

# 方法精讲-数量 4

(笔记)

主讲教师：周末

授课时间：2020.10.10



粉笔公考·官方微信

## 方法精讲-数量 4（笔记）

### 数量关系方法精讲 4

学习任务：

1. 课程内容：经济利润问题、最值问题、容斥原理

2. 授课时长：3 小时

3. 对应讲义：154 页~159 页

4. 重点内容：

（1）掌握与成本、利润、折扣相关的公式，能准确地计算分段计费问题

（2）掌握函数最值、构造数列、最不利构造问题的题型特征及解题方法

（3）掌握两集合、三集合容斥原理的重点公式，学会用画图法解决复杂的容斥原理问题

【注意】今晚讲经济利润问题、最值问题、容斥原理。三种题型都不是很难，经济利润出题都接近生活实际，可以读懂，容易理解，学完之后发现思维没有很高深，部分经济利润题目稍微涉及计算。广东省考中，经济利润问题每年都考，大概 1~2 题，是重点题型。

### 第七节 经济利润问题

【知识点】基础经济（重中之重）：广东绝大多数经济题目都是基础经济。

1. 基础公式：

（1）利润=售价-成本。例如：一件衣服，进价为 100，售价为 150，则利润为  $150-100=50$ 。

（2）利润率=利润/成本。

①资料分析中：利润率=利润/收入。

②例如：售价为 150，成本为 100，利润为 50，则利润率= $50/100=50\%$ 。

（3）售价=成本\*（1+利润率）。

①公式推导：已知利润=售价-成本→售价=成本+利润①；利润率=利润/成本→利润=成本\*利润率②，把①代入②，售价=成本\*（1+利润率）。

②建议大家记住该公式，类似于资料分析中，现期量=基期量\*（1+r）。

③发现一部分经济利润问题中，会告诉利润率，例如按照利润率为 50%定价，只知道利润率，成本和售价未知，可以设未知数或者赋值分析；已知利润率、成本和售价均未知，如果设未知数，就设成本，例如：利润率为 50%，如果设成本为  $x$ ，则售价为  $x \cdot (1+50\%) = 1.5x$ ；如果设售价为  $x$ ，则成本为  $x / (1+50\%) = x / 1.5$ ，出现除法不好算，所以从做题经验来看，已知利润率，往往设成本。

(4) 折扣=售价/原价。例如：之前的一件大衣为 5000 元，双十一打折，现在的售价变为 4000 元，折扣=现在的售价/原来的售价=4000/5000=0.8，打了 8 折。

(5) 总价=单价\*数量。做题时常见的等量关系，例如：一件卖 100 元，卖了两件，一共卖了  $200 \times 2 = 200$  元。

(6) 总利润=单个利润\*数量=总售价-总成本。在做经济利润题目中，经常用到这两个公式。

## 2. 解题方法选择：

(1) 给具体价格，求具体价格（利润、成本、售价）：核心方法：结合基本公式、找等量关系列方程。价格为狭义的概念，经济利润问题中给了具体的钱数，有带“元”的条件，求解结果，往往套公式，设未知数列方程求解。

(2) 给比例，求比例（利润率，折扣）：没有带单位的数据，经济利润中的比例为“打 8 折”、“卖出 30%”，都是给比例。核心方法：先赋值，再根据公式列方程。

【例 1】（2020 山东）某集团旗下有量贩式超市和便民小超市两种门店，集团统一采购的 A 商品在量贩式超市和便民小超市的单件售价分别为 12 元和 13.5 元。4 月份 A 商品在两种门店分别售出了 600 件和 400 件，共获利 5000 元，问该商品进价为多少元？

A. 7.2

B. 7.6

C. 8.0

D. 8.4

【解析】例 1. A 商品在两种商店都卖，价格不同，出现售价、获利，是经济利润问题，出现了具体单位“元”，属于给具体价格的经济利润问题，设未知数列方程，已知“共获利 5000 元”，知道总利润：

方法一：总利润=单个利润\*销量=总售价-总成本，设商品成本为  $x$ ，量贩式超市：一个利润为  $12-x$ ，便民超市：一个利润为  $13.5-x$ ， $(12-x)*600+(13.5-x)*400=5000$ ，解方程，整理得， $72-6x+54-4x=50$ ， $76-10x=0$ ， $76=10x$ ， $x=7.6$ ，对应 B 项。

方法二：如果用“总利润=总售价-总成本”列方程， $12*600+13.5*400-1000x=5000$ ，解方程， $1000x=7600$ ，可得  $x=7.6$ ，对应 B 项。

**【选 B】**

**【例 2】**（2020 浙江选调）王先生花 30000 元买入 A、B 两只股票若干，两个交易日后，A 股票上涨 8%，B 股票下跌 3%。王先生将股票卖出，共盈利 1300 元，那么王先生在买入 A、B 两只股票时的投资比例为：

A. 5: 4

B. 4: 3

C. 3: 2

D. 2: 1

**【解析】**例 2. 卖东西盈利，是经济利润问题，条件带有具体单位“元”，是给具体钱数的经济利润问题，由等量关系入手，设未知数列方程，已知“共盈利 1300 元”，总利润=投资 A 股票的利润+投资 B 股票的利润，只知道 A、B 股票的投入的总成本为 30000，各自的成本未知，求王先生在买入 A、B 两只股票时的投资比例，设 A 股票成本为  $x$ ，B 股票成本为  $30000-x$ ，现在需要表示 A、B 股票的利润，“A 股票上涨 8%，B 股票下跌 3%”，“8%”、“-3%”是利润率，利润率=利润/成本，利润=成本\*利润率，A 股票的利润=A 股票的成本\*8%= $x*8\%$ ；B 股票的利润=B 股票的成本\*（-3%）， $1300=x*8\%-(30000-x)*3\%$ ，接下来解方程， $x*11\%-900=1300$ ， $x*11\%=2200$ ，可得  $x=20000$ ，让求 A、B 两支股票投资的比例，A 的成本为 20000，则 B 的成本为 10000，所求=20000: 10000=2: 1，对应 D 项。

