

方法精讲-数量 2

(讲义+笔记)

主讲教师：周末

授课时间：2020.10.08



粉笔公考·官方微信

方法精讲-数量 2（讲义）

数学运算

数量关系方法精讲 2

学习任务：

1. 课程内容：代入排除法、数字特性法、方程法
2. 授课时长：3 小时
3. 对应讲义：141 页～147 页
4. 重点内容：
 - （1）掌握代入排除法的适用范围
 - （2）掌握奇偶特性的条件特征与使用方法
 - （3）掌握倍数特性的基础知识、判定法则，以及余数型和比例型的解题思路
 - （4）掌握设未知数的技巧，熟悉不定方程的三种特性分析方法，了解赋值法的运用前提和运用方法

第一节 代入排除法

【例 1】（2020 江苏 A）在统计某高校运动会参赛人数时，第一次汇总的结果是 1742 人，复核的结果是 1796 人，检查发现是第一次计算有误，将某学院参赛人数的个位数字与十位数字颠倒了。已知该学院参赛人数的个位数字与十位数字之和是 10，则该学院的参赛人数可能是：

- | | |
|---------|---------|
| A. 64 人 | B. 73 人 |
| C. 82 人 | D. 91 人 |

【例 2】（2018 浙江）已知今年小明父母的年龄之和为 76 岁，小明和他弟弟的年龄之和为 18 岁。三年后，母亲的年龄是小明的三倍，父亲的年龄是小明弟

弟的四倍。问小明今年几岁？

- A. 11
B. 12
C. 13
D. 14

【例 3】(2020 广东县级) 中秋节前夕, 某商场采购了一批月饼礼盒, 此后第一周售出了总数的一半多 10 份, 第二周售出了剩下的一半多 5 份, 若此时还剩下 20 份月饼礼盒, 则商场最初采购了多少份月饼礼盒?

- A. 60
B. 80
C. 100
D. 120

【例 4】(2020 江苏) 某食品厂速冻饺子的包装有大盒和小盒两种规格，现生产了 11000 只饺子，恰好装满 100 个大盒和 200 个小盒。若 3 个大盒与 5 个小盒装的饺子数量相等，则每个小盒与每个大盒装入的饺子数量分别是：

- A. 24 只、40 只 B. 30 只、50 只
C. 36 只、60 只 D. 27 只、45 只



第二节 数字特性法

一、奇偶特性

加減法

奇数 \pm 奇数=偶数 偶数 \pm 偶数=偶数

奇数 \pm 偶数=奇数 偶数 \pm 奇数=奇数

结论:

(4) 8、125：看末三位

2. 因式分解法

把一个数分解成几个互质的数相乘的形式，如 $12=3*4$

3. 拆分法（通用）

判定 y 是不是 x 的整数倍，把 y 拆分成 $y=ax\pm b$ ，只需判定 b 是不是 x 的整数倍（ a 、 b 、 x 均为整数）。

【例 1】（2017 江西）某公司研发出了一款新产品，当每件新产品的售价为 3000 元时，恰好能售出 15 万件。若新产品的售价每增加 200 元，就要少售出 1 万件。如果该公司仅售出 12 万件新产品，那么该公司新产品的销售总额为：

- A. 4.72 亿元
- B. 4.46 亿元
- C. 4.64 亿元
- D. 4.32 亿元

【例 2】（2019 江苏）某机关事务处集中采购了一批打印纸，分发给各职能部门。如果按每个部门 9 包分发，则多 6 包；如果按每个部门 11 包分发，则有 1 个部门只能分到 1 包。这批打印纸的数量是：

- A. 87 包
- B. 78 包
- C. 69 包
- D. 67 包

【例 3】（2019 湖北选调）吕某回乡开办土鸡养殖基地，某天他收获一筐土鸡蛋。每 4 个一组取出则多 2 个；每 5 个一组取出则少 1 个；每 6 个一组取出则刚好；每 7 个一组取出多 1 个。已知一筐最多能装 500 个土鸡蛋，如果每 6 个一组取出，需要多少次刚好取完？

- A. 67
- B. 69
- C. 70
- D. 72

【例 4】（2020 江苏）某企业预计今年营业收入增长 15%，营业支出增长 10%，营业利润增加 600 万元。已知该企业去年的营业利润为 1000 万元，则其今年的预计营业支出是：

- A. 9000 万元 B. 9900 万元
C. 10800 万元 D. 11500 万元

【例 5】(2019 黑龙江) 学校买来四种教材，语文教材是其余三种的 $\frac{1}{4}$ ，数学教材是其余三种的 $\frac{3}{7}$ ，英语教材是其余三种的 $\frac{7}{13}$ ，科学教材比数学教材少 30 本，则数学教材有：

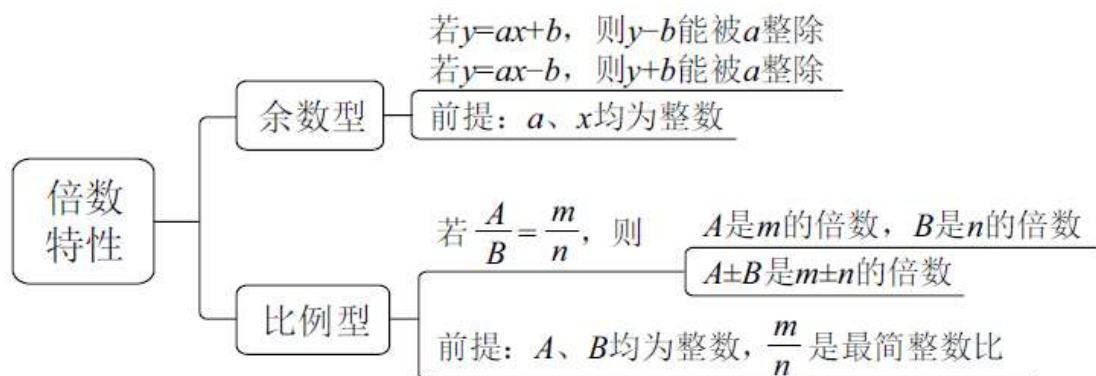
- A. 30 本 B. 60 本
C. 100 本 D. 200 本

【例 6】(2016 广东) 某单位 2014 年年终评比中，良好等级的人数占总人数 $\frac{3}{5}$ 。2015 年年终评比又多了 60 人被评为良好等级，此时该等级的人数占总人数 $\frac{9}{11}$ 。如果在这两年间该单位的人员没有变化，则该单位共有 () 人。

- A. 120 B. 275
C. 330 D. 800

【例 7】(2020 国考) 某单位从理工大学、政法大学和财经大学总计招聘应届毕业生三百多人。其中从理工大学招聘人数是政法大学和财经大学之和的 80%，从政法大学招聘的人数比财经大学多 60%。问该单位至少再多招聘多少人，就能将从这三所大学招聘的应届生平均分配到 7 个部门？

- A. 6 B. 5
C. 4 D. 3



第三节 方程法

【例 1】(2020 北京) 甲、乙两个学校的在校生人数之比为 5:3, 甲学校如果转入 30 名学生, 再将 85 名学生转到乙学校, 则两个学校在校生人数相同。则此时乙学校学生人数在以下哪个范围内?

