

Дан интеграл

$$\int \frac{x^4 - 2x^3 + 3x^3}{x^3} dx$$

Сначала упростим дробь

Считаем числитель

$$x^4 - 2x^3 + 3x^3 = x^4 + x^3$$

Теперь делим каждое слагаемое на x^3

$$\frac{x^4}{x^3} = x, \quad \frac{x^3}{x^3} = 1$$

Значит

$$\frac{x^4 - 2x^3 + 3x^3}{x^3} = x + 1$$

Теперь интеграл стал простым

$$\int (x + 1) dx$$

Разбить на сумму интегралов

$$\int (x + 1) dx = \int x dx + \int 1 dx$$

Использовать правило для степеней

Главное правило (метод непосредственного интегрирования)

$$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1} + C \text{ при } n \neq -1$$

Для $\int x dx$:

Здесь $n = 1$

$$\int x dx = \frac{x^2}{2}$$

Для $\int 1 dx$:

$1 = x^0$, значит

$$\int 1 dx = x$$

Собираем все вместе

$$\int (x+1) dx = \frac{x^2}{2} + x + C$$

Итоговый ответ

$$\int \frac{x^4 - 2x^3 + 3x^3}{x^3} dx = \frac{x^2}{2} + x + C$$