**【选 D】**

**【注意】**对于经济利润问题，大部分都是套用常规方法做题。

**【知识点】**给比例，求比例（利润率，折扣）：没有带单位的数据，经济利润中的“利润率为 50%”、“打 8 折”、“卖出 30%”，给比例，最后求的还是比例。

核心方法：先赋值，再根据公式列方程。

【例 3】(2020 广东选调)商场销售某种型号的冰箱,上半年的利润率为 20%,由于下半年的进货价格下降 10%,商场决定适当下调销售价格,但调整后下半年的利润率仍然达到了 24%。则同上半年相比,下半年的销售价格降低了:

- A. 5%
- B. 6%
- C. 7%
- D. 8%

【解析】例 3. 读完条件发现有点乱,给的所有数据都是比例,最后求同上半年相比,下半年的销售价格降低多少,求的是比例,考虑赋值法求解。如果已知利润率,成本、售价均未知,此时设成本,时间有上半年和下半年,赋值上半年的成本为 100,已知“上半年的利润率为 20%”,则上半年的利润率为 20,售价为  $100+20=120$ ; 已知“由于下半年的进货价格下降 10%”,进价即成本,下半年成本为 90,“但调整后下半年的利润率仍然达到了 24%”,已知下半年的成本和利润率,售价=成本 $\times$ (1+利润率),则下半年的售价= $90\times(1+24\%)$ ,式子计算量不大,  $90\times(1+24\%)=90+90\times20\%+90\times4\%=90+18+3.6=111.6$ 。问同上半年相比,下半年的销售价格降低多少,求的是变化率,所求= $(111.6-120)/120$ ,分子减少了 8.4,  $8.4/120=7\%$ ,下降 7%,对应 C 项。【选 C】

【注意】如果读完题目感觉条件太乱,因为出现了多个时间(上半年和下半年),涉及到利润率,想到成本、售价,此时列表分析。把上下半年成本、利润、售价均表示出来,最后求出比例。

【知识点】分段计费:该类题目好理解,都能读懂,因为往往结合生活场景出题。

1. 在生活中,水电费、出租车计费等,每段计费标准不等。问:在不同收费标准下,一共需要的费用?

2. 计算方法:

- (1) 先按标准分段算。
- (2) 计算之后再加和。

3. 【引例】某地出租车收费标准为：3 公里内起步价 8 元；超出 3 公里的部分，每公里 2 元。小程打车坐了 10 公里，共花费多少钱？

答：0~3 公里，每公里 8 元；超过 3 公里，每公里 2 元，3 公里为标准， $8+7\times 2=8+14=22$  元。

【例 4】（2018 吉林）某市出租车采用分段计价办法：2.5 公里及以内收费 5 元，超过 2.5 公里按每公里 1.5 元计价，每次加收 1 元燃油附加费。某位乘客有 22.5 元零钱，最多能走的距离是：

- A. 14 公里
- B. 13.5 公里
- C. 12 公里
- D. 15.5 公里

【解析】例 4. 分段计费问题，2.5 公里对应的价格为 5 元；超过 2.5 公里的部分每公里 1.5 元，每公里是 1.5 元，注意：每次加收 1 元燃油附加费，不是每公里都收燃油费，而是最后加 1 元燃油费。燃油费对里程是没有影响的， $22.5-1=21.5$  元，21.5 中有 5 元可以跑 2.5 公里，刨除 5 元还剩下 16.5 元， $16.5/1.5=11$  公里，最多能走  $11+2.5=13.5$  公里，对应 B 项。【选 B】

【注意】大家不要结合生活实际强行脑补，只要把规则读懂当成算术题来做即可。

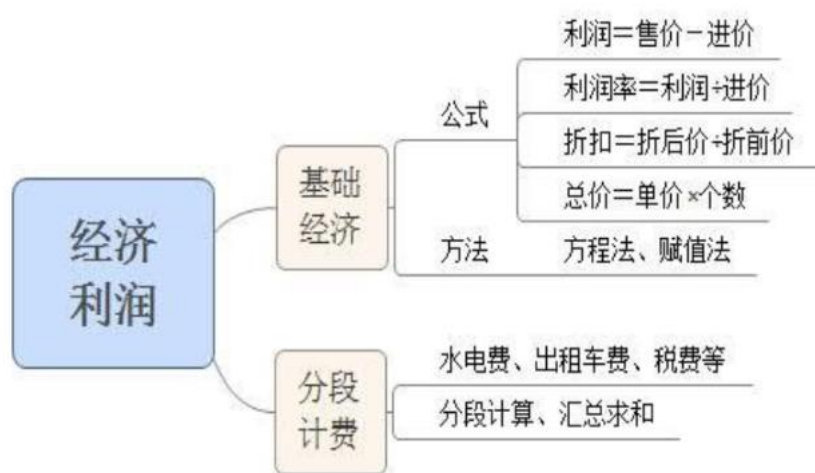
【例 5】（2020 浙江选调）某停车场的收费标准如下：7:00~21:00，每小时 6 元，不足一小时按一小时计算；21:00~次日 7:00，每两小时 1 元，不足两小时按两小时计算；每日零时为新的计费周期，重新开始计时。小刘某天上午 10 时将车驶入停车场，待其驶出时缴费 70 元，则小刘停车时长  $t$  的范围是：

