

方法精讲-数量 3

(笔记)

主讲教师：周末

授课时间：2020.10.09



粉笔公考·官方微信

方法精讲-数量 3（笔记）

学习任务：

1. 课程内容：工程问题、行程问题、溶液问题

2. 授课时长：3小时

3. 对应讲义：148页~153页

4. 重点内容：

（1）掌握工程问题的三种常见考法、牛吃草问题以及对应的解题步骤。

（2）掌握行程问题的基础公式。

（3）掌握线形和环形上相遇、追及的计算公式，掌握多次相遇的结论、流水行船的公式。

（4）掌握溶液问题的基本公式。

第四节工程问题

【注意】工程问题：广东省考中每年会考一道题，偶尔考两道，属于必考题型，而且都比较简单，属于备考重点。

1. 三量关系：总量=效率*时间。

2. 考查题型：

（1）给完工时间型。建议作为备考重点。

（2）给效率比例型。建议作为备考重点。。

（3）给具体单位型。

（4）牛吃草类型（考得少）。广东 2020 年省考考查了 1 道，深圳 2018 年考查了 1 道。

【知识点】给完工时间型（给多个完成工作总量的时间）。例如：一项工作甲 6 天干完，6 天就是完工时间。一项工作，甲先干了 6 天，6 天不是完工时间。多个为 ≥ 2 个。

1. 赋总量（完工时间的公倍数）。

2. 算效率：效率=总量/时间。

3. 根据工作过程列式求解。

4. 【引例】搬完一车砖，甲需 2 小时，乙需 3 小时，现俩人合作，需要多久？

答：2 小时、3 小时属于能干完活的时间，并且给了两个时间，是给完工时间型。（1）赋值总量为了好算，赋值总量为 2、3 的倍数 6。（2）算效率：甲的效率= $6/2=3$ ，乙的效率= $6/3=2$ 。（3）列式求解：两个人合作的时间为 $t=6/5=1.2$ 。

5. 找公倍数训练：短除法。

（1）25、30。公约数 5，剩余 5、6，5 和 6 互质，最小公倍数为 $5*5*6=150$ 。

$$\begin{array}{r} 25, 30 \\ \hline 5 \times 5 \times 6 \end{array}$$

（2）11、13。11 和 13 互质，没有其他公约数，两个互质的数找公倍数，直接乘，公倍数为 $11*13$ 。

（3）8、10、15。短除法，三个数可以先看两个数，两个数互质，找公倍数可以直接乘，8、15 没有公约数，两个数的公倍数为 $8*15=120$ ，再验证 120 是不是 10 的倍数。多个数字找公倍数，先从两个互质的数相乘入手，再和另外一个数找公倍数。

（4）10、12、15。多个数字找公倍数，没有两个数是互质，先选两个数，10 和 15 的公倍数 30，30 不是 12 的倍数，30 扩大 2 倍，60 是 12 的倍数，3 个数的公倍数是 60。

【例 1】（2019 江西法检）现有一条柏油马路需要铺设，甲、乙两施工队合作铺设 3 天可以完成，而乙施工队单独铺设需要 5 天完成。如果甲、乙合作铺设 1 天，乙施工队另有任务，剩余任务由甲单独完成需要多少天？

- A. 4
- B. 5
- C. 5.5
- D. 6

【解析】例 1. 工程问题，3 天完成是完工时间，5 天也是完工时间，给了两个完工时间，属于给完工时间型，三步走。（1）赋总量：3、5 的倍数 15。（2）求效率，甲+乙的效率= $15/3=5$ ，乙效率= $15/5=3$ ，甲效率= $5-3=2$ 。（3）剩余任务是甲完成的，设甲干了 t 天， $5+2t=15$ ， $t=5$ 天。【选 B】

【注意】如果问一共需要多少天，需要 $5+1=6$ 。注意问法，是求总的时间还是剩余时间。

【例2】(2019 黑龙江边境) 小李的耳机充满电可通话 6 小时，或者待机 210 小时。某天小李乘坐火车，上车时耳机满电，而当他下车时耳机电量刚好用光。如果小李在火车上有一半的时间在通话，其余时间耳机均为待机状态，则他乘坐火车的时长为：

- A. 9小时10分钟
- B. 9小时30分钟
- C. 10小时20分钟
- D. 11小时40分钟

【解析】例2. 电量满的情况下，通话6个小时可以消耗完。待机210个小时可以消耗完，和工程问题一样。结合题目条件，6小时、210小时是用完总量的时间，给多个完工时间，属于给完工时间型，三步走。(1) 赋总量：210。(2) 算效率，通话1小时的耗电量： $210/6=35$ ，待机1小时的耗电量： $210/210=1$ 。(3) 列式求解：小李在火车上有一半的时间在通话，其余时间耳机均为待机状态，通话时间和待机时间为 t ， $35*t+1*t=210$ ，根据实际使用过程列式， $36t=210$ ， $t=70/12=35/6$ ，乘坐火车时间为 $35/6*2=11$ 小时…… $2/3$ ，11个小时多，只有D项满足。【选D】

【知识点】给效率比例型：

1. 赋效率（满足比例即可）。
2. 算总量：效率*时间=总量。
3. 根据工作过程列式求解。
4. 例：搬一堆砖，甲和乙的效率比为2：3，合作10小时完成，若交给甲单独做，问甲需要做多少小时？

答：干活、搬砖是工程问题，给了效率比，属于给效率比例型工程问题。(1) 赋值甲的效率为2，乙的效率为3。(2) 总量= $(2+3)*10=50$ 。(3) 列式求解： $50/2=25$ 。

5. 给效率比例的常见形式：

- (1) 直接给：甲：乙=3：4；甲的效率是乙的1.5倍。 $1.5倍=3/2$ 。
- (2) 间接给：甲4天的工作量等于乙3天的工作量。甲*4=乙*3，得到甲/乙= $3/4$ 。

(3) 给具体人数或机器数：50个工人修路，某农场有36台收割机。默认前提：赋值每个人或者每台机器的最小效率为1，否则50个工人有50个未知数，题目难以求解。

【例3】(2020联考) 某医疗器械公司为完成一批口罩订单生产任务，先期投产了A和B两条生产线，A和B的工作效率之比为2:3，计划8天可完成订单生产任务，两天后公司又对这批订单投产了生产线C，A和C的工作效率之比为2:1，问该批口罩订单任务将提前几天完成？

