# 小白学统计|面板数据分析与Stata应用笔记(十)

# 本期内容: 合成控制法

### 一、合成控制法的基本思想

合成控制法是上一篇笔记中双重差分方法的衍生。双重差分方法考察的是政策的平均效应和异质性效应。如果我们要考察某一政策冲击对某一个体的单独影响,双重差分方法是无法达到这一效果的,此时,合成控制法才是最合适的方法。

经济学研究中经常要评估某一项政策或事件的效应,使政策可能实施于某个国家和地区、省、州或城市。最简单的方法是考察政策实施前后的时间序列,看我们所关心的结果如何变化,不过,这一结果还可能受其原有变化趋势的影响或其他同时发生的混淆性事件的作用。

为此,常常使用"鲁宾的反事实框架",即假设该地区如果没有受到政策干预将会怎么样,并与事实上受到政策干预的实际数据进行对比,二者之差即为处理效应。这种方法的困难之处在于,我们无法观测到"该地区如果没有受到政策干预将会是怎么样的"(反事实)。

鉴于反事实无法观测,通常的解决办法是寻找适当的控制组,即在各方面都与受干预地区相似却未受干预的其他地区,以作为处理组的反事实替身。但通常我们是不易找到最理想的控制地区,使其能够在在各方面都接近于处理地区。比如,我们要考察仅在北京实施的某项政策的效果,自然会想到以上海作为控制地区,但上海毕竟与北京不完全相同,或可用其他一线城市(上海、广州、深圳)构成北京的控制组,比较上海、广州、深圳与北京在政策实施前后的差别,这一方法也称为比较案例研究。

但是,如何选择控制组通常存在主观随意性,且上海、广州、深圳与北京的相似度也不尽相同。为了解决控制组选择的难题,Abadie和Gardeazabal(2003)提出"合成控制法"(Synthetic Control Method)。

Abadie Alberto and Javier Gardeazabal, "The Economic Costs of Conflict: A Case Study of the Basque Country", American Economic Review, 2003, 93(1), 113-132.

"合成控制法"的基本思想是:假设我们要考察仅在北京实施的某项政策效果,虽然我们无法找到北京的最佳控制地区,但通常可对中国的若干大城市进行适当的线性组合,以构造一个更为优秀的"合成控制地区"(synthetic control region),并将"真实北京"与"合成北京"进行对比,所以这一方法称为"合成控制法"。

合成控制法的一大<mark>优势</mark>是,可以根据数据来选择线性组合的最有权重,避免研究中主观选择控制组的随意性。

总结以上,合成控制法的基本思想是以真实地区为基础,在相似地区中以一定的线性组合构造出合成地区进行组合。

#### 二、合成控制法的具体方法

以Abadie和Gardeazabal两位作者在2003年发表的西班牙巴斯克地区(Basque country)恐怖活动的经济成本的研究文章为例。

文章中,被解释变量为人均GDP,记为 y ; 影响 y 的解释变量或预测变量(predictors)包括投资率、人口密度、产业结构、人力资本等。

巴斯克地区拥有独特的语言和文化,在历史上多次成功的避开强敌入侵。在20世纪70年代初,巴斯克地区的人均GDP在西班牙17个地区中排名第三。之后,由于民族独立的诉求未获满足,从1975年开始巴斯克地区陷入有组织的恐怖活动之中,恐怖活动重创巴斯克地区,自20世纪90年代末,巴斯克地区的人均GDP在西班牙排名降为第六。然而,70年代末至80年代初西班牙整体经济也在下行,因此不易区分恐怖活动的单独效应,而且巴斯克地区在恐怖活动之前的经济增长潜力显然与西班牙其他地区也不尽相同。

为此,Abadie和Gardeazabal(2003)使用西班牙其他地区的线性组合来构造合成的控制地区,并使得合成控制地区的经济特征与60年代末恐怖活动爆发前的巴斯克地区尽可能相似,然后把此后"合成巴斯克地区" (synthetic Basque country)的人均GDP演化与"真实巴斯克地区"(actual Basque country)进行对比。

假设共有(1+J)个地区,其中第1个地区为受到恐怖活动冲击的巴斯克地区,而其余J个西班牙地区则是未受到冲击的地区(在文章中J=16)。没有受到影响的这些地区构成了潜在的控制组,称为"donor pool"(愿意为"器官捐献库",借用医学术语)。

