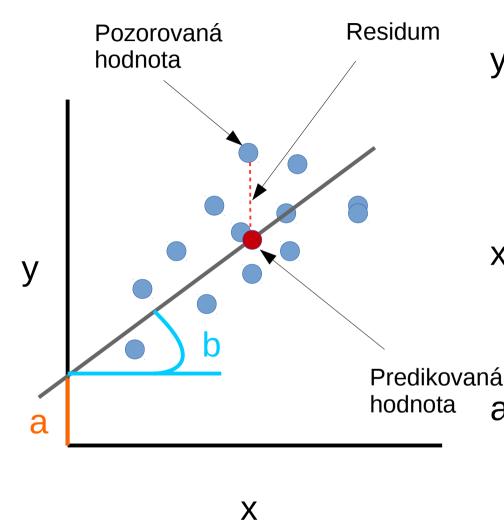
## Moderní Statistické Metody II

Jakub Kreisinger jakubkreisinger@seznam.cz

### Program:

- 1. Opakování
- 2. Modelování "nelineárních" vztahů
- 3. Mixované modely
- 4. Modelování fylogenetických a prostorových autokorelcí



y = a + bx + e

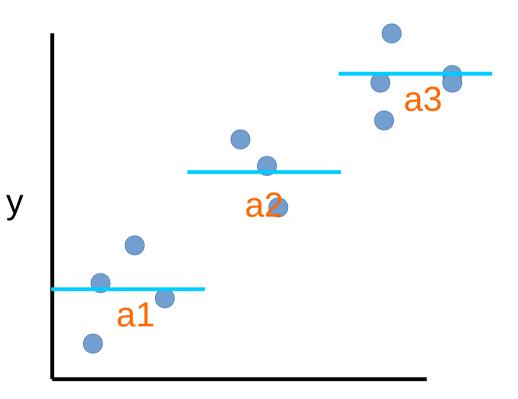
- y vysvětlovaná proměnná
  - závislá
  - response variable
  - dependent variable
- x vysvlětlující proměnná
  - predictor
  - nezávislá proměnná
- a intercept
  - Tam, kde regresní přímka protíná osu y
- b slope (sklon) regresní přímky

vysvětlující proměnná

#### Kontinuální *Lineární regrese*

# y

#### Kategorická (faktoriální) ANOVA



X

#### vysvětlující proměnná

Residuals 48 11354

```
Kontinuální
Lineární regrese
```

```
a
```

```
> data("cars")
> model<-lm(dist~speed, data=cars)</pre>
> summary(model)
Call:
lm(formula = dist ~ speed, data = cars)
Residuals:
            10 Median
   Min
                            3Q
                                  Max
-29.069 -9.525 -2.272 9.215 43.201
Coefficients:
           Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
(Intercept) -17.5791 6.7584 -2.601
                                        0.0123 *
                        0.4155
                                9.464 1.49e-12 ***
speed
             3.9324
Signif. codes: 0 â€~***' 0.001 â€~**' 0.01
â€~*' 0.05 â€~.' 0.1 â€~ ' 1
Residual standard error: 15.38 on 48 degrees of
freedom
Multiple R-squared: 0.6511, Adjusted R-squared:
0.6438
F statistic: 89.57 on 1 and 48 DF, p-value: 1.49e-1
> anova(model)
Analysis of Variance Table
Response: dist
         Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
            21186 21185.5 89.567 1.49e-12
speed
```

236.5

#### vysvětlující proměnná

```
> npk.aov <- aov(yield ~ block, npk)</pre>
> summary(npk.aov)
                                                 Kategorická (faktoriální)
           Df Sum Sq Mean Sq F value Pr(>F)
block
              343.3 68.66 2.318 0.0861 .
                                                 ANOVA
Residuals
           18 533.1
                       29.61
> npk.aov <- lm(yield ~ block, npk)</pre>
> summary(npk.aov)
                                                                              a3
Call:
lm(formula = yield ~ block, data = npk)
Residuals:
   Min
            10 Median
                            30
                                   Max
                       2.1062 11.8750
-7.2250 -3.4937 -0.5375
Coefficients:
           Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
                         2.721 19.855 1.09e-13 * **
(Intercept)
             54.025
block2
                         3.848 0.890
              3,425
                                         0.3852
block3
             6.750
                         3.848 1.754 0.0964 .
block4
             -3.900
                      3.848
                                -1.013
                                        0.3243
block5
             -3.500
                     3.848
                                -0.910
                                        0.3751
block6
              2.325
                         3.848
                                 0.604
                                         0.5532
```