- A. 1
B. 2
C. 3
D. 4

【解析】例3. 开始两个生产线生产，生产口罩是一个工程，直接给出效率比，给效率比例型工程问题。(1) 赋值效率：两条生产线干不过来，又增加了第三条生产线，A和B的工作效率之比为2:3，A和C的工作效率之比为2:1，则A: B: C的效率比为2: 3: 1；赋值A=2，B=3，C=1。(2) 算总量；完成就是总量，总量=(2+3)*8=40。(3) 列式求解：A、B先干2天，是5*2=10。追加C后，三条线合作为(2+3+1)，假设合作了的时间为t，是(2+3+1)*t。列方程：5*2+(2+3+1)*t=40，t=5天。问这批口罩的订单任务可以提前几天，计划8天完成，实际干了2+5=7，8-7=1，实际提前1天，对应A项。【选A】

【注意】假如A/B是2/3，A/C是3/4，由共同的量入手，把比例统一，都有A，一次是2份，一次是3份，变为6份，A: B: C为6: 9: 8。

【例4】(2019黑龙江边境) 某地计划修筑一条道路。如果该道路交由甲施工队先单独施工6天，乙施工队再单独施工15天即可完工；如果交由乙施工队先单独施工6天，那么甲施工队还需要单独施工24天才能修筑完成。如果这条道路交由甲施工队单独施工，道路修筑完成需要：

- A. 30天
B. 32天
C. 36天
D. 40天

【解析】例4. 甲单独施工6天，6天不是完工时间，乙再单独施工15天才能干



【注意】

1. 本题难点在于实际工作过程有点复杂，可以画图分析。
2. 前12天正常，按照计划应该30天正常完工，前面已经正常干了12天，最后8天要加班把休息10天的工作量完成，也要完成8天本来的工作量，8天加班完成的量也就是18天正常工作的量。

【知识点】给具体单位型（送分题，考查不多）：

1. 特征：当工作总量或者效率带单位时，属于给具体单位型。一个工厂接到了一批加工5000个零件的订单；一个工厂甲、乙车间，甲车间每天生产100个零件。
2. 设未知数。
3. 找等量关系列方程。
3. 与前两个题型的区别：给完工时间型的工程问题中，有 ≥ 2 个完工时间。给效率比例型的工程问题中，不属于给具体单位，不属于个完工时间，就是简介给效率比型。

【例6】（2018广州）办公室需要复印一批文件，使用甲复印机单独印需要20分钟，使用甲、乙两台复印机一起印需要12分钟，已知甲复印机每分钟比乙复印机多印6份文件，则这批文件一共有多少份？

- | | |
|--------|--------|
| A. 216 | B. 240 |
| C. 360 | D. 600 |

【解析】例6. 看到20分钟，12分钟，属于完工时间，感觉本题属于给完工时

间型。但是多6份指效率相差为6，效率带单位，属于给具体单位型。设小不设大，设乙的效率为 x ，甲的效率为 $x+6$ ，列方程： $20*(x+6) = (x+6+x)*12$ ， $4x=48$ ， $x=12$ 。总量= $20*18=360$ 份。【选C】

【注意】赋值12、20的倍数为60，甲是3份，甲+乙是5份，乙是2份，1份是6，赋值总量60， $6*60=360$ ，换算比例可能比较绕，用方程求解更直接。

【知识点】牛吃草类型（传统题型）：

1. 识别：

（1）有增长有消耗。牛吃草，草减少，草还在长会变多，有增有减。

（2）排比句。这片青草供给10头牛，可以吃20天；供给15头牛吃，可以吃10天。

2. 公式： $Y = (N - X) T$ 。

3. Y ：原草量； N ：牛的头数*牛吃草速度（一般设为1）； X ：草长的速度； T ：时间。

4. 【引例】牧场上有一片青草，牛每天吃草，草每天以均匀的速度生长。这片青草供给10头牛，可以吃20天；供给15头牛吃，可以吃10天。问供给25头牛吃，可以吃多少天？

答：牛能把草吃完，草地上有草，牛来之前没有草，不符合常理。草场上的草为原草量，牛吃草，草也会长，牛吃的量=原草量+草长量，原草量=牛吃的量-草长的量。15头牛默认每头牛吃草的效率是1，牛吃的量=牛吃的效率*头数*天数，设草长的速度为 x ，草生长生的量为 $x*天数$ ，原草量=牛吃的效率*头数*天数- $x*天数 = (头数 - x) * 天数$ ，就是 $Y = (N - X) * T$ 。

【例7】（2020浙江）火车站售票窗口一开始有若干乘客排队购票，且之后每分钟增加排队购票的乘客人数相同。从开始办理购票手续到没有乘客排队，若开放3个窗口，需耗时90分钟，若开放5个窗口，则需耗时45分钟。问如果开放6个窗口，需耗时多少分钟？

A. 36

B. 38

C. 40

D. 42

【解析】例7. “每分钟增加排队购票的乘客人数”，说明有增长。没开窗口之前，每分钟都人来，人数会增加。窗口开了以后，窗口相当于牛，人数会减少，每分钟有人来。“若……若……”，出现排比句，是牛吃草问题，套用公式， $Y = (N - X) * T$ ，Y是原来排队等候的人，N是牛， $N = 3$ ，设每分钟来x人， $T = 90$ ， $Y = (3 - x) * 90$ ，开5个窗口， $N = 5$ ，则 $Y = (5 - x) * 45$ ，开6个窗口， $N = 6$ ，则 $Y = (6 - x) * T$ ，求时间T。让 $(3 - x) * 90 = (5 - x) * 45$ ， $6 - 2x = 5 - x$ ， $x = 1$ 。把 $x = 1$ 代入 $(3 - x) * 90 = (6 - x) * T$ ， $(3 - 1) * 90 = (6 - 1) * T$ ， $180 = 5T$ ， $T = 36$ 分，对应A项。【选A】

