Każde z poniższych zadań wymaga uzasadnienia wszystkich podanych tam stwierdzeń. Nawet w przypadku znalezienia rozwiązania danego zadania, wymagane jest by spisać je samodzielnie własnymi słowami—rozwiązania skopiowane/przepisane z innych źródeł, lub rozwiązania postaci „zadanie to wynika z Twierdzenia ... na stronie ... pracy [...]” będą oceniane na zero punktów.

Za rozwiązanie każdego z tych zadań każdy z autorów rozwiązania otrzymuje $\frac{20}{n}$ punktów, gdzie n to sumaryczna liczba autorów przesłanych poprawnych rozwiązań. Rozwiązania można opracowywać grupowo, należy przy tym zaznaczyć listę autorów rozwiązania, wchodzą oni w sumę w powyższym wzorze.

Liczba zadań będzie rosła, dopuszczamy też możliwość przyznawania więcej punktów za poszczególne zadania, niż wynika z powyższego wzoru.

Poprawnym rozwiązaniem odpowiedniego zadania może być obalenie jego tezy—jeżeli jest ona istotnie fałszywa[1]. Za takie rozwiązanie można otrzymać do 1.5x więcej punktów niż wynikałoby z powyższego wzoru.

Termin nadsyłania rozwiązań to początek ostatniego wykładu w tym semestrze: godzina 12:15 dnia 14'ego czerwca 2023. Zadania proszę przesyłać e-mailem na adres: **mskrzypczak@mimuw.edu.pl**

Zadanie 1

Powiemy, że automat ze stosem pracuje w k fazach, jeśli każdy jego bieg można podzielić na co najwyżej k części takich, że w ramach danej części wszystkie operacje to pop („faza pop”) lub wszystkie operacje to push („faza push”).

Bardziej formalnie:

- „faza pop” zawiera przejścia postaci $q \xrightarrow{pop(X),a,push(Z)} q'$, gdzie $Z = X$ lub $Z = \epsilon$,
- natomiast „faza push” zawiera przejścia postaci $q \xrightarrow{pop(X),a,push(XZ)} q'$, gdzie Z to jakaś litera stosu lub ϵ.

W obu przypadkach litera a to może być ϵ. Intuicyjnie, „faza pop” powoduje, że stos po przejściu jest prefiksem stosu przed przejściem. W „fazie push” jest na odwrót: stos przed przejściem jest prefiksem stosu po przejściu.

[1] Nie dotyczy to jakiś oczywistych do poprawienia literówek czy potknięć w sformułowaniu. W założeniu prowadzących, tezy wszystkich zadań są prawdziwe.

Automat ze stosem pracuje w skończenie wielu fazach, jeśli takie k (niezależne od słowa wejściowego) istnieje. Udowodnić, że automaty ze stosem pracujące w skończenie wielu fazach nie rozpoznają wszystkich języków bezkontekstowych.

Zadanie 2

Niech U będzie obliczalnym zbiorem zawierającym kody maszyn Turinga. Dodatkowo załóżmy, że dla każdej maszyny o kodzie z U prawdą jest, że maszyna ta zawsze terminuje i oblicza niemalejącą i nieograniczoną funkcję $f\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$. Wykazać, że istnieje obliczalna, niemalejąca i nieograniczona funkcja $g\colon \mathbb{N} \to \mathbb{N}$ taka, że $g(n) = o(f(n))$ dla każdej funkcji f obliczanej przez maszynę Turinga o kodzie z U.