ABSTRACT

DAWN, WILLIAM C. Sodium Cooled Fast Reactor Simulations with the Finite Element Method. (Under the direction of Scott P. Palmtag and David J. Kropaczek.)

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetuer id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis.

Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetuer.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sodium Cooled Fast Reactor Simulations with the Finite Element Method

by
William C. Dawn

A thesis submitted to the Graduate Faculty of
North Carolina State University
in partial fulfillment of the
requirements for the Degree of
Master of Science

Nuclear Engineering

Raleigh, North Carolina

2018

APPROVED BY:

Joseph M. Doster	Zhilin Li
Scott P. Palmtag Co-chair of Advisory Committee	David J. Kropaczek Co-chair of Advisory Committee

DEDICATION

To the future of clean energy.

BIOGRAPHY

The author was born in a small town …

ACKNOWLEDGEMENTS

I would like to thank my advisor for his help.

TABLE OF CONTENTS

LIST OF TABLES

LIST OF FIGURES

CHAPTER 1

INTRODUCTION

Let's start with a few paragraph basics, here is how to make **bold**, and *italics*, and *emphasized*. Let's say you need to cite something in your references, simply type `\cite{key}`, which produces [ER35]. Some other references are [GVL96] and [LK74]. Some LaTeX compilers require a second compilation for citations and references to be sorted and matched properly in the resulting document.

Here is a quotation:

> Alice, Bob and Carol are boring. Who would even want to know their secret?

Let's say we need to make a list, try this on for size

1. NCSU is great
2. I like NCSU
3. I really hope I can find a job when I graduate!

1.1 Math enviroments

1.1.1 Equations

There are many different ways to write equations, for example we could put $a^2 + b^2 = c^2$ directly into a sentence. Or we could use the equation enviroment and do

$$a^2 + b^2 = c^2. \tag{1.1}$$

And from here we can later reference it by simply doing typing `\ref{label}`, which gives 1.1. However, defining and using equation and figure reference macros will ensure that the equation references are consistent, instead of having Eq. (1), Equation 3, Eqn 4 scattered through the thesis. This template file defines `\eref` and `\fref` for this purpose. You can modify the macros to your liking in the `YourName-thesis.tex` file. For example, the command `\eref{label}` gives Eq. 1.1.

If you don't need to reference an equation you may simply do this

$$a^2 + b^2 = c^2.$$

For Greek letters you must go to the math enviroments, for example α, β, and γ. Let's look at equations that cover multiple lines, none of these equations may be true or mean anything, but so that the reader can get some ideas. In addition I will use some other useful notations like subscripts, superscripts, fractions, etc. One important item of note is that one uses the "ampersand" symbol to line up equations (also look at how I used quotations).

$$\begin{aligned}
\gamma_1 &= \alpha^\beta + \psi_0 \frac{\psi_1}{\psi_2 + \psi_3} \qquad (1.2) \\
&= \beta_1 + \beta_2 + \ldots + \beta_k \\
&\rightarrow E(\gamma_2) \qquad (1.3)
\end{aligned}$$

Alternatively, one can specify a slightly different enviroment if none of the equations need to be numbered. Remember that if you are planning on referring to them later on, you must use a "label" statement.

$$\begin{aligned}
\gamma_1 &= n^{-1/2} \sum_{i=1}^{n} \left[h(X_i, \beta_0) - E\{h(X_i, \beta_0)\} \right] \\
&\rightarrow \hat{q} \pm \frac{\partial \gamma_2}{\partial \beta}.
\end{aligned}$$

Lastly there may be times in which you want to use a non-italicized word your formula, such as an indicator function that may look like this $\mathrm{I}\{\mu_i(1,\beta) > \mu_i(0,\beta)\}$, if so just use the "mbox" statement.

You could use a multiline equation for long equations. The environment is `multline`. Insert `\\` for line breaks.

$$\dot{} \cdot \vec{\nabla}\psi(\vec{r},\dot{},E)+\Sigma_t(\vec{r},E)\psi(\vec{r},\dot{},E)=$$

$$\int_{4\pi} d\dot{}' \int_0^\infty dE' \, \Sigma_s(\vec{r},\dot{}' \to \dot{},E' \to E)\psi(\vec{r},\dot{}',E')+Q(\vec{r},\dot{},E),$$

we operate with $\int_0^\infty (\cdot)\, dE$ to obtain

$$\dot{} \cdot \vec{\nabla}\tilde{\psi}(\vec{r},\dot{})+\Sigma_t(\vec{r})\tilde{\psi}(\vec{r},\dot{})=$$

$$\int_{4\pi} d\dot{}' \int_0^\infty dE' \, \psi(\vec{r},\dot{}',E')\left[\int_0^\infty dE\, \Sigma_s(\vec{r},\dot{}' \to \dot{},E' \to E)\right]+\tilde{Q}(\vec{r},\dot{}),$$

CHAPTER 2

FINITE ELEMENT NEUTRON DIFFUSION

2.1 Introduction

For typical nuclear reactor applications, diffusion theory well approximates the neutron distribution within the reactor. The neutron diffusion equation is a second order partial differential equation in space and energy.