X

Residual standard error: 5.442 on 18 degrees of freedom

Multiple R-squared: 0.391

0.3917, Adjusted R-squared:

#### vysvětlující proměnná

Kontinuální +

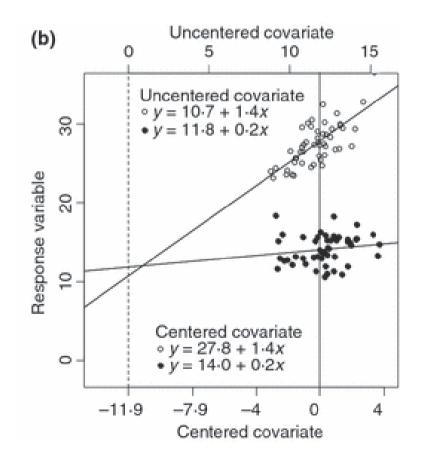
Kategorická (faktoriální)

iris\$Sepal.Length

**ANCOVA – (general linear model)** 

```
> data("iris")
> library(qqplot2)
> g <- ggplot(iris, aes(x=iris$Sepal.Length, y=iris$Sepal.Width, color=factor(iris$Species), shape=factor(iris$Species)))</pre>
> q1 <- q + qeom point()
> q2 <- q1 + geom_smooth(method=lm, aes(fill=factor(iris$Species))) + xlim(0, 8)</pre>
> #g2
                                                                        4.5 -
> model1 <- lm(Sepal.Width ~ Species*Sepal.Length, data=iris)</pre>
> summary(model1)
Call:
lm(formula = Sepal.Width ~ Species * Sepal.Length, data = iris)
                                                                        4.0 -
Residuals:
     Min
                10
                     Median
-0.72394 -0.16327 -0.00289 0.16457
                                       0.60954
Coefficients:
                                 Estimate Std. Error t value Pr(>|t| $\frac{1}{2}$
                                                                                                                              factor(iris$Spec
                                                       -1.028 0.305622
(Intercept)
                                  -0.5694
                                               0.5539
                                                                                                                                  setosa
Speciesversicolor
                                   1.4416
                                               0.7130
                                                        2.022 0.04505
Speciesvirginica
                                   2.0157
                                               0.6861
                                                        2.938 0.00384
                                                                                                                                  versicolor
Sepal.Length
                                   0.7985
                                               0.1104
                                                        7.235 2.55e-144
                                                                                                                                  virginica
Speciesversicolor: Sepal. Length
                                 -0.4788
                                               0.1337
                                                       -3.582 0.00046$
Speciesvirginica: Sepal. Length
                                  -0.5666
                                               0.1262
                                                       -4.490 1.45e-05
Signif. codes:
                                                                        2.5 -
Residual standard error: 0.2723 on 144 degrees of freedom
Multiple R-squared: 0.6227,
                                 Adjusted R-squared: 0.6096
F-statistic: 47.53 on 5 and 144 DF, p-value: < 2.2e-16
                                                                        2.0 -
```

Pro lepší interpretovatelnost výsledků se doporučuje centrování (a standardizování) kontinuálních prediktorů (Schielzeth 2010, Methods in Ecology and Evolution)



#### Výběr modelu (step-wise model selection):

```
> model1 <- lm(Sepal.Width ~ Species*Sepal.Length, data=iris)
> model2 <- lm(Sepal.Width ~ Species*Sepal.Length, data=iris)
> anova(model1,model2)
Analysis of Variance Table

Model 1: Sepal.Width ~ Species * Sepal.Length
Model 2: Sepal.Width ~ Species + Sepal.Length
   Res.Df   RSS Df Sum of Sq   F   Pr(>F)
1   144 10.680
2   146 12.193 -2   -1.5132 10.201 7.19e-05 ***
---
Signif. codes: 0 '***' 0.001 '**' 0.01 '*' 0.05 '.' 0.1 ' ' 1
```

