

## ESTIMATION DE LA VALUE AT RISK : MODÈLES NON-LINÉAIRES

---

**Nom** Gaël Perault  
**Departement** Mathématiques appliquées, statistiques  
**spécialité** Finance quantitative  
**Email** gaelperrault@outlook.fr  
**Date** Décembre 2020

**Professeur** Mme Marie Lebreton



# Contents

<b>Abstract</b>	<b>1</b>
<b>1 Présentation de la Value at Risk</b>	<b>2</b>
1.1 VaR historique . . . . .	3
1.2 VaR normale . . . . .	3
1.3 VaR modifiée Cornish-Fisher . . . . .	4
<b>2 VaR paramétrique</b>	<b>5</b>
2.1 Choix de la distribution . . . . .	5
2.2 Modèle APARCH . . . . .	7
2.3 Modèle GJR-GARCH . . . . .	10
2.4 Modèle E-GARCH . . . . .	12
<b>3 Backtesting</b>	<b>15</b>
3.1 Violations de la VaR, test LR de Kupiec et test LR de Christoffersen et al .	15
3.2 Test LR de Kupiec . . . . .	15
3.3 Test LR de Christoffersen . . . . .	16
3.4 Expected Shortfall . . . . .	17
<b>4 Conclusions</b>	<b>19</b>

# **Abstract**

L'objectif de ce travail est de fournir des prévisions de la Value at Risk sur les rendements d'un portefeuille constitué d'une seule action. La VaR a été introduite lors des accords de Bale II comme mesure du risque de marché. Elle représente la perte maximale potentielle que peut encourrir un portefeuille sur un horizon défini. Pour rendre compte de l'importance de cette mesure, nous avons choisi d'étudier l'impact du risque de marché sur l'action du groupe Eurofins scientific.

**Keywords:** Modèle non linéaire, ARCH-GARCH, VaR paramétrique

# 1. Présentation de la Value at Risk

Au cours de ces vingt dernières années, la Value at Risk (VaR) est devenue une mesure de risque de référence. Elle est très souvent utilisée par les compagnies d'assurance, les grandes banques et les sociétés de gestion d'actifs dans le cadre des nouvelles normes Solvabilité II et Bâle II. En particulier, la VaR est une mesure indispensable pour les services de risque de marché dont la vocation est de suivre quotidiennement le risque des portefeuilles des sociétés de gestion d'actifs. La VaR se définit comme le montant maximal de perte subit par le portefeuille, ici composé d'une seule action, sur une période  $t$ . La VaR $95\%$  à 1 jour indique alors la perte maximale journalière auquel notre portefeuille sera exposé avec un niveau de confiance à 95%. L'inconvénient majeur des méthodes classiques de calcul de la VaR reste l'estimation mal adaptée des pertes au niveau des risques extrêmes. La VaR paramétrique viendra pour cela prendre en compte l'hétéroscedasticité conditionnelle, grâce à l'approche des modèles non-linéaires.

La première approche retenue sera la Value at Risk historique. Elle présente l'avantage de ne pas être contrainte à des hypothèses préalables sur la distribution et d'être applicable à toute nature d'actif. Cependant elle repose sur une hypothèse forte de reproduction à l'identique de la distribution des rendements passés sur la période de prévision.

La VaR normale ou encore la méthode de variance-covariance considère que les rendements de l'action suivent une distribution gaussienne. Ici, uniquement la variance et l'espérance de rendement sont estimés ce qui permet d'en déduire une distribution normale. L'avantage de la loi normale est de dire immédiatement où se trouve les 5% des rendements les plus à risques. Ils sont alors fonction de notre niveau de confiance.

La VaR modifiée de Cornish Fisher est considérée comme une approche paramétrique de la VaR gaussienne. Elle vient prendre le caractère non normale de la distribution de nos rendements en corrigeant la VaR normale des paramètres d'asymétries (Kurtosis, Skewness) de la distribution. Pour les distributions de skewness négatif et de kurtosis supérieur à 3, la VaR obtenue se décale à gauche par rapport à la VaR gaussienne. Néanmoins, par construction cette VaR représente correctement le risque si le Skewness est petit et le Kurtosis est proche de 3. Si ces deux conditions ne sont pas satisfaites, l'approximation de Cornish-Fisher n'est plus bonne et il convient d'utiliser d'autres méthodes.

## 1.1 VaR historique

Cette méthode est la plus simple. Pour l'appliquer, nous avons juste besoin de données historiques et nous supposons que les rendements futurs de l'action suivront le même schéma dans l'avenir que celui qu'ils ont eu sur la période estimée. La faiblesse de la VaR historique est qu'elle repose sur l'hypothèse que l'histoire se répétera ce qui est loin d'être vérifique (hypothèse de stationnarité).

Sortie R :

```
> library(PerformanceAnalytics)
> VaR_historical = VaR(rte, p=.95, method = "historical")
> VaR_historical
[1]
VaR -0.03043987
```

Le calcul de la VaR par simulation historique indique que la perte maximale de notre portefeuille, avec un niveau de confiance à 95%, s'élève à 3,04%.

## 1.2 VaR normale

Elle est calculée à partir de la distribution normale adaptée à l'espérance de nos rendements et de la variance. L'asymétrie y est négligée. Sous la loi normale la relation s'écrit

$$Pr\left(\frac{\Delta p_t - E(\Delta p_t)}{\sigma(\Delta p_t)} \leq \frac{VaR_q - E(\Delta p_t)}{\sigma(\Delta p_t)}\right) = 1 - q$$

La distribution gaussienne étant symétrique, on peut simplifier la formule par

$$VaR_q = E(\Delta p_t) - \Phi^{-1}(q) * \sigma_{\Delta p_t}$$

La VaR95% à un jour appliquée à nos rendements sur la période d'estimation nous donne le résultat suivant,

Sortie R :

```
> library(PerformanceAnalytics)
> VaR_normal = VaR(rte, p=.95, method = "gaussian")
> VaR_normal
[1]
VaR -0.03232481
```

Ce qui implique que pour un niveau de confiance à 95%, la perte maximale subit par notre portefeuille sur la 1ere date de prévision est de 3,2%.

L'inconvénient ici est que l'asymétrie de la distribution n'est pas prise en compte. C'est sur cette problématique que la VaR modifiée de Cornish Fisher apporte une information additionnelle.

### 1.3 VaR modifiée Cornish-Fisher

Précédemment restreint au deux premiers moments de la distribution (espérance de rendements et variance). La méthode CF consiste à intégrer les moments d'ordre trois et quatre, respectivement les paramètres d'asymétries skewness et kurtosis, au calcul du quantile de la loi normale.

$$\text{mVaR} = \mu(X) + \sigma(X)z_{cf}$$
$$z_{cf} = q_p + \frac{(q_p^2 - 1)S(X)}{6} + \frac{(q_p^3 - 3q_p)K(X)}{24} - \frac{(2q_p^3 - 5q_p)S^2(X)}{36}$$

Où S(X) correspond au skewness et K(X) correspond au kurtosis.

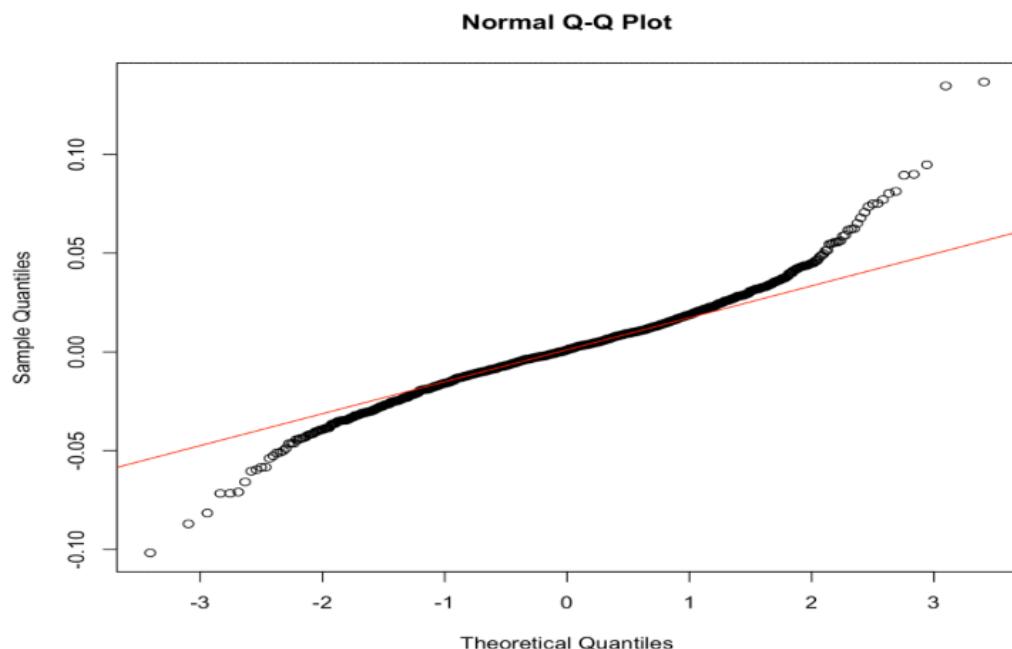
Sortie R :

```
> library(PerformanceAnalytics)
> VaR_modified = VaR(rte, p=.95, method = "modified")
> VaR_modified
[1]
VaR -0.02732505
~ |
```

La VaR modifiée à un jour de Cornish-Fisher indique que la perte maximale subit par le portefeuille, avec un niveau de confiance à 95%, est de 2,73%

## 2. VaR paramétrique

### 2.1 Choix de la distribution



Les queues de distribution sont plus épaisses que celles de la loi normale. La queue de droite est plus lourde que celle de gauche. Il y a donc bien l'effet leptokurtique à prendre en compte et l'asymétrie perte/gain à associer.