合成控制法的一个<mark>潜在假定</mark>是,恐怖活动仅影响巴斯克地区,而未波及西班牙的其他地区(事实上恐怖活动也主要集中于巴斯克地区)。

将合成地区的权重记为以下J维列向量:

$$w\equiv (w_2\cdots w_{J+1})'$$

其中, $w_2$ 表示第2个地区在合成巴斯克地区所占的权重,依此类推后面的分别为第3、底、第4个地区……的权重。需要注意的是,所有权重都是非负的。

w的不同取值即构成不同的合成控制地区,简称"合成控制" (synthetic control) 。

在巴斯克地区爆发恐怖活动之前,记其(巴斯克)各预测变量的平均值为向量  $x_1$ ( $x_1$  为  $x_2$  4 维列向量,下标1表示"treated region")。

将西班牙<mark>其他地区</mark>相应预测变量的平均值记为矩阵  $x_0$  ( $x_0$  为  $K \times J$  维矩阵,下标0表示"control region"),其中第 j 列为第 j 个地区的相应取值。

<u>合成控制法的关键是</u>,我们需要计算选择合适的权重 w ,使得  $x_0w$  尽可能接近于  $x_1$  ,即经过加权之后,合成控制地区的经济特征应尽量接近处理地区,为了度量这一距离,可以使用二次型(类似于欧几里得空间中两点之间的距离)。

此外,由于  $x_1$  中的每个预测变量对于 y 的预测能力有大小之别,在距离函数中享有不同的权重,所以,考虑以下有约束的最小化问题。

$$egin{aligned} \min_w (x_1 - x_0 w)' V(x_1 - x_0 w) \ s.\, t. \quad w_j \geqslant 0 \;,\; j = 2, \cdots, J+1 \;;\; \sum_{j=2}^{J+1} w_j = 1 \end{aligned}$$

其中,V为  $(K \times K)$ 维对角矩阵,其对角线元素均为非负权重,反映了相应的预测变量对于人均GDP的相对重要性。

上述最小化问题的目标函数是一个二次函数,为"二次规划"问题,一般进行数值求解。记此约束最小化问题的最优解为  $w^*(V)$ ,显然,它依赖于对角矩阵 V。这样,因为 w 是关于 V 的函数,所以我们进一步需要选择最优的 V 使得在恐怖活动全面爆发之前合成巴斯克地区的人均GDP与真实巴斯克地区尽量接近。具体而言,记  $z_1$  为(10 x 1)维列向量,包含巴斯克地区在1960-1969年间的人均GDP;记  $z_0$  为(10 x J)维矩阵,其中每列为相应控制地区在1960-1969年间的人均GDP。使用  $z_0w^*(V)$  来预测  $z_1$  ,然后选择 V ,以最小化"均方误差"(Mean Squared Prediction Error,简记MSPS),即将每期的预测误差平方后再求各期的平均:

$$\min_{V} rac{1}{10} (z_1 - z_0 w^*(V))'(z_1 - z_0 w^*(V))$$

### 确定了 V 之后, 我们便可以确定向量 w 。

经过计算,Abadie和Gardeazabal(2003)发现,只有两个地区的权重为正,即加泰罗尼亚(Catalonia,权重0.8508)与马德里(Madrid,权重0.1492),而其他地区的权重均为0。直观上来看,Catalonia与Madrid的经济特征也与巴斯克地区最为相似。

在得到合成巴斯克地区的权重之后,我们就可以计算合成地区的人均GDP在样本期间的演化过程。

假设样本的时间区间为 T 期,记样本期间巴斯克地区的人均GDP为向量  $y_1$  ( $T \times 1$  维列向量),记其他地区在样本期间的人均GDP为矩阵  $y_0$  ( $T \times J$  维矩阵),其中每列为相对应的人均GDP,由此便可以得到合成巴斯克地区的人均GDP序列  $y_1^* = y_0 w^*$  。最后,我们可以绘制  $y_1$  与合成控制的  $y_1^*$  的时间趋势图以直观的观察他们的变化趋势。

# 三、合成控制法的synth命令

Abadie等人在2010年发表的一篇与合成控制法相关的文章中提供了合成控制法的Stata程序"synth"。

Abadie Alberto, Alexis Diamond, and Jens Hainmueller, "Syntheic Control Methods for Comparative Case Stu dies: Estimating the Effect of California's Tobacco Control Program," Journal of the American Statistical Ass ociation, 2010, 105(490), 493-505

