

Project BlackJack

Jelle Biebaut, Daan Delva, Jari Meire, Niels Wauters
HoGent
Onderzoekstechnieken
Groep16

I. INLEIDING

In het kader van het opleidingsonderdeel Onderzoekstechnieken kregen we de opdracht om onderzoek te voeren naar blackjack. Blackjack is een *card game* met eenvoudige spelregels. Een speler probeert een score te behalen zo dicht mogelijk bij 21 zonder dat hij erboven gaat, hetzelfde geldt voor de dealer. Zolang dat geen van beide boven de 21 gaat, wint de hoogste score. Als beide spelers een gelijke score hebben, wint de dealer. Maar achter dit spel zijn verschillende strategieën bedacht om zo veel mogelijk te kunnen winnen. De bedoeling van dit onderzoek is om een zo goed mogelijke strategie te vinden voor het spelen van dit spelletje. We maken hiervoor gebruik van simulatie-software om tot onze resultaten te komen.

April 20, 2015

A. Onderzoeksvraag

Welke strategie geeft je het meeste kans op een positieve winst?

Dit zullen we nagaan door 12 eigen strategieën met elkaar te vergelijken. Hiervoor zullen we dus, door gebruik te maken van simulatie software, elk van deze strategieën evalueren. Nadien vergelijken we de resultaten om zo te bepalen bij welke strategie de kans het grootst is op een positieve winst. Met deze gegevens zullen we in staat zijn om de meest geschikte strategie aan te wijzen. Achteraf zullen we 4 strategieën bespreken in deze opdracht.

B. Deelonderzoeksvraag

Welke opties geven je het meeste kans op een positieve winst ? ¹

We gaan na welke van deze opties de meest efficiëntste combinatie is en waarbij we dus de meeste kans hebben op een positieve winst. We onderzoeken eerst alle strategieën met onze eerste 3 opties (dealer stand of hit op een soft 17, verdubbelen van inzet bij elk paar of enkel bij 9, 10 of 11 en verdubbelen van inzet na elke split is toegestaan of niet). Daarna kiezen we de beste 4 strategieën en passen we onze laatste optie daar op toe om zo tot onze beste strategie te komen.

We zorgen ervoor dat onze inzet nooit verandert, onze standaard inzet is steeds 1\$, via onze simulatie software krijgen we steeds een *average profit, house edge*, de kans op een winst groter dan 5\$ en de kans op een verlies groter dan 5\$.

¹Deze opties zijn *dealer stand of hit op een soft 17, verdubbelen van inzet bij elk paar of enkel bij 9, 10 of 11, verdubbelen van inzet na elke split is toegestaan of niet en surrendereen of niet*

II. STRATEGIEËN

We gaan eerst onderzoeken welke van onze opties het beste resultaat geeft. Bij elk van onze opties hebben we een *basic strategy* opgesteld en deze in onze simulator gestoken. Strategie 1 is de combinatie van dealer stands op een soft 17, we verdubbelen alle paren en verdubbeling na een split is toegestaan. Strategie 2 is de combinatie van dealer stands op een soft 17, we verdubbelen alle paren en verdubbeling na een split is niet toegestaan. En zo gaan we verder tot we in elke strategie een andere combinatie hebben van onze opties. Hierna gaan we alle strategieën vergelijken met elkaar en halen we er de 4 beste uit en daar passen we onze laatste optie op toe, *surrender*. Onze simulatie doen we steeds met 6 decks en de speler mag split doen tot een maximum van 4 handen.

A. Welke van onze eigen strategie is de beste ? (Deel 1)

In deze paragraaf gaan we onze beste 4 strategieën bespreken zonder de *surrender*, daarna bespreken we ze met *surrender*.

a) *Strategie 1*: Deze strategie bestaat uit de combinatie van dealer stands op een soft 17, we verdubbelen de inzet bij alle paren en verdubbeling van de inzet na een split is niet toegestaan. ² Dan bekomen we deze *basic strategy* :