- A.  $14 \text{ 小时} < t \leq 16 \text{ 小时}$
- B.  $15 \text{ 小时} < t \leq 17 \text{ 小时}$
- C.  $16 \text{ 小时} < t \leq 18 \text{ 小时}$
- D.  $17 \text{ 小时} < t \leq 19 \text{ 小时}$

【解析】例 5. “不足一小时按一小时计算”，例如停车 3.5 小时，按照 4 小时收费；“每两小时 1 元，不足两小时按两小时计算”，例如停车 3 小时，此时按照 2 元收费，很多人掉坑是因为这句话没用上，“每日零时为新的计费周期，重新开始计时”，零时为晚上 12 点，过了晚上 12 点重新计时。从上午 10 点进去，

截止到 21 点，这段时间为 11 小时，收费为  $11 \times 6 = 66$  元， $70 > 66$ ，超了 4 元，要分析这 4 元停多长时间，从 21 点开始，每两个小时收费 1 元，不能直接划归到明天早上 7 点，因为会经历特殊时间点 24 点，21:00~24:00，是每两小时 1 元，3 个小时花 2 元，到 24 点花费 2 元，还剩 2 元，还能再停一会，但是从 24 点开始需要重新计时，每两个小时 1 元，但是要花 2 元，此时时长超过 2 小时，但是最多不会超过 4 小时，因为 4 小时刚好把 2 元花完，说明  $11 + 3 + 2 < \text{总时长} \leq 11 + 3 + 4$ ，即  $16 < \text{总时长} \leq 18$  小时，对应 C 项。【选 C】

【注意】式子“ $16 < \text{总时长} \leq 18$  小时”左边是“大于”，不能取“等号”，因为超过了 2 个小时。



【知识点】经济利润问题：

1. 基础经济（重点）：广东每年考查的基础经济非常简单。

（1）公式：

① 利润=售价-进价。

② 利润率=利润/进价。

③ 折扣=折后价/折前价。

④ 总价=单价\*个数。

2. 分段计费：

（1）水电费、方程法、赋值法。

（2）分段计算、汇总求和。

## 第八节 最值问题

【知识点】最值问题：考试可以和很多题型结合考查，例如容斥问题、排列组合和概率，最值问题的本质考查最值思维，问最多/最少时，就是最值思维，广东常以典型的题型为主。

1. 函数最值（考查相对较少）。
2. 构造数列（考查较多）。
3. 最不利构造。

【知识点】函数最值：

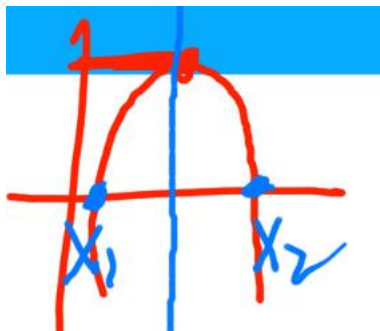
1. 题型特征：只有具备以下两个特征，才是函数最值问题。

- (1) 单价和销量此消彼长。
- (2) 问何时总价/总利润最高。

2. 【引例】单价为 3000 元，可卖出 16 万件。若单价每提升 300 元，销量会降低 1 万件。请问当单价定为多少元时，销售总额最高？

答：“若单价每提升 300 元，销量会降低 1 万件”。价格和销量此消彼长，问销售额最高，是函数最值问题，肯定是二次函数，是开口向下的抛物线（只有最高点，只能求最大值），问谁最大，就由谁入手，让总额最大，从总额入手，总额是总钱数，总额=单价\*销量，如果不涨钱，单价为 3000 元，一次涨 300 元，一般设降价或者提价的次数，设涨了  $x$  次，一次涨 300 元，总额=  $(3000+300x) * (16-x)$ ，要让该式的结果最大，相当于一元二次函数（初中求最值，用求根公式、韦达定理，高中用求导），开口向下的函数和  $x$  轴有交点，两点式就是令  $y=0$ ， $3000+300x=0$ ，可得  $x_1=-10$ ； $16-x=0$ ，可得  $x_2=16$ ，最高点是对称最中间，是  $x_1$  和  $x_2$  的平均值， $x = (x_1+x_2) / 2$ ， $(-10+16) / 2=3$ ，提价 3 次，总额最大，定价为  $3000+900=3900$  元。





3. 计算方法（两点式）：设提价次数为  $x$ 。

（1）令总价/总利润为 0，解得  $x_1$ 、 $x_2$ 。

（2）当  $x = (x_1 + x_2) / 2$  时，取得最值。

**【例 1】**（2019 深圳）某类商品按质量分为 8 个档次，最低档次商品每件可获利 8 元，每提高一个档次，则每件商品的利润增加 2 元。最低档次商品每天可产出 60 件，每提高一个档次，则日产量减少 5 件。若只生产其中某一档次的商品，则每天能获得的最大利润是多少元？

A. 620

B. 630

C. 640

D. 650

**【解析】**例 1. 提高一个档次，带来两个变化，利润增加 2 元，产量减少 5 件，钱数和量此消彼长，问每天能获得的最大利润是多少元，具备了函数最值的两个特征，是函数最值问题。让利润最大，分析总利润，结合题目条件，提到了一个商品的利润，总利润=单个利润\*产量，接着把单个利润和产量表示出来，一件利润为 8 元，设提高  $x$  个档次，利润多了  $2x$  元，如果档次不提高，产量为 60，提高一个档次，少了 5 件，提高  $x$  个档次，少了  $5x$  件，总利润  $y = (8 + 2x) * (60 - 5x)$ ，接着利用两点式求解，可得  $x_1 = -4$ ， $x_2 = 12$ ，当  $x = (-4 + 12) / 2 = 8 / 2 = 4$ ，提高 4 个档次，问每天能获得的最大利润是多少元，代回去， $y = (8 + 2 * 4) * (60 - 5 * 4) = 16 * 40 = 640$ ，对应 C 项。**【选 C】**