- A. 不到 200 人
- B. 在 200~240 人之间
- C. 在 241~280 人之间
- D. 超过 280 人

【例 2】(2019 黑龙江) 小肖在某外卖公司做派送员, 按公司规定, 每派送 1 单外卖, 可获得 5 元派送费。但如果外卖没有准时送达, 则派送费会扣除 3 元。一天, 小肖的派送费结算为 188 元, 则他当日最多准时送达了:

- A. 38 单
- B. 37 单
- C. 36 单
- D. 35 单

【例 3】(2020 浙江) 某会务组租了 20 多辆车将 2220 名参会者从酒店接到活动现场。大车每次能送 50 人, 小车每次能送 36 人, 所有车辆送 2 趟, 且所有车辆均满员, 正好送完, 则大车比小车 ()。

- A. 多 5 辆
- B. 多 2 辆
- C. 少 2 辆
- D. 少 5 辆

【例 4】(2018 重庆) 某企业的员工参加了一项需缴纳 170 元培训费的培训。同时, 该企业允许非内部员工参加培训, 但其不能享受员工优惠价。参训的非内部员工, 如果是男生需交 350 元; 如果是女生需交 300 元。结果, 共有 50 人参加培训, 整个培训收到的费用总额为 10000 元。由此可知, 有多少个不是内部员工的女生参加了培训?

- A. 4
- B. 5
- C. 6
- D. 7

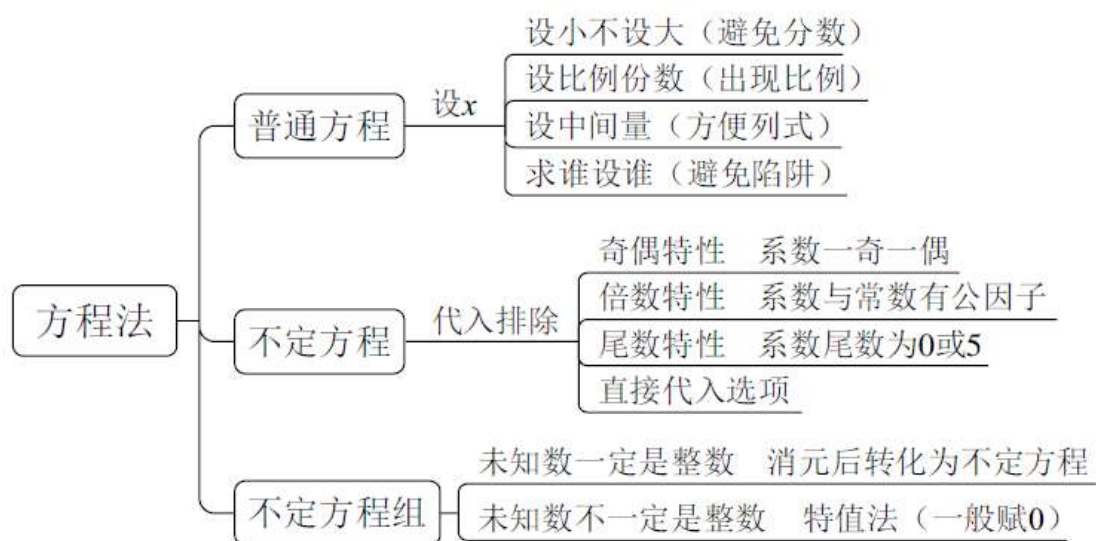
【例 5】(2019 福建事业单位) 甲、乙、丙三种货物, 若购甲 3 件、乙 7 件、丙 1 件, 共需 325 元; 若购甲 4 件、乙 10 件、丙 1 件, 共需 410 元。那么购甲、乙、丙各 1 件, 共需多少元? ()

A. 100

B. 125

C. 135

D. 155



方法精讲-数量 2（笔记）

数学运算

数量关系方法精讲 2

学习任务：

1. 课程内容：代入排除法、数字特性法、方程法
2. 授课时长：3 小时
3. 对应讲义：141 页～147 页
4. 重点内容：
 - （1）掌握代入排除法的适用范围
 - （2）掌握奇偶特性的条件特征与使用方法
 - （3）掌握倍数特性的基础知识、判定法则，以及余数型和比例型的解题思路
 - （4）掌握设未知数的技巧，熟悉不定方程的三种特性分析方法，了解赋值法的运用前提和运用方法