Nous allons maintenant étudier la cohérence des différentes distributions proposées par la théorie avec nos données d'estimations.

## Distribution gaussienne symétrique

Gaussian Distribution:

Parameters:  
mu sigma  
0.001613448 0.020812124

Call:  
fit.gaussuv(data = rte)

Optimization information:  
log-Likelihood: 3758.927  
AIC: -7513.853  
Fitted parameters: mu, sigma; (Number: 2)  
Number of iterations: 0  
Converged: TRUE

## Distribution student asymétrique

Asymmetric Student-t Distribution:

Parameters:  
nu mu sigma gamma  
4.184118e+00 -6.734756e-06 2.101444e-02 1.643960e-03

Call:  
fit.tuv(data = rte)

Optimization information:  
log-Likelihood: 3854.647  
AIC: -7701.294  
Fitted parameters: lambda, mu, sigma, gamma; (Number: 4)  
Number of iterations: 209  
Converged: TRUE

## Distribution gaussienne asymétrique.

Asymmetric Normal Inverse Gaussian Distribution:

Parameters:  
alpha.bar mu sigma gamma  
9.365739e-01 -5.518409e-05 2.060201e-02 1.669730e-03

Call:  
fit.NIGuv(data = rte, silent = T)

Optimization information:  
log-Likelihood: 3854.521  
AIC: -7701.042  
Fitted parameters: alpha.bar, mu, sigma, gamma; (Number: 4)  
Number of iterations: 209  
Converged: TRUE

## Distribution hyperbolique asymétrique

Asymmetric Hyperbolic Distribution:

Parameters:  
alpha.bar mu sigma gamma  
0.6284878518 -0.0001700111 0.0203801840 0.0017818775

Call:  
fit.hypuv(data = rte, silent = T)

Optimization information:  
log-Likelihood: 3852.058  
AIC: -7696.116  
Fitted parameters: alpha.bar, mu, sigma, gamma; (Number: 4)  
Number of iterations: 185  
Converged: TRUE

## Distribution hyperbolique généralisée asymétrique.

Asymmetric Generalized Hyperbolic Distribution:

Parameters:  
lambda alpha.bar mu sigma  
-7.727977e-01 9.502572e-01 -2.750452e-05 2.059311e-02  
gamma  
1.784962e-03

Call:  
fit.ghypuv(data = rte, silent = T)

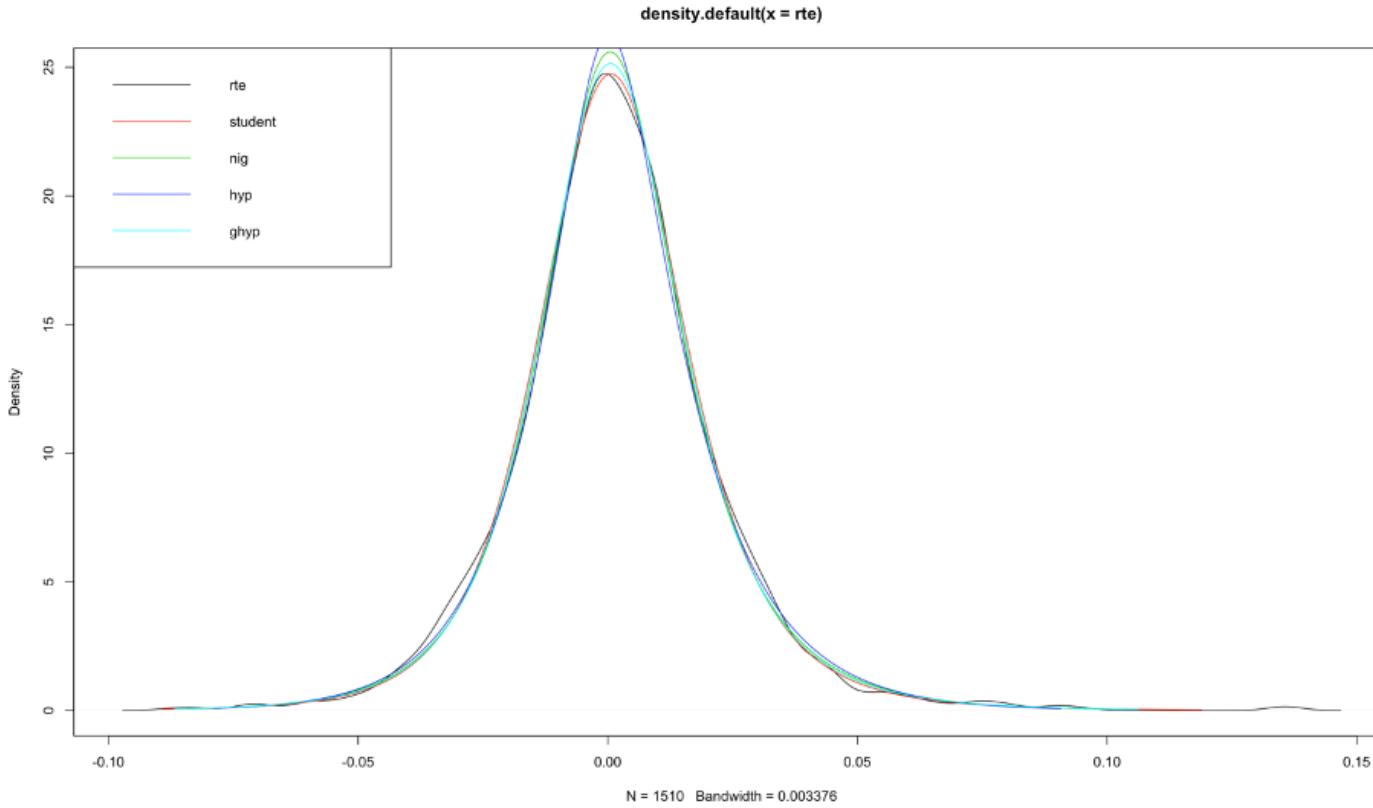
Optimization information:  
log-Likelihood: 3854.682  
AIC: -7699.363  
Fitted parameters: lambda, alpha.bar, mu, sigma, gamma; (Number: 5)  
Number of iterations: 502  
Converged: FALSE  
Error code: 1  
Error message:

## Distribution Skewness Hyperbolique.

Data:  
Parameter estimates:  
mu delta beta nu  
-0.0001649 0.0314403 4.2779480 4.2751419  
( 0.0009396) ( 0.0026525) ( 2.5841404) ( 0.5001193)  
Likelihood: 3804.769  
Method: Nelder-Mead  
Convergence code: 0  
Iterations: 133

En retenant le critère de minimisation AIC, on est invité à retenir une distribution de Student asymétrique.

Globalement, les différentes distributions étudiées pour modéliser le processus qui a généré nos données sont établies ainsi :



Notre distribution, se rapprochant d'une student asymétrique et ayant un kurtosis > 3, Il convient de modéliser notre modèle de volatilité par un modèle asymétrique.

## 2.2 Modèle APARCH

Le modèle Asymmetric Power ARCH de Ding, Granger et Engle (1993) est certainement l'un des modèles de type ARCH les plus complets. Il peut être définis comme suivant :

$$\begin{aligned}
 y_t &= x'_{1,t}\mu + \varepsilon_t \\
 \varepsilon_t &= \sigma_t z_t \\
 \sigma_t^\delta &= x'_{2,t}\omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i k(\varepsilon_{t-i})^\delta + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^\delta \\
 k(\varepsilon_{t-i}) &= |\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i},
 \end{aligned}$$

La stationnarité au second ordre est conditionnée par :

$$\sum_{i=1}^s \alpha_i (|v_{t-i}| - \gamma_i v_{t-i})^\delta + \sum_{i=1}^m \beta_i \sigma_{t-i}^\delta < 1$$

Où  $x_1$  et  $x_2$  sont des variables exogènes quotidiennes

Pour  $m = s = 1$ , APARCH(1,1) s'écrit :

$$\begin{cases} r_t = \mu + v_t \\ v_t = \sigma_t \epsilon_t \\ \sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1(|v_{t-1}| - \gamma_1 v_{t-1})^\delta + \beta_1 \sigma_{t-1}^\delta \end{cases}$$

Une valeur positive (resp. négative) de  $\delta$  signifie que les chocs négatifs (resp. positifs) ont un plus gros impact sur la volatilité conditionnelle que les chocs positifs passés.  $\mu, \alpha_0, \alpha_1, \beta_1$  et  $\gamma_1$  sont des paramètres qui doivent être estimés.