**【例 2】**（2018 广州）某单位计划在户外举办讲座，计划使用 72 米的隔离带围成一个长方形作为活动场所，其中一边不封闭（即成  $\sqcup$  形），缺口面向讲坛。能围成的场所面积最大是多少平方米？

A. 324

B. 648

C. 972

D. 1296

【解析】例 2. 场所为长方形，其实让求长方形的面积最大，没有此消彼长的过程，但是让求面积最大，从面积入手，长方形面积=长\*宽，可以把长和宽表示出来，列式子把结果表示出来，假设“U”字型为两个长+一个宽，设长为  $x$ ，宽为  $72-2x$ ，长方形面积= $x*(72-2x)$ ，要求该式子的最大值，展开括号，会出现  $x^2$ ，是一元二次函数，二次函数求最值，就利用两点式， $x_1=0$ ， $x_2=36$ ，当  $x=(x_1+x_2)/2=(0+36)/2=18$  时，面积最大， $x=18$ ，长为 18，宽为  $72-18*2=36$ ，最大的面积为  $18*36$ ，选项尾数不同，尾数为 8，对应 B 项。【选 B】

【知识点】构造数列（和定最值）：

1. 题型特征：某个主体最多/少。

2. 【引例】5 个人分 20 斤肉，分到的重量均为正整数且互不相等。分得最多的人，最多分（ ）斤。

答：问最多的最多，两个“最多”有不同的修饰作用，第一个“最多”是求最多的人，第二个“最多”是求结果最大，前面修饰的是主体，才是最多和最少，求某个主体的最多/最少，属于和定最值问题，即构造数列问题。求最多的最多，首先人为排序，从多到少排序，（1）一般求谁设谁，设分得最多的为  $x$ ；（2）反推其他： $x$  最多，则其他人少，叫做和定此消彼长，分析另外几个人最少有多少，每个人都要分，最少也要 1 斤，第五为 1 斤，第四为 2 斤，第三为 3 斤，第二为 4 斤；（3）加和求解： $x+10=20$ ，可得  $x=10$ 。



3. 方法：排序定位——求谁设谁——反推其他——加和求解。

【例 3】（2015 广东）在一次抽奖活动中，要把 18 个奖品分成数量不等的 4 份各自放进不同的抽奖箱。则一个抽奖箱最多可以放多少个奖品？

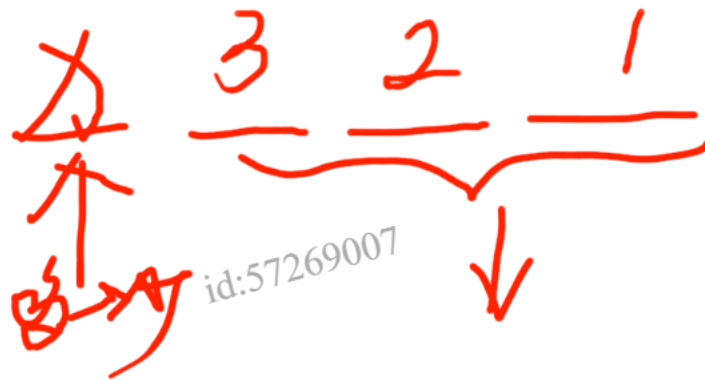
A. 6

B. 8

C. 12

D. 15

【解析】例 3. 18 个分成 4 份，每份数量不同，出现最多/最少，是最值问题，求某个的最多/最少，是构造数列问题。从多到少排列，（1）求谁设谁：设最多的为  $x$ ；（2）反向推其他：这个多，另外的必然少，求其他的最少为多少，最少有 1 个奖品，分别为 1、2、3 个奖品；（3）加和求解： $x+6=18$ ，可得  $x=12$  个，对应 C 项。【选 C】



【例 4】（2020 联考）从某物流园区开出 6 辆货车，这 6 辆货车的平均装货量为 62 吨。已知每辆货车载重量各不相同且均为整数，最重的装载了 71 吨，最轻的装载了 54 吨。问这 6 辆货车中装货第三重的卡车最少要装多少吨？

A. 59

B. 60

C. 61

D. 62

【解析】例 4. 有 6 辆车，这 6 辆货车的平均装货量为 62 吨，总装货量为  $6 \times 62 = 372$ ，问这 6 辆货车中装货第三重的卡车最少要装多少吨，问第三重的车，求最少，属于构造数列，6 辆车，最重为 71，最轻为 54，求第三重最少，（1）求谁设谁：设第三重的车装  $x$  吨；（2）反推其他：第三重的车最少，则其他车尽量多，第二重要想多，要和第一重接近，但是不等于第一重，所以第二重为 70，第四重最多，要接近第三重，为  $x-1$ ，第五重要向第四重接近，为  $x-2$ ；（3）加和求解： $71+70+3x-3+54=372$ ， $192+3x=372$ ， $3x=180$ ，可得  $x=60$ ，对应 D 项。【选 D】

【注意】要让第三少，则其他车尽可能多；如果第四为 55，此时不是最多，

而是最少，要想最多，要接近第三。

【例 5】（2019 江西法检）某高校计划招聘 81 名博士，拟分配到 13 个不同的院系，假定院系 A 分得的博士人数比其他院系都多，那么院系 A 分得的博士人数至少有多少名？