【例8】（2018深圳）某轮船发生漏水事故，漏洞处不断地匀速进水，船员发现险情后立即开启抽水机向外抽水。已知每台抽水机每分钟抽水20立方米，若同时使用2台抽水机15分钟能把水抽完，若同时使用3台抽水机9分钟能把水抽完。当抽水机开始向外抽水时，该轮船已进水多少立方米？

A. 360

B. 450

C. 540

D. 600

【解析】例8. 匀速进水，说明水增加，抽水的时候，水会减少，有增有减，抽水机的速度是20。“同时……同时……”，出现排比句，是牛吃草问题。 $Y = (N - X) * T$ ，每台抽水机每分钟的速度是20，设进水速度为x， $Y = (2 * 20 - x) * 15 = (3 * 20 - x) * 9$ 。给出具体的速度， $(40 - x) * 15 = (60 - x) * 9$ ， $200 - 5x = 180 - 3x$ ， $x = 10$ 。代入原式， $Y = (40 - 10) * 15 = 450$ 。对应B项。【选B】

【注意】

1. 点拨：牛吃草问题中若给出具体的吃草速度，则代公式时N=牛数*吃草速度。

2. 重点是识别+套用公式。



【注意】工程问题：

1. 给完工时间型：

- (1) 先赋总量（公倍数）。
- (2) 再算效率=总量/时间。
- (3) 根据工作过程列方程。

2. 给效率比例型：

- (1) 先赋效率（满足比例即可）。
- (2) 再算总量=效率*时间。
- (3) 根据工作过程列方程。

3. 给具体单位型：设未知数，找等量关系列方程。

4. 牛吃草类型：

- (1) 题型判定：排比句；有生长、有消耗。
- (2) 核心公式： $Y = (N - X) T$ 。

第五节 行程问题

【注意】行程问题（难一点）：每年考一题。

1. 三量关系：路程=速度*时间。画图、套公式、求解。画图分析行走过程有点绕，把行走过程想明白需要时间，行程问题并不是难到不能理解，广东省考的行程问题难度不大，主要分为三类。

2. 考查题型：

- (1) 普通行程。代入基本关系式，画图求解。

(2) 相对行程（考得多）。行走过程复杂，需要画图分析，再代入公式。广东省考的相遇追及考查较多。

(3) 比例行程。强调的是比例的方法。

【知识点】普通行程：

1. 基本公式考查：路程=速度*时间。

2. 平均速度=总路程/总时间。

3. 等距离平均速度公式： $\bar{V}=2V_1V_2/(V_1+V_2)$ 。适用于：等距离两段、直线往返、上下坡往返。

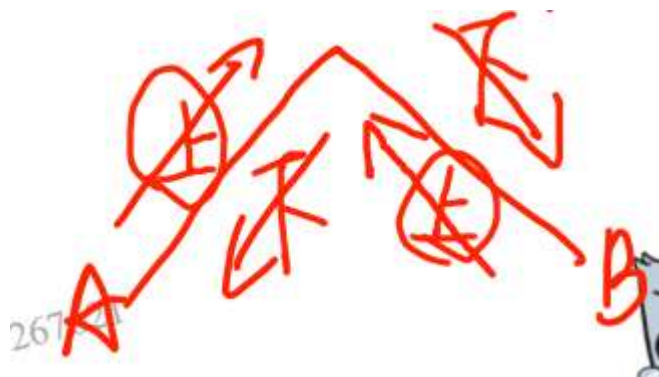
(1) 常见的等距离平均速度，直接指定等距离两段，例如从A到B，已知C是中点，走AC的距离为 V_1 ，走BC的距离为 V_2 ，求AB的平均速度，因为AC=BC，直接用等距离平均速度公式。



(2) 出现往返，直线往返从A到B，去的时候速度是 V_1 ，回来的时候速度是 V_2 ，可以用等距离平均速度公式。



(3) 上下坡往返也是同样的，先上坡后下坡，回来的时候先上坡后下坡，上坡的速度是 V_1 ，下坡的速度是 V_2 ，也可以用等距离平均速度公式，都是一个全程，上坡=下坡。



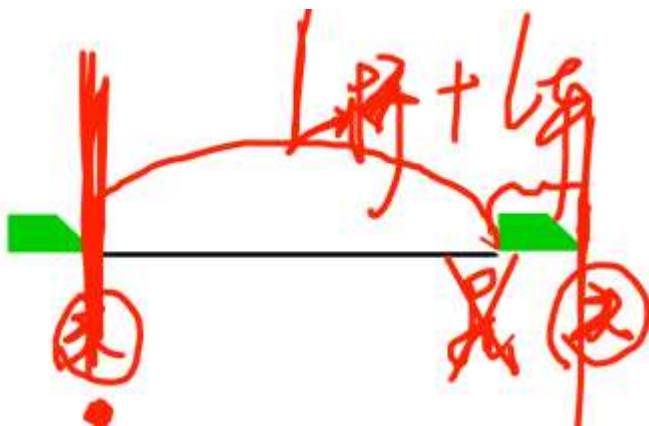
(3) 推导：全程用S表示，去的速度为 V_1 ，回来的速度为 V_2 ， $\bar{V} = S_{\text{总}} / t_{\text{总}} = 2S \div (S/V_1 + S/V_2) = 2 \div [(V_2 + V_1) / (V_1 * V_2)] = 2V_1V_2 / (V_1 + V_2)$ 。

【拓展】（2015政法干警）甲去北京出差，去时坐飞机，返回时坐高铁。若飞机的速度比高铁快3倍，且往返平均速度为480千米/小时，问甲乘坐的飞机速度为多少千米/小时？

- A. 720千米/小时
- B. 768千米/小时
- C. 960千米/小时
- D. 1200千米/小时

【解析】拓展. 当作往返路程相同，飞机的速度比高铁快3倍就是多3倍，飞机的速度是高铁的4倍。设高铁的速度是V，飞机的速度为4V。往返的平均速度是480，往返距离相同，等距离平均速度，求飞机的速度， $480 = (2 * 4V * V) / (4V + V)$ ， $8/5 * V = 480$ ， $V = 300$ ，飞机的速度 $= 4 * 300 = 1200$ 。【选D】