在Stata中安装"synth"程序。

1 ssc install synth

通过"help"查看"synth"命令的帮助。

1 help synth

Title

nth — Synthetic control methods for comparative case studies

Syntax

synth depute predictorvars , trunit(#) trperiod(#) [ counit(numlist) xperiod(numlist) mspeperiod() resultsperiod() nested allopt unitnames(varname) figure keep(file) customV(numlist) optsettings ]

Dataset must be declared as a (balanced) panel dataset using tsset panelvar timevar; see tsset. Variables specified in depvar and predictorvars must be numeric variables; abbreviations are not allowed.

#### Description

synth implements the synthetic control method for causal inference in comparative case studies, synth estimates the effect of an intervention of interest by comparing the evolution of an aggregate outcome deprar for a unit affected by the intervention to the evolution of the same aggregate outcome for a synthetic control group. Synth constructs this synthetic control group by searching for a weighted combination of control units chosen to approximate the unit affected by the intervention in terms of the outcome predictors. The evolution of the outcome for the resulting synthetic control group is an estimate of the counterfactual of what would have been observed for the affected unit in the absence of the intervention. Synth can also be used to conduct a variety of placebo and permutation tests that produce informative inference regardless of the number of available comparison units and the number of available time-periods. See Abadie and Gardeazabal (2003) and Abadie, Dlamond, and Haimweller (2010, 2014) for details.

#### "synth"命令的基本格式如下:

synth depvar predictorvars , trunit(#) trperiod(#) [ counit(numlist)
xperiod(numlist) mspeperiod() figure resultsperiod() nested allopt keep(file) ]

其中, "depvar"为结果变量; "predictorvars"是预测变量, 即控制变量。

<mark>必选项:</mark> "trunit(#)"用于指定处理地区(trunit表示treated unit); "trperiod(#) "用于指定政策干预开始的时期。

选择项: "counit(numlist)"用于指定潜在的控制地区(即donor pool),默认为数据集中除处理地区以外的所有地区; "xperiod(numlist)"用于指定将预测变量(predictors)进行平均的时期区间,默认为政策干预开始之前的所有时期(the entire pre-intervention period); "mspeperiod()"用于指定最小化均方预测误差(MSPE)的时期,默认为政策干预之前的所有时期; "figure"表示将处理地区与合成控制的结果变量绘制时间趋势图; "resultsperiod()"用于指定时间趋势图的时间范围(默认为整个样本期间); "nested"表示使用嵌套的数值方法寻找最优的合成控制(推荐使用此项),这比默认方法更费时间,但可能更精确,在使用"nested"时,如果再加上选择项"allopt"(即"nested allopt"),则比单独使用"nested"还费时间,但精度可能更高;"keep(file)"将估计结果(比如,合成控制的权重、结果变量)存为另一Stata数据集(filename.dta),以便进行后续计算。

#### 四、合成控制法Stata操作

以Abadie等人(2010)《加州控烟政策有效性评估研究》为例。

Abadie等人 (2010) 将合成控制法应用于研究美国加州1988年第99号控烟法的效果。1988年11月美国加州通过了当代美国最大规模的控烟法,并于1989年1月开始生效。该法将加州的香烟消费税提高了每包25美分,将所得收入专项用于控烟的教育与媒体宣传,并引发了一系列关于室内清洁空气的地方立法,比如在餐馆、封闭工作场所等禁烟。

Abadie等人使用的数据为美国1970-2000年38个州际面板数据。由于马萨诸塞、亚利桑那、俄勒冈和弗罗里达四个州在1989至2000年期间也引入了正式的控烟立法无法作为控制地区,因此,将这四个州从潜在控制区donor pool中去掉。另外,还去掉了阿拉斯加、夏威夷、马里兰、华盛顿等州,这些州在1989至2000年期间将香烟消费税提高了每包50美分及以上,最后剩下38个州作为潜在的控制地区。

研究的结果变量为cigsale(人均香烟消费量,包/年);预测变量包括retprice(平均香烟零售价格)、Inincome(人均收入对数)、age15to24(15-24岁人口所占比重)、beer(人均啤酒消费量),这些预测变量均为1980-1988年的州平均值,另外,还使用1975、1980与1988年的人均香烟消费量作为三个额外的预测变量。

