

程式設計（109-1）

作業六

作業設計：孔令傑
國立臺灣大學資訊管理學系

繳交作業時，請至 PDOGS (<http://pdogs.ntu.im/judge/>) 為第一、二、三題各上傳一份 C++ 原始碼（以複製貼上原始碼的方式上傳）。每位學生都要上傳自己寫的解答。不接受紙本繳交；不接受遲交。請以英文或中文作答。

這份作業的截止時間是 **11 月 17 日早上八點**。在你開始前，請閱讀課本的第 5.20-5.22 和第 19 章¹。為這份作業設計測試資料並且提供解答的助教是龔汶佑。

第一題

（20 分）此題將給定一個有向圖，請判斷其中的 k 個點之間的邊是否能構成迴路（cycle）。以下圖為例：

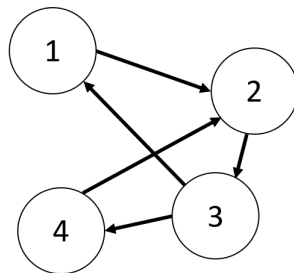


圖 1: 有向圖示意圖

我們可以使用一個鄰接矩陣（adjacency matrix）

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

來表示此一有向圖。針對給定的一組點，請判斷是否包含迴路。若給定的 k 個點之間的邊不包含迴路，例如點 1、2、4，請輸出 0；若給定的 k 個點之間的邊包含迴路，例如 1、2、3，請輸出 1。

在本題中，任意一點上都不會有自迴圈，亦即不會有一個邊是從一個點指向自己這個點。換句話說，給定的鄰接矩陣的對角線一定都是 0。

輸入輸出格式

系統會提供數組測試資料，每組測試資料裝在一個檔案裡。每個檔案中會有 $m + 3$ 列，第一列含有 2 個正整數，第一個正整數為 n ，表示此有向圖中共有 n 個點，第二個正整數為 m ，表示此有向圖共有多

¹課本是 Deitel and Deitel 著的 *C++ How to Program: Late Objects Version* 第七版。

少條邊。第二列到第 $m + 1$ 列皆含有 2 個正整數，分別為一條路徑的起點和終點編號，第二列存有 i_1 、 j_1 ，第三列存有 i_2 、 j_2 ，依此類推直到 i_m 、 j_m ，這 m 列中不同列的資料不重複。第 $m + 2$ 列包含一個正整數 k ，表示將選取幾個點來判斷是否有迴圈，第 $m + 3$ 列有 k 個整數，為給定的 k 個點編號。已知 $1 \leq n \leq 100$ 、 $1 \leq m \leq n(n + 1)$ 、 $1 \leq k \leq n$ ，且點的編號皆為介於 1 和 n （包含 1 和 n ）的正整數。讀入這些資訊後，請依上述規則輸出一個數字。

舉例來說，如果輸入是

```
4 5
1 2
2 3
3 1
3 4
4 2
3
1 2 4
```

則輸出應該是

```
0
```

如果輸入是

```
4 5
1 2
2 3
3 1
3 4
4 2
3
1 2 3
```

則輸出應該是

```
1
```

如果輸入是

```
5 9
1 2
1 3
1 5
2 3
3 4
4 1
4 2
5 2
```

```
5 3
4
1 2 3 4
```

則輸出應該是

```
1
```

你上傳的原始碼裡應該包含什麼

你的.cpp 原始碼檔案裡面應該包含讀取測試資料、做運算，以及輸出答案的 C++ 程式碼。當然，你應該寫適當的註解。針對這個題目，你可以使用任何方法。

評分原則

這一題的所有分數都根據程式運算的正確性給分。PDOGS 會直譯並執行你的程式、輸入測試資料，並檢查輸出的答案的正確性。一筆測試資料佔 2 分。

第二題

說明：在期中專案，我們將邀請你針對一個複雜的生產環境設計最佳化演算法。為了帮助大家進入狀況與節省時間，從本次作業起，我們將有題目是期中專案的簡化版。請注意：這是簡化版，亦即真正的期中專案會比這題複雜得多。