【注意】今晚主要讲三种方法：代入排除法、数字特性法、方程法。一般在 10 道题目中有 2～4 个题目都可以用上。

第一节 代入排除法

【知识点】代入排除法：在考场上真正用的人其实并不多，因为不知道什么时候用；所以要重点学习什么时候用，再学怎么用。

1. 什么时候用？——看题型。特定题型：年龄、余数、不定方程、多位数。

（1）年龄：涉及到年龄的问题。

（2）余数（没有刚好分完）：出现“剩”、“余”、“缺”等关键字。

例. 一个数，除以 7 余 3，除以 8 余 2，除以 9 余 1，则这个数可能是几？

答：出现“余”，余数问题。

（3）不定方程：未知数个数多于方程个数。

例. $3x+2y=10$ ，求：x、y 的值。

答：一个方程，两个未知数，不定方程问题；

(4) 多位数：出现位数的变化。

例. 一个三位数，十位和个位对调，比原来大 9，则这个三位数可能是几？

答：出现“三位数”、“十位和个位对调”，多位数问题。

2. 什么时候用？——看选项。

(1) 选项信息充分：（问法：分别/各）。

①选项为一组数。大部分题目求甲是多少，但是有的题目求甲和乙分别是多少，知道了一个量，很多量也就都知道了。

②选项可以转化为一组数。

(2) 引例 1：甲乙共有 100 个，甲比乙多 70 个，则甲、乙分别有多少个。

A. 90, 10

B. 85, 15

C. 80, 20

D. 75, 25

答：求“甲、乙分别有多少个”，选项为一组数。

(3) 引例 2：甲乙共有 100 个，甲比乙多 70 个，则乙有几个。

A. 10

B. 15

C. 20

D. 25

答：“甲比乙多 70 个”，代入 A 项，乙=10，能够快速转化出甲=70+10=80，选项能转化为一组数。

3. 其他情况：排除后只剩两项，剩二代一。

4. 怎么用？

(1) 第一步，先排除：奇偶（比如结果是偶数，就能把奇数排除）、倍数（结果是某个数的倍数，就能把不是倍数的排除）、尾数（数字推理用尾数法确定答案就很快）。

(2) 第二步，再代入：

①最值原则：求最大的，A 项 10，B 项 20，从大往小代入，代入 B 项；若问最小，就从小往大代入。必须按照大小顺序代入，不然有可能会错。

②好算原则：假如剩余两个选项，A 项 99，B 项 100，先代入 100，比较好算。

【例 1】（2020 江苏 A）在统计某高校运动会参赛人数时，第一次汇总的结

果是 1742 人，复核的结果是 1796 人，检查发现是第一次计算有误，将某学院参赛人数的个位数字与十位数字颠倒了。已知该学院参赛人数的个位数字与十位数字之和是 10，则该学院的参赛人数可能是：

- A. 64 人
- B. 73 人
- C. 82 人
- D. 91 人

【解析】例 1. 出现“个位数字与十位数字颠倒”，判定为多位数问题，优先考虑代入排除法。条件一：“结果是 1742 人，复核的结果是 1796 人”， $1796-1742=54$ 人，说明人数十位、个位颠倒之后，作差的结果为 54。条件二：“已知该学院参赛人数的个位数字与十位数字之和是 10”，说明个位和十位数字加和尾数为 0，四个选项都符合，无法排除。验证条件一，A 项： $64-46 \neq 54$ ，排除；B 项： $73-37 \neq 54$ ，排除；C 项： $82-28=54$ ，满足题干所有条件，对应 C 项。**【选 C】**

【例 2】（2018 浙江）已知今年小明父母的年龄之和为 76 岁，小明和他弟弟的年龄之和为 18 岁。三年后，母亲的年龄是小明的三倍，父亲的年龄是小明弟弟的四倍。问小明今年几岁？

- A. 11
- B. 12
- C. 13
- D. 14

【解析】例 2. 年龄问题，优先代入排除。求小明今年几岁，优先看和小明有关的条件，“小明和他弟弟的年龄之和为 18 岁”，将选项带进去能快速得到弟弟的年龄，又和父母的年龄有关，代入选项。A 项：小明今年=11，弟弟今年=18-11=7，3 年后小明=11+3=14，3 年后弟弟=7+3=10，由题可知，3 年后母亲=14*3=42，3 年后父亲=10*4=40；验证“今年小明父母的年龄之和为 76 岁”， $42+40-6=82-6=76$ ，满足题目中所有条件，对应 A 项。**【选 A】**

【注意】

1. 4 个选项最多代入 3 次。
2. “野路子”，以坑治坑。求小明今年年龄，题目中有 3 年后，猜测选项中会有两个选项相差 3，发现 A 项和 D 项相差 3，猜测 A 项。

【例 3】(2020 广东县级) 中秋节前夕, 某商场采购了一批月饼礼盒, 此后第一周售出了总数的一半多 10 份, 第二周售出了剩下的一半多 5 份, 若此时还剩下 20 份月饼礼盒, 则商场最初采购了多少份月饼礼盒?

- A. 60
B. 80
C. 100
D. 120

【解析】例 3. 题目中都是一半多几, 有剩余, 判定为余数问题, 优先代入排除。A 项: 总量=60, 第一周=60*(1/2)+10=40, 第二周=20*(1/2)+5=15, 剩余=60-40-15=5, 不符合条件, 排除。B 项: 总量=80, 第一周=80*(1/2)+10=50, 第二周=30*(1/2)+5=20, 剩余=80-50-20=10, 不符合条件, 排除; C 项: 总量=100, 第一周=100*(1/2)+10=60, 第二周=40*(1/2)+5=25, 剩余=100-60-25=15, 不符合条件, 排除; 对应 D 项。【选 D】

【注意】

1. 方程法: 第一周和第二周都在总量的基础上变化的, 设月饼的总量为未知数, 为了好算, 设总量=4x, 后面可以避免分数。第一周=2x+10, 第二周=(2x-10)*(1/2)+5, 剩余 20, 相加等于总量, (2x+10)+(2x-10)*(1/2)+5+20=4x, 解方程即可。

2. 逆推的思路很容易想错, 最后剩余 20, 此时相当于剩下的一半=20+5, 第二周=20+5+5=30, 第一周剩余的量=20+30=50, 则总量的一半=50+10, 第一周=50+10+10=70, 总量=70+50=120。

【例 4】(2020 江苏) 某食品厂速冻饺子的包装有大盒和小盒两种规格, 现生产了 11000 只饺子, 恰好装满 100 个大盒和 200 个小盒。若 3 个大盒与 5 个小盒装的饺子数量相等, 则每个小盒与每个大盒装入的饺子数量分别是:

- A. 24 只、40 只
B. 30 只、50 只
C. 36 只、60 只
D. 27 只、45 只

【解析】例 4. 问法“分别是”, 选项为一组数, 优先考虑代入排除。“现生产了 11000 只饺子, 恰好装满 100 个大盒和 200 个小盒”, 100 大+200 小=11000,

“若 3 个大盒与 5 个小盒装的饺子数量相等”，3 大=5 小。题干小盒在前，大盒在后；验证条件：3 大=5 小→小/大=3/5，发现四个选项都满足，不能排除。验证 100 大+200 小=11000→大+2 小=110，A 项：40+2*24，尾数不为 0，排除；B 项：50+2*30=110，满足题目所有条件，对应 B 项。【选 B】