【知识点】火车过桥（本质为普通行程，特殊点在于S）：火车过桥模型：S_{路程} = S_{桥长度} + S_{车长度}。火车过桥的路程为车头上桥，车尾离开桥。行走的路程不能上桥看头，下桥看尾，下桥的时候车头已经走了一段，火车过桥行走的路程为桥长+火车身长。



【例1】（2019浙江事业单位）一列火车要通过两座大桥，已知完全通过第一座大桥用时30秒，桥长650米，之后为了尽快到达目的地，火车将速度提升了25%，随后完全通过第二座大桥用时40秒，桥长1250米。问火车的长度为多少米？

- A. 150 B. 175
C. 200 D. 250

【解析】例1. 桥长是650米，套用公式，时间是30秒，L表示桥长，火车速度为V，通过第一个桥： $30 = (650 + L) / V$ ， $25\% = 1/4$ ，速度变为原来的5/4，为了避免分数，原来的速度表示为4V。 $30 = (650 + L) / 4V$ ①。第二个桥： $40 = (1250 + L) / 5V$ ②。整理①、②得： $650 + L = 120V$ ， $1250 + L = 200V$ ，两式相减得到 $60 = 8V$ ， $V = 7.5$ ，代入化简后的②式， $1250 + L = 200 \times 7.5$ ， $L = 1500 - 1250 = 250$ 米，对应D项。【选D】

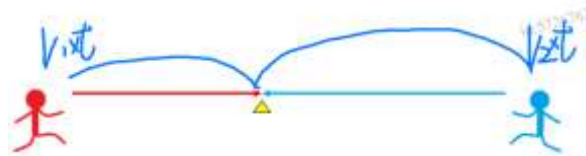
【注意】相对行程：

1. 相遇追及（考得多）。
2. 多次运动。
3. 流水行船。

【知识点】直线相遇：两人同时相向而行。

1. 公式： $S_{和} = V_{和} \times T_{遇}$ 。

2. 如小红和小蓝从两端走，小红速度为 V_1 ，小蓝速度为 V_2 ，同时出发到相遇停下来，走的时间相同，小红走的路程为 $V_1 \times t$ ，小蓝走的路程为 $V_2 \times t$ ， $S_{和} = V_1 \times t + V_2 \times t = (V_1 + V_2) \times t$ 。 $V_1 + V_2$ 是速度和，只要是相遇的过程就满足相遇公式。



【例 2】（2019 新疆兵团）甲、乙两车分别以 30 公里/小时和 40 公里/小时的速度同时匀速从 A 地开往 B 地，丙车以 50 公里/小时的速度匀速从 B 地开往 A 地。A、B 两地距离 120 公里。问丙车遇到乙车后多久会遇到甲车？

- A. 8 分钟 B. 10 分钟
C. 12 分钟 D. 15 分钟

【解析】例 2. 甲、乙两车都是从 A 地往 B 地开，丙是从 B 地往 A 地开，可以画图分析，甲、乙都会和丙相遇（乙的速度快，先乙、丙相遇，再甲、丙相遇）。乙、丙先相遇用时 t_1 ，甲、丙后相遇用时 t_2 ，问丙车遇到乙车后多久会遇到甲车，即求 $t_2 - t_1$ 。公式： $S_{\text{和}} = V_{\text{和}} * t_{\text{遇}}$ ，乙、丙相遇： $120 = (40 + 50) * t_1$ ，解得 $t_1 = 120/90 = 4/3$ ；甲、丙相遇： $120 = (30 + 50) * t_2$ ，解得 $t_2 = 120/80 = 3/2$ ，则 $t_2 - t_1 = 3/2 - 4/3 = (9 - 8)/6 = 1/6$ 小时 = 10 分钟，对应 B 项。【选 B】

$30 \quad 40$
 $\xrightarrow{\quad} \quad \xrightarrow{\quad}$
 $A \quad \quad \quad B$
 120
 $\xleftarrow{50}$
 $丙$
 $120 = (40 + 50) * t_1 \quad t_1 = \frac{120}{90} = \frac{4}{3}$
 $120 = (30 + 50) * t_2 \quad t_2 = \frac{120}{80} = \frac{3}{2}$
 $t_2 - t_1 = \frac{3}{2} - \frac{4}{3} = \frac{1}{6} \text{ 小时} = 10 \text{ 分钟}$

【知识点】相对行程：

1. 直线追及：同时同向而行（快的人追慢的人），公式： $S_{\text{差}} = V_{\text{差}} * t_{\text{追}}$ 。如图，小红追小蓝（ $V_1 > V_2$ ），追及过程中两人用的时间都一样为 t ，则 $S_{\text{差}} = V_1 * t - V_2 * t = (V_1 - V_2) * t = V_{\text{差}} * t$ 。 $S_{\text{差}}$ ：追及刚开始时两人相差的距离（起点的距离）。

$$v_1 > v_2$$

$$S_{\text{差}} = v_1 \times t - v_2 \times t = (v_1 - v_2) \times t$$

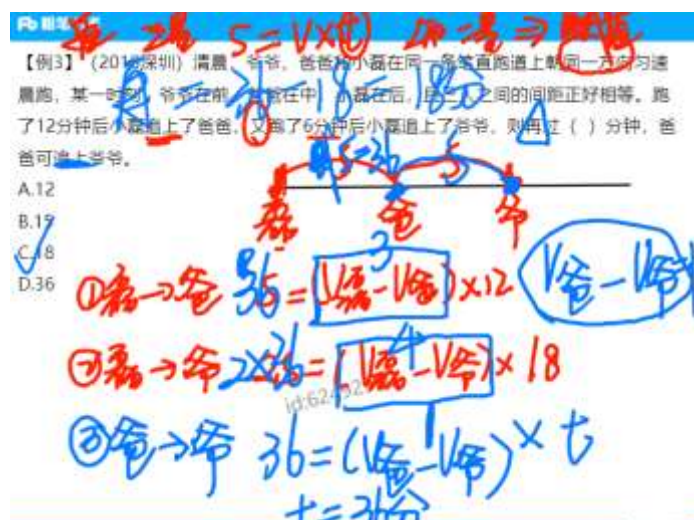
2. 引例：小红买完烤冷面没给钱直接离开了，30 秒后老板发现并以 6 米/秒的速度开始追她，小红的速度为 4 米/秒，则老板追上小红需多长时间？