- A. 6  
B. 7  
C. 8  
D. 9

【解析】例 5. 81 个人分到 13 个地，假定院系 A 分得的博士人数比其他院系都多，说明其他都比 A 少，问院系 A 分得的博士人数至少有多少名，求其中的 A 最少，是求某个最少，属于构造数列。A 排在第一个位置，一共是 13 个院系，（1）求谁设谁：设 A 为  $x$ ；（2）反向推其他：要让 A 少，加和一定，另外其他 12 个院系要多，第二个要多，要和前面的靠近，为  $x-1$ ；接着看第二，有人认为是  $x-2$ ，前面两个题可以这样分析，因为题干中有“各不相同”，但是该题只说了 A 比其他院系多，另外 12 个院系都要最多，都可以为  $x-1$ ；（3）加和求解： $x+12*(x-1)=81$ ， $13x=93$ ，可得  $x=7^+$ ， $x$  最少为  $7^+$ ，还要是整数，向上取整，A 院系最少为 8 人，对应 C 项。【选 C】

【注意】算出来是小数，求最少，向上取整；求最多，向下取整。

【例 6】（2018 四川）企业今年从全国 6 所知名大学招聘了 500 名应届生，从其中任意 2 所大学招聘的应届生数量均不相同。其中从 A 大学招聘的应届生数量最少且正好为 B 大学的一半。从 B 大学招聘的应届生数量为 6 所大学中最多的。则该企业今年从 A 大学至少招聘了多少名应届生？

- A. 48  
B. 47  
C. 46  
D. 45

【解析】例 6. 该题有点难度，但是解题思路不变，难点在于题目信息变多了。A 最少，排在最后，刚好是 B 的一半，B 大学最多，排在开头，中间有 4 所学校，求某个主体最多/最少，（1）求谁设谁：求 A，设 A 为  $x$ ；（2）则 B 为  $2x$ ，A 最少，则其他尽量多，第二为  $2x-1$ ，第三为  $2x-2$ ，第三为  $2x-3$ ，第四为  $2x-4$ ；

(3) 加和求解:  $11x-10=500$ ,  $11x=510$ ,  $x=510/11=46^+$ , 不是整数, 求最少, 向上取整, 取 47, 选择 B 项。【选 B】

四上·



**【注意】**

1. 看题目中是否有“各不相同”, 如果没有, 就可以相同。
2. 如果算出来是小数, 求最少, 向上取整; 求最多, 向下取整; 或者根据问题进行理解。

**【知识点】最不利构造:**

1. 特征明显: 出现至少……保证……。
2. 引例: 袋子中装有5个红球, 8个白球, 10个黄球。问:

(1) 至少取出 ( ) 个, 才能保证有红球?

答: 出现了至少……保证……, 属于最不利构造。目标是有红球, 保证有红球, 从袋子里拿出来的第一个球可能就是红球, 不是最不利的情况, 是最幸运的时候。要保证一件事能发生, 就要考虑最坏的情况。最差的情况是拿到红球就赢了, 先把其他颜色的球拿出来, 再拿一个就一定是红球,  $8+10+1=19$ 。

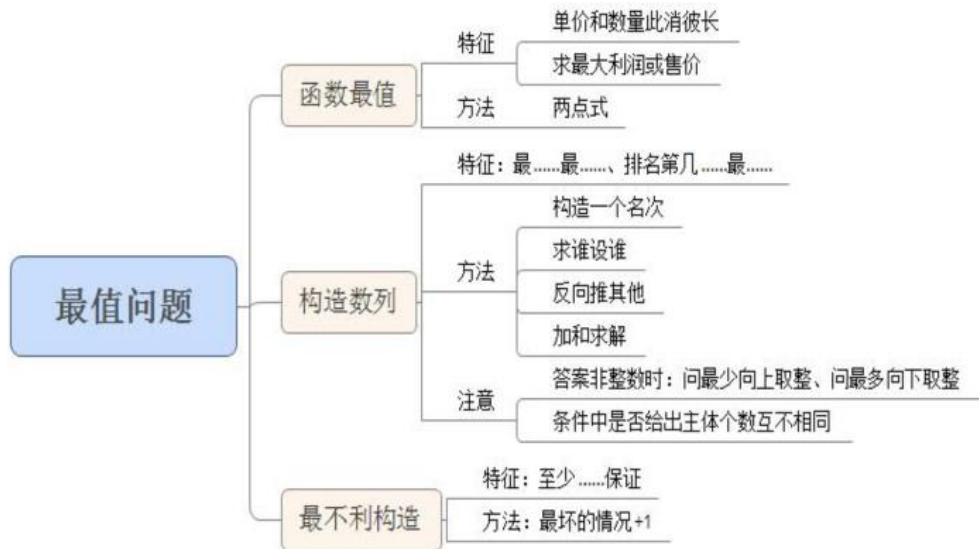
(2) 至少取出 ( ) 个, 才能保证至少有3个同色的球?

答: 看到“至少……保证……”, 考虑最差的情况, 只要是3个颜色一样即可。先拿2个红的, 再拿一个红色的就胜利了, 结果拿出来2个白的和2个黄的, 再拿一个球一定会有3个颜色相同。  $2+2+2+1=7$ 。

(3) 至少取出 ( ) 个, 才能保证至少有8个同色的球?