La puissance du modèle APARCH, en plus de prendre en compte l'effet de levier, provient de sa capacité à s'adapter à des distributions asymétriques. La possibilité de regarder au-delà des moments d'ordres 4 lui confère l'opportunité de proposer davantages de liens entre les variables relatives à nos rendements que les autres modèles, grâce à son paramètre delta. Il est donc la base de 7 autres extensions des modèles ARCH non linéaire :

- The ARCH of Engle (1982) when  $\delta = 2$ ,  $\gamma_i = 0$  ( $i = 1, \dots, p$ ) and  $\beta_j = 0$  ( $j = 1, \dots, p$ ).
- The GARCH of Bollerslev (1986) when  $\delta = 2$  and  $\gamma_i = 0$  ( $i = 1, \dots, p$ ).
- Taylor (1986)/Schwert (1990)'s GARCH when  $\delta = 1$ , and  $\gamma_i = 0$  ( $i = 1, \dots, p$ ).
- The GJR of Glosten, Jagannathan, and Runkle (1993) when  $\delta = 2$ .
- The TARCH of Zakoian (1994) when  $\delta = 1$ .
- The NARCH of Higgins and Bera (1992) when  $\gamma_i = 0$  ( $i = 1, \dots, p$ ) and  $\beta_j = 0$  ( $j = 1, \dots, p$ ).
- The Log-ARCH of Geweke (1986) and Pentula (1986), when  $\delta \rightarrow 0$ .

Le modèle APARCH associé à nos données nous apporte les résultats suivants :

Sortie R:

```

*-----*
*      GARCH Model Fit      *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : apARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(2,0,2)
Distribution     : sstd

Optimal Parameters
-----
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|) 
mu      0.001475  0.000491  3.0025  0.002678
ar1     -1.680507  0.074112 -22.6752 0.000000
ar2     -0.854022  0.058009 -14.7223 0.000000
ma1      1.678840  0.069021  24.3236 0.000000
ma2      0.867781  0.041695  20.8125 0.000000
omega   0.000432  0.000686  0.6296  0.528955
alpha1   0.156497  0.046873  3.3387  0.000842
beta1    0.646241  0.131068  4.9306  0.000001
gamma1   0.000000          NA        NA        NA
delta    1.613771  0.432143  3.7343  0.000188
skew     1.041892  0.035858  29.0559 0.000000
shape    4.712591  0.591421  7.9682  0.000000

Robust Standard Errors:
-----
            Estimate Std. Error t value Pr(>|t|) 
mu      0.001475  0.000488  3.01914 0.002535
ar1     -1.680507  0.055911 -30.05668 0.000000
ar2     -0.854022  0.058592 -14.57585 0.000000
ma1      1.678840  0.052863  31.75837 0.000000
ma2      0.867781  0.058976  14.71424 0.000000
omega   0.000432  0.000587  0.73614 0.461646
alpha1   0.156497  0.060683  2.57894 0.009910
beta1    0.646241  0.189084  3.41776 0.000631
gamma1   0.000000          NA        NA        NA
delta    1.613771  0.413130  3.90621 0.000094
skew     1.041892  0.034231  30.43734 0.000000
shape    4.712591  0.560302  8.41080 0.000000

LogLikelihood : 3830.873

-----
```

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)

Joint Statistic: 2.49 2.75 3.27

Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test

```

-----
```

	t-value	prob	sig
Sign Bias	0.6156	0.5383	
Negative Sign Bias	0.6999	0.4841	
Positive Sign Bias	0.1747	0.8613	
Joint Effect	0.7446	0.8627	

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:

```

-----
```

group	statistic	p-value(g-1)	
1	20	11.88	0.8907
2	30	24.93	0.6820
3	40	33.84	0.7039
4	50	49.93	0.4360

Information Criteria

```

-----
```

	Akaike	-5.0594
	Bayes	-5.0207
	Shibata	-5.0595
	Hannan-Quinn	-5.0450

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals

```

-----
```

	statistic	p-value
Lag[1]	2.230	0.13538
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][11]	7.164	0.03214
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][19]	8.825	0.66751

d.o.f=4

H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals

```

-----
```

	statistic	p-value
Lag[1]	0.6018	0.4379
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5]	4.4376	0.2043
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9]	6.3085	0.2643

d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests

```

-----
```

	Statistic	Shape	Scale	P-Value
ARCH Lag[3]	1.623	0.500	2.000	0.2026
ARCH Lag[5]	2.939	1.440	1.667	0.2988
ARCH Lag[7]	3.641	2.315	1.543	0.4013

Nyblom stability test

```

-----
```

Joint Statistic: 1.3609

Individual Statistics:

	mu	0.12832
ar1	0.10796	
ar2	0.18057	
ma1	0.07363	
ma2	0.15674	
omega	0.24741	
alpha1	0.39043	
beta1	0.30234	
delta	0.25295	
skew	0.17350	
shape	0.10498	

Interpretation :

Les coefficients estimés par maximum de vraisemblance sont significatifs au regard de la p-value sauf omega.

Les p-values pour le test de LjungBox sur les aléas ne sont pas toutes  $> 5\%$  donc  $H_0$  n'est pas validée pour tous les retards. Nous n'obtenons pas l'indépendance des aléas.

Le test d'Engle sur les rendements présentent des p-value  $> 5\%$ , donc on accepte l'hypothèse nulle d'absence de cluster de volatilité. Le modèle APARCH(1,1) a réussi à prendre en compte tous les clusters de volatilité.

La statistique du test de NYBLOM propose sous  $H_0$  la stabilité jointe et individuelle des paramètres du modèle dans le temps. Ici la valeur de la statistique jointe est inférieure à la valeur tabulée au seuil de 5% donc on accepte  $H_0$  pour la stabilité jointe des coefficients dans le temps.

Le Sign Bias Test apporte de l'information sur l'effet de levier. Au regard de la p-value sur le coefficient Join-Effect au seuil de risque de 5%, il ne semble pas y avoir d'effet signe, ni d'effet taille.

Test d'adéquation de la distribution : Adjusted Pearson Goodness of fit test Les 4 p-values sont  $> 5\%$ , la distribution student asymétrique semble fitter avec la distribution empirique.

## 2.3 Modèle GJR-GARCH

Théoriquement, ce modèle permet d'observer empiriquement que les chocs négatifs au temps  $t-1$  ont un impact plus fort sur la variance que les choc positifs. L'effet de levier ainsi pris en compte, ce qui n'était pas le cas pour le modèle ARCH, amène à une modification de l'équation de variance.

Formulation du modèle GJR-GARCH(m,s) :

$$\begin{aligned} r_t &= \mu + v_t \quad v_t = \sigma_t \epsilon_t, \\ \sigma_t^2 &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^m (\alpha_i v_{t-i}^2 + \gamma_i I_{t-i<0} v_{t-i}^2) + \sum_{j=1}^s \beta_j \sigma_{t-j}^2 \end{aligned}$$

Le modèle de Glosten-Jagannathan-Runkle GARCH introduit l'effet de levier selon la nature du choc, en injectant dans l'équation de volatilité une indicatrice.

De ce fait l'équation de la variance diffère selon la nature des chocs :

$$\sigma_t^2 = \begin{cases} \alpha_0 + (\alpha_1 + \gamma) v_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 & \text{si } \epsilon_{t-1} \leq 0 \\ \alpha_0 + \alpha_1 v_{t-1}^2 + \beta_1 \sigma_{t-1}^2 & \text{sinon} \end{cases}$$

Le modèle GJR-GARCH(1,1) appliqué à nos données nous apporte les résultats suivants :

Sortie R :

```

*-----*
*      GARCH Model Fit      *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model   : gjrGARCH(1,1)
Mean Model    : ARFIMA(2,0,2)
Distribution   : sstd

Optimal Parameters
-----
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu     0.001384  0.000500  2.7680 0.005640
ar1    -1.675603  0.062213 -26.9334 0.000000
ar2    -0.860391  0.044504 -19.3328 0.000000
ma1     1.676130  0.060761  27.5855 0.000000
ma2     0.874089  0.021086  41.4541 0.000000
omega   0.000026  0.000010  2.6155 0.008910
alpha1  0.000000        NA        NA        NA
beta1   0.892475  0.031781  28.0820 0.000000
gamma1  0.108517  0.031020  3.4983 0.000468
skew    1.048971  0.036841  28.4732 0.000000
shape   4.645585  0.561483  8.2738 0.000000

Robust Standard Errors:
-----
             Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu     0.001384  0.000503  2.7530 0.005904
ar1    -1.675603  0.043992 -38.0887 0.000000
ar2    -0.860391  0.062084 -13.8584 0.000000
ma1     1.676130  0.037935  44.1843 0.000000
ma2     0.874089  0.073441  11.9019 0.000000
omega   0.000026  0.000010  2.5898 0.009602
alpha1  0.000000        NA        NA        NA
beta1   0.892475  0.032277  27.6507 0.000000
gamma1  0.108517  0.029481  3.6810 0.000232
skew    1.048971  0.035887  29.2302 0.000000
shape   4.645585  0.563215  8.2483 0.000000

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic: 2.29 2.54 3.05
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test
-----
            t-value prob sig
Sign Bias     1.1701 0.24215
Negative Sign Bias 0.6913 0.48951
Positive Sign Bias 2.1709 0.03009 **
Joint Effect    5.3292 0.14922

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
-----
group statistic p-value(g-1)
1    20     16.54     0.6208
2    30     34.26     0.2297
3    40     34.05     0.6947
4    50     36.42     0.9082

```

Elapsed time : 1.564432

Interpretation :

Les coefficients estimés par maximum de vraisemblance sont tous significatifs au regard de la p-value.

Les p-values pour le test de LjungBox sur les aléas ne sont pas toutes > 5% donc H0 n'est

pas validée pour tous les retards. Nous n'obtenons pas l'indépendance des aléas.