【注意】代入排除：

1. 范围：重点。

(1) 典型题：多位数（十位、个位）、余数、年龄、不定方程。

(2) 看选项：选项为一组数、可转化为一组数。

(3) 剩两项：只剩两项时，代入一项即得答案。

2. 方法：

(1) 优先排除：尾数、奇偶、倍数。数字特性是更好地帮助咱们排除选项。

(2) 直接代入：最值、好算。

第二节 数字特性法

一、奇偶特性

加减法

奇数±奇数=偶数 偶数±偶数=偶数

奇数±偶数=奇数 偶数±奇数=奇数

结论：

乘法

奇数*奇数=奇数 偶数*偶数=偶数

奇数*偶数=偶数 偶数*奇数=偶数

结论：

【注意】数字特性法：

1. 奇偶特性。
2. 倍数特性。

【知识点】奇偶特性。

1. 奇偶特性：加减法。能被 2 整除的自然数是偶数，不能被 2 整除的自然数是奇数。

(1) 奇数 \pm 奇数=偶数，奇数 \pm 偶数=奇数。

(2) 偶数 \pm 偶数=偶数，偶数 \pm 奇数=奇数。

(3) 结论：

①在加减法中，同奇同偶则为偶，一奇一偶（谁在前，谁在后没关系）则为奇。

② $a+b$ 与 $a-b$ 的奇偶性相同（和差同性）。

(4) 引例：小明共答 50 题，答对得 3 分，答错倒扣 1 分，共得 82 分，问答对的题和答错的题相差多少道？

- | | |
|-------|-------|
| A. 16 | B. 17 |
| C. 31 | D. 33 |

答：问答对的题和答错的题相差多少道，共答 50 题，则要么对，要么错，对+错=50，问对-错的值，利用和差同性，加和是偶数，差也一定是偶数，对应 A 项。

(5) 已知两数之和，求两数之差；或者已知两数之差，求两数之和，就用和差同性。

2. 奇偶特性：乘法。

(1) 奇数 \times 奇数=奇数，偶数 \times 偶数=偶数。

(2) 奇数 \times 偶数=偶数，偶数 \times 奇数=偶数。

(3) 结论：在乘法中，一偶则偶，全奇为奇。

(4) 引例 1：请问 $4x$ 、 $5y$ 、 $6z$ 中有几个偶数？几个奇数？（ x 、 y 、 z 均为整数）

答： x 、 y 、 z 都是整数，4 是偶数，则 $4x$ 也是偶数；6 是偶数，则 $6z$ 也是

偶数；5 是奇数，若 y 是奇数， $5y$ 就是奇数，若 y 是偶数， $5y$ 就是偶数。

(5) 引例 2：已知 $5x+6y=76$ (x 、 y 是质数)，求 x 、 y 。

答：一个方程，两个未知数，不定方程。6 是偶数，则 $6y$ 是偶数；76 是偶数，只有偶数+偶数=偶数，推出 $5x$ 一定是偶数，5 是奇数，则 x 是偶数，2 是唯一的偶质数， $x=2$ ； $2*5+6y=76$ ，解出 $y=11$ 。

3. 什么时候用？

(1) 解不定方程。

(2) 知和求差、知差求和。特例，可以用和差同性解题。

(3) 平分成 2 份、偶数倍。比如谁是谁的偶数倍，2 倍、4 倍、6 倍……。

4. 怎么用？

(1) 加减：和差同性—— $a+b$ 与 $a-b$ 奇偶性相同。

(2) 乘： $4x$ 、 $6y$ 必为偶数； $3x$ 、 $5y$ 奇偶性不确定。

【例 1】(2015 广东) 甲、乙两个仓库共有货物 102 吨。如果从甲仓库调出 3 吨到乙仓库，那么甲仓库的货物正好是乙仓库的 2 倍。则甲仓库原有货物多少吨？

- | | |
|-------|-------|
| A. 31 | B. 37 |
| C. 70 | D. 71 |

【解析】例 1. 出现“2 倍”，说明结果是偶数，“从甲仓库调出 3 吨到乙仓库”， $甲-3=2*(乙+3)$ ， $(甲-3)$ 是偶数，推出甲必须为奇数，排除 C 项。“甲、乙两个仓库共有货物 102 吨”， $甲+乙=102$ ，甲比乙多，说明甲一定比 102 的一半要多，则 $甲>102/2=51$ ，对应 D 项。【选 D】

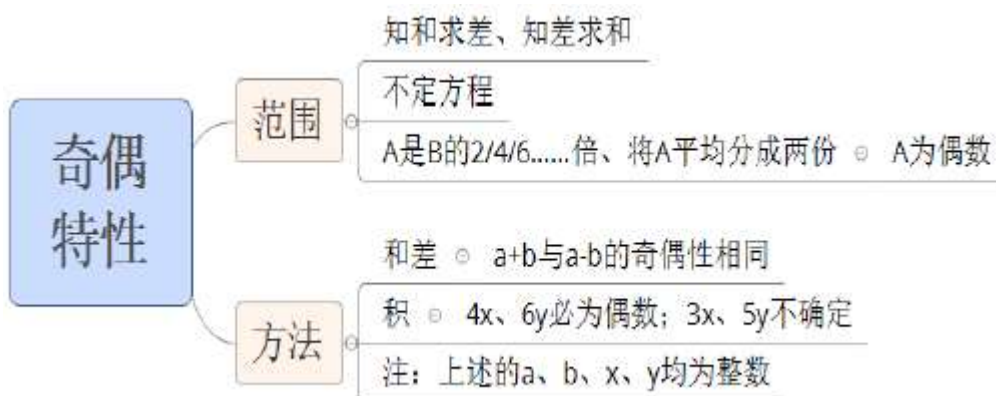
【例 2】(2020 广东选调) 某学校对 500 名学生进行了一次调查，结果显示，会游泳的学生比不会游泳的学生多 34 人，而在会游泳的学生中，会自由泳的学生只占 $1/3$ 。则在 500 名学生中，不会自由泳的学生比会自由泳的学生多多少人？

- | | |
|--------|--------|
| A. 322 | B. 237 |
| C. 231 | D. 79 |

【解析】例 2. 方法一：题目中提到了一组概念：“会”和“不会”，已知

总人数=500，则“会自由泳”+“不会自由泳”=500；求“不会自由泳的学生比会自由泳的学生多多少人”，即求不会自由泳-会自由泳的差值，已知两个数的和，求两个数的差，利用和差同性，和为偶数，则差也为偶数，对应 A 项。

方法二：由题可知，会游泳+不会游泳=500，根据“会游泳的学生比不会游泳的学生多 34 人”求出会游泳的=267，则会自由泳的=267*(1/3)=89，说明在 500 人中会自由泳的人数为 89 人，不会自由泳的=500-89=411，差值=411-89=322，对应 A 项。【选 A】