(30 分) 現有一工廠，裡面有一台機器，它的理想生產速率是每小時 a 單位，但隨著時間流逝，機器會因為使用時間變長而生產效率變差，因此在每個生產時間段（每小時），會有各自的良率 p_t ，是一個介於 0 到 1 之間的機率（或比率），例如 $t = 1$ 時良率為 p_1 。機器的良率隨著時間以每小時 b 的速率下降，例如若 $p_1 = 95\%$ 且 $b = 2\%$ ，則 $p_2 = 93\%$ 、 $p_3 = 91\%$ ，依此類推。我們假設這台機器的良率不會降到 0%，最低只會降到 $L > 0$ ，例如若延續前例且 $L = 90\%$ ，則 p_4 將是 90% 而非 89%，且 $p_5 = p_6 = \dots = 90\%$ 。題目會給定 p_0 為初始良率，則給定 p_0 與 b ，我們知道 $p_1 = p_0 - b$ 。每單位時間的真正生產速率為理想速率 a 乘上良率 p_t ，因此在第一小時的生產量將是 $p_1 a = 0.95a$ 、第二小時是 $p_2 a = 0.93a$ ，依此類推。則給定 T 個時間段，這台機器的總生產量為 $\sum_{t=1}^T ap_t$ 。

如果一直放著不管，機器的良率將愈來愈低，如此勢必難以完成工廠被交付的生產任務，因此工廠可以選擇合適的時機做機器維修。當機器進行維修時，該時段良率為 0%，而維修完成後的下一個時間段良率將為 100%（之後再以每小時 b 的速率下降）。舉例來說，若 $t = 10$ 時維修完畢，則 $p_{11} = 100\%$ ， $p_{12} = 100\% - b$ ，依此類推。題目會給定維修所需的小時數 c ，也就是維修所需的時間段數量，在這些時間段中良率都是 0%。很自然地，如果一共有 T 個時間段，則我們不可以在時間段 $T - c + 2$ 或更晚的時間段開始維修。

現在工廠的負責人在已知 p_0 、 a 、 b 、 L 、 c 等資訊後，面對未來 T 個時間段，必須在「至多可以有 一次維修」的前提下，尋找「在哪個時間段維修」可以最大化總生產量，並印出應該開始維修的時間（若不維修則印出 0）和其對應的最大總生產量；若選擇某兩個時間段維修皆可有最大生產量，則印出較早的開始時間。舉例來說，若 $a = 100$ 、 $b = 2\%$ 、 $c = 1$ 、 $p_0 = 94\%$ 、 $T = 5$ 、 $L = 14\%$ ，則：

- 若 $t = 1$ 時維修，則 $t = 2$ 的生產量為 $100 \times 100\%$ 、 $t = 3$ 的生產量為 $100 \times 98\%$ 、 $t = 4$ 的生產量為 $100 \times 96\%$ 、 $t = 5$ 的生產量為 $100 \times 94\%$ ，總生產量為 $0 + 100 + 98 + 96 + 94 = 388$ 。
- 若 $t = 2$ 時維修，則總生產量為 $92 + 0 + 100 + 98 + 96 = 386$ 。
- 若 $t = 3$ 時維修，則總生產量為 $92 + 90 + 0 + 100 + 98 = 380$ 。
- $t = 4$ 與 $t = 5$ 依此類推。
- 最後，若完全不維修，則總生產量為 $92 + 90 + 88 + 86 + 84 = 440$ 。

計算可發現不要維修是最佳策略，總產量為 440。

在此例中，若 $p_0 = 20$ ，則不維修的總生產量為 $18 + 16 + 14 + 14 + 14 = 76$ ，第 1 期維修的總生產量依然為 388，因此最佳開始維修時間為 $t = 1$ 時，且最大生產量為 388。

注意：本題的最佳開始維修時間是否有 0 或 1 以外的可能性？但如果你仔細地分析一下題目，或許能找到比窮舉（窮盡所有可能選項）更好的演算法喔！

輸入輸出格式

系統會提供數組測試資料，每組測試資料裝在一個檔案裡。每個檔案中會有一列，包含 6 個整數，依序是 a 、 b 、 c 、 p_0 以百分比呈現時的整數部分（例如若 $p_0 = 60\%$ 則此處的輸入值為 60）、 T 、 L 以百分比呈現時的整數部分，分別代表理想生產速率、良率遞減速率、維修所需時數、 $t = 0$ 的良率、總生產時數、最低良率限制。其中 $100 \leq a \leq 10000$ 、 $1 \leq b \leq 10$ 、 $1 \leq c \leq 5$ 、 $1 \leq p_0 \leq 100$ 、 $1 \leq T \leq 168$ 、 $1 \leq L \leq p_0$ ，數字兩兩皆以一個空白隔開。已知 a 一定是 100 的倍數，因此每小時的生產量都必然是整數。請根據題目給定的資訊，依序輸出開始維修時段和最大總生產量，兩者以一個逗號隔開。