Le test d'Engle sur les rendements présentent des p-value > 5%, donc on accepte l'hypothèse nulle d'absence de cluster de volatilité.

Le modèle GJRARCH(1,1) a réussi à prendre en compte tous les clusters de volatilité.

La statistique du test de NYBLOM propose sous H0 la stabilité jointe et individuelle des paramètres du modèle dans le temps. Ici la valeur de la statistique jointe est inférieure à la valeur tabulée au seuil de 5% donc on accepte HO pour la stabilité jointe des coefficients dans le temps.

Le Sign Bias Test apporte de l'information sur l'effet de levier. La p-value sur le coefficient Join-Effect est supérieur à 5%, on accepte l'hypothèse nulle , il ne semble pas y avoir d'effet signe, ni d'effet taille.

Test d'adéquation de la distribution : Adjusted Pearson Goodness of fit test Les 4 p-values sont > 5% , la distribution student asymétrique semble fitter avec la distribution empirique.

## 2.4 Modèle E-GARCH

Un processus t satisfait une représentation EGARCH(p,q) si et seulement si :

$$\begin{aligned}\varepsilon_t &= z_t \sqrt{h_t} \\ \log(h_t) &= \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i g(z_{t-i}) + \sum_{i=1}^p \beta_i \log(h_{t-i})\end{aligned}$$

où le résidu normalisé  $z_t$  est un bruit faible et où la fonction  $g(\cdot)$  vérifie :

$$g(z_{t-i}) = \theta z_{t-i} + \gamma (|z_{t-i}| - E |z_{t-i}|)$$

Si l'on pose  $a_i = \theta * \alpha_i$  et  $b_i = \alpha_i * \gamma_i$ .

la variance conditionnelle de  $\varepsilon_t$  peut se réécrire sous la forme :

$$\log(h_t) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q a_i z_{t-i} + \sum_{i=1}^q b_i (|z_{t-i}| - E [|z_{t-i}|]) + \sum_{i=1}^p \beta_i \log(h_{t-i})$$

Dans le cas d'un processus E-GARCH(1,1), nous avons donc :

$$\log(h_t) = \alpha_0 + a_1 z_{t-1} + b_1 (|z_{t-1}| - E [|z_{t-1}|]) + \beta_1 \log(h_{t-1})$$

Le modèle APARCH avec  $\delta = 1$ , correspond au EGARCH(1,1).

Dans ce modèle l'effet Hétéroscélastiques n'est sans doute pas le même suivant que l'erreur précédente est positive ou négative.

L'écriture du modèle porte sur le logarithme de la variance conditionnelle  $ht$  de  $t$ , en conséquence aucune restriction n'a besoin d'être imposée sur les différents paramètres de l'équation pour assurer la positivité de la variance conditionnelle.

La variance conditionnelle  $ht$  fait apparaître un effet de signe, correspondant à  $a1 * zt-1$ , et un effet d'amplitude (effet de levier) mesuré par  $\beta1$  ( $|zt-1| E[zt-1]$ ).

Le modèle E-GARCH(1,1) appliqué à nos données nous apporte les résultats suivants :

Sortie R :

```
*-----*
*      GARCH Model Fit      *
*-----*
Loglikelihood : 3819.18

Information Criteria
-----
Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model   : eGARCH(1,1)
Mean Model    : ARFIMA(2,0,2)
Distribution   : sstd
Optimal Parameters
-----
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|) Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
mu 0.001422 0.000288 4.9402 1e-06
ar1 -1.850076 0.011708 -158.0144 0e+00
ar2 -0.984074 0.002870 -342.8537 0e+00
ma1 1.841646 0.010004 184.0820 0e+00
ma2 0.979870 0.000253 4205.0373 0e+00
omega -0.307360 0.002065 -148.8246 0e+00
alpha1 -0.054495 0.000621 -8.2302 0e+00
beta1 0.960336 0.000015 63767.8405 0e+00
gamma1 0.000000 NA NA NA
skew 1.052570 0.033385 31.5279 0e+00
shape 4.371222 0.397320 11.0018 0e+00
H0 : No serial correlation
d.o.f=4
Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
-----
Robust Standard Errors:
Estimate Std. Error t value Pr(>|t|) statistic p-value
mu 0.001422 0.000427 3.3331 0.000859 Log[1] 5.737 1.661e-02
ar1 -1.850076 0.031430 -58.8630 0.000000 Log[2*(p+q)-(p+q)-1][5] 23.626 1.927e-06
ar2 -0.984074 0.008314 -118.3583 0.000000 Log[4*(p+q)-(p+q)-1][9] 29.228 7.124e-07
ma1 1.841646 0.025155 73.2131 0.000000 d.o.f=2
ma2 0.979870 0.000197 4968.3540 0.000000
omega -0.307360 0.002508 -122.5524 0.000000
alpha1 -0.054495 0.0007615 -7.1564 0.000000
beta1 0.960336 0.000018 53654.4395 0.000000
gamma1 0.000000 NA NA NA
skew 1.052570 0.036931 28.5010 0.000000
shape 4.371222 0.466809 9.3640 0.000000
ARCH Log[3] 0.4381 0.500 2.000 0.5005
ARCH Log[5] 5.4543 1.440 1.667 0.03061
ARCH Log[7] 7.3201 2.315 1.543 0.07404
Loglikelihood : 3819.18

Nyblom stability test
-----
Joint Statistic: 2.1554
Individual Statistics:
mu 0.1348
ar1 0.3057
ar2 0.1790
ma1 0.3270
ma2 0.2375
omega 0.6884
alpha1 0.1494
beta1 0.6852
skew 0.2897
shape 0.1371

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic: 2.29 2.54 3.05
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test
-----
t-value prob sig
Sign Bias 0.9957 0.3195650
Negative Sign Bias 0.8216 0.4114254
Positive Sign Bias 3.4138 0.0006576 ***
Joint Effect 12.4330 0.0006379 ***
Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
-----
group statistic p-value(g-1)
1 20 10.77 0.9334
2 30 12.21 0.9973
3 40 36.70 0.5752
4 50 33.05 0.9608

Elapsed time : 0.979219
```

## Interpretation

Toutes les p-values du test de LjungBox sur les aléas sont inférieures à 5%, ce qui implique que l'on rejette l'hypothèse nulle d'autocorrélation des aléas. Notre modèle semble donc être mal spécifié.

Le test d'Engle sur les rendements présentent des p-value > 5%, mais dans de plus faible proportion. Cependant nous validons l'hypothèse nulle d'absence de cluster de volatilité.

Le modèle EGARCH(1,1) a réussi à prendre en compte tous les clusters de volatilité.

La statistique du test de NYBLOM propose sous H0 la stabilité jointe et individuelle des paramètres du modèle dans le temps. Ici la valeur de la statistique jointe est inférieure à la valeur tabulée au seuil de 5% donc on accepte H0 pour la stabilité jointe des coefficients dans le temps.

La p-value du sign bias Test sur le coefficient Join-Effect est inférieur à 5%, on rejette l'hypothèse nulle, il semble y avoir un effet signe positif.

Test d'adéquation de la distribution : Adjusted Pearson Goodness of fit test. Les 4 p-values sont > 5% , la distribution student asymétrique semble fitter avec la distribution empirique.

### **3. Backtesting**

Il consiste à comparer, au quotidien, la VaR estimée avec les pertes réalisées. En principe, si nous testons une VaR à 99%, on doit s'attendre à ce que les rendements quotidiens du portefeuille dépassent la VaR 1 fois sur 100.

Les autorités de Bâle exigent un Backtest sur 250 jours d'historique, au minimum ce qui donnerait un nombre de dépassements autorisés de 2.5 (taux de violation de 2.5%) pour une VaR à 99%. Si le nombre de dépassement est significativement plus élevé, la VaR et donc les risques sont sous-évalués. Si par contre, le nombre d'exceptions est significativement plus faible alors la VaR est surestimée et la banque est trop conservatrice. Ici nous choisissons d'établir un jugement par rapport à un taux de violation de 5% correspondant à une VaR 1 jours à 95%.

#### **3.1 Violations de la VaR, test LR de Kupiec et test LR de Christoffersen et al**

On définit la violation comme une situation dans laquelle on observe une perte plus importante en valeur absolue que la VaR prévue ex-ante. Mathématiquement, il y a violation si et seulement si :

$$r_t \leq VaR_{t+1|t}(q)$$

#### **3.2 Test LR de Kupiec**

On effectue le test de couverture non conditionnelle  $H_0 : f = q$  versus  $H_a : f \neq q$  où  $f$  est le taux de violation. Il s'agit du test LR de Kupiec :

$$LR = -2\log\left(\frac{q^N(1-q)^{T-N}}{\hat{f}^N(1-\hat{f})^{T-N}}\right)$$

Avec  $N$ , le nombre de violations de la VaR,  $T$  le nombre initial d'observations et  $q$  est le taux de violation théorique.

L'objectif est d'analyser le nombre de dépassements observés et de définir un intervalle de confiance au-delà duquel le test est rejeté.

Néanmoins, un certain nombre de défauts comme le fait de ne pas tenir compte de la dépendance entre les dépassements ni de leurs sévérités peut le rendre inefficace dans certains cas.

Par exemple, il n'est pas en mesure de capter des périodes de concentration de dépassements qui traduirait une mauvaise calibration.

