

Zadania ze statystyki

Wojciech Bonna

15-11-2022

Table of contents

Wstęp	3
1 Statystyka - Mieczysław Sobczyk	4
1.1 Opisowa analiza struktury zjawisk masowych	4
Bibliografia	9

Wstęp

Rozwiązania zadań z książek o statystyce.

1 Statystyka - Mieczysław Sobczyk

1.1 Opisowa analiza struktury zjawisk masowych

1. W dwóch komórkach organizacyjnych przedsiębiorstwa pracują po dwie osoby. W pierwszej komórce miesięczne zarobki brutto wynoszą odpowiednio 1400 zł i 1600 zł, a w komórce drugiej - 2000 zł i 4000 zł. Związki zawodowe domagają się zwiększenia średniego zarobku w obydwu komórkach. Jak to zrobić, nie zwalniając pracowników i nie wydając na podwyżki ani grosza?

Przesunąć pracownika zarabiającego 2000 zł z komórki II do I.

2. W mieszance jest 20 kg składnika *A* w cenie 15 zł za kilogram, 25 kg składnika *B* w cenie 20 zł za kilogram oraz 5 kg składnika *C* w cenie 30 zł za kilogram. Oblicz cenę jednego kilograma mieszanki.

```
wagi <- c(20, 25, 5)
ceny <- c(15, 20, 30)

x <- sum(wagi*ceny) / sum(wagi)

cat(x, "zł")
```

19 zł

3. Jaka jest średnia arytmetyczna dwóch liczb, jeżeli:
 - a) pierwsza liczba jest o 5 większa od drugiej;
 - b) suma 10% pierwszej liczby i połowy drugiej liczby jest równa 4?

$$\begin{cases} x_1 = x_2 + 5 \\ \frac{x_1}{10} + \frac{x_2}{2} = 4 \end{cases} \quad (1.1)$$

$$\begin{aligned}
\frac{x_2+5}{10} + \frac{x_2}{2} &= 4 \cdot 10 \\
x_2 + 5 + 5x_2 &= 40 \\
6x_2 &= 35 \\
x_2 &= \frac{35}{6} \\
x_1 &= \frac{35}{6} + 5 = \frac{65}{6} \\
\bar{x} &= \frac{x_1+x_2}{2} = \frac{\frac{65}{6} + \frac{35}{6}}{2} = \frac{100}{12} = 8\frac{1}{3}
\end{aligned} \tag{1.2}$$

4. Średnia arytmetyczna trzech kolejnych liczb naturalnych wynosi 8. Znajdź te liczby.

$$\begin{cases} x_2 = x_1 + 1 \\ x_3 = x_1 + 2 \\ \frac{x_1+x_2+x_3}{3} = 8 \end{cases} \tag{1.3}$$

$$\begin{aligned}
\frac{x_1+(x_1+1)+(x_1+2)}{3} &= 8 \\
3x_1 + 3 &= 24 \\
3x_1 &= 21 \\
x_1 &= 7
\end{aligned} \tag{1.4}$$

$$\begin{cases} x_1 = 7 \\ x_2 = 8 \\ x_3 = 9 \end{cases} \tag{1.5}$$

5. Ojciec Huberta jest teraz 3 razy starszy od syna. Za 10 lat ojciec będzie dwa razy starszy od syna. Jaki jest obecnie przeciętny wiek tych osób?

$$\begin{cases} o = 3h \\ o + 10 = 2 \cdot (h + 10) \end{cases} \tag{1.6}$$

$$\begin{aligned}
3h + 10 &= 2 \cdot (h + 10) \\
3h + 10 &= 2h + 20 \\
h &= 10 \\
o &= 3h = 3 \cdot 10 = 30 \\
\bar{x} &= \frac{o+h}{2} = \frac{30+10}{2} = 20
\end{aligned} \tag{1.7}$$

6. W pewnym zakładzie zbadano pracowników bezpośrednio produkcyjnych pod względem stażu pracy. Okazało się, że 25% tych pracowników pracowało krócej niż 6 lat, połowa od 6 do 12 lat, natomiast najdłuższy staż pracy pozostałych pracowników był równy 18 lat. Średni czas pracy pracowników administracyjno-biurowych w tym zakładzie wynosił 12 lat. Jaki jest średni staż pracy ogółu pracowników tego zakładu, jeśli grupa pracowników bezpośrednio produkcyjnych jest 2,5-krotnie liczniejsza od administracyjno-biurowych?

```
# średnia przedziału
w <- c(3, 9, 15, 12)
# liczba pracowników (jako procent pracowników produkcyjnych)
q <- c(25, 50, 25, 100/2.5)

x <- sum(w*q) / sum(q)

cat(x, "lat.")
```

9.857143 lat.