Player hand	Dealer's face-up card									
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
Hard totals										
17-20	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
16	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
15	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
13-14	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
12	H	H	S	S	S	H	H	H	H	H
11	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
10	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
9	H	D	D	D	D	H	H	H	H	H
5-8	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
Soft totals										
A,8-A,9	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
A,7	S	DS	DS	DS	DS	S	S	H	H	H
A,6	H	D	D	D	D	H	H	H	H	H
A,4-A,5	H	H	D	D	D	H	H	H	H	H
A,2-A,3	H	H	H	D	D	H	H	H	H	H
Pairs										
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
A,A	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
10,10	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
9,9	P	P	P	P	P	S	P	P	S	S
8,8	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
7,7	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H
6,6	H	P	P	P	P	P	H	H	H	H
5,5	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
4,4	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
2,2-3,3	H	H	P	P	P	P	H	H	H	H

²Bij bovenstaande tabel betekenen volgende letters dit: S staat voor player Stand, H staat voor player Hit, D staat voor Double en Hit als double toegestaan is, DS staat voor Double en Stand als double niet toegestaan is en P staat voor Split. Hetzelfde geldt voor de andere tabellen.

b) *Strategie 2:* Deze strategie bestaat uit de combinatie van dealer stands op een soft 17, we verdubbelen de inzet alleen bij de paren 9, 10 en 11 en verdubbeling van de inzet na een split is toegestaan.

Dan bekomen we deze *basic strategy* :

Player hand	Dealer's face-up card										
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A	
Hard totals											
17-20	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
16	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H	H
15	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H	H
13-14	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H	H
12	H	H	S	S	S	H	H	H	H	H	H
11	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H	H
10	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H	H
9	H	D	D	D	D	H	H	H	H	H	H
5-8	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
Soft totals											
A,8-A,9	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A	S
A,7	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
A,6	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
A,4-A,5	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
A,2-A,3	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
Pairs											
A,A	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A	A
10,10	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
9,9	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
8,8	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
7,7	P	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H
6,6	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H	H
5,5	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H	H
4,4	H	H	H	P	P	P	H	H	H	H	H
2,2-3,3	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H	H

c) *Strategie 3:* Deze strategie bestaat uit de combinatie van dealer hits op een soft 17, we verdubbelen de inzet bij alle paren en verdubbeling van inzet na een split is toegestaan.

Dan bekomen we deze *basic strategy* :

Player hand	Dealer's face-up card										
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A	
Hard totals											
17-20	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
16	S	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
15	S	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
13-14	S	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
12	H	H	S	S	S	S	H	H	H	H	H
11	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D	D
10	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H	H
9	H	D	D	D	D	D	H	H	H	H	H
5-8	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
Soft totals											
A,8-A,9	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A	
A,7	DS	DS	DS	DS	DS	S	S	S	H	H	H
A,6	H	D	D	D	D	D	H	H	H	H	H
A,4-A,5	H	H	D	D	D	D	H	H	H	H	H
A,2-A,3	H	H	H	D	D	D	H	H	H	H	H
Pairs											
A,A	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A	
10,10	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
9,9	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
8,8	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
7,7	P	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H
6,6	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H	H
5,5	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H	H
4,4	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
2,2-3,3	P	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H

d) *Strategie 4:* Deze strategie bestaat uit de combinatie van dealer hits op een soft 17, we verdubbelen de inzet alleen bij de paren 9, 10 en 11 en verdubbeling na een split is toegestaan.

Dan bekomen we deze *basic strategy* :

Player hand	Dealer's face-up card										
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A	
Hard totals											
17-20	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	
16	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H	
15	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H	
13-14	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H	
12	H	H	S	S	S	H	H	H	H	H	
11	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H	
10	D	D	D	D	D	D	D	D	H	H	
9	H	D	D	D	D	H	H	H	H	H	
5-8	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	
Soft totals											
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A	
A,8-A,9	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	
A,7	S	S	S	S	S	S	S	H	H	H	
A,6	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	
A,4-A,5	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	
A,2-A,3	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H	
Pairs											
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A	
A,A	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	
10,10	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S	
9,9	P	P	P	P	P	S	P	P	S	S	
8,8	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P	
7,7	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H	
6,6	P	P	P	P	P	H	H	H	H	H	
5,5	D	D	D	D	D	D	D	D	H	H	
4,4	H	H	H	P	P	H	H	H	H	H	
2,2-3,3	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H	

e) *De beste strategie:* Uit onze resultaten na het simuleren van al onze strategieën zijn bovenstaande 4 er het beste uitgekomen. En dus opteren we ervoor om deze 4 te vergelijken met elkaar.

Strategie 1 heeft een average profit van -0,29 en een house edge van 0,29. Daarbij hebben we een kans van bijna 32% dat onze winst groter is dan 5\$ en een kans van 34% dat we een verlies leiden van groter dan 5\$.