### 3.3 Test LR de Christoffersen

Christoffersen introduit une amélioration au test de Kupiec en y ajoutant un test markovien d'indépendance entre deux observations consécutives.

Il commence par définir un indicateur de dépassement de seuil  $s_t$  au temps  $t$  d'une série temporelle  $x_t$  comme suit :

$$I_t = \begin{cases} 1 & \text{si } x_t > s_t, \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Puis il définit le nombre d'observations dans chacun des états possibles dénotés  $n_{ij}$  comme suit :

		$I_{t-1} = 0$	$I_{t-1} = 1$
		$n_{00}$	$n_{10}$
$i$	$j$	$n_{01}$	$n_{11}$
	$I_t = 0$		
$I_t = 1$			

À partir de ces quantités, il est possible de construire les probabilités d'obtenir un dépassement à l'instant  $t$  conditionnellement à l'état en  $t-1$  comme suit :

$$\pi_0 = \frac{n_{01}}{n_{00} + n_{01}}, \quad \pi_1 = \frac{n_{11}}{n_{10} + n_{11}} \quad \text{et} \quad \pi = \frac{n_{01} + n_{11}}{n_{00} + n_{01} + n_{10} + n_{11}}$$

De même que pour le test de Kupiec, ce test d'indépendance est un test de ratio de vraisemblance dont la statistique est la suivante :

$$LR_{Ind} = -2 \ln \left( \frac{(1-\pi)^{n_{00}+n_{10}} \pi^{n_{11}+n_{01}}}{(1-\pi_0)^{n_{00}} \pi_0^{n_{01}} (1-\pi_1)^{n_{10}} \pi_1^{n_{11}}} \right)$$

## 3.4 Expected Shortfall

Cette mesure correspond à la moyenne des pertes extrêmes telles que :

$$ES_q(r) = \frac{1}{q} \int_0^r F^{-1}(p) dp$$

Le test de McNeil et Frey portant sur l'Expected Shortfall visent à tester la nullité de la moyenne des pertes, au-delà de la Value at Risk calculée, on parle ici de violation de la VaR.

Concernant les trois modèles asymétriques étudiés sur une approximation de notre distribution par une distribution de student asymétrique, nous obtenons les résultats suivant :

Modèle APARCH(1,1) :

```
VaR Backtest Report
=====
Model: apARCH-sstd
Backtest Length: 1044
Data:

=====
alpha: 5%
$expected.exceed
[1] 52

$actual.exceed
[1] 58

$H1
[1] "Mean of Excess Violations of VaR is greater than zero"

$boot.p.value
[1] 0.6663339

$p.value
[1] 0.6679776

$Decision
[1] "Fail to Reject H0"

Unconditional Coverage (Kupiec)
Null-Hypothesis: Correct Exceedances
LR.uc Statistic: 2.213
LR.uc Critical: 3.841
LR.uc p-value: 0.137
Reject Null: NO

Conditional Coverage (Christoffersen)
Null-Hypothesis: Correct Exceedances and
                           Independence of Failures
LR.cc Statistic: 3.458
LR.cc Critical: 5.991
LR.cc p-value: 0.178
Reject Null: NO
```

Modèle GJR-GARCH(1,1) :

```
VaR Backtest Report
=====
Model: gjrGARCH-sstd
Backtest Length: 1044
Data:

=====
alpha: 5%
$expected.exceed
[1] 52

$actual.exceed
[1] 50

$H1
[1] "Mean of Excess Violations of VaR is greater than zero"

$boot.p.value
[1] 0.6158126

$p.value
[1] 0.6173277

$Decision
[1] "Fail to Reject H0"

Unconditional Coverage (Kupiec)
Null-Hypothesis: Correct Exceedances
LR.uc Statistic: 0.211
LR.uc Critical: 3.841
LR.uc p-value: 0.646
Reject Null: NO

Conditional Coverage (Christoffersen)
Null-Hypothesis: Correct Exceedances and
                           Independence of Failures
LR.cc Statistic: 0.425
LR.cc Critical: 5.991
LR.cc p-value: 0.809
Reject Null: NO
```

## Modèle E-GARCH(1,1) :

```
$expected.exceed
[1] 52

$actual.exceed
[1] 58

$H1
[1] "Mean of Excess Violations of VaR is greater than zero"

$boot.p.value
[1] 0.9064571

$p.value
[1] 0.9079415

$Decision
[1] "Fail to Reject H0"

=====

VaR Backtest Report
=====
Model: eGARCH-sstd
Backtest Length: 1044
Data:

=====
alpha: 5%
Expected Exceed: 52.2
Actual VaR Exceed: 49
Actual %: 4.7%

=====
Unconditional Coverage (Kupiec)
Null-Hypothesis: Correct Exceedances
LR.uc Statistic: 0.211
LR.uc Critical: 3.841
LR.uc p-value: 0.646
Reject Null: NO

=====
Conditional Coverage (Christoffersen)
Null-Hypothesis: Correct Exceedances and
Independence of Failures
LR.cc Statistic: 2.897
LR.cc Critical: 5.991
LR.cc p-value: 0.235
Reject Null: NO
```

### Interpretation

Globalement nos résultats peuvent être récapitulés dans ce tableau :

Type	Distribution	VaR 1d (2019-12-30)	expected exceed	actual exceed	Violation_rate	p-value Kupiec	p-value Christoffersen	p-value Expected Shortfall	VaR Surévalué / Sousévalué
GJR GARCH( $\alpha = 0$ )	sstd	-0.02477398	52.2	47	4.500%	0.453	0.63	0.6173277	correct
APARCH	sstd	-0.01916984	52.2	56	5.40%	0.594	0.733	0.5233181	correct
EGARCH	sstd	-0.0335624	52.2	49	4.70%	0.646	0.235	0.9079415	correct

Au regard des critères d'information donnée par la fonction report lors de notre modélisation, il s'avère que le model GJR-GARCH possède les critères d'information Bayes et Akaike les plus faibles.

On constate qu'il possède aussi le plus faible taux de violation parmi ces trois modèles. Les p-values des test de christoffesen et de kupiec nous indique que l'hypothèse nulle d'égalité entre taux de violation théorique et empirique n'est pas rejetée.

De plus La moyenne des rendements plus élevés que la VaR sont d'espérance nulle selon le test d'ES. Les test donnent des résultats assez bons excepté la remise en cause de la non autocorrélation des aléas pour le model E-GARCH dans nos résultats précédents ce qui rend son exclusion immédiate.

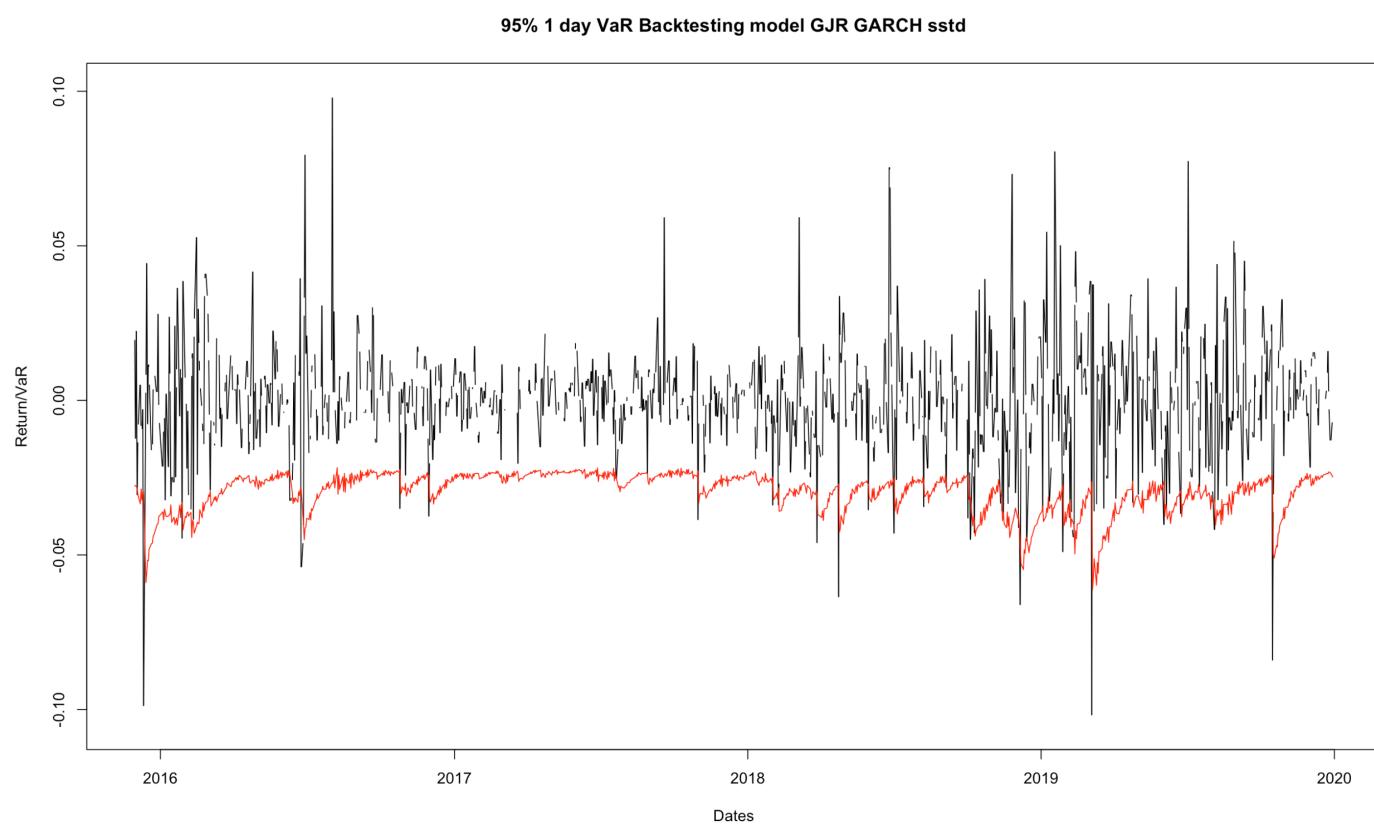
Nous validons donc notre choix de modèle : GJR-GARCH

La Value at Risk du modèle GJR-GARCH associée à une distribution student asymétrique semble donc donner l'information la plus pertinente sur l'ampleur des pertes de notre action.