【注意】奇偶特性：

1. 范围：

- (1) 知和求差、知差求和。
- (2) 不定方程。
- (3) A 是 B 的 2/4/6……倍，将 A 平均分成两份。A 为偶数。

2. 方法：

- (1) 和差：a+b 与 a-b 的奇偶性相同。
- (2) 积：4x、6y 必为偶数；3x、5y 不确定。（注：上述的 a、b、x、y 均为整数）。

二、倍数特性

整除判定方法

1. 常见数：口诀法

- (1) 3、9：看各位数之和
- (2) 2、5：看末一位

(3) 4、25：看末两位

(4) 8、125：看末三位

2. 因式分解法

把一个数分解成几个互质的数相乘的形式，如 $12=3*4$

3. 拆分法（通用）

判定 y 是不是 x 的整数倍，把 y 拆分成 $y=ax\pm b$ ，只需判定 b 是不是 x 的整数倍（ a 、 b 、 x 均为整数）。

【注意】倍数特性。

1. 基础知识（整除型）。一般国考会考，上次考试在 2018 年，在广东省考中整除型考得很少，主要考查后面两种。

2. 余数型。

3. 比例型。

【知识点】基础知识（整除型）。

1. 当： $A=B*C$ （ B 、 C 均为整数）；则： A 能被 B 整除， A 也能被 C 整除。比如 $15=3*5$ ，15 是 3 和 5 的倍数。

2. 常见形式：

(1) 刚好平均分配。比如总量=每人分的个数*人数。

(2) 存在三量关系。比如总价=单价*数量。

3. 补例：一堆苹果分给一些人，平均每人分 3 个……，问这堆苹果有多少个？

A. 119

B. 120

C. 121

D. 122

答：总数=3*人数，存在三量关系，说明总数是 3 的倍数，人数为整数，所以总数为 3 的整数倍，对应 B 项。

【例 1】（2017 江西）某公司研发出了一款新产品，当每件新产品的售价为 3000 元时，恰好能售出 15 万件。若新产品的售价每增加 200 元，就要少售出 1 万件。如果该公司仅售出 12 万件新产品，那么该公司新产品的销售总额为：

A. 4.72 亿元

B. 4.46 亿元

C. 4.64 亿元

D. 4.32 亿元

【解析】例 1. 总额=单价*销量，已知销量=12，总额=单价*12，本题的单价为整数，所以总额是 12 的整数倍。看选项的量级变大了，将“亿元”转化为“万元”，小数点往后移 4 位，A 项：47200 万元，B 项：44600 万元，C 项：46400 万元，D 项：43200 万元。 $12=3*4$ ，先验证 3 的倍数，A 项：4+7+2=13，不是 3 的倍数，排除；B 项：4+4+6=14，不是 3 的倍数，排除；C 项：4+6+4=14，不是 3 的倍数，排除；D 项：4+3+2=9，是 3 的倍数，对应 D 项。【选 D】

【知识点】整除判定法则：

1. 口诀法（用于常考和比较小的数字）：

(1) 3/9 看各位数字之和。比如 3159， $3+1+5+9=18$ ，18 能被 3 和 9 整除，则 3159 能被 3 和 9 整除。

(2) 2/5 看末 1 位。看末 1 位是否为 0 或 5。

(3) 4/25 看末 2 位。比如 2048， $48/4=12$ ，能被 4 整除，则 2048 能被 4 整除；48 不能被 25 整除，则 2048 就不能被 25 整除。因为 $4*25=100$ ，只需要看后两位即可。

(4) 8/125 看末 3 位。比如 15328，328 是 8 的倍数，则 15328 是 8 的倍数；328 不是 125 的倍数，则 15328 就不是 125 的倍数。

2. 因式分解法：分解为两两互质的数。备注：互质即除 1 外没有公约数。

3. 适合于比较大的数，比如合数， $12=3*4$ ，若有一个数既能被 3 整除，又能被 4 整除，则这个数就能被 12 整除。但是 12 不能拆为 $2*6$ ，比如 18 能被 2 和 6 整除，但是不能被 12 整除。3 和 4 互质，2 和 6 不互质，中间除了公约数 1，还有公约数 2。比如 $36=4*9$ ， $15=3*5$ 。

4. 拆分法：普遍适用，多用于 7、11、13 等。（要验证一个数是否是 m 的倍数，只需拆分成 m 的若干倍 ± 小数字 n ，若小数字 n 也能被 m 整除，则这个数就能被 m 整除）。

5. 例：以下哪个是 7 的倍数？

A. 605

B. 623

C. 628

D. 632

答：A 项：找到附近的数 630 是 7 的倍数， $605=630-25$ ，25 不是 7 的倍数，则 605 不是 7 的倍数；B 项： $623=700-77$ ，是 7 的倍数；C 项： $628=630-2$ ，不是 7 的倍数；D 项： $632=630+2$ ，不是 7 的倍数。

2. 余数型

【知识点】余数型：没有刚好分完。

1. 常见形式：平均分配有剩余/缺少。

2. 核心：多退少补。

3. 补例：

（1）一堆苹果分给一些人，平均每人分 10 个，还剩 3 个……，问这堆苹果有多少个？

A. 117

B. 120

C. 123

D. 126。

答：出现还剩 3 个，是余数型，“剩 3 个”就是多 3 个，多退，即（总量-3） $=10 \times \text{人数}$ ，可知（总量-3）是 10 的倍数，发现 C 项： $123-3$ 是 10 的倍数。

（2）一堆苹果分给一些人，平均每人分 10 个，还缺 3 个……，问这堆苹果有多少个？

A. 117

B. 120

C. 123

D. 126

答：“缺 3 个”是少 3 个，少就补，即总量+3 $=10 \times \text{人数}$ ，可知（总量+3）是 10 的倍数，发现 A 项： $117+3$ 是 10 的倍数。

【例 2】（2019 江苏）某机关事务处集中采购了一批打印纸，分发给各职能部门。如果按每个部门 9 包分发，则多 6 包；如果按每个部门 11 包分发，则有 1 个部门只能分到 1 包。这批打印纸的数量是：

A. 87 包

B. 78 包

C. 69 包

D. 67 包

【解析】例 2. 出现平均分配有余数，是余数型，根据多退少补，则（总量-6）是 9 的倍数，排除 D 项；根据“如果按每个部门 11 包分发，则有 1 个部门

(4) 男女生人数差是 $5-3=2$ 的倍数。

2. $A/B=m/n$ (m 、 n 互质): 比如 $10/4$ 一定要化为 $5/2$ 。

(1) A 是 m 的倍数。

(2) B 是 n 的倍数。

(3) $A+B$ 是 $m+n$ 的倍数。

(4) $A-B$ 是 $m-n$ 的倍数。

3. 比例常见形式:

(1) 男生人数是女生的 $3/5$ (分数), 可知男=女 $\times 3/5$, 即男/女= $3/5$ 。

(2) 男生人数是女生的 60% (百分数), 60% 就是 $3/5$ 。

(3) 男生人数与女生人数的比例是 3: 5 (比例), 3: 5 是 $3/5$ 。

(4) 男生人数是女生的 0.6 倍 (倍数), 0.6 倍也是 $3/5$ 。

4. 总结: 出现分数、百分数、比例、倍数, 且所求量与比例对应, 优先考虑倍数特性。

【例 4】(2020 江苏) 某企业预计今年营业收入增长 15%, 营业支出增长 10%, 营业利润增加 600 万元。已知该企业去年的营业利润为 1000 万元, 则其今年的预计营业支出是:

A. 9000 万元

B. 9900 万元

C. 10800 万元

D. 11500 万元

【解析】例 4. 出现百分数, 用倍数特性。问题求的是今年的支出, 找支出有关的条件, 营业支出增长 10% 说明今年比去年增长 10%, 即今年支出=去年支出 $\times (1+10\%)$, 则今年支出/去年支出= $1.1=11/10$, 所求量和比例有关, 则今年支出是 11 的倍数, 只有 B 项符合。【选 B】

【例 5】(2019 黑龙江) 学校买来四种教材, 语文教材是其余三种的 $1/4$, 数学教材是其余三种的 $3/7$, 英语教材是其余三种的 $7/13$, 科学教材比数学教材少 30 本, 则数学教材有:

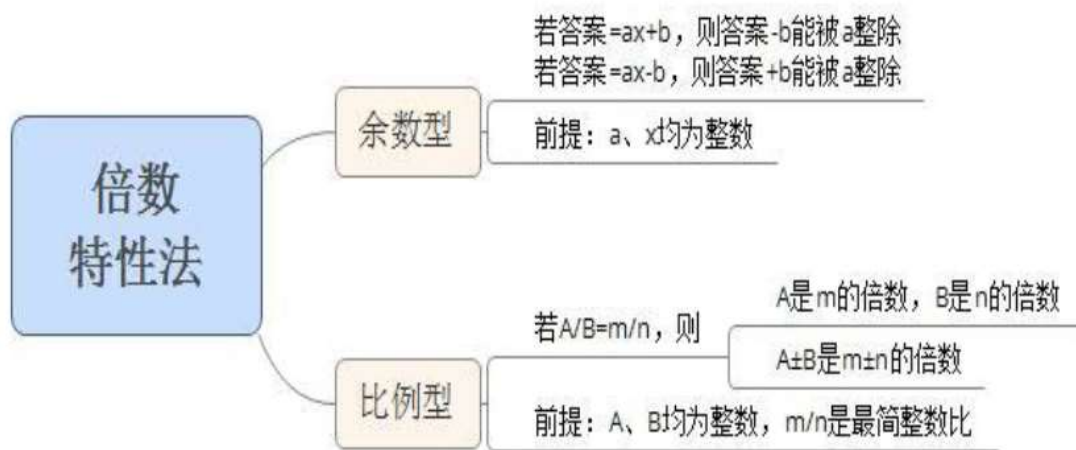
A. 30 本

B. 60 本

C. 100 本

D. 200 本

少再多招聘多少人，就能将从这三所大学招聘的应届生平均分配到 7 个部门，则需要验证总人数是 7 的倍数，本题需要先算出总人数。②式只提到政法和财经，根据②式可知（政法+财经）是 13 的倍数，根据①可知（政法+财经）是 5 的倍数，因此（政法+财经）既是 13 的倍数，又是 5 的倍数，5 和 13 互质，则（政法+财经）是 $5 \times 13 = 65$ 的倍数。 $5 \times 13 = 65$ ，则理工大学不仅是 4 的倍数，还是 $4 \times 13 = 52$ 的倍数，说明这 3 所学校是 $52 + 65 = 117$ 的倍数，总人数是 300 多，可知总人数只能是 $117 \times 3 = 351$ 人。要求平均分配到 7 个部门，发现 $351 + 6 = 357$ 是 7 的倍数，此时需要再招 6 个人即可，对应 A 项。【选 A】



【注意】倍数特性法：

1. 余数型：多退少补。

（1）若答案 $= ax + b$ ，则答案 $- b$ 能被 a 整除；若答案 $= ax - b$ ，则答案 $+ b$ 能被 a 整除。

（2）前提： a 、 x 均为整数。

2. 比例型：

（1）若 $A/B = m/n$ ，则 A 是 m 的倍数， B 是 n 的倍数； $A \pm B$ 是 $m \pm n$ 的倍数。

（2）前提： A 、 B 均为整数， m/n 是最简整数比。

第三节 方程法

【知识点】方程法：广东省考平均每年至少考 2 题。

1. 普通方程。

2. 不定方程。
3. 不定方程组。

一、普通方程

【知识点】普通方程：未知数的个数=方程的个数，比如 $3x+5=17$ ，方程都会解，因此主要讲设未知数。

1. 找等量关系、设未知数、列方程、解方程。

2. 设未知数的技巧：

(1) 求谁设谁（避免陷阱）。

(2) 设小不设大（减少分数计算）。已知甲是乙的 $\frac{1}{3}$ ，如果设乙= x ，则甲= $(\frac{1}{3}) * x$ ，此时出现分数，反之，如果设小的甲= x ，则乙= $3x$ 。

(3) 设中间量（方便列式）。甲是丙的 $\frac{1}{4}$ 、甲是乙的 $\frac{1}{3}$ ，甲相当于是丙、乙之间的纽带，是中间量，设甲= x ，则丙= $4x$ ，乙= $3x$ 。

(4) 设份数（出现比例）。已知甲是乙的 $\frac{2}{3}$ ，出现比例设份数，设甲= $2x$ ，乙= $3x$ 。

【例 1】（2020 北京）甲、乙两个学校的在校生人数之比为 5:3，甲学校如果转入 30 名学生，再将 85 名学生转到乙学校，则两个学校在校生人数相同。则此时乙学校学生人数在以下哪个范围内？

- | | |
|------------------|------------------|
| A. 不到 200 人 | B. 在 200~240 人之间 |
| C. 在 241~280 人之间 | D. 超过 280 人 |