Strategie 2 heeft een average profit van -0,46 en een house edge van 0,46. Daarbij hebben we een kans van 31,21% dat onze winst groter is dan 5\$ en een kans van 34% dat we een verlies leiden van groter dan 5\$.

Strategie 3 heeft een average profit van -0,87 en een house edge van 0,87. Daarbij hebben we een kans van 30,85% dat onze winst groter is dan 5\$ en een kans van bijna 36% dat we een verlies leiden van groter dan 5\$.

Strategie 4 heeft een average profit van -0,78 en een house edge van 0,78. Daarbij hebben we een kans van bijna 30,5% dat onze winst groter is dan 5\$ en een kans van 35,57% dat we een verlies leiden van groter dan 5\$.

Zo zien we dat dus onze eerste strategie ons het dichtst brengt bij een positieve winst. We weten dat we nooit een positieve winst zouden kunnen halen aangezien iedereen dan die strategie zou toepassen en casino's dan veel verlies zouden lijden. We hebben nu wel 1 optie die nog steeds niet gebruikt is, de optie surrender. Aangezien je in de realiteit ook de mogelijkheid hebt om te surrendereen, hebben we nu van deze 4 strategieën 4 nieuwe strategieën gemaakt met de optie om te surrendereen.

B. Welke van onze eigen strategie is het beste met surrender ? (Deel 2)

In deze paragraaf onderzoeken we welke van onze bovenstaande strategieën het beste is met surrender.

f) *Strategie 1 met surrender:* Deze strategie bestaat uit de combinatie van dealer stands op een soft 17, we verdubbelen de inzet bij alle paren, verdubbeling van de inzet na een split is niet toegestaan en met de optie om te surrendere. ³ Dan bekomen we deze *basic strategy* :

Player hand	Dealer's face-up card									
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
Hard totals										
17-20	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
16	S	S	S	S	S	H	H	RH	RS	RH
15	S	S	S	S	S	H	H	H	RH	H
13-14	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
12	H	H	S	S	S	H	H	H	H	H
11	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
10	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
9	H	D	D	D	D	H	H	H	H	H
5-8	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
Soft totals										
A,8-A,9	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
A,7	S	DS	DS	DS	DS	S	S	H	H	H
A,6	H	D	D	D	D	H	H	H	H	H
A,4-A,5	H	H	D	D	D	H	H	H	H	H
A,2-A,3	H	H	H	D	D	H	H	H	H	H
Pairs										
A,A	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
10,10	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
9,9	P	P	P	P	P	S	P	P	S	S
8,8	P	P	P	P	P	P	P	P	P	RP
7,7	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H
6,6	H	P	P	P	P	P	H	H	H	H
5,5	D	D	D	D	D	D	D	D	H	H
4,4	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
2,2-3,3	H	H	P	P	P	P	H	H	H	H

g) *Strategie 2 met surrender:* Deze strategie bestaat uit de combinatie van dealer stands op een soft 17, we verdubbelen de inzet alleen bij de paren 9, 10 en 11, verdubbeling van de inzet na een split is toegestaan en met de optie om te surrendere. Dan bekomen we deze *basic strategy* :

Player hand	Dealer's face-up card									
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
Hard totals										
17-20	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
16	S	S	S	S	S	H	H	RH	RS	RH
15	S	S	S	S	S	H	H	H	RH	H
13-14	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
12	H	H	S	S	S	H	H	H	H	H
11	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
10	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
9	H	D	D	D	D	H	H	H	H	H
5-8	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
Soft totals										
A,8-A,9	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
A,7	S	S	S	S	S	S	S	H	H	H
A,6	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
A,4-A,5	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
A,2-A,3	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
Pairs										
A,A	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
10,10	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
9,9	P	P	P	P	P	S	P	P	S	S
8,8	P	P	P	P	P	P	P	P	P	RP
7,7	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H
6,6	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H
5,5	D	D	D	D	D	D	D	D	H	H
4,4	H	H	H	P	P	H	H	H	H	H
2,2-3,3	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H

h) *Strategie 3 met surrender:* Deze strategie bestaat uit de combinatie van dealer hits op een soft 17, we verdubbelen de inzet bij alle paren, verdubbeling van inzet na en split is toegestaan en met de optie om te surrendere. Dan bekomen we deze *basic strategy* :