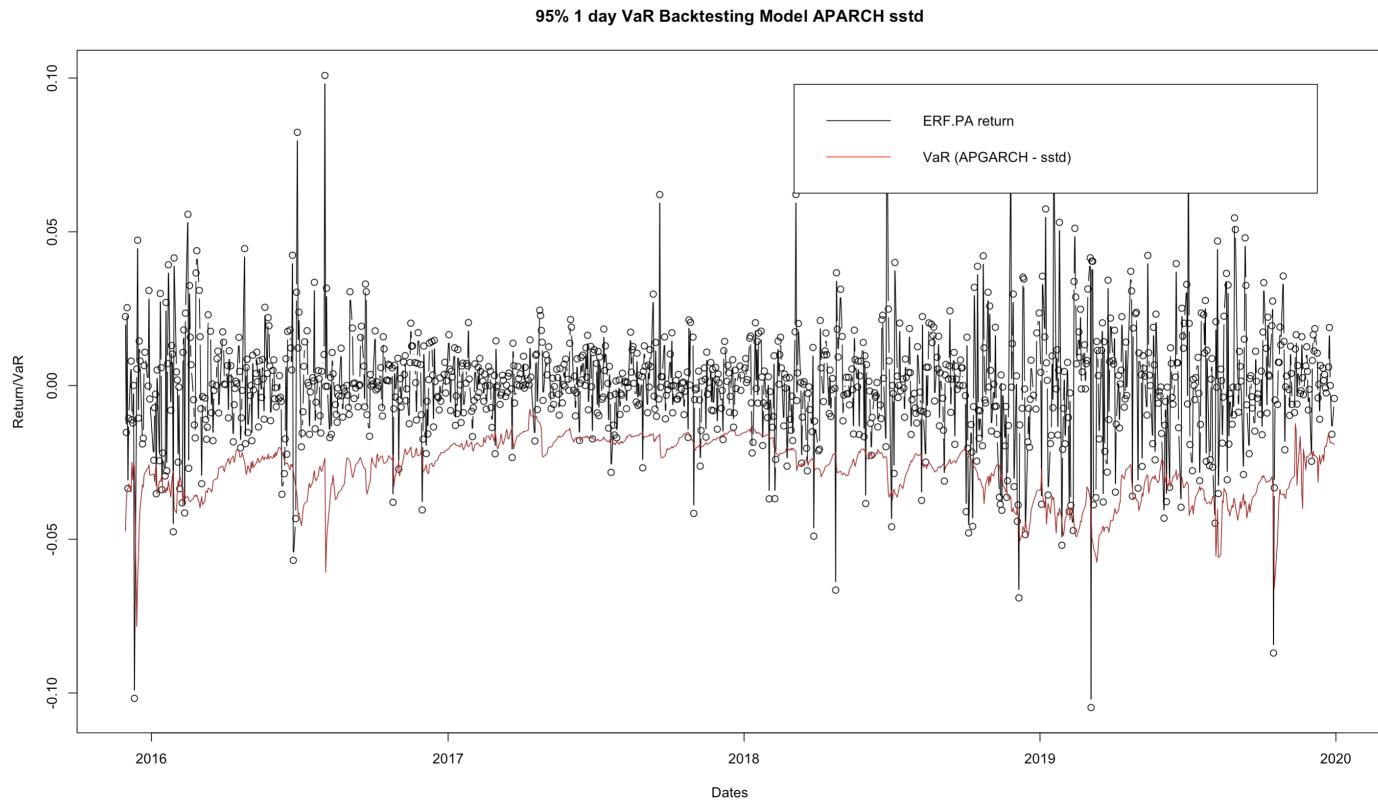
## 4. Conclusions

Pour conclure, le modèle GJR-GARCH semble surperformer, aux regards de tous les test établis et des critères d'informations AIC et BIC, les autres modèles. Une manière courante de représenter la prévision de la Value at Risk est de présenter son évolution au coté de celle des rendements de notre série.

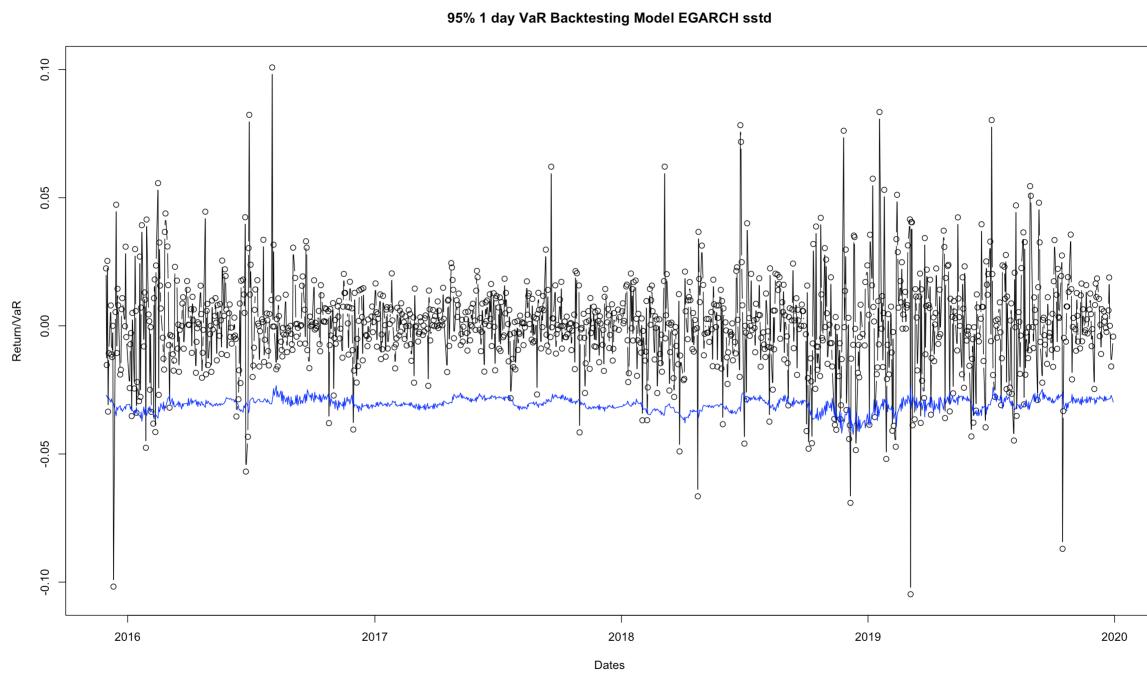
GJRGARCH(1,1)-SSTD



APARCH(1,1)-SSTD :

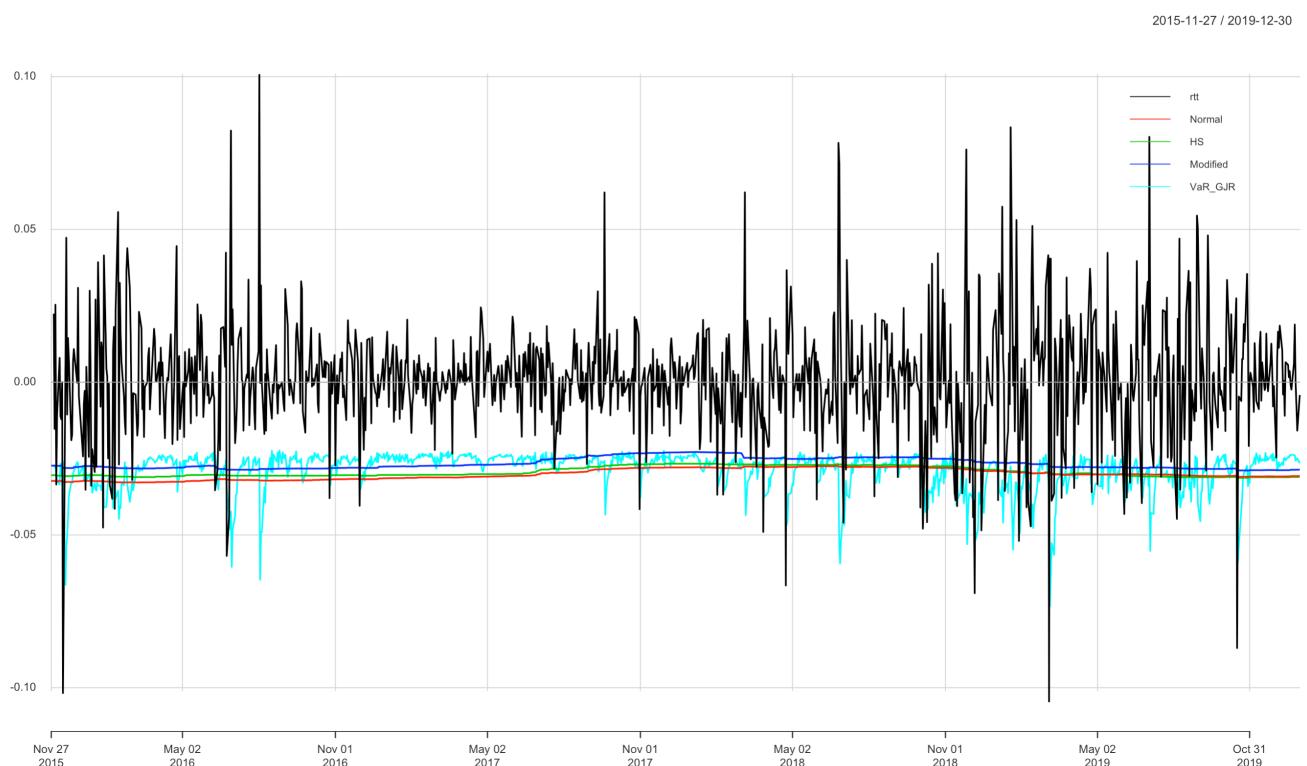


EGARCH(1,1)-SSTD :