答：题目出现“追”，追及题型，代入公式： $S_{\text{差}} = v_{\text{差}} \times t_{\text{追}}$ ， $S_{\text{差}}$ 是追及开始的初始距离（30 秒后老板发现，即小红 30 秒走出去的距离），则 $S_{\text{差}} = 30 \times 4$ 。代入公式： $30 \times 4 = (6 - 4) \times t$ ， $120 = 2t$ ，解得 $t = 60$ 秒。

【例 3】（2018 深圳）清晨，爷爷、爸爸和小磊在同一条笔直跑道上朝同一方向匀速晨跑，某一时刻，爷爷在前，爸爸在中，小磊在后，且三人之间的间距正好相等。跑了 12 分钟后小磊追上了爸爸，又跑了 6 分钟后小磊追上了爷爷，则再过多少分钟，爸爸可追上爷爷？

- A. 12
B. 15
C. 18
D. 36

【解析】例 3. 方法一：同向而行是追及，相向而行是相遇，“朝同一反向匀速晨跑”，此题是追及问题，公式： $S_{\text{差}} = v_{\text{差}} \times t_{\text{追}}$ 。画图分析，第一个追及过程，小磊追及爸爸， $S = (v_{\text{磊}} - v_{\text{爸}}) \times 12$ ；第二次追及，小磊追及爷爷， $S + S = (v_{\text{磊}} - v_{\text{爷}}) \times (12 + 6) = (v_{\text{磊}} - v_{\text{爷}}) \times 18$ 。行程三量关系， $S = v \times t$ ，此题中三量只知道一量（时间），可以利用赋值法，最好把路程赋值为时间的倍数（赋值路程为 12、18 的最小公倍数 36），代入上式， $36 = (v_{\text{磊}} - v_{\text{爸}}) \times 12$ ， $2 \times 36 = (v_{\text{磊}} - v_{\text{爷}}) \times 18$ ，解得 $v_{\text{磊}} - v_{\text{爸}} = 3$ ， $v_{\text{磊}} - v_{\text{爷}} = 4$ ，则 $v_{\text{爸}} - v_{\text{爷}} = 1$ 。求爸爸追上爷爷的时间，还是利用公式： $S_{\text{差}} = v_{\text{差}} \times t_{\text{追}}$ ， $S_{\text{差}} = 36 \rightarrow 36 = (v_{\text{爸}} - v_{\text{爷}}) \times t_{\text{追}} = 1 \times t_{\text{追}}$ ，解得 $t_{\text{追}} = 36$ 分钟，36 分钟代表爸爸追上爷爷整个过程需要 36 分钟，但是题目求的是再过几分钟， $36 - 18 = 18$ 分钟，对应 C 项。

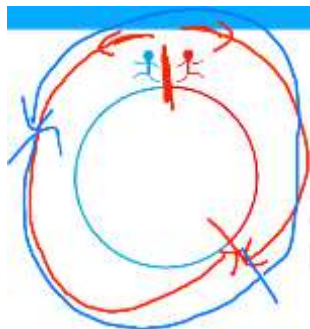


方法二：以坑治坑，总 $t=18$ 分钟（已经过的时间）+再 t ，再 $t=\text{总 } t-18$ ，发现 C、D 项相差 18 分钟，求的是再 t ，需要减去 18，选小的，对应 C 项。【选 C】

【知识点】

1. 环形相遇（同点反向出发）：

（1）公式， $S_{\text{和}}=V_{\text{和}} \times t_{\text{遇}}$ 。相遇 1 次， $S_{\text{和}}=1$ 圈；相遇 2 次， $S_{\text{和}}=2$ 圈；相遇 3 次， $S_{\text{和}}=3$ 圈；相遇 N 次， $S_{\text{和}}=N$ 圈。

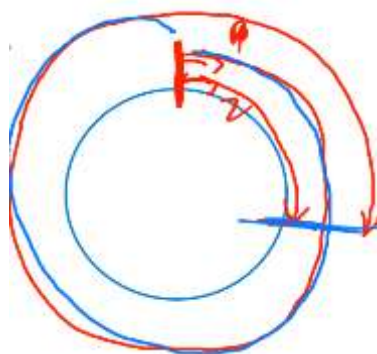


（2）引例：操场一圈长为 400 米，甲乙两人同地反向出发，甲的速度为 10 米/秒，乙的速度为 6 米/秒，则两人从出发到第四次相遇需多长时间？

答：环形相遇问题，代入公式： $S_{\text{和}}=V_{\text{和}} \times t_{\text{遇}}$ ，甲乙两人相遇 4 次， $S_{\text{和}}=4$ 圈，则 $4 \times 400 = (10+6) \times t$ ，解得 $t=1600/16=100$ 秒。

2. 环形追及（同点同向出发）：

（1）公式， $S_{\text{差}}=V_{\text{差}} \times t_{\text{追}}$ 。追上 1 次， $S_{\text{差}}=1$ 圈（速度快的人比慢的人多跑了整整一圈）；追上 2 次， $S_{\text{差}}=2$ 圈；追上 3 次， $S_{\text{差}}=3$ 圈；相遇 N 次， $S_{\text{差}}=N$ 圈。



(2) 引例：操场一圈长为 400 米，甲乙两人同向出发，甲的速度为 10 米/秒，乙的速度为 6 米/秒，则甲第四次追上乙需多长时间？

答：利用公式， $S_{\text{差}} = V_{\text{差}} \cdot t_{\text{追}}$ ，追上 4 次， $S_{\text{差}} = 4$ 圈， $4 \times 400 = (10 - 6) \cdot t$ ，解得 $t = 400$ 秒。

【例 4】(2020 江苏 C) 两人在环形跑道上匀速跑步，同向跑每 3 分钟相遇一次，相向跑每 1 分钟相遇一次。若速度较快者每圈用时 1.5 分钟，则速度较慢者每圈用时是：

