.

Hieruit kunnen we dus concluderen dat strategie 3 met surrender de beste strategie is die we kunnen hebben met surrender. Zo zien we maar dat het veranderen van 1 variabele grote veranderingen kan teweeg brengen. Zo is strategie 1 niet meer de beste strategie met surrender terwijl die strategie wel de betere was zonder surrender. Bovendien gaf strategie 3 ons het minste kans op winst zonder surrender.

Dit zijn lang niet alle mogelijke strategieën maar we hebben besloten om niet elke optie op te nemen in ons onderzoek. Zo konden we ook de optie nemen om de dealer te laten 'peaken' naar zijn eerste kaart. Daardoor is ons onderzoek een klein beetje onvolledig.

kunnen we kijken welke soort strategie, met of zonder surrender, ons gemiddeld het meeste kans op winst geeft.

Als eerste concluderen we dus dat strategie 1 zonder surrender en strategie 3 met surrender het meeste kans geven op winst. Beiden halen ze een 'average profit' van -0,29 waardoor ze veruit de beste zijn. Om hieruit dus de beste strategie te kiezen gaan we kijken welke kans elke strategie heeft op een winst of verlies van meer of minder dan 5\$. Strategie 1 heeft een kans van 34,09% op een verlies die groter is dan 5\$. Uit dezelfde simulatie krijgen bij strategie 3 nagenoeg juist hetzelfde resultaat. Aan deze gegevens kunnen we dus niet zien welke de beste is. Strategie 1 heeft een kans van 31,92% op een winst die groter is dan 5\$, terwijl strategie 3 bij dezelfde winst een kans heeft van 32,28%. Het verschil is weliswaar klein maar er is een verschil waardoor strategie 3 onze beste strategie wordt.

De tweede conclusie is dat strategieën zonder surrender ons gemiddeld een beter average profit opleveren. Gemiddeld hebben strategieën zonder surrender een average profit van -0,6, terwijl dit bij strategieën met surrender -0,675 is.

Waar we wel rekening mee moet houden is het feit dat we een passief *betting systeem* hebben. We zetten steeds maar 1\$ in en verdubbelen na een split of bij paren, waardoor men nooit veel winst zal maken als de speler bijvoorbeeld heel goede kaarten denkt te hebben en dus zijn inzet drastisch kan verhogen. Dat heeft men niet bij deze strategieën en dit kan een reden zijn waarom de average profit van de strategieën negatief is.

Strategie 3 is tamelijk goed, niet perfect maar dat is geen enkele strategie. Men heeft een relatief goede kans om winst te maken, maar na lange tijd spelen, zal de speler in het totaal, verlies geleden hebben daardoor is deze strategie niet aan te raden.

III. CONCLUSIE

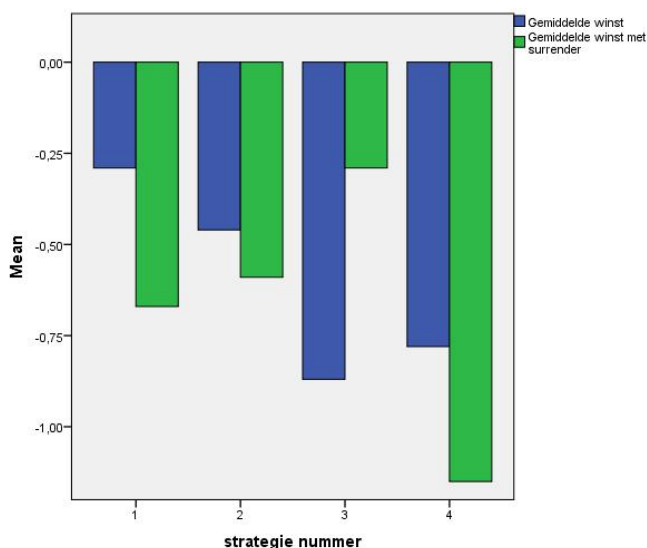


Fig. 1. Grafiek met gemiddelde winst per strategie. Grafiek stelt alle gegevens voor die we in bovenstaande paragrafen "De 'beste' strategie" en "De 'beste' strategie met surrender" hebben beschreven.

Uit de grafiek kunnen we 2 dingen afleiden, als eerste kunnen we zien welke strategie het beste is. Als tweede

REFERENCES

- [1] Kevin Coltin. *Optimal Strategy for Casino Blackjack: A Markov Chain Approach*. PhD thesis, Arizona State University, 2012.
- [2] Edward O. Thorp. The kelly criterion in blackjack sports betting, and the stock market. Master's thesis, Edward O. Thorp and Associates, Newport Beach, CA 92660, USA, 1997.
- [3] Ken Smith. Blackjack basic strategy engine, 2015.
- [4] Michael B. Wakin and Christopher J. Rozell. *A Markov Chain Analysis of Blackjack Strategy*. PhD thesis, Department of Electrical and Computer Engineering, Rice University, 2004.
- [5] Jonathan Yu. *Markovian Blackjack Simulator*. PhD thesis, University of Massachusetts: Lowell, 2012.
- [6] Kam Yu and Huan Wang. *Economic Analysis of Blackjack: An Application of Prospect Theory*. PhD thesis, University of Toronto, 2009.