答: 8个颜色相同的, 原始的袋子里没有8个, 最倒霉的情况把5个红球都拿





**【注意】**最值问题：

1. 函数最值：

（1）特征：

- ①单价和数量此消彼长。
- ②求最大利润或售价。

（2）方法：两点式。

2. 构造数列（考查重点）：

（1）特征：某个主体最多/最少；排名第几……最……。

（2）方法：

- ①构造一个名次。
- ②求谁设谁。
- ③反向推其他。
- ④加和求解。

（3）注意：

- ①答案非整数时：问最少向上取整、问最多向下取整。
- ②条件中是否给出主体个数互不相同。

3. 最不利构造：

- （1）特征：至少……保证……。
- （2）方法：最坏的情况+1。

## 第九节 容斥原理

【注意】容斥原理：考频不高，但是比较简单，隔一两年考一个题，如果查到，刚好会，就可以挑着做。

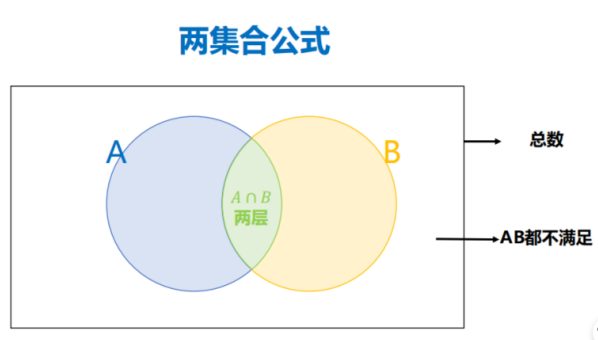
1. 本质：去重补漏。

2. 考查类型：

（1）两集合容斥原理。

（2）三集合容斥原理。

3. 解题方法：公式法（学习重点，能套公式套公式，套不了公式用画图法）、画图法。



【知识点】公式： $A+B-A \cap B = \text{总} - \text{都不}$ 。假如矩形相当于窗框，A、B相当于两个窗户，想把两个窗户糊上，每个区域糊一层窗户纸，中间A、B重复的部分糊了2层，但是只能糊一层，需要撕掉重复的 $A \cap B$ ，也就是总数-都不。原型是： $A+B+A \cap B - \text{都不} = \text{总}$ ，转化为 $A+B-A \cap B = \text{总} - \text{都不}$ 。

【例1】（2019广东选调）某单位组织员工进行爱心募捐，鼓励员工捐款捐物。所有员工都参加了，其中捐物的有45人，捐款的有75人，既捐款又捐物的有31人，则该单位共有员工多少人？

- |       |       |
|-------|-------|
| A. 89 | B. 90 |
| C. 95 | D. 99 |

【解析】例1.“所有员工都参加了”，表示没有人不捐，“都不”是0。 $45+75-31 = \text{总} - 0$ ， $\text{总} = 120 - 31 = 89$ ，对应A项。【选A】

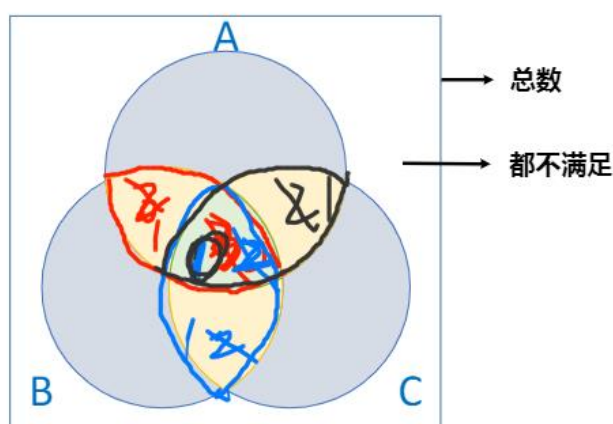
【例2】（2020联考）学校有300个学生选择参加地理兴趣小组、生物兴趣小



组或者两个小组同时参加，如果80%学生参加地理兴趣小组，50%学生参加生物兴趣小组。问同时参加地理和生物兴趣小组的学生人数是多少？

- A. 240                                      B. 150  
C. 90                                         D. 60

【解析】例2. 地理、生物两个小组，有同时参加，有重复和交叉，典型的两集合容斥原理。参加地理的人数=300\*80%=240人。参加生物的人数=300/2=150人。代入公式：240+150-x=300-0，题目说明要么参加地理，要么参加生物，或者两组都参加，“都不”=0。x=90人，对应C项。【选C】



【知识点】三集合标准型：公式： $A+B+C-A \cap B-A \cap C-B \cap C+A \cap B \cap C=\text{总数}-\text{都不}$ 。等号左边为各加、去重、补漏。各加就是三集合相加为  $A+B+C$ ，窗框里面有 3 个圆形窗户，保证每个区域只出现一次，去重，A、B 相交的区域，减去  $A \cap B$ ， $A \cap B$  包含黄色和绿色的区域，黄色的区域加了两次，减掉一次还剩一次。绿色区域在  $A+B+C$  的时候加了 3 次，减去  $A \cap B$ ，相当于减了 1 次，还剩 2 次。减去  $B \cap C$ ，绿色区域还剩 1 次。 $A \cap C$  的区域，减去一次黄色区域，再减一次绿色区域，绿色的区域变成空的了。需要补上  $A \cap B \cap C$ ，刚好每个区域加一次。