- A. 3 分钟
- B. 4 分钟
- C. 5 分钟
- D. 2 分钟

【解析】例 4. 读题时判断追及还是相遇，主要看方向（同向一定是追及，反向一定是相遇），不要受题目表述的影响。“同向跑每 3 分钟相遇一次”即每 3 分钟追上一次，“相向跑每 1 分钟相遇一次”即每 1 分钟相遇一次。利用公式：环形追及， $S(1 \text{ 圈}) = (V_{\text{快}} - V_{\text{慢}}) \cdot t$ ；环形相遇， $S(1 \text{ 圈}) = (V_{\text{快}} + V_{\text{慢}}) \cdot t$ 。“速度较快者每圈用时 1.5 分钟”，可得 $S = V_{\text{快}} \cdot 1.5$ 。 $(V_{\text{快}} + V_{\text{慢}}) \cdot t = V_{\text{快}} \cdot 1.5 \rightarrow 0.5 \cdot V_{\text{快}} = V_{\text{慢}}$ ，慢的速度是快的人速度的一半，时间是快的人的 2 倍，快的人走一圈是 1.5 分钟，那么慢的人走一圈应该是 $1.5 \times 2 = 3$ 分钟，即 $t_{\text{慢}} = S / V_{\text{慢}} = S / (0.5 \cdot V_{\text{快}}) = 1.5 / 0.5 = 3$ 分钟，对应 A 项。【选 A】

$$\begin{aligned}
 & \text{相遇} \quad S = (V_{\text{快}} - V_{\text{慢}}) \times 3 \\
 & \text{相遇} \quad S = (V_{\text{快}} + V_{\text{慢}}) \times 1 \\
 & S = V_{\text{快}} \times 1.5 \\
 & 0.5 V_{\text{快}} = V_{\text{慢}} \\
 & t_{\text{慢}} = \frac{S}{V_{\text{慢}}} = \frac{1.5}{0.5} = 3 \text{ 分}
 \end{aligned}$$

【拓展】(2017 广东)老林和小陈绕着周长为 720 米的小花园匀速散步,小陈比老林速度快。若两人同时从某一起点同向出发,则每隔 18 分钟相遇一次;若两人同时从某一起点相反方向出发,则每隔 6 分钟相遇一次。由此可知,小陈绕小花园散步一圈需要多少分钟?

- A. 6
B. 9
C. 15
D. 18

【解析】拓展. 方法一：“两人同时从某一起点同向出发，则每隔 18 分钟相遇一次”，出现了同向，代表每 18 分钟追及一次；“两人同时从某一起点相反方向出发，则每隔 6 分钟相遇一次”，出现了反向，代表每 6 分钟相遇一次。根据公式列式： $S_{\text{和}}=V_{\text{和}}*t_{\text{遇}} \rightarrow 720=(V_{\text{陈}}-V_{\text{林}})*18$ ， $S_{\text{差}}=V_{\text{差}}*t_{\text{追}} \rightarrow 720=(V_{\text{陈}}+V_{\text{林}})*6$ ，解得 $V_{\text{陈}}-V_{\text{林}}=40$ ①， $V_{\text{陈}}+V_{\text{林}}=120$ ②， $(\text{①}+\text{②})/2 \rightarrow V_{\text{陈}}=(40+120)/2=80$ ，那么 $t_{\text{陈}}=720/V_{\text{陈}}=720/80=9$ 分钟，对应 B 项。

$720 = (\text{原} - \text{折}) \times 18$
 $720 = (\text{原} + \text{折}) \times 6$
 $\text{折} = \frac{720}{\text{原} - 80} = 9 \text{折}$

方法二：小陈 6 分钟走的路程+老林 6 分钟走的路程=1 圈，小陈速度快，小陈走老林那段路程一定小于 6 分钟，那么小陈走一圈的时间 $<6+6=12$ ，排除 C、D 项；两人合走一圈还要 6 分钟，小陈走一圈肯定大于 6 分钟，排除 A 项，对应 B 项。同理，老林走一圈的时间 $>6+6=12$ 分钟。【选 B】



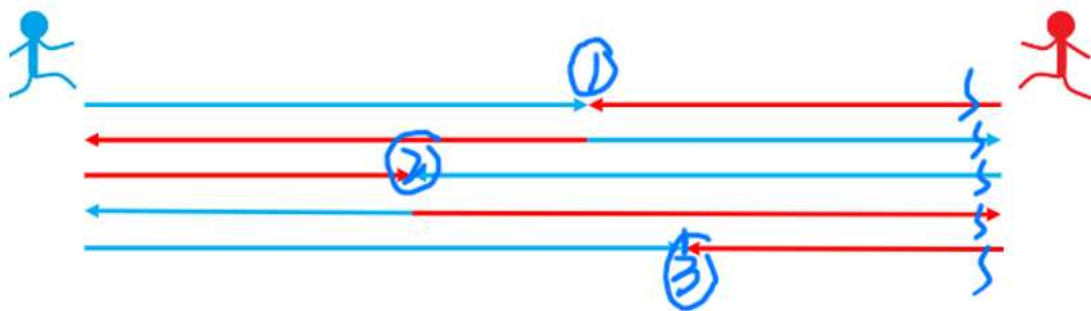
【注意】技巧：快的人单独走全程的时间 $<$ 相遇时间 $\times 2$ ；快的人单独做工程的时间 $<$ 合作时间 $\times 2$ 。

【知识点】多次迎面相遇（两端出发）：

1. 两端出发相遇：

（1）两人第一次相遇之后（如图，小红和小蓝第一次相遇走了一个全程），继续往前走，到达终点之后再返回，会发生第二次相遇。

（2）从出发到第一次相遇，两人合走了 1 个全程（ S ），两人从出发到第二次相遇，两人合走了 3 个全程（ $3S$ ）；如果两人继续走，会发生第三次相遇，此时两人走了 5 个全程（ $5S$ ）。



2. 规律：两端出发相遇，第一次相遇，共走 $1S$ ；第二次相遇，共走 $3S$ ；第三次相遇，共走 $5S$ ；第 n 次相遇，共走 $(2n-1)S$ ，即 $S_{\text{和}} = (2n-1)S$ 。

3. 引例：A、B 两地相距 120 千米，甲乙两人同时分别从 A、B 两地出发，甲的速度为 60 千米/小时，乙的速度为 40 千米/小时，则从出发到甲乙第三次相遇需多长时间？