Visuellement, il semble que le APARCH(1,1) réponde davantage à la volatilité présente dans les rendements de la série que notre GJR GARCH. Cela concorde avec les attributs du modèle APARCH qui est une généralisation de tous les autres modèles, dont le GJRGARCH pour  $\delta = 2$

De manière globale on peut aussi visualiser notre VaR à 95% aux cotés des VaR normale, historique et Cornish Fisher, pour constater que la VaR paramétrique permet d'appréhender au mieux les fluctuations de notre série.



# Annexe

## Modèle lineaire

Dans cette partie vont être passés en revue tous les modèles qui ont contribué à l'élaboration de ce travail ainsi que leur backtesting.

### IGARCH(1,1) - Normal distribution

```

*----- GARCH Model Fit -----*
*----- Conditional Variance Dynamics -----*
GARCH Model : iGARCH(1,1)
Mean Model   : ARFIMA(2,0,2)
Distribution  : norm

Optimal Parameters
----- Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu    0.001846  0.000528  3.4957 0.000473
ar1   -0.954343  0.220438 -4.3293 0.000015
ar2   -0.307516  0.175349 -1.7537 0.079476
ma1    1.006018  0.210522  4.7787 0.000002
ma2    0.404311  0.165719  2.4397 0.014698
omega  0.000007  0.000003  2.0599 0.039406
alpha1  0.091432  0.021880  4.1787 0.000029
beta1   0.908568      NA      NA      NA

Robust Standard Errors:
----- Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu    0.001846  0.000516  3.57782 0.000346
ar1   -0.954343  0.231481 -4.12277 0.000037
ar2   -0.307516  0.136318 -2.25587 0.024079
ma1    1.006018  0.223353  4.50416 0.000007
ma2    0.404311  0.129610  3.11944 0.001812
omega  0.000007  0.000009  0.74438 0.456644
alpha1  0.091432  0.060219  1.51834 0.128929
beta1   0.908568      NA      NA      NA

LogLikelihood : 3747.198

Information Criteria
----- Akaike      -4.9539
                                         Bayes      -4.9292
                                         Shibata    -4.9539
                                         Hannan-Quinn -4.9447

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
----- statistic p-value
Lag[1]          0.0815  0.7757
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][11]  2.83028  1.0000
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][19]  5.50283  0.9859
d.o.f=4
H0 : No serial correlation

----- Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
----- group statistic p-value(g-1)
1    20      87.14    1.061e-10
2    30     102.89    3.359e-10
3    40      106.64    3.370e-08
4    50      119.67    7.618e-08

Elapsed time : 0.165683

```

```

VaR Backtest Report
=====
Model: iGARCH-norm
Backtest Length: 1044
Data:

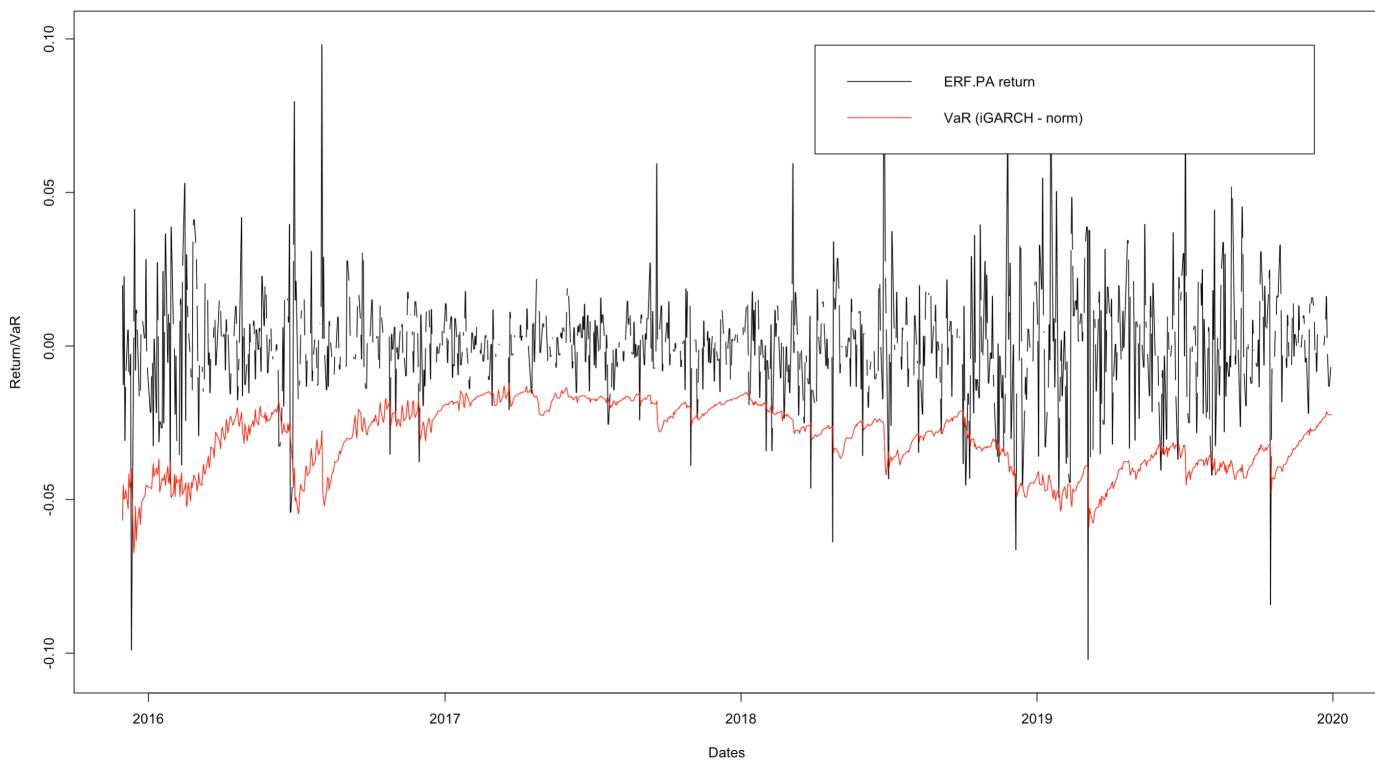
=====
alpha: 5%
Expected Exceed: 52.2
Actual VaR Exceed: 53
Actual %: 5.1%
$expected.exceed
[1] 52
$actual.exceed
[1] 53
$H1
[1] "Mean of Excess Violations of VaR is greater than zero"
$boot.p.value
[1] 0.2286862

Unconditional Coverage (Kupiec)
Null-Hypothesis: Correct Exceedances
LR.uc Statistic: 0.013
LR.uc Critical: 3.841
LR.uc p-value: 0.91
Reject Null: NO
$p.value
[1] 0.2205419

Conditional Coverage (Christoffersen)
Null-Hypothesis: Correct Exceedances and
                  Independence of Failures
LR.cc Statistic: 1.807
LR.cc Critical: 5.991
LR.cc p-value: 0.405
Reject Null: NO
$Decision
[1] "Fail to Reject H0"