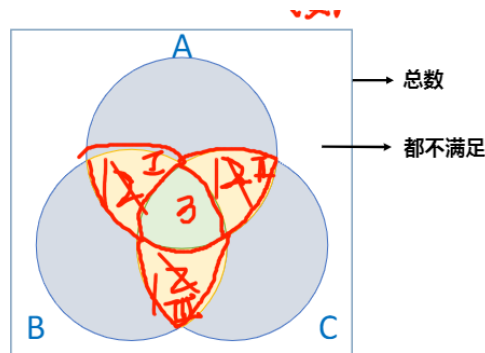
【例3】（2019广东事业单位）某社区对100户居民的生活情况作了调查，结果显示，安装了电热水器的占30户，拥有电视的占66户，安装了空调的占88户，其中，同时拥有电热水器和电视的占17户，同时拥有电视和空调的占56户，同时拥有电热水器和空调的占22户，三样都没有的占5户。则三样都有的占多少户？

- A. 0    B. 3

C. 6

D. 9

【解析】例3. “同时拥有电热水器和电视的占17户，同时拥有电视和空调的占56户，同时拥有电热水器和空调的占22户”，相当于给了 $A \cap B$ ,  $B \cap C$ ,  $A \cap C$ 。三样都没有的占5户，则都不=5，热水器、电视、空调属于三集合问题，代入公式，设三样都有的为 $x$ ， $30+66+88-17-56-22+x=100-5$ 。尾数4-尾数5=尾数9，尾数9+ $x$ 的尾数=尾数5， $x$ 的尾数为6，对应C项。【选C】



【知识点】三集合非标准型：公式： $A+B+C-\text{满足两项}-\text{满足三项} \times 2 = \text{总数}-\text{都不}$ 。三个窗户都糊上，换一种去重的办法，三个黄色的区域有一个共同的特点，都加了2次，I、II、III都糊了两次，共同特征为满足两项，也就是只满足两项，减去一次，就各剩一次。中间糊三层，需要减去两次。

【例4】（2019新疆兵团）某机关开展红色教育月活动，三个时间段分别安排了三场讲座。该机关共有139人，有42人报名参加第一场讲座，51人报名参加第二场讲座，88人报名参加第三场讲座，三场讲座都报名的有12人，只报名参加两场讲座的有30人。问没有报名参加其中任何一场讲座的有多少人？

A. 12

B. 14

C. 24

D. 28

【解析】例4. 只报名参加两场的，表示只满足两项，对应三集合的非标准公式。 $A+B+C-\text{满足两项}-2 \times \text{满足三项} = \text{总}-\text{都不}$ 。一场都不参加用 $x$ 表示，代入数据： $42+51+88-30-2 \times 12=139-x$ ，尾数1-尾数4=尾数7，尾数7=尾数9- $x$ ， $x$ 的尾数为2，对应A项。【选A】



或最少。化简： $45+x$ =总人数。求总人数，总人数多， $x$ 就多， $x$ 是三门都90分以上的人数尽。对于两门90分以上的人，分别是8、6、10人，数学和语文90以上的6人，同时英语也要90分以上的人数不可能大于6人。 $x$ 不超过6，应该 $\leq 6$ ， $x$ 最大取6，总人数最多为 $45+6=51$ 人。对应B项。【选B】

【注意】数学和语文90以上的6人，在两门的基础上又加了一个条件，要求英语也要90分以上，条件更苛刻，不可能比6多。三门90分以上的人数，不可能超过两门90分以上最小的人数。

【注意】容斥原理的方法选择：

1. 公式法：题中所给所求都是公式中的一部分。
2. 画图法：

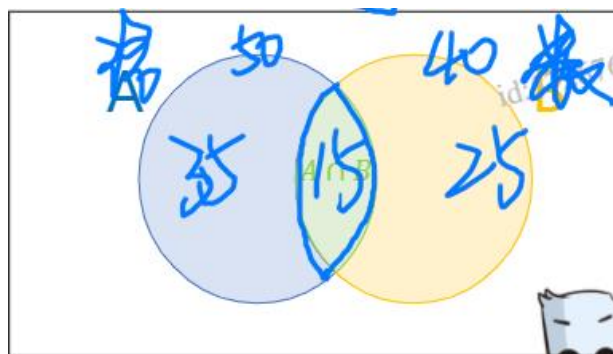
（1）题中所给所求公式中没有，此时公式法不好用（往往出现只满足某一个条件）。当你拿到容斥原理的题目，题干中出现“只”，例如上题求只有语文90分以上的人，公式法不好用，公式法不涉及只的部分，即便求出一个量，也无法求出结果。画图法是解决容斥原理最根本的方法。能用公式的题目，比画图要快。

（2）画图法三步走：

①画圆。

②标数（由内向外，注意去重）。例如A表示语文90分以上50人，B代表数学90分以上40人，都90分以上的15人，先标记中间的15人，只有语文90分以上的人 $=50-15=35$ 。只有数学90分以上的人 $=40-15=25$ 。

③列式（加和求解，尾数）。

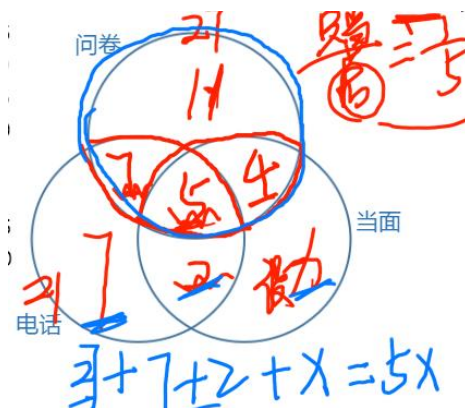


【例6】（2017陕西）在一项课题研究中，数据搜集方式有问卷调研、当面访谈与电话访谈三种。参加问卷调研的有27人，参加电话访谈的有21人。参加了三种数据搜集方式的有5人，既参加问卷调研又参加当面访谈的有9人，既参加问卷调研又参加电话访谈的有12人，既参加当面访谈又参加电话访谈的有7人。已知只参加当面访谈的人数占数据搜集人员总数的20%，则数据搜集人员共有多少人？