7. Obwód trójkąta jest równy 21 cm. Pierwszy bok jest równy średniej arytmetycznej pozostałych boków. Drugi bok stanowi 75% boku trzeciego. Oblicz długości boków trójkąta.

$$\begin{cases} a + b + c = 21 \\ a = \frac{b+c}{2} \\ b = \frac{3}{4}c \end{cases} \quad (1.8)$$

$$\begin{cases} a + b + c = 21 \\ 2a = b + c \\ a = \frac{\frac{3}{4}c + c}{2} \end{cases} \quad (1.9)$$

$$\begin{cases} a + 2a = 21 \\ a = \frac{7}{8}c \end{cases} \quad (1.10)$$

$$\begin{aligned} a &= 7 \\ 7 &= \frac{7}{8}c \\ c &= 8 \\ b &= 6 \end{aligned} \quad (1.11)$$

$$\begin{cases} a = 7 \\ b = 6 \\ c = 8 \end{cases} \quad (1.12)$$

8. Średni miesięczny zarobek 25 pracowników w pewnej spółce akcyjnej wynosił 2000 zł, gdyż 20 osób zarabiałoby 1400 zł, 4 osoby po 3000 zł, a 1 osoba 10000 zł. Dwudziestu najniżej zarabiających pracowników zażądało podniesienia ich płac do poziomu średniej płacy w spółce. Żądanie zostało spełnione. Czy po podwyżce zarabiają oni powyżej średniej?

```

# pracownicy
p <- c(20, 4, 1)
# zarobki przed zmianą
c0 <- c(1400, 3000, 10000)

#średnia przed zmianą
m0 <- sum(p*c0) / sum(p)

#zarobki po zmianie
c1 <- c(m0, 3000, 10000)

#średnia po zmianie
m1 <- sum(p*c1) / sum(p)

if (m0 > m1) {
  cat("Tak, zarabiają powyżej średniej.")
} else {
  cat("Nie, nie zarabiają powyżej średniej.")
}

```

Nie, nie zarabiają powyżej średniej.

9. Stosunek dwóch liczb całkowitych wynosi 3:5. Jeżeli pierwszą liczbę zmniejszymy o 2, to otrzymamy 40% drugiej liczby. Jaka jest średnia arytmetyczna tych liczb?

$$\begin{cases} 5x_1 = 3x_2 \\ x_1 - 2 = \frac{2}{5}x_2 \end{cases} \cdot 5 \quad (1.13)$$

$$\begin{cases} 5x_1 = 3x_2 \\ 5x_1 - 10 = 2x_2 \end{cases} \quad (1.14)$$

$$\begin{aligned} x_2 &= 10 \\ x_1 - 2 &= \frac{2}{5} \cdot 10 \\ x_1 &= 6 \\ \bar{x} &= \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{6+10}{2} = 8 \end{aligned} \quad (1.15)$$

10. W pewnej grupie uczniów średnia wieku wynosi 11 lat. Najstarszy z nich ma 17 lat, a średnia wieku pozostałych wynosi 10 lat. Ile uczniów liczy ta grupa?

$$\begin{aligned}
\frac{17+10 \cdot (n-1)}{n} &= 11 \\
17 + 10 \cdot (n-1) &= 11n \\
17 + 10n - 10 &= 11n \\
n &= 7
\end{aligned} \tag{1.16}$$

11. Iloczyn dwóch kolejnych liczb parzystych jest o 296 mniejszy od iloczynu następnych dwóch liczb parzystych. Oblicz średnią arytmetyczną tych czterech liczb.

$$\begin{cases} x_1 x_2 + 296 = x_3 x_4 \\ x_2 = x_1 + 2 \\ x_3 = x_1 + 4 \\ x_4 = x_1 + 6 \end{cases} \tag{1.17}$$

$$\begin{aligned}
x_1 \cdot (x_1 + 2) + 296 &= (x_1 + 4) \cdot (x_1 + 6) \\
x_1^2 + 2x_1 + 296 &= x_1^2 + 10x_1 + 24 \\
-8x_1 &= -272 \\
x_1 &= 34 \\
\bar{x} &= \frac{x_1 + x_2 + x_3 + x_4}{4} = \frac{34 + 36 + 38 + 40}{4} = 37
\end{aligned} \tag{1.18}$$

12. Z miast A i B oddległych o 35 km wyjeżdżają dwaj rowerzyści. Prędkość jazdy jednego z nich jest równa 75% prędkości drugiego. Oblicz prędkość każdego z nich, wiedząc, że spotkają się po 1,25h jazdy.

$$\begin{cases} V_A = \frac{3}{4} V_B \\ V_A = \frac{S_A}{\frac{5}{4}} \\ V_B = \frac{35 - S_A}{\frac{5}{4}} \end{cases} \tag{1.19}$$

$$\begin{aligned}
\frac{S_A}{\frac{5}{4}} &= \frac{3}{4} \frac{35 - S_A}{\frac{5}{4}} \\
S_A &= \frac{3}{4} (35 - S_A) \\
\frac{7}{4} S_A &= \frac{105}{4} \\
S_A &= 15 \\
V_A &= \frac{15}{\frac{5}{4}} = 12 \\
\frac{3}{4} V_B &= 12 \\
V_B &= 16
\end{aligned} \tag{1.20}$$

$$\begin{cases} V_A = 12 \\ V_B = 16 \end{cases} \tag{1.21}$$

Bibliografia