面板变量为state (州) , 时间变量为year (年) 。

在Stata中打开数据集"smoking.dta",并将数据集设定为面板数据。

- 1 use "D:\smoking.dta"
- 2 xtset state year

☑ 名称	标签	类型	格式	值标签
✓ state	state no	long	%14.0g	state
<b>☑</b> year	year	float	%9.0g	
☑ cigsale	cigarette sale per capita (in pac	float	%9.0g	
✓ Inincome	log state per capita gdp	float	%9.0g	
<b>☑</b> beer	beer consumption per capita	float	%9.0g	
☑ age15to24	percent of state population age	float	%9.0g	
✓ retprice	retail price of cigarettes	float	%9.0g	

#### . xtset state year

panel variable: state (strongly balanced)

time variable: year, 1970 to 2000

delta: 1 unit

由设定结果可知,数据集为平衡面板数据集。 使用"synth"命令生成合成加州。

synth cigsale retprice lnincome age15to24 beer cigsale(1975) cigsale(1980) cigs

其中, "cigsale(1975) cigsale(1980) cigsale(1988)"分别表示人均香烟消费在1975、1980与1988年的取值; "trunit(3)"表示第3个州(即加州)为处理地区; "trperiod(1989)"表示控烟法在1989年开始实施; "xperiod(1980(1)1988)"表示将预测变量在1980-1988年期间进行平均,其中"1980(1)1988"表示时间始于1980年,以1年为间隔,而止于1988年,等价于"1980 1981 1982 1983 1984 1985 1986 1987 1988"; "keep(smoking\_synth)"将估计结果存为Stata数据集smoking\_synth.dta(存放路径为Stata当前的工作路径)。

0	Mississippi	Unit Weights:		
0	Missouri		ACTION AND AND ADDRESS OF THE ACTION ADDRESS OF THE ACTION AND ADDRESS OF THE ACTION AND ADDRESS OF THE ACTION ADDRE	
.201	Montana		9	
0	Nebraska	Unit_Weight	Co No	
.235	Nevada			
0	New Hampshire	0	Alabama	
0	New Mexico	0	Arkansas	
0	North Carolina	.161	Colorado	
0	North Dakota	.068	Connecticut	
0	Ohio	0	Delaware	
0	Oklahoma	0	Georgia	
0	Pennsylvania	0	Idaho	
0	Rhode Island	0	Illinois	
0	South Carolina	0	Indiana	
0	South Dakota	0	Iowa	
0	Tennessee	0	Kansas	
0	Texas	0	Kentucky	
.335	Utah	0	Louisiana	
0	Vermont	0	Maine	
0	Virginia	0	Minnesota	
0	West Virginia	0	Mississippi	
0	Wisconsin	0	Missouri	
0	Wyoming	.201	Montana	

## 各个州所占的权重

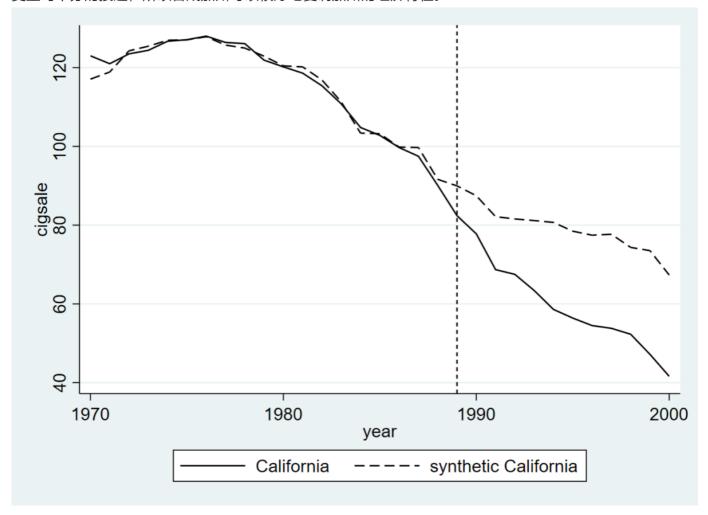
由上图Stata输出的各个州的权重结果可以知道,大多数州的权重为0,而只有以下五个州的权重为正,即Colorado(0.161)、Connecticut(0.068)、Montana(0,201)与Utah(0.335)。

# Predictor Balance:

	Treated	Synthetic
retprice	89.42222	89.41464
lnincome	10.07656	9.858694
age15to24	.1735324	.1735444
beer	24.28	24.21326
cigsale(1975)	127.1	127.0633
cigsale(1980)	120.2	120.4545
cigsale(1988)	90.1	91.6356
	l .	