- |       |       |
|-------|-------|
| A. 45 | B. 50 |
| C. 55 | D. 60 |
| E. 65 | F. 70 |
| G. 75 | H. 80 |

【解析】例6. 陕西数学运算特点是8个选项。给了3种方式，没有说明当面访谈的人数。出现“既……又……”，可以考虑标准型公式做题。题干出现“只”，不代表题目不能用公式，“只”的量不清楚，还是要用画图法。总人数和只参加当面访谈的人数有关，利用20%的关系求总人数，标准型公式没有只A、只B、只C，标准型公式还是需要画图分析，不如直接画图。

方法一：标数从里往外标，三种都参加的有5个人，中间是5个人，“既参加问卷调研又参加当面访谈的有9人”，去重后有 $9-5=4$ 人。“既参加问卷调研又参加电话访谈的有12人”，去重有 $12-5=7$ 人。“既参加当面访谈又参加电话访谈的有7人”，去重后有 $7-5=2$ 人。只参加问卷的为 $27-7-5-4=11$ 人，只参加电话访谈的为 $21-5-7-2=7$ 人。设只参加当面访谈的人数为 $x$ ，只参加当面的人数/总人数 $=1/5$ ，总人数为 $5x$ 。加和列式求解： $27+7+2+x=5x$ ， $4x=36$ ， $x=9$ 。总人数为 $5*9=45$ ，对应A项。



方法二：只当面是未知量，对一个三集合，去除只A，剩余区域是两集合。  
 总人数=只当面+两集合，设只当面为x，总人数为5x，两集合的人数为27+21-12。  
 列式： $5x=x+27+21-12$ ， $x=9$ ， $5x=45$ 。【选A】

**【注意】**

1. 幸福是个比较级，广东考试中，数量的题目较难，是在4个选项挑一个，陕西的选项有8个，蒙正确的概率更小。
2. 总人数设为x，只参加当面为0.2x。
3. “都不”不在研究范围，“都不”为0。
4. 遇到三集合容斥问题，涉及到只A，就能转化为总数=只A+两集合。



**【注意】容斥原理：**

1. 公式：去重补漏。

(1) 两集合： $A+B-A\cap B=\text{总数}-\text{都不}$ 。

(2) 三集合：

①标准： $A+B+C-A\cap B-A\cap C-B\cap C+A\cap B\cap C=\text{总数}-\text{都不}$ 。

②非标： $A+B+C-\text{满足两项}-\text{满足三项}\times 2=\text{总数}-\text{都不}$ 。

③常识（考查较少）：满足一项+满足两项+满足三项=总数-都不。还是糊窗户，糊了一层是满足一项，糊了两层是满足两项，糊了三层是满足三项，就是总数-都不。题干出现满足一项，满足两项，满足三项就用常识型。

2. 画图：

(1) 画圆圈，标数据。

(2) 从里到外，注意去重。

**【注意】****1. 数学运算——考场策略：**

(1) 各个击破，拿下易熟代。讲了三大方法，九种题型。数学运算不同的题型之间互不影响，彼此之间的联系性不强，虽然有难题听不懂，但是也有简单题。不需要都会，会一部分即可，先学容易的题目，备考的大方向是不求全，拿下易熟代。

(2) 必修（容易且重要）：备考的时候不是学霸型，建议大家先以工程、经济利润、和差倍比（三大方法）、植树的题型为主。直播课没有听完，或者听完了还没有掌握，可以先掌握这类题型。下一步进行专项刷题，在APP中用两三天的时间进行专项刷题，这类题型备考一定没有问题。

(3) 选修1（不太重要但简单）：不一定每年都考，可能两年考一题，但是偶尔考一个，内容很简单，例如容斥、最值、浓度等。

(4) 选修2（重要但偏难）：排列组合与概率、行程。

**2. 数学运算——考场策略：**

(1) 答题策略：没有时间做数学，不是因为数学难，是因为其他的模块做的有点慢，言语、判断、资料超时，导致数学运算的时间被占用，大家应该通过备考和刷题，提高言语、判断、资料的做题速度。

(1) 基础弱：考场上还剩10分钟，10个题目的难易程度和顺序没有关系，挑容易的题目，不能从头做到尾。以3个题为一组，行程、工程、概率，可以先做工程。逢3做1或逢5做2，正确率50%~60%。数学运算的正确率是30%左右，剩余7个题猜对2个。如果做的题选ABD，剩余的可以全部选C，可以猜对2~3个。正确率达到50%~60%，意味着本来可能是一个数学不太好的人，但是数学不仅没有拉分，还提分了。如果10个题挑3个认为熟悉简单的，3个题全做错了，就不是题目的问题，可能是自己粗心。

(2) 基础好：逢3做1~2或逢5做3，正确率60%~70%。不要全部放弃数学运算，只要学一部分，就能锦上添花。5个数字推理准备5分钟的时间，5个题中有3、4个简单题，可能几十秒就能得到答案，另外一个难题就比较费时间，但是5个题能做对4个也很棒。

【答案汇总】经济利润：1-5：BDCBC；

最值问题：1-5：CBCBC；6-8：BCD

容斥原理：1-6：ACCABA

【注意】所有光鲜亮丽的背后，都曾熬过无数个不为人知的黑夜。

1. 预习范围：排列组合与概率，植树问题。

2. 预习要求：每节课至少完成50%的题目，实在不会熟悉题型和题意。



遇见不一样的自己

Beyourbetterself