Player hand	Dealer's face-up card									
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
Hard totals										
18-20	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
17	S	S	S	S	S	S	S	S	S	RS
16	S	S	S	S	S	H	H	RH	RS	RH
15	S	S	S	S	S	H	H	H	RH	RH
13-14	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
12	H	H	S	S	S	H	H	H	H	H
11	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
10	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
9	H	D	D	D	D	H	H	H	H	H
5-8	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
Soft totals										
A,8-A,9	S	S	S	S	DS	S	S	S	S	S
A,7	DS	DS	DS	DS	DS	S	S	H	H	H
A,6	H	D	D	D	D	H	H	H	H	H
A,4-A,5	H	H	D	D	D	H	H	H	H	H
A,2-A,3	H	H	H	D	D	H	H	H	H	H
Pairs										
A,A	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
10,10	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
9,9	P	P	P	P	P	P	P	P	S	S
8,8	P	P	P	P	P	P	P	P	P	RP
7,7	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H
6,6	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H
5,5	D	D	D	D	D	D	D	D	H	H
4,4	H	H	H	P	P	H	H	H	H	H
2,2-3,3	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H

i) *Strategie 4 met surrender:* Deze strategie bestaat uit de combinatie van dealer hits op een soft 17, we verdubbelen de inzet alleen bij de paren 9, 10 en 11, verdubbeling na een split is toegestaan en met de optie om te surrendere. Dan bekomen we deze *basic strategy* :

Player hand	Dealer's face-up card									
	2	3	4	5	6	7	8	9	10	A
Hard totals										
18-20	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
17	S	S	S	S	S	S	S	S	S	RS
16	S	S	S	S	S	H	H	RH	RS	RH
15	S	S	S	S	S	H	H	H	RH	RH
13-14	S	S	S	S	S	H	H	H	H	H
12	H	H	S	S	S	H	H	H	H	H
11	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
10	D	D	D	D	D	D	D	D	D	H
9	H	D	D	D	D	H	H	H	H	H
5-8	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
Soft totals										
A,8-A,9	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
A,7	S	S	S	S	S	S	S	H	H	H
A,6	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
A,4-A,5	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
A,2-A,3	H	H	H	H	H	H	H	H	H	H
Pairs										
A,A	P	P	P	P	P	P	P	P	P	P
10,10	S	S	S	S	S	S	S	S	S	S
9,9	P	P	P	P	P	S	P	P	S	S
8,8	P	P	P	P	P	P	P	P	P	RP
7,7	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H
6,6	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H
5,5	D	D	D	D	D	D	D	D	H	H
4,4	H	H	H	P	P	H	H	H	H	H
2,2-3,3	P	P	P	P	P	P	H	H	H	H

j) *De 'beste' strategie:* Ook hier hebben we dus alle opties ingegeven in onze simulator en krijgen we dezelfde 4 variabelen waar we de strategieën mee vergelijken.

Strategie 1 met surrender heeft een average profit van -0,67 en een house edge van 0,67. Daarbij hebben we een kans van bijna 31% dat onze winst groter is dan 5\$ en een kans van bijna 35% dat we een verlies leiden van groter dan 5\$.

Strategie 2 met surrender heeft een average profit van -0,59 en een house edge van 0,59. Daarbij hebben we een

³Bij bovenstaande tabel betekenen volgende letters dit: RH staat voor Surrender en Hit als surrender niet is toegestaan, RS staat voor Surrender en Stand als surrender niet is toegestaan en RP staat voor Surrender en Split als surrender niet is toegestaan

kans van 30,5% dat onze winst groter is dan 5\$ en een kans van bijna 34,5% dat we een verlies leiden van groter dan 5\$.

Strategie 3 met surrender heeft een average profit van -0,29 en een house edge van 0,29. Daarbij hebben we een kans van iets meer dan 32% dat onze winst groter is dan 5\$ en een kans van 34% dat we een verlies leiden van groter dan 5\$.

Strategie 4 met surrender heeft een average profit van -1,15 en een house edge van 1,15. Daarbij hebben we een kans van iets meer dan 29% dat onze winst groter is dan 5\$ en een kans van bijna 37% dat we een verlies leiden van groter dan 5\$.

