

程式設計（109-1）

作業四

作業設計：孔令傑
國立臺灣大學資訊管理學系

繳交作業時，請至 PDOGS (<http://pdogs.ntu.im/judge/>) 為三題各上傳一份 C++ 原始碼（以複製貼上原始碼的方式上傳）。

這份作業的截止時間是 **10 月 27 日早上八點**。在你開始前，請閱讀課本的第 5.1–5.7 和 6.5–6.8 節¹。為這份作業設計測試資料並且提供解答的助教是林亭。

第一題

（30 分）承作業三第三題，本題題目和該題相同，輸入輸出規則也相同，但請實作以下函數，並做和那題一樣的計算。

```
const int CUTOFF_NUM_MAX = 10;
bool isFeasibleToBuy(const int ticketNum[], const int intervalNum[], int
    budget, const int cutoffs[][CUTOFF_NUM_MAX], const int prices[][
    CUTOFF_NUM_MAX + 1]);
```

以下是各參數定義和之前給定的參數名對應：

函數參數名	定義	對應符號
ticketNum	第一種票想購買數量、第二種票想購買數量	x_1 、 x_2
intervalNum	第一種票價門檻數量、第二種票價門檻數量	n_1 、 n_2
budget	預算限制	d
cutoffs	第一種票票價分段之門檻票數、第二種票票價分段之門檻票數	$t_{1,i}$ 、 $t_{2,k}$
prices	該區段之總票價成長線斜率	$r_{1,j}$ 、 $r_{2,l}$

請修改當時沒有用函數的程式，用函數判斷預算是否足夠後，再用一樣的購買模式規則找出最終答案。注意函數名稱須和給定的完全一致（包括各參數名稱），否則助教檢查程式碼的部分將不予計分。若你覺得有比較方便，你也可使用助教公告的範例程式碼來做修改。

輸入輸出格式

系統會提供數組測試資料，每組測試資料裝在一個檔案裡。輸入輸出格式和作業三第三題一模一樣。

舉例來說，如果輸入是

```
2 2 5 8 500 1
4 20 7 40 80
4 10 7 20 80
```

¹課本是 Deitel and Deitel 著的 *C++ How to Program: Late Objects Version* 第七版。

則輸出應該是

5,8,300

如果輸入是

```
2 2 5 10 400 2
4 20 7 40 80
4 10 7 20 80
```

則輸出應該是

3,10,400

如果輸入是

```
2 2 5 10 400 0
4 20 7 40 80
4 10 7 20 80
```

則輸出應該是

5,9,380

如果輸入是

```
3 3 12 15 1000 1
4 20 7 40 20 80 100
4 10 7 20 12 80 100
```

則輸出應該是

12,10,940

你上傳的原始碼裡應該包含什麼

你的.cpp 原始碼檔案裡面應該包含讀取測試資料、做運算，以及輸出答案的 C++ 程式碼。當然，你應該寫適當的註解。針對這個題目，你**不可以**使用上課沒有教過的方法。

評分原則

- 這一題的其中 10 分會根據程式運算的正確性給分。PDOGS 會編譯並執行你的程式、輸入測試資料，並檢查輸出的答案的正確性。一筆測試資料佔 2 分。
- 這一題的其中 20 分會根據你有沒有照規定撰寫函數與使用函數來決定。你**必須**按照題目的要求實做指定的函數，如果沒有，原則上程式品質這部分會得到 0 分。如果你使用函數的方式不夠合適，也會被酌予扣分。

第二題

(30 分) 課堂中我們曾經練習過 moving average 的題目，本題參考那題做了一些修改。給定歷史資料總期數 m 與預測使用期數 n ，請用 moving average 的公式去計算出 f_t ， $t = n + 1, \dots, m$ ，再代入

$$\text{MAPE} = \frac{\sum_{t=n+1}^m |x_t - f_t|/x_t}{m - n}$$

去計算 MAPE (mean absolute percentage error)，並找出使 MAPE 最小的 n 。需注意在計算 MAPE 時，若 $x_t = 0$ 則應跳過該期不做計算，換言之，只把 $x_t \neq 0$ 的那些期的絕對誤差比率做平均即可。

本題指定一個函數 header

```
float MAPE(int windowSize, int periodCut, const int sales[]);
```