#### 真实加州与合成加州在各项指标上的比较

观察上图中的真实加州与合成加州各项指标的结果,我们可以看到,真实加州与合成加州的预测变量、控制变量均十分的接近,所以合成加州可以很好地复制加州的经济特征。

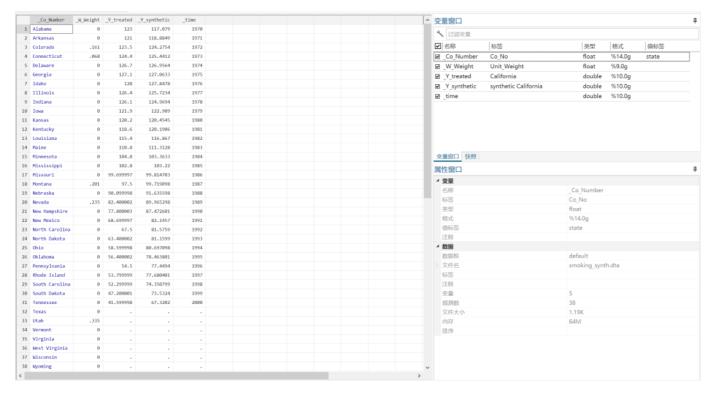


真实加州与合成加州的结果变量 (人均香烟消费量) 的时间趋势图

由上图的趋势图可知,在1989年控烟法之前,合成加州的人均香烟消费与真实加州几乎如影相随,表明合成加州可以很好地作为加州如未控烟的反事实替身。在控烟法实施之后,加州与合成加州的人均香烟消费量即开始分岔,而且此效应越来越大。

更直观的,我们可以再打开一个Stata程序,然后调用我们先前保存的数据集"smoking\_synth。dta",计算真实加州与合成加州人均香烟消费之差(即处理效应),然后绘制差值的图像。

1 use "C:\data\smoking\_synth.dta"



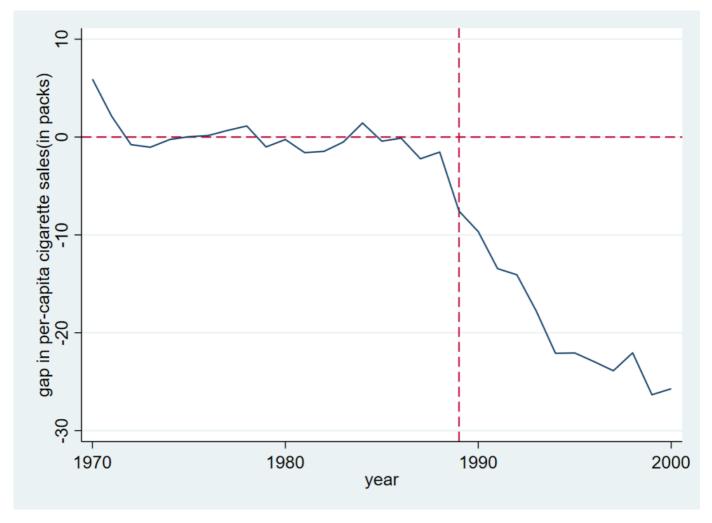
# 紧接着,我们在Stata中定义处理效应,具体操作如下:

```
1 gen effect = _Y_treated - _Y_synthetic
```

其中,处理效应为"effect", "\_Y\_treated"与"\_Y\_synthetic"分别表示处理地区与合成控制的结果变量。 生成处理效应的变量之后,我们绘制其图像。

```
1 label variable _time "year"
2 label variable effect "gap in per-capita cigarette sales(in packs)"
3 line effect _time,xline(1989,lp(dash)) yline(0,lp(dash))
```

其中, xline(1989,lp(dash))与yline(0,lp(dash))表示在横轴1989年初和纵轴0处绘制虚线。



处理效应的时间趋势图

通过上图的处理效应的时间趋势图,我们可以看到,加州控烟法对于人均香烟消费量有很大的负效应,而且此负效应随着时间的推移而变大。具体来说,在1989-2000年期间,加州的人均年香烟消费减少了20多包,大约下降了25%之多,故其经济效应十分显著。