舉例來說，如果輸入是

```
100 2 1 20 5 14
```

則輸出應該是

```
1,388
```

如果輸入是

```
100 2 2 100 5 80
```

則輸出應該是

```
0,470
```

如果輸入是

```
100 10 4 80 5 20
```

則輸出應該是

```
0,250
```

你上傳的原始碼裡應該包含什麼

你的.cpp 原始碼檔案裡面應該包含讀取測試資料、做運算，以及輸出答案的 C++ 程式碼。當然，你應該寫適當的註解。針對這個題目，你可以使用任何方法。

評分原則

這一題的所有分數都根據程式運算的正確性給分。PDOGS 會直譯並執行你的程式、輸入測試資料，並檢查輸出的答案的正確性。一筆測試資料佔 2 分。

第三題

(50 分) 承上題，工廠內依舊只有一台機器，但有 n 張訂單（都訂購同一個產品）需要靠此機器去完成生產。第 i 張訂單有其訂購量 q_i ，因此我們在排定此訂單的生產程序時，需要給它一段至少能製造出 q_i 單位產品的時間（可以多不能少）。每個時間段的生產速率、良率等設定如第二題所述，可以根據 p_0 、 a 、 b 和 L 求得。在下次作業中，我們將再次嘗試找尋最佳的維修時間，但在本題我們先熱個身，先根據給定的訂單處理順序以及無維修的每期生產速率，去計算每張訂單會耗費多少時間區段、每張訂單應該被排定在何時開始。

舉例來說，若 $a = 100$ 、 $b = 2$ 、 $c = 1$ 、 $p_0 = 94$ 、 $T = 168$ 、 $L = 70$ 、 $n = 2$ ，且 $q_1 = 120$ 、 $q_2 = 180$ ，則在無維修的情況下，前 5 時段的每小時最大可生產量依序為 $100 \times 92\% = 92$ 、90、88、86、84，則我們從訂單 1 開始排程，由於第 1 期僅有 92 的生產量，少於其所需生產量 120，因此我們再多安排一小時給訂單 1，到第 2 期時累積的最大可生產量為 $92 + 90 = 182$ 單位，超過訂單 1 所需生產量 120，則訂單 1 的製造排程結束。很自然地，訂單 2 便可從第 3 期開始排程，發現需要到第 5 期時累積的最大可生產量為 $88 + 86 + 84 = 258$ ，才超過所需生產量 180，因此我們應該把訂單 2 排在第 3 期到第 5 期。

請按照上述步驟排定所有產品的生產計畫（先做訂單 1，再做訂單 2，依此類推），並輸出各產品的開始生產時間。以上面這個例子來說，請輸出 1 與 3。

輸入輸出格式

系統會提供數組測試資料，每組測試資料裝在一個檔案裡。每個檔案中會有兩列，第一列有 7 個數字 a 、 b 、 c 、 p_0 、 T 、 L 、 n ，分別代表理想生產速率、良率遞減速率、維修所需時數、 $t = 0$ 的良率、總可用生產時間數、最低良率和訂單張數。其中 $1 \leq a \leq 1000$ 、 $1 \leq b \leq 10$ 、 $1 \leq c \leq 5$ 、 $1 \leq p_0 \leq 100$ 、 $1 \leq T \leq 16800$ 、 $1 \leq L \leq r_0$ 、 $1 \leq n \leq 20$ ；第二列有 n 個正整數 q_i ，代表各產品所需生產量，其中 $1 \leq q_i \leq 500$ ， $1 \leq i \leq n$ 。已知 T 期一定足夠我們完成所有訂單。數字兩兩皆以一個空白隔開。請根據題目給定的資訊，依序輸出各產品開始製造時間，兩者以一個逗號隔開。

舉例來說，如果輸入是

100 2 1 94 5 70 2
120 180

則輸出應該是

```
1,3
```

如果輸入是

```
100 10 4 80 8 20 3
200 40 15
```

則輸出應該是

```
1,5,7
```

你可能已經注意到了，有些在本題輸入的資訊，在你的程式中是用不到的。別急，到下一次作業，他們就會被用到了。

你上傳的原始碼裡應該包含什麼

你的.cpp 原始碼檔案裡面應該包含讀取測試資料、做運算，以及輸出答案的 C++ 程式碼。當然，你應該寫適當的註解。針對這個題目，你**不可以**使用上課沒有教過的方法。

評分原則

- 這一題的其中 30 分會根據程式運算的正確性給分。PDOGS 會編譯並執行你的程式、輸入測試資料，並檢查輸出的答案的正確性。一筆測試資料佔 2 分。
- 這一題的其中 20 分會根據你所寫的程式的品質來給分。助教會打開你的程式碼並檢閱你的程式的運算邏輯、可讀性，以及可擴充性（順便檢查你有沒有使用上課沒教過的語法，並且抓抓抄襲）。請寫一個「好」的程式吧！