答：多次相遇问题，三次相遇，两人共走了 5 个全程，即 $S_{\text{和}}$ 是 5 个全程，利用公式 $S_{\text{和}} = V_{\text{和}} \times t_{\text{遇}}$ ，列式： $5 \times 120 = (60 + 40) \times t$ ，解得 $t = 6$ 小时。

【例 5】（2019 江西法检）甲、乙两公司相距 2000 米，某日上午 8:30 小明从甲公司出发到乙公司，小华同时从乙公司出发到甲公司。两人到达对方公司后分别用 8 分钟时间办事，然后原路返回。假设小明的速度为 4km/h ，小华的速度为 5km/h ，则两人第二次相遇的时间是几点？

A. 9: 18

B. 9: 22

C. 9: 24

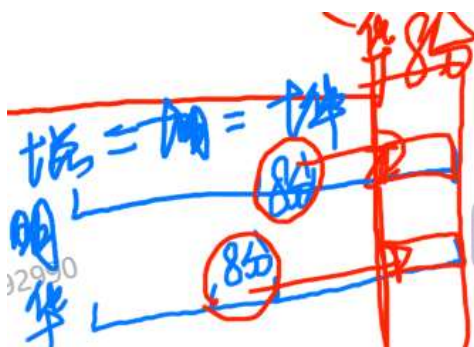
D. 9: 28

【解析】例 5. 去的时候，两人会相遇；返回的时候两人也会相遇，问两人第二次相遇，是多次相遇问题，利用公式 $S_{和}=V_{和}*t$ 。注意单位， $2000m=2km$ ，列式： $S_{和}$ （两次相遇，共走 $3S$ ） $=3*2=(4+5)/t$ ，解得 $t=6/9=2/3$ 小时=40 分钟。8: 30 过 40 分钟→9: 10，加上办事的 8 分钟（小明在办事的 8 分钟，小华在走；小华办事的 8 分钟，小明在走，所以只耽误一次 8 分钟），9: 10+8 分钟=9: 18，对应 A 项。【选 A】

$3 \times 2 = (4 + 5) \times t$
 $t = \frac{6}{9} \text{ 小时} = 40 \text{ 分}$
 $8:30 + 40 \text{ 分} \rightarrow 9:10$
 $+ 8 \text{ 分 (办事)}$
 $9:18$

【注意】

1. 此题巧在两人办事的时间是一样的， $t_{总}=t_{明}=t_{华}$ ，先看小明的时间里面有 8 分钟办事；小华时间里面也有 8 分钟时间办事，把 8 分钟放在一侧，整个耽误的时间只需要算一次 8 分钟即可。



2. 如果两人办事的时间不一样，需要分阶段看（分析第一个人到端点办完事，再看第二个人到端点办完事，两人都办完事情之后还要再分析相遇的情况），比较复杂，考场上不建议做。

【知识点】流水行船（广东考频低，2017 年～2019 年都没有考查过，2020

【知识点】比例行程：

1. 三量关系：路程 $S = \text{速度 } V \times \text{时间 } T$ 。

2. S 一定， V 、 T 成反比（路程一定，速度越快，时间越短），例如 S 相同， $V_1/V_2 = 1/2$ ，那么 $t_1/t_2 = 2/1$ ； V 一定， S 、 T 成正比； T 一定， S 、 V 成正比。

3. 大家记住， S 一定， V 、 T 成反比，其他情况都是正比关系。

【例 7】（2020 山东）甲、乙两人在一条 400 米的环形跑道上从相距 200 米的位置出发，同向匀速跑步。当甲第三次追上乙的时候，乙跑了 2000 米。问甲的速度是乙的多少倍？

