

**A. Non-linear Lagrange method**

\* Tujuan : mencari nilai optimum (max / min) suatu fungsi non-linear dengan constraint

\* Formula :

- max/min =  $F(x, y)$
- constrain =  $g(x, y) = 0$

- Lagrangian =  $L(x, y, \lambda) = F(x, y) - \lambda [g(x, y)]$

\* Langkah singkat :

- 1.) bentuk fungsi lagrangian

- 2.) turunkan parsial terhadap  $x, y$ , dan  $\lambda$

- 3.) set ketiga turunan = 0 (sistem persamaan)

- 4.) selesaikan untuk mendapatkan nilai optimum

- 5.) cek nilai fungsi pada titik yang diperoleh

**B. Markov chain - decision tree**

\* Tujuan = menguji keputusan terbaik berdasarkan state transition dari markov chain

\* Konsep dasar :

- setiap state memiliki probabilitas transisi

- Decision tree menambah keputusan sebelum transisi

\* Langkah singkat :

- 1.) identifikasi state & probabilitas transisi

- 2.) Bangun decision tree : node keputusan  $\rightarrow$  node probabilitas

- 3.) Hitung expected value tiap cabang

$$ECV = \sum P(x_i) X$$

- 4.) pilih cabang dengan ECV tertinggi / cost terendah

**C. Markov chain - Matrix multiplication**

\* Tujuan = menganalisis probabilitas jangka panjang / distribusi state kedepan

\* Formula :

$$S_n = S_0 \times P^n$$

$P$  = transition matrix

$S_0$  = initial state vector

### \* lanjutkan singkat

- 1.) susun transition matrix  $P$
- 2.) tentukan vektor awal ( $s_0$ )
- 3.) lakukan perkalian matriks berulang

$$s_1 = s_0 (P)$$

$$s_2 = s_0 (P)^2$$

- 4.) cari steady state

$$\pi = \pi P$$

$$\sum \pi_i = 1$$

### • dynamic knapsack

- \* Tujuan = menentukan kombinasi barang dengan nilai besar tanpa melebihi kapasitas

#### \* Formula =

$$V(i, w) = \max [v_{ci} - 1, w], V(c_{i-1}, w - w_i) + v_i]$$

$i$  = index item       $w_i$  = berat item

$w$  = kapasitas       $v_i$  = nilai item

#### \* lanjutkan singkat

- 1.) Buat tabel DP ukuran (jumlah item + 1) x (kapasitas + 1)
- 2.) isi baris demi baris menggunakan formula
- 3.) Nilai Optimal = sel terakhir tabel
- 4.) Traceback untuk menentukan item terpilih

### E. queuing type identification

- \* Tujuan = mengidentifikasi tipe sistem antrian berdasarkan karakteristiknya

#### \* Komponen identifikasi

A / S / C / K / N / D

#### \* Jenis yang diminta

- 1.) single normal server (M/M/1)
  - 1 server
  - kedatangan poisson, service exponential
  - Antrian tak terbatas

## 2.) Finite calling population

- jumlah pelanggan terbatas (mesin 10 → 10 source)
- model : M/M/1/N - source
- Rumus steady state berubah karena arrival rate tergantung jumlah pelanggan tersisa

## 3.) Finite Queue length (M/M/1/K)

- kapasitas sistem terbatas K (jumlah yang sedang dilayani)
- jika penuh → pelanggan ditolak (blocking)

## 4.) Multiserver (M/M/c)

- lebih dari 1 server (c servers)
- digunakan rumus Erlang C untuk menghitung waiting probability

$$P_w = \frac{(Cp)^c / c! (1-p)}{\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(Cp)^n}{n!} + \frac{(Cp)^c}{c! (1-p)}}$$

$$p = \frac{\lambda}{c\mu}$$

## F. MonteCarlo simulation , Queuing system , Probability distribution

- \* Tujuan = meng simulasi proses acak untuk memperkirakan output
- \* Langkah montecarlo

- 1.) Tentukan variable acak & distribusi probabilitarnya
- 2.) buat table cumulative probability (CDF)
- 3.) Generate random numbers (0-1)
- 4.) cocokan random number dengan interval CDF untuk menentukan outcome

- 5.) ulangi ribuan kali untuk estimasi rata-rata , total cost , waktu tunggu , dsb .

## \* Queuing system

- ↳ • interarrival time (distribution Poisson / exponential)
- service time
- queue discipline (FIFO)
- numbers of servers

### \* Formula

- interarrival time

$$t = -1/\lambda \ln(1-r)$$

- service time

$$t = -1/\mu \ln(1-r)$$

### \* langkah-langkah

- masukan waktu kedatangan
- masukan waktu pelayanan
- Hitung waktu mulai, dilayani, selesai, dan waktu tunggu
- ulang untuk banyak pelanggan
- Hitung rata-rata

### \* Probability distribution

$$\text{POISSON} \rightarrow P(X=k) = \frac{e^{-\lambda} \cdot \lambda^k}{k!}$$

$$\text{eksponensial} = \lambda e^{-\lambda t}$$

$$\text{uniform} = x = a + (b-a)r$$