最后,对上述处理效应结果的稳健性进行检验。为了检验上述合成控制估计结果的稳健性,Abadie等人在他们的文章中加入了更多的预测变量,比如失业率、收入不平等、贫困率、福利转移、犯罪率、毒品相关的逮捕率香烟税、人口密度等等,发现结果依然稳健。另外一个担心是,<u>地区之间无相互影响</u>的假定可能不满足,比如加州的反烟运动可能波及到其他州,烟草行业或将其他州的香烟广告预算投入到加州,甚至从其他州走私便宜香烟到加州,Abadie等人根据史实对此进行了探讨,认为这些效应均不大,至少不可能导致上述图中如此大的处理效应。

### 五、合成控制法的稳健性检验

#### 安慰剂检验

在上面对加州控烟法有效性的评估是对控烟法处理效应的<u>点估计</u>,我们需要对这个点估计在<u>统计上的显著性</u> 进行判断。

Abadie等人认为,在比较案例研究中,由于潜在的控制地区数目通常并不多,所以不适合使用大样本理论进行统计推断。为此,Abadie等人提出使用"安慰剂检验"来进行统计检验,这种方法类似于统计学中的"排列检验",适用于任何样本容量。

"安慰剂" (placebo) 一词来自医学上的随机试验。比如,要检验某种新药的疗效,此时可将参加实验的人群随机分为两组,其中一组为实验组,服用真药;而另一组为控制组,服用安慰剂(比如,无用的糖丸),并且不让参与者知道自己服用的究竟是真药还是安慰剂,以避免由于主观心理作用而影响实验效果,称为"安慰剂效应" (placebo effect) 。

"安慰剂检验"借用了"安慰剂"的思想,通常有三种方法进行"安慰剂检验"。

结合加州控烟法的案例。

第一种方法,为了检验案例中合成控制法所估计的控烟效应是否完全由偶然因素所驱动。我们可以从donor pool中随机抽取一个州(并不是加州)进行合成控制估计,观察是否会得到和加州类似的效应,这就相当于重新对其他38个州重复38遍合成,以观察是否存在类似的效应。

<mark>第二种方法</mark>,直接将每个州"干预后的MSPE"与"干预前的MSPE"相比,即计算二者的比值。

第二种方法的基本逻辑是:对于处理地区(加州)而言,如果控烟法有效果,那么合成控制将无法很好地预测真实加州干预后的结果变量,导致较大的干预后的MSPE。然而,如果在干预之前,合成加州就无法很好地预测真实加州的结果变量(产生较大的干预前的MSPE),这也会导致干预后的MSPE增大,所以选取二者的比值以控制前者的影响。如果加州控烟法确实有较大的处理效应,而其他州的安慰剂效应都很小,则应该观测到加州的"干预后的MSPE"与"干预前的MSPE"的比值明显高于其他各州。

第三种方法,基于时间的安慰剂检验,这种方法要求政策发生前要有很长的时期,对数据有着一定的限制,我们需要通过论证政策在实施点之前的年份中影响是不显著的,从而证明政策实施之后存在着明显的处理效应。

Abadie等人进行了一系列的安慰剂检验,依次将donor pool中的每个州作为假想的处理地区(即假设也在1988年通过控烟法),然后使用合成控制法估计其"控烟效应"。

在对某个州进行安慰剂检验时,如果在"干预之前"其合成控制的拟合效果很差(即均方预测误差MSPE很大),那么有可能出现在"干预之后"的"效应"波动也很大,从而导致结果不可信。