A. 1.2

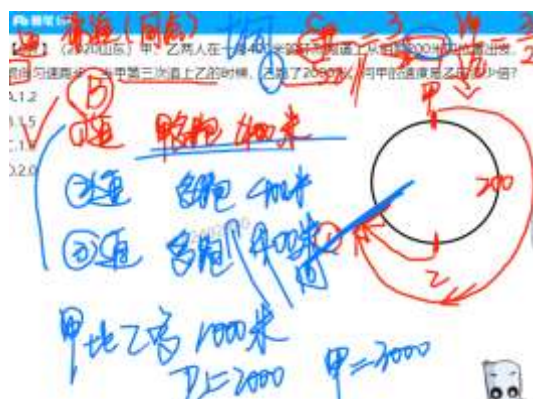
B. 1.5

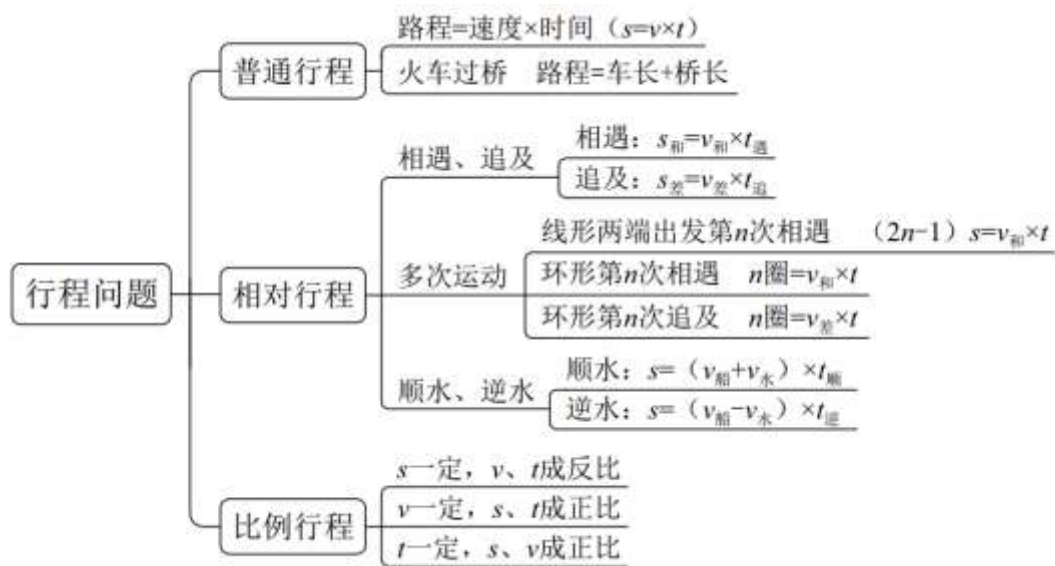
C. 1.6

D. 2.0

【解析】例 7. 此题不是同点出发，需要分析路程差。第一次追及：如图，甲比乙多跑了 200 米（半圈）；追及上之后，两人同点出发，第二次追及，甲比乙多跑了一圈（400 米）；同理，第三次追及也是同点出发，甲比乙多跑 1 圈（400 米）。到第三次追上，甲比乙多跑了 $200 + 400 + 400 = 1000$ 米，已知乙跑了 2000 米，那么甲跑了 $2000 + 1000 = 3000$ 米。两人同时出发，到第三次追上（同时结束），时间一定，路程和速度成正比， $S_{\text{甲}}/V_{\text{乙}} = V_{\text{甲}}/V_{\text{乙}} = 3000/2000 = 3/2 = 1.5$ ，对应 B 项。

【选 B】





【注意】行程问题：

1. 普通行程：路程=速度*时间 ($S=V*t$)；火车过桥：路程=车长+桥长。

2. 相对行程：

(1) 相遇、追及：

①相遇： $S_{和}=V_{和}*t_{遇}$ 。

②追及： $S_{差}=V_{差}*t_{遇}$ 。

(2) 多次运动：

①线形两端出发第 n 次相遇： $(2n-1)*s=V_{和}*t$ 。

②环形第 n 次相遇： $n \text{ 圈}=V_{和}*t$ 。

③环形第 n 次追及： $n \text{ 圈}=v_{差}*t$ 。

(3) 顺水、逆水：

①顺水： $S=(v_{船}+v_{水})*t_{顺}$ 。

②逆水： $S=(v_{船}-v_{水})*t_{逆}$ 。

3. 比例行程：

(1) S 一定， V 、 t 成反比。

(2) V 一定， S 、 t 成正比。

(3) t 一定， S 、 V 成正比。

第六节 溶液问题

【知识点】溶液问题（广东省考的溶液问题考频不高，2017 年、2020 年考查过，相当于每三年考查一个题目；线段法在补充课程包里，溶液问题不一定要用线段法去解题，线段法在资料分析里面涉及得多）：

1. 基础题型：

（1）浓度=溶质/溶液；溶液=溶质+溶剂。

（2）把 25g 盐，放入 100g 水中，此时盐水的浓度=溶质/溶液=溶质/（溶质+溶剂）=盐/（盐+水）=25/（100+25）=25/125=1/5=25%。

2. 稀释问题，本质：溶质有规律递减。

【例 1】（2020 广东乡镇）现有浓度为 4% 的食盐水 250 克，若向该食盐水添加 10 克食盐，再蒸发掉 160 克水，则新获得的食盐水的浓度为：

- A. 10%
- B. 15%
- C. 20%
- D. 25%

【解析】例 1. 核心公式：浓度=溶质/溶液=（250*4%+10）/（250-160+10）=（10+10）/100=20%，对应 C 项。**【选 C】**

【例 2】（2020 浙江选调）实验室内有浓度分别为 10% 和 25% 的盐酸各 500 毫升，从两种溶液中分别倒出一部分配成浓度为 15% 的盐酸 600 毫升。如果将剩余的盐酸混合，则该溶液的浓度为：

- A. 16.5%
- B. 18.6%
- C. 20%
- D. 21.25%

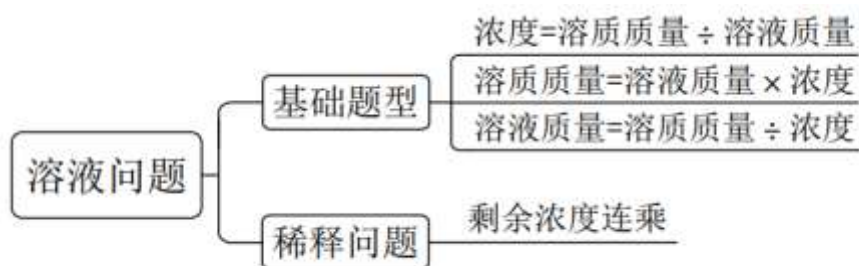
【解析】例 2. 公式：浓度=溶质/溶液=（500*10%+500*25%-600*15%）/（500+500-600）=（50+125-90）/400=85/400=21.25%，对应 D 项。**【选 D】**

【例 3】（2018 江西法检）从一瓶浓度为 52% 的酒精溶液中倒出 1/3，加满纯净水，再倒出 1/3，又加满纯净水，此时酒精溶液的浓度是多少？

- A. 5.8%
- B. 23.1%
- C. 17.3%
- D. 31.5%

【解析】例 3. 溶液是均匀的，倒出 1/3 之后，浓度还是 52%（溶质减少了

1/3), 再加满纯净水, 又倒出 1/3 后继续加满纯净水。核心公式: 浓度=溶质/溶液=原来的溶质 \times (1-1/3) \times (1-1/3)/溶液。一直在倒水之后又加水加满, 所以溶液的总量不变的(溶质是少了的, 但是溶剂在增加, 溶液总量不变), 则浓度=原来的溶质/溶液 \times (1-1/3) \times (1-1/3)=52% \times (2/3) \times (2/3)=208% \times 9=20%, 对应 B 项。【选 B】



【注意】溶液问题:

1. 基础题型:

- (1) 浓度=溶质质量/溶液质量。
- (2) 溶质质量=溶液质量 \times 浓度。
- (3) 溶液质量=溶质质量/浓度。

2. 稀释问题: 剩余浓度连乘。

【注意】

- 1. 预习范围: 经济利润、最值问题、容斥原理、备考策略和答题策略。
- 2. 预习要求: 每节至少完成 50% 的题目, 实在不会熟悉题型和题意。
- 3. 下节课 18:50 开始答疑。

【答案汇总】工程问题: 1-5: BDACB; 6-8: CAB

行程问题: 1-5: DBCAA; 6-7: CB

溶液问题: 1-3: CDB

遇见不一样的自己

Beyourbetterself