其參數定義和對應的符號為

函數參數名	定義	給定參數
windowSize	用來預測的期數	$n \in \{2, 3, 4, 5, 6\}$
periodCut	資料總期數	m
sales	各期資料	x_i

請嘗試 $n \in \{2, 3, 4, 5, 6\}$ ，找出能最小化 MAPE 的 n ，輸出它，接著再將該 n 對應到的 MAPE 轉成百分比的形式，再取整數部分輸出，例如 0.123 請輸出 12、0.901 請輸出 90、0.019 請輸出 1。若有 MAPE 的百分比形式的整數位恰好皆為最小的 n ，則取 n 比較小的值做輸出。

舉例來說，如果 $m = 10$ 、 $x_i = (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10)$ ，首先代入 $n = 2$ ，算出第 3 期的 MAE 為 $3/2$ ，與實際值相差取絕對值為 $|3 - 3/2| = 3/2$ ，再除以實際值得到 $(3/2)/3 = 1/2$ ；第 4 期的 MAE 為 $5/2$ ，與實際值相差取絕對值為 $|4 - 5/2| = 3/2$ ，再除以實際值得到 $(3/2)/4 = 3/8$ ；重複步驟算出每期 MAE 和實際值的差值，各自取絕對值後並除以實際值，加總後得到 $1/2 + 3/8 + \dots + 3/20$ ，再除以 $m - n = 10 - 2 = 8$ ，最後得到 $\frac{1/2+3/8+\dots+3/20}{8} \approx 0.267$ ，將其轉換成百分比的形式約 26.7% 後，取其整數部分 26，即為 $n = 2$ 時的 MAPE。以此類推計算 $n = 3$ 、 $n = 4$ 直到 $n = 6$ 時的 MAPE，找出其中最小化 MAPE 的 n ，即為最後要輸出的結果。

注意：在計算 f_t 的過程時不要擅自取整數或四捨五入，只有在最後要輸出與比較 n 時這麼做一次；函數名稱須和給定的完全一致（包括各參數名稱），否則助教檢查程式碼的部分將不予計分；如果你覺得這樣比較方便，可以參考老師的程式碼，並將之修改成函數形式。

輸入輸出格式

系統會提供數組測試資料，每組測試資料裝在一個檔案裡。每個檔案中有兩行，第一行是一個整數 m ，代表資料總期數， $10 \leq m \leq 1000$ ，第二行是 m 個整數 x_i ，兩兩以一個空白隔開，其中 $1 \leq x_i \leq 10000$ ， $1 \leq i \leq m$ 。請找出最小 MAPE 後，輸出最小化 MAPE 的期數和 MAPE 的百分比形式的整數部分，兩者之間以一個逗號隔開。

舉例來說，如果輸入是

10

```
5 5 5 5 5 5 5 5 5 5
```

則輸出應該是

```
2,0
```

如果輸入是

```
10
1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
```

則輸出應該是

```
2,26
```

如果輸入是

```
11
1 4 5 9 7 6 3 1 2 1 1
```

則輸出應該是

```
2,77
```

你上傳的原始碼裡應該包含什麼

你的.cpp 原始碼檔案裡面應該包含讀取測試資料、做運算，以及輸出答案的 C++ 程式碼。當然，你應該寫適當的註解。針對這個題目，你**不可以**使用上課沒有教過的方法。

評分原則

- 這一題的其中 10 分會根據程式運算的正確性給分。PDOGS 會編譯並執行你的程式、輸入測試資料，並檢查輸出的答案的正確性。一筆測試資料佔 2 分。
- 這一題的其中 20 分會根據你有沒有照規定撰寫函數與使用函數來決定。你**必須**按照題目的要求實做指定的函數，如果沒有，原則上程式品質這部分會得到 0 分。如果你使用函數的方式不夠合適，也會被酌予扣分。

第三題

(40 分) 現有一市長決定要蓋機場，已知蓋機場會有建造成本，但兩機場間的航線可增進市民福利。本題將給定 n 個機場選址、建造各機場的花費 c_j ，以及兩機場間的利潤 b_{ij} ，請實作下面所敘述的演算法，試圖最大化

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n b_{ij} x_i x_j - \sum_{j=1}^n c_j x_j$$