Full model

Postupné odstraňování predikrorů

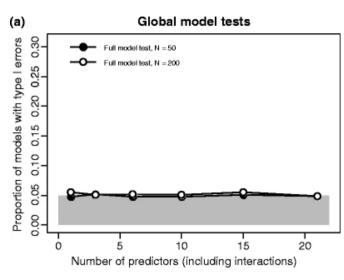
Minimal Adequate Model (MAM)

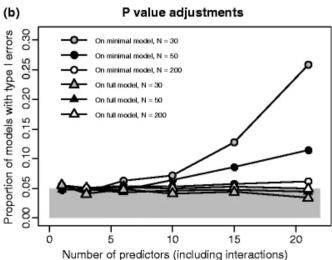
#### Výběr modelu (step-wise model selection):

Přes velkou oblíbenost, potenciálně poměrně problematický přístup, viz:

Forstmeier & Schielzeth (2010, Behav. Ecol. Socbiol) Whittingham et al. (2006, J. Anim Ecol)

...ale pro účely tohoto kurzu akceptovatelný





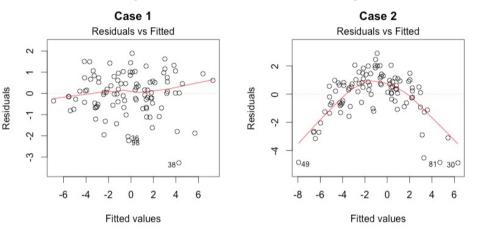
#### **Výběr modelu (alternativy):**

- Korekce p hodnot při výběru na mnohonásobná testování,
- viz např. "Multiple-Stage False Discovery Rate procedure" (Benjamini and Gavrilov 2009)
- Selekce na základě informačních kritérií (např. AIC, BIC)
- Použití nástrojů, které umožňují fitování modelu a výběr relevantních prediktorů v jednom kroku – např. lasso regrese

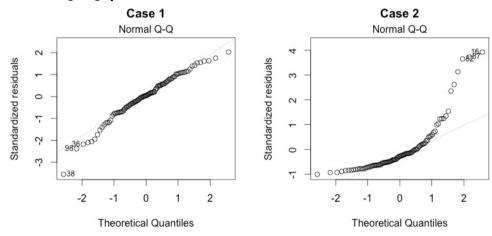
Standardized residuals

#### Diagnostika obecného lineárního modelu

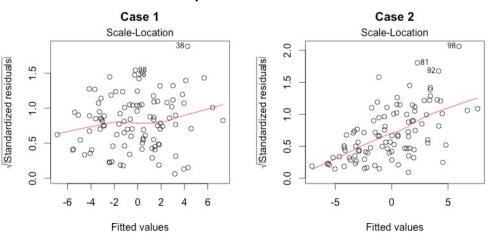
#### Residuály vs. fitované hodnoty:



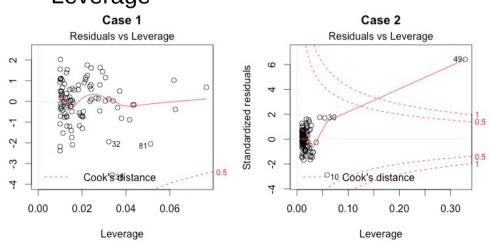
#### Q-Q plot: Normální rozdělení residuálů:



#### Scale-Location plot: homoscedasticita



#### Leverage



**GLM:** dělá to samé jako lm(), aov() jiná je akorát vysvětlovaná proměnná a výpočetní procedura **glm(y~x,family=XXXXX)** 

- A) family=gaussian Odpovídá obecnému lineárnímu modelu
- B) family=gamma Kontinuální vysvětlovaná proměnná, nenabývá negativních hodnot, disperze resuduálů roste s její hodnotou (velikost těla, sportovní výkony
- C) family=poisson počty, nezáporné diskrétní (počet parazitů v daném hostitely, počet dopravních nehod ve městech ....)
- D) family=binomial 0/1 přežil nepřežil, pohlaví apod,
   "poměr" počet vyléčených/nevyléčných v
   jednotlivých skupinách

V případě binomial a poisson zkontrolovat jestli není overdispeze a pokud ano tak použít jiné rozdělění: C) quasipoisson, neg. binomial, zero inflated D) quasibinomial, batabinomial