【解析】例 1. 根据“人数相同”，可知有等量关系，考虑方程法，如果“根据甲、乙两个学校的在校生人数之比为 5:3”，问的是乙，考虑倍数特性，代入排除，但本题不能用代入排除，因为选项是范围，不是具体的数值。人数给了比例，出现比例设份数，设原来甲= $5x$ ，乙= $3x$ ；根据“甲学校如果转入 30 名学生，再将 85 名学生转到乙学校，则两个学校在校生人数相同”，则实际甲= $5x+30-85$ ，乙= $3x+85$ ，列式： $5x+30-85=3x+85$ ， $2x=140$ ，解得 $x=70$ ，此时乙的人数= $3*70+85=210+85=295$ ，对应 D 项。【选 D】

二、不定方程

【知识点】不定方程：未知数的个数 > 方程的个数，比如 $2x+3y=40$ ，一个方程两个未知数，满足的解不唯一。

1. 找等量关系、设未知数、列方程、解方程（重点）。

2. 解不定方程方法：本质代入排除，先排再代。

（1）奇偶。 $ax+by=M$ ，当 a 、 b 恰好一奇一偶时，考虑奇偶特性。

【补例】 $3x+4y=25$ ， $x=?$ （ x 、 y 均为正整数）。

A. 2

B. 3

C. 4

D. 5

答： x 和 y 的系数分别是 3 和 4，属于一奇一偶时，考虑奇偶特性，25 是奇数， $4y$ 是偶数，可以推出 $3x$ 是奇数，3 是奇数，则 x 是奇数，排除 A、C 项；剩二代一，代入 B 项： $9+4y=25$ ，则 $4y=16$ ， $y=4$ ，满足正整数，当选。

（2）倍数。 $ax+by=M$ ，当 a 或 b 与 M 有公因子（公约数）时，考虑倍数特性。

【补例】 $7x+3y=60$ ， y 最大为多少？（ x 、 y 均为正整数）。

A. 12

B. 13

C. 16

D. 18

答：系数都是奇数，不能用奇偶特性，发现 $3y$ 和 60 都有公因子 3， $3y$ 和 60 都是 3 的倍数，则 $7x$ 是 3 的倍数，7 不是 3 的倍数，可以推出 x 是 3 的倍数，本题求的是 y 最大，则让 x 最小，当 $x=3$ ， $y=13$ ，符合所有条件，结果对应 B 项。

（3）尾数。 $ax+by=M$ ，当 a 或 b 尾数是 0 或 5 时，考虑尾数。比如 $x+10y$ ，只有 y 前面的系数是 0，说明 $10y$ 的尾数是 0；如果是 $5y$ ，尾数要么是 5，要么是 0。

【补例】 $37x+20y=271$ ， $x=?$ （ x 、 y 均为正整数）。

A. 1

B. 3

C. 2

D. 4

答： $20y$ 的尾数一定是 0，271 的尾数是 1，则 $37x$ 的尾数是 1，只有 $3*7$ 的尾数是 1，因此 x 的尾数是 3，对应 B 项。

（4）代入。

【例 2】（2019 黑龙江）小肖在某外卖公司做派送员，按公司规定，每派送

1 单外卖,可获得 5 元派送费。但如果外卖没有准时送达,则派送费会扣除 3 元。一天,小肖的派送费结算为 188 元,则他当日最多准时送达了:

- A. 38 单
- B. 37 单
- C. 36 单
- D. 35 单

【解析】例 2. 送外卖有两种情况: 准时和不准时, 如果准时可以得到 5 元, 如果不准时, 只能得到 2 元。出现“小肖的派送费结算为 188 元”, 给了等量关系, 设今天有 x 单准时, y 单不准时, 列式: $5x+2y=188$, 两个未知数一个方程, 是不定方程, x 、 y 的系数一奇一偶, 考虑奇偶性, $2y$ 和 188 是偶数, 可以推出 $5x$ 是偶数, 则 x 是偶数, 求的是准时的, 即求 x , 排除 B、D 项; 剩二代一, 问的是最多, 优先代入最多的 A 项: $x=38$, $5 \times 38=190$, $190+2y=188$, 说明 y 是负的, 不符合, 结果对应 C 项。【选 C】

【注意】奇偶、倍数、尾数, 优先用倍数特性, 然后用奇偶, 最后用尾数, 都不行再考虑代入。

【例 3】(2020 浙江) 某会务组租了 20 多辆车将 2220 名参会者从酒店接到活动现场。大车每次能送 50 人, 小车每次能送 36 人, 所有车辆送 2 趟, 且所有车辆均满员, 正好送完, 则大车比小车 ()。

- A. 多 5 辆
- B. 多 2 辆
- C. 少 2 辆
- D. 少 5 辆

【解析】例 3. 所有的车送两趟, 列式: $2 \times (\text{大车} + \text{小车}) = 2220$, 整理得大车+小车=1110, 大车每次能送 50 人, 小车每次能送 36 人, 设大车有 x 辆, 小车有 y 辆, 则 $50x+36y=1110$, 一个方程两个未知数, 是不定方程。

方法一: 原式约分得 $25x+18y=555$, 25 和 18 一奇一偶, 可以考虑奇偶特性, 而 $25x$ 和 555 都有公因子 5, 考虑倍数特性, $25x$ 和 555 是 5 的倍数, 可知 $18y$ 是 5 的倍数, 18 不是 5 的倍数, 则 y 是 5 的倍数, 如果 $y=5$, 则 $18y=90$, $25x+90=555$, 解得 $25x=465$, 发现 465 除不开 25, 说明 x 不是整数, 不满足; $y=10$, $25x+180=555$, $25x=375$, 解得 $x=15$, 此时 x 、 y 都是正整数, $y=10$ 、 $x=15$, 则大车比小车多 5 辆, 对应 A 项。如果更严谨, 还需验证“20 多辆车”这个条件, 发现验证也满

足。

方法二：50x 和 1110 的尾数都是 0，则 36y 的尾数也是 0，说明 y 是 5 的倍数，此时再赋值 y，结果也是一样。【选 A】

三、不定方程组

【知识点】不定方程组：

1. 第一类：未知数一定是整数（主流），比如人数、实物的个数。 $a_1X+b_1Y+c_1Z=M$ ； $a_2X+b_2Y+c_2Z=N$ 。方法：先消元转化为不定方程，再按不定方程求解。

2. 第二类：未知数不一定是整数，比如时间和钱数。方法：

（1）特值法（一般赋零）：对于未知数不一定是整数的不定方程组，可以赋其中 1 个未知数为零，进而快速计算出其他未知数。

（2）配系数。

【例 4】(2018 重庆)某企业的员工参加了一项需缴纳 170 元培训费的培训。同时，该企业允许非内部员工参加培训，但其不能享受员工优惠价。参训的非内部员工，如果是男生需交 350 元；如果是女生需交 300 元。结果，共有 50 人参加培训，整个培训收到的费用总额为 10000 元。由此可知，有多少个不是内部员工的女生参加了培训？