```

95% 1 day VaR Backtesting model iGARCH norm



## ARCHM(1,1) - Normal distribution

```

*-----*
*      GARCH Model Fit      *
*-----*

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model : sGARCH(1,1)
Mean Model   : ARFIMA(2,0,2)
Distribution  : norm

Optimal Parameters
-----
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu    0.001505  0.000517  2.9109 0.003604
ar1   -0.951931  0.246911 -3.8554 0.000116
ar2   -0.350079  0.191580 -1.8273 0.067650
ma1    0.993737  0.235515  4.2194 0.000024
ma2    0.431720  0.181794  2.3748 0.017560
omega   0.000087  0.000029  3.0323 0.002427
alpha1  0.138370  0.032983  4.1952 0.000027
beta1   0.660060  0.091308  7.2290 0.000000

Robust Standard Errors:
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu    0.001505  0.000490  3.0744 0.002109
ar1   -0.951931  0.273380 -3.4821 0.000498
ar2   -0.350079  0.140890 -2.4848 0.012963
ma1    0.993737  0.264077  3.7631 0.000168
ma2    0.431720  0.131645  3.2794 0.001040
omega   0.000087  0.000049  1.7800 0.075070
alpha1  0.138370  0.052817  2.6198 0.008798
beta1   0.660060  0.157501  4.1908 0.000028

LogLikelihood : 3768.073

Information Criteria
-----
Akaike      -4.9802
Bayes       -4.9520
Shibata     -4.9803
Hannan-Quinn -4.9697

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Residuals
-----
statistic p-value
Lag[1]      0.003453 0.9531
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][11] 2.960702 1.0000
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][19] 5.340669 0.9893
d.o.f=4
H0 : No serial correlation

Weighted Ljung-Box Test on Standardized Squared Residuals
-----
statistic p-value
Lag[1]      0.6008 0.4383
Lag[2*(p+q)+(p+q)-1][5] 4.4833 0.1996
Lag[4*(p+q)+(p+q)-1][9] 6.1732 0.2788
d.o.f=2

Weighted ARCH LM Tests
-----
Statistic Shape Scale P-Value
ARCH Lag[3]  2.000 0.500 2.000 0.1573
ARCH Lag[5]  3.151 1.440 1.667 0.2686
ARCH Lag[7]  3.743 2.315 1.543 0.3852

Nyblom stability test
-----
Joint Statistic: 1.3339
Individual Statistics:
mu    0.09958
ar1   0.05517
ar2   0.19288
ma1   0.05190
ma2   0.18171
omega 0.24412
alpha1 0.35137
beta1 0.29087

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic:      1.89 2.11 2.59
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test
-----
      t-value prob sig
Sign Bias      0.79148 0.4288
Negative Sign Bias 0.63570 0.5251
Positive Sign Bias 0.04262 0.9660
Joint Effect     0.87602 0.8312

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
-----
group statistic p-value(g-1)
1   20      60.54   3.174e-06
2   30      71.34   1.985e-05
3   40      79.72   1.294e-04
4   50      84.04   1.360e-03

Elapsed time : 0.3468368
$
```

```

VaR Backtest Report
=====
Model: sGARCH-norm
Backtest Length: 1044
Data:

=====
alpha: 5%
Expected Exceed: 52.2
Actual VaR Exceed: 49
Actual %: 4.7%

Unconditional Coverage (Kupiec)
Null-Hypothesis: Correct Exceedances
LR.uc Statistic: 0.211
LR.uc Critical: 3.841
LR.uc p-value: 0.646
Reject Null: NO

Conditional Coverage (Christoffersen)
Null-Hypothesis: Correct Exceedances and
                  Independence of Failures
LR.cc Statistic: 0.256
LR.cc Critical: 5.991
LR.cc p-value: 0.88
Reject Null: NO

$expected.exceed
[1] 52

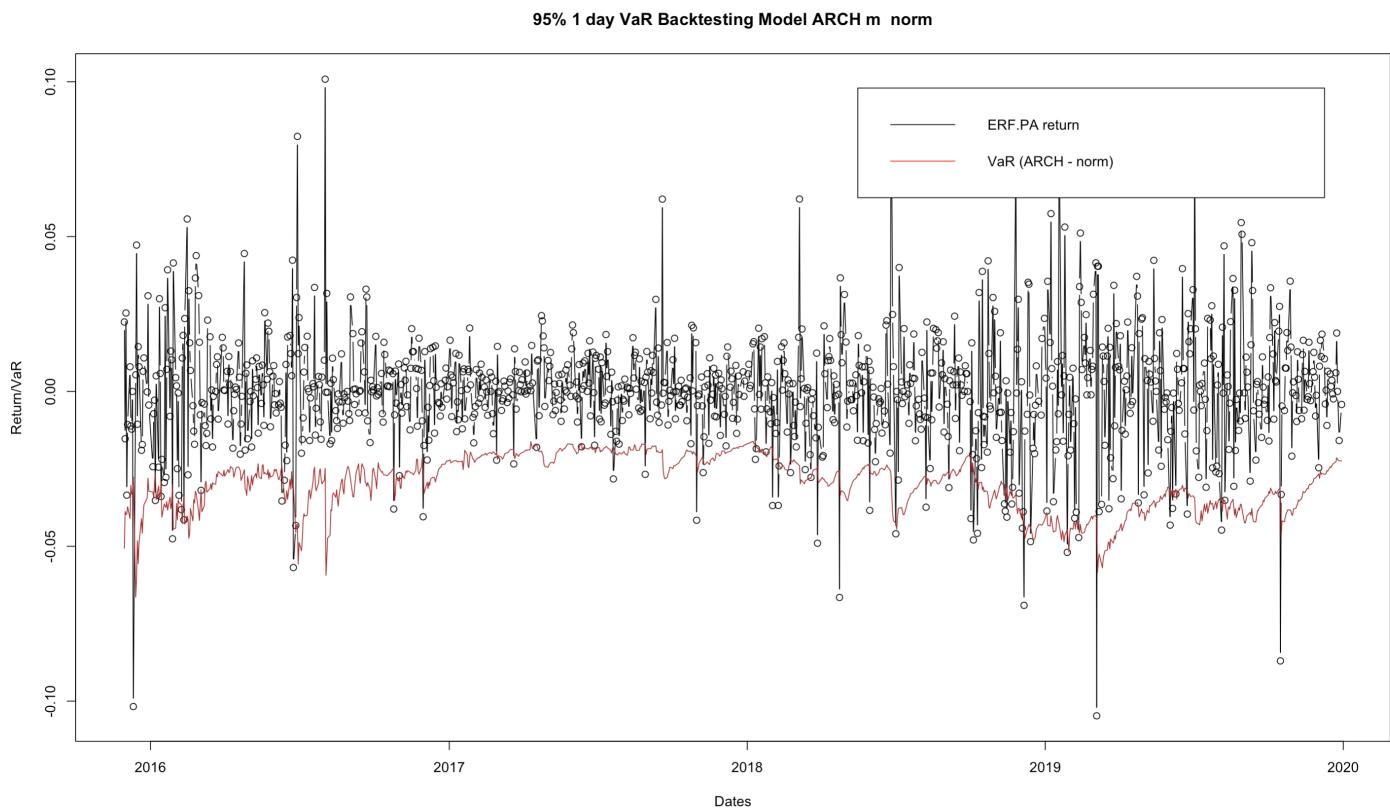
$actual.exceed
[1] 49

$H1
[1] "Mean of Excess Violations of VaR is greater than zero"

$boot.p.value
[1] 0.2074189

$p.value
[1] 0.206645

$Decision
[1] "Fail to Reject H0"
$
```



## GARCH(1,1) Normal distribution

```

Conditional Variance Dynamics
-----
GARCH Model      : sGARCH(1,1)
Mean Model       : ARFIMA(1,0,1)
Distribution     : norm

Optimal Parameters
-----
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu    0.001501  0.000509  2.94756 0.003203
ar1   0.067804  0.315929  0.21462 0.830064
ma1  -0.036332  0.315584 -0.11513 0.908345
omega 0.000094  0.000028  3.33031 0.000867
alpha1 0.142623  0.033267  4.28717 0.000018
beta1  0.640945  0.089084  7.19482 0.000000

Robust Standard Errors:
      Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)
mu    0.001501  0.000486  3.08673 0.002024
ar1   0.067804  0.115487  0.58712 0.557124
ma1  -0.036332  0.118094 -0.30765 0.758345
omega 0.000094  0.000044  2.11804 0.034171
alpha1 0.142623  0.049594  2.87579 0.004030
beta1  0.640945  0.141200  4.53926 0.000006

LogLikelihood : 3763.215

Information Criteria
-----
Akaike      -4.9764
Bayes       -4.9553
Shibata     -4.9765
Hannan-Quinn -4.9686

Asymptotic Critical Values (10% 5% 1%)
Joint Statistic:      1.49 1.68 2.12
Individual Statistic: 0.35 0.47 0.75

Sign Bias Test
-----
      t-value prob sig
Sign Bias      1.0294 0.3035
Negative Sign Bias 0.7989 0.4245
Positive Sign Bias 0.1441 0.8855
Joint Effect    1.2470 0.7418

Adjusted Pearson Goodness-of-Fit Test:
-----
      group statistic p-value(g-1)
1    20      61.34  2.373e-06
2    30      77.54  2.642e-06
3    40      83.54  4.409e-05
4    50      98.74  3.328e-05

```

Elapsed time : 0.2453251

```

VaR Backtest Report
=====
Model: sGARCH-norm
Backtest Length: 1044
Data:

=====
alpha: 5%
Expected Exceed: 52.2
Actual VaR Exceed: 51
Actual %: 4.9%

Unconditional Coverage (Kupiec)
Null-Hypothesis: Correct Exceedances
LR.uc Statistic: 0.029
LR.uc Critical: 3.841
LR.uc p-value: 0.864
Reject Null: NO

Conditional Coverage (Christoffersen)
Null-Hypothesis: Correct Exceedances and
                           Independence of Failures
LR.cc Statistic: 0.894
LR.cc Critical: 5.991
LR.cc p-value: 0.64
Reject Null: NO

$expected.exceed
[1] 52

$actual.exceed
[1] 51

$H1
[1] "Mean of Excess Violations of VaR is greater than zero"

$boot.p.value
[1] 0.3190424

$p.value
[1] 0.296031

$Decision
[1] "Fail to Reject H0"

```