为此,Abadie等人仅保留了干预前MSPE不超过加州干预前MSPE两倍的19个州。

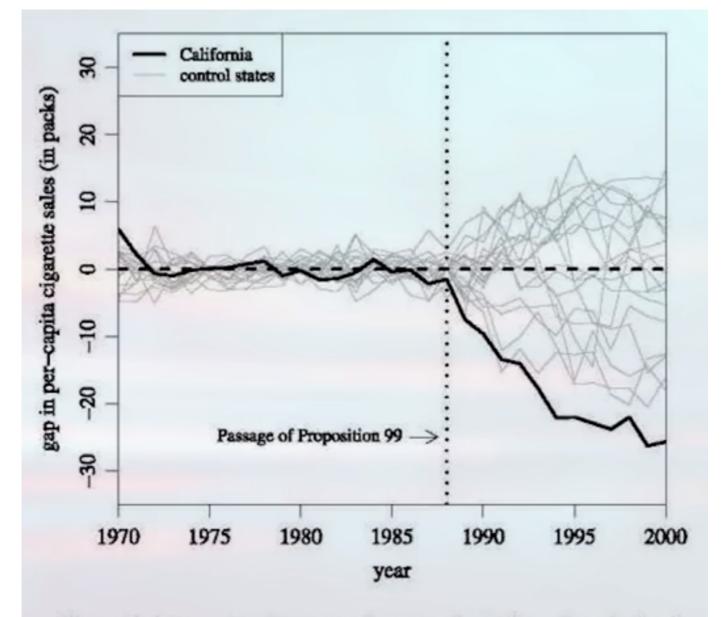
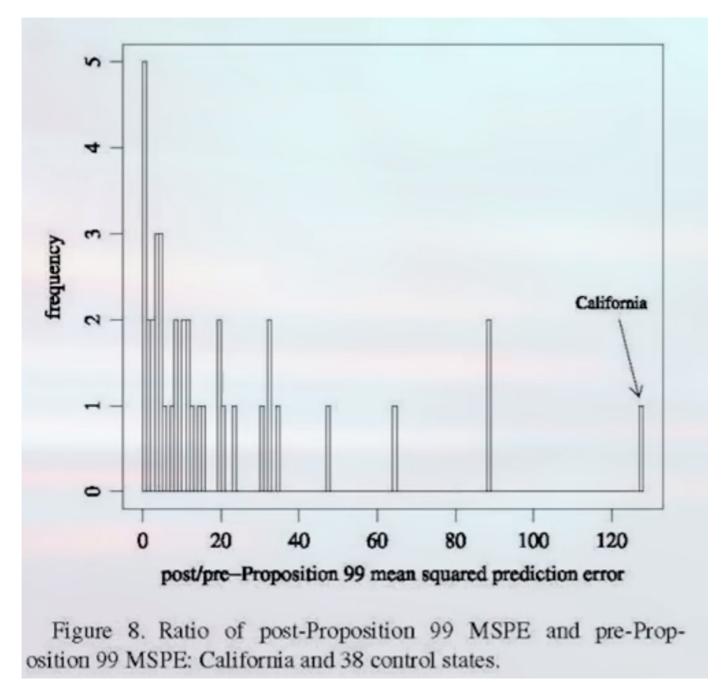


Figure 7. Per-capita cigarette sales gaps in California and placebo gaps in 19 control states (discards states with pre-Proposition 99 MSPE two times higher than California's).

上图为19个州的安慰剂检验结果,其中,黑线表示加州的处理效应,即加州与合成加州的人均香烟消费之差;灰线表示其他19个控制州的安慰剂效应。显然,与其他州的安慰剂效应相比,加州的(负)处理效应显得特别大。假如加州的控烟法并无任何效应,则在这20个州中碰巧看到加州的处理效应最大的概率仅为1/20。



上图将39个州干预后与干预前MSPE的比值以直方图的形式呈现出来,可以看到:加州的干预后的MSPE是干预前的MSPE的大约130倍,高于所有其他38个州。如果加州控烟法完全无效,而由于偶然因素使得此比值在所有39个州中最大的概率仅为1/39。

### 六、使用合成控制法的注意事项

Abadie等人在2015年的文章中进一步探讨了使用合成控制法的前提与局限性。

Abadie Alberto, Alexis Diamond, and Jens Hainmueller, "Comparative Politics and the Synthetic Control Method", American Journal of Political Science, 2015, 59(2), 495-510.

- 第一,同样受到此政策影响的地区应从donor pool中去掉。
- 第二,在样本期间受到很大特殊冲击的地区应排除在donor pool之外。
- 第三,为了避免"内插偏差"(interpolation biaas),应将donor pool限定为与处理地区具有相似特征的控制地区。
- 第四,在应用合成控制法时,要求干预前期数  $T_0$  达到一定规模。这是因为,合成控制法的可信度取决于合成控制能在干预前的相当一段时期内很好地追踪处理地区的经济特征与结果变量。如果干预前

的拟合不好,或干预前期数太短,则不建议使用合成控制法。

• 第五,如果政策冲击的效应需要一段时间才会显现(滞后效应),则要求干预后的期数足够大,此时 才能够对该政策的效应进行评估。