Hieruit kunnen we dus concluderen dat strategie 3 met surrender de beste strategie is die we kunnen hebben. Zo zien we maar dat het veranderen van 1 variabele grote veranderingen kan teweeg brengen. Zo is strategie 1 niet meer de beste strategie met surrender terwijl die strategie wel de betere was zonder surrender. Bovendien gaf strategie 3 ons het minste kans op winst zonder surrender en we die kans nu verkleind hebben tot de best mogelijke strategie.

Dit zijn lang niet alle mogelijke strategieën maar we hebben besloten om niet elke optie op te nemen in ons onderzoek. Zo konden we ook de optie nemen om de dealer te laten 'peaken' naar zijn eerste kaart.

III. CONCLUSIE

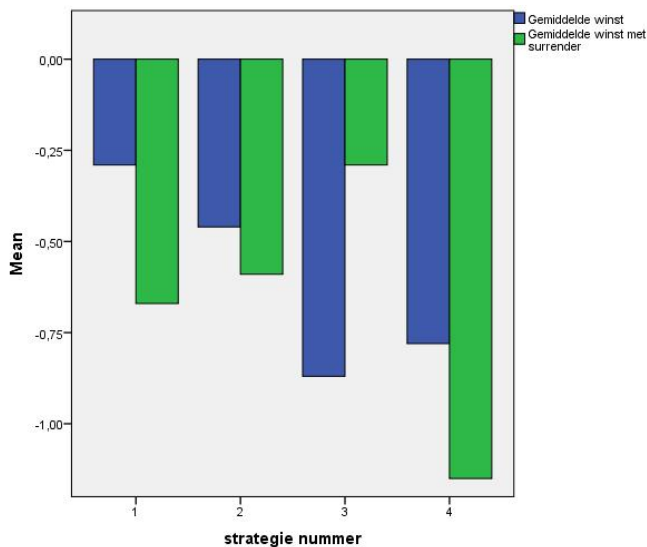


Fig. 1. Grafiek met gemiddelde winst per strategie

Uit deze grafiek concluderen we dat het gemiddelde resultaat bij elke strategie zich onder 0 bevindt, wat logisch is voor een casino-game. Daaruit volgt dat we met elke strategie gemiddeld verlies zullen maken want elk casino heeft zijn eigen 'house' voordeel waardoor die winst kan maken op het spelen van casino-games, maar dit is een logisch gevolg aangezien een casino geen verlies mag draaien. Geen enkele strategie die we besproken hebben zal ooit de beste worden want er zullen steeds menselijke factoren zijn die de kansen

zullen veranderen.

Wat wel goed is, is dat we een strategie hebben die ons verlies relatief beperkt. Wat redelijk positief is voor de speler, die dan zelf moet weten wanneer hij moet doorgaan of stoppen en van de tafel wegstappen voor hij grotere verliezen lijdt. We kunnen ons wel vinden in onze beste strategie, een average profit van -0,29 is niet slecht. Daarbij is de kans op een winst van meer dan 5\$, 32% en op minder dan 5\$, 34%. Tussen maximaal 5\$ verliezen of maximaal 5\$ winnen is er een kans van 34%. Dit is de grootste kans die je kan hebben met een van onze strategieën.

Waar we dan ook rekening mee moeten houden is dat we steeds een begin inzet van 1\$ hebben. We nemen geen andere strategieën die bepalen wanneer een speler zijn inzet moet verhogen. Daardoor is de kans op verlies draaien groter aangezien we passief steeds 1\$ inzetten. Stel we hebben een strategie waarbij de speler een aangepast schema heeft voor zijn inzet te bepalen, dan gaat de kans zeker groter zijn dat de speler zijn average profit stijgt tot dicht tegen het positieve.

REFERENCES

- [1] Kevin Coltin. *Optimal Strategy for Casino Blackjack: A Markov Chain Approach*. PhD thesis, Arizona State University, 2012.
- [2] Edward O. Thorp. The kelly criterion in blackjack sports betting, and the stock market. Master's thesis, Edward O. Thorp and Associates, Newport Beach, CA 92660, USA, 1997.
- [3] Michael B. Wakin and Christopher J. Rozell. *A Markov Chain Analysis of Blackjack Strategy*. PhD thesis, Department of Electrical and Computer Engineering, Rice University, 2004.
- [4] Jonathan Yu. *Markovian Blackjack Simulator*. PhD thesis, University of Massachusetts: Lowell, 2012.
- [5] Kam Yu and Huan Wang. *Economic Analysis of Blackjack: An Application of Prospect Theory*. PhD thesis, University of Toronto, 2009.