其中 $x_i, x_j \in \{0, 1\}$, 1 代表該機場有被興建, 0 代表沒有。

由於這個問題很難, 不易求得最佳解, 因此我們設計一個可以找到還不錯可行解的演算法如下。一開始的時候我們先預設 n 個機場都要蓋, 接著執行數輪挑選, 每輪我們都嘗試移除一個機場並計算移除該機場後的整體利潤, 找出在此輪移除哪個機場能最大化利潤, 找到後便移除之, 接著進入下一輪。若在某輪中有複數個機場的移除都能得到同樣大的新整體利潤, 則選機場編號最小者。演算法應該持續執行直到在某一輪它沒有發現任何值得被移除的機場, 此時即停止運算並且印出建議興建的機場編號。

舉例來說, 若現有有三個機場選址, $c_1 = 5, c_2 = 10, c_3 = 15$, 且 $b_{12} = 20, b_{13} = 20, b_{23} = 5$, 則三個機場全蓋的情況下利潤為 $(20 + 20 + 5) - (5 + 10 + 15) = 15$ 。第一輪我們分別嘗試移除各個機場, 移除一號位置機場得到的利潤為 $5 - (10 + 15) = -20$, 移除二號位置的機場得到的利潤為 $20 - (5 + 15) = 0$, 移除三號位置的機場得到的利潤為 $20 - (5 + 10) = 5$, 皆小於原先的利潤 15, 因此演算法會在這裡終止, 並得到建議的興建方案 $(x_1, x_2, x_3) = (1, 1, 1)$, 對應的利潤為 15; 若現在 $c_3 = 30$, 則三個機場全蓋的情況下利潤為 $(20 + 20 + 5) - (5 + 10 + 30) = 0$ 。第一輪我們分別嘗試移除各個機場, 移除一號位置機場得到的利潤為 $5 - (10 + 30) = -35$, 移除二號位置的機場得到的利潤為 $20 - (5 + 30) = -15$, 移除三號位置的機場得到的利潤為 $20 - (5 + 10) = 5$, 則我們發現移除三號機場能使總利潤提升最多, 因此本輪演算法選擇移除三號機場並進入第二輪; 第二輪一樣計算移除一號和二號機場的總利潤, 發現分別為 -10 和 -5 , 皆沒有使總利潤上升, 則演算法終止, 得到建議的興建方案 $(x_1, x_2, x_3) = (1, 1, 0)$, 對應的利潤為 5。

輸入輸出格式

系統會提供數組測試資料, 每組測試資料裝在一個檔案裡。每個檔案有 $n + 1$ 行, 第一行為一個正整數 n , 代表機場選址數量, 其中 $1 \leq n \leq 100$; 第二行為 n 個整數 c_i , 代表各機場建造成本, 其中 $0 \leq c_i \leq 10000, 1 \leq i \leq n$ 。第 3 到 $n + 1$ 行分別有 $n - 1, n - 2$ 直到 1 個數字 b_{ij} , 代表第 i 個機場與第 j 個機場之間航線創造的收益, 由於 b_{ij} 和 b_{ji} 會相等且 b_{ii} 不具意義, 因此讀入資料時只會被給定 $1 \leq i < j \leq n$ 的 b_{ij} 。 $0 \leq b_{ij} \leq 100$ 。請找出能讓總利潤最大化的機場興建計畫, 輸出 x_1^*, x_2^* 直到 x_n^* , 1 代表要建造, 0 代表不要, 兩兩以一個逗號隔開, 最後再輸出總利潤, 和前面以一個分號隔開。

舉例來說, 如果輸入是

```
3
5 10 15
20 20
5
```

則輸出應該是

```
1, 1, 1; 15
```

如果輸入是

```
3
5 10 30
20 20
5
```

則輸出應該是

```
1,1,0;5
```

如果輸入是

```
3
5 15 30
20 25
5
```

則輸出應該是

```
1,1,1;0
```

如果輸入是

```
5
2 4 10 11 10
2 1 0 9
5 4 7
10 2
8
```

則輸出應該是

```
1,1,1,1,1;11
```

你上傳的原始碼裡應該包含什麼

你的.cpp 原始碼檔案裡面應該包含讀取測試資料、做運算，以及輸出答案的 C++ 程式碼。當然，你應該寫適當的註解。針對這個題目，你可以使用任何方法。

評分原則

這一題的 40 分會根據程式運算的正確性給分。PDOGS 會直譯並執行你的程式、輸入測試資料，並檢查輸出的答案的正確性。一筆測試資料佔 2 分。