A. 4

B. 5

C. 6

D. 7

【解析】例 4. 本题看起来有点绕，对于参训人员可以分为三类：内部员工、非内部员工的男生、非内部员工的女生，一共是 50 人，把三类的人数分别设为 x、y、z，根据题意，可知 $x+y+z=50$ ①； $170x+350y+300z=10000$ ②，三个未知数两个方程，是不定方程组，本题未知数是人数（一定是整数），用消元，本题求的是非内部员工的女生，即求 z，不能消 z，可以消 x 或者 y，②式可以先约掉个 0，变为 $17x+35y+30z=1000$ ③，此时③-①*17 得 $18y+13z=150$ ，18 和 150 都是 3 的倍数，考虑倍数特性，可知 13z 是 3 的倍数，13 不是 3 的倍数，则 z 是 3 的倍数，只有 C 项符合。【选 C】

【拓展】(2017 江苏) 小王打靶共用了 10 发子弹，全部命中，都在 10 环、8 环和 5 环上，总成绩为 75 环，则命中 10 环的子弹数是：

- A. 1 发
- B. 2 发
- C. 3 发
- D. 4 发

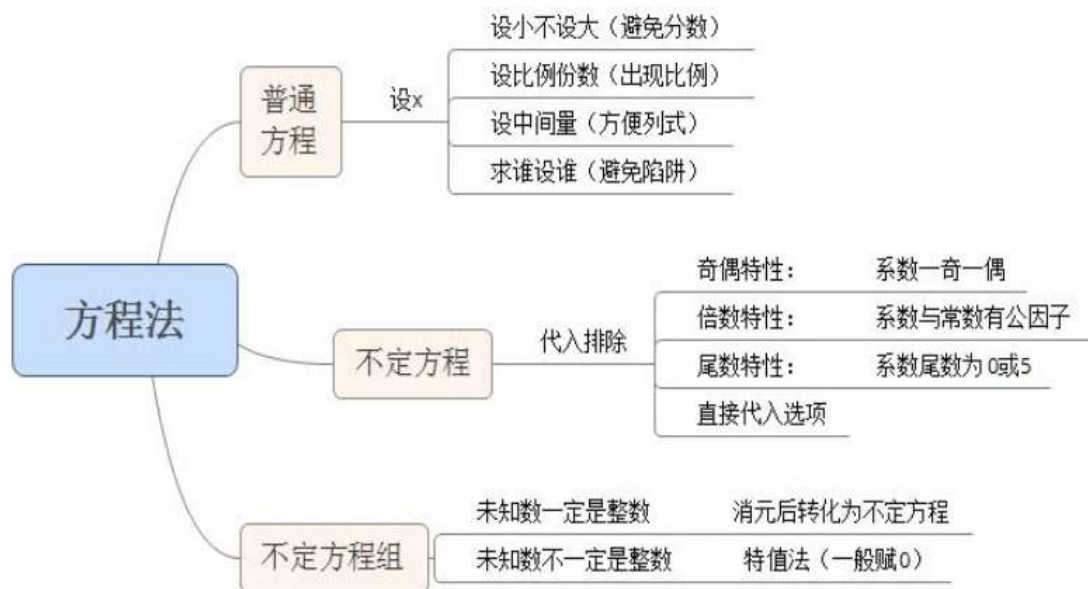
【解析】拓展. 给了等量关系，设命中 10 环、8 环和 5 环的子弹个数分别为 x 、 y 、 z ，根据题意，列式： $x+y+z=10$ ①； $10x+8y+5z=75$ ②，两个方程三个未知数，是不定方程组，子弹的个数一定是整数，用消元，求的是 x ，保留 x ，②-①*5 得 $5x+3y=25$ ，得到一个不定方程， $5x$ 和 25 都是 5 的倍数，则 $3y$ 也是 5 的倍数， y 必然是 5 的倍数， $y=5$ ，解得 $x=2$ ，对应 B 项。【选 B】

【例 5】(2019 福建事业单位) 甲、乙、丙三种货物，若购甲 3 件、乙 7 件、丙 1 件，共需 325 元；若购甲 4 件、乙 10 件、丙 1 件，共需 410 元。那么购甲、乙、丙各 1 件，共需多少元？（ ）

- A. 100
- B. 125
- C. 135
- D. 155

【解析】例 5. 给了等量关系，可以列方程，设甲、乙、丙的价格分别为 x 、 y 、 z ，根据题意，列式： $3x+7y+z=325$ ； $4x+10y+z=410$ ，三个未知数两个方程，是不定方程组，求的是 $x+y+z$ ，本题未知数是钱数，不一定是整数，用赋零法，本题赋谁为 0 都可以，看谁的系数复杂就赋谁为 0，赋 $y=0$ ，变为 $3x+z=325$ ①、 $4x+z=410$ ②，②-①得到 $x=85$ ，代回②得 $z=70$ ，则 $x+y+z=85+0+70=155$ ，对应 D 项。【选 D】

【注意】原理：未知数不一定是整数，意味着满足不定方程组的解有无限个，但是行测是个单选题，即不管哪个解，结果都一样，因此可以用特值法，赋零的方法最简单。至于未知数是整数，意味着有多个解，但解是有限个，不一定有赋零的那组解，所以不能赋零，只能用消元。



【注意】方程法：

1. 普通方程：设 x ：

- （1）设小不设大（避免分数）。
- （2）设比例分数（出现比例）。
- （3）设中间量（方便列式）。
- （4）求谁设谁（避免陷阱）。

2. 不定方程：代入排除：

- （1）奇偶特性：系数一奇一偶。
- （2）倍数特性：系数与常数有公因子。
- （3）尾数特性：系数尾数为0或5。
- （4）直接代入选项。

3. 不定方程组：

- （1）未知数一定是整数：消元后转化为不定方程。
- （2）未知数不一定是整数：特值法（一般赋0）。

【注意】大多数人放弃的科目，我选择攻克。每天提高一点点，风雨兼程，胜利必将“鼠”于我！

1. 预习范围：工程问题、行程问题、溶液问题。

2. 预习要求：每节至少完成50%的题目，实在不会熟悉题型和题意。

3. 下节课 18: 50 开始答疑。

【答案汇总】第一节代入排除法：1-4：CADB

第二节数字特性：奇偶特性：1-2：DA；倍数特性：1-5：DBBBB；6-7：BA

第三节方程法：1-5：DCACD

遇见不一样的自己

Be your better self