$$\nabla\cdot(D(\mathbf{r},E)\nabla\phi(\mathbf{r},E))+\Sigma_r(\mathbf{r},E)\phi(\mathbf{r},E)=\frac{\chi(\mathbf{r},E)}{k_{eff}}\int_0^\infty \Sigma_f(\mathbf{r},E')\phi(\mathbf{r},E')\,dE'+\int_0^\infty \Sigma_s(\mathbf{r},E'\to E)\phi(\mathbf{r},E')\,dE' \tag{2.1}$$

2.2 Formulation

2.2.1 Derivation

2.2.2 Matrix Quantities

2.2.2.1 Linear Triangles

2.2.2.2 Linear Wedges

2.3 Implementation

2.4 Reference Results

2.4.1 Triangular Element Manufactured Solutions

2.4.1.1 One Dimension, One-Group, Fixed Source

2.4.1.2 One Dimension, One-Group, Criticality

2.4.1.3 One Dimension, Two-Group, Criticality

2.4.1.4 One Dimension, One-Group, Two-Region, Criticality

2.4.1.5 Two Dimension, One-Group, Criticality

2.4.2 Two Dimension Reactors

2.4.2.1 VVER440

2.4.2.2 SNR

2.4.2.3 HWR

2.4.2.4 IAEA

2.4.3 Wedge Element Manufactured Solution Finite Cylinder

2.4.4 Three Dimension Reactors

2.4.4.1 MONJU

2.4.4.2 KNK

CHAPTER 3

THERMAL HYDRAULICS

3.1 Axial Convection Model

3.2 Radial Conduction Model

3.2.1 Derivation

3.2.2 Relations

3.3 Cross Section Treatment

3.4 Results

CHAPTER 4

THERMAL EXPANSION

4.1 Necessity of Modeling

4.2 Model Details

4.3 Implementation

4.4 Results

CHAPTER 5

CONCLUSIONS

5.1 Results Discussion

5.2 Code Enhancements

5.3 Further Investigations

BIBLIOGRAPHY

[ER35] Einstein, A. & Rosen, N. “The particle problem in the general theory of relativity”. *Physical Review* **48**.1 (1935), pp. 73–77.

[GVL96] Golub, G. & Van Loan, C. *Matrix computations*. Johns Hopkins Univ Pr, 1996.

[LK74] Larsen, E. & Keller, J. “Asymptotic solution of neutron transport problems for small mean free paths”. *Journal of Mathematical Physics* **15** (1974), p. 75.

APPENDIX

APPENDIX A

LOREM IPSUM

A.1 A First Section

A.1.0.0.1 Filler Text

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. Ut purus elit, vestibulum ut, placerat ac, adipiscing vitae, felis. Curabitur dictum gravida mauris. Nam arcu libero, nonummy eget, consectetuer id, vulputate a, magna. Donec vehicula augue eu neque. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Mauris ut leo. Cras viverra metus rhoncus sem. Nulla et lectus vestibulum urna fringilla ultrices. Phasellus eu tellus sit amet tortor gravida placerat. Integer sapien est, iaculis in, pretium quis, viverra ac, nunc. Praesent eget sem vel leo ultrices bibendum. Aenean faucibus. Morbi dolor nulla, malesuada eu, pulvinar at, mollis ac, nulla. Curabitur auctor semper nulla. Donec varius orci eget risus. Duis nibh mi, congue eu, accumsan eleifend, sagittis quis, diam. Duis eget orci sit amet orci dignissim rutrum.

Nam dui ligula, fringilla a, euismod sodales, sollicitudin vel, wisi. Morbi auctor lorem non justo. Nam lacus libero, pretium at, lobortis vitae, ultricies et, tellus. Donec aliquet, tortor sed accumsan bibendum, erat ligula aliquet magna, vitae ornare odio metus a mi. Morbi ac orci et nisl hendrerit mollis. Suspendisse ut massa. Cras nec ante. Pellentesque a nulla. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Aliquam tincidunt urna. Nulla ullamcorper vestibulum turpis. Pellentesque cursus luctus mauris.

Nulla malesuada porttitor diam. Donec felis erat, congue non, volutpat at, tincidunt tristique, libero. Vivamus viverra fermentum felis. Donec nonummy pellentesque ante. Phasellus adipiscing semper elit. Proin fermentum massa ac quam. Sed diam turpis, molestie vitae, placerat a, molestie nec, leo. Maecenas lacinia. Nam ipsum ligula, eleifend at, accumsan nec, suscipit a, ipsum. Morbi blandit ligula feugiat magna. Nunc eleifend consequat lorem. Sed lacinia nulla vitae enim. Pellentesque tincidunt purus vel magna. Integer non enim. Praesent euismod nunc eu purus. Donec bibendum quam in tellus. Nullam cursus pulvinar lectus. Donec et mi. Nam vulputate metus eu enim. Vestibulum pellentesque felis eu massa.

Quisque ullamcorper placerat ipsum. Cras nibh. Morbi vel justo vitae lacus tincidunt ultrices. Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit. In hac habitasse platea dictumst. Integer tempus convallis augue. Etiam facilisis. Nunc elementum fermentum wisi. Aenean placerat. Ut imperdiet, enim sed gravida sollicitudin, felis odio placerat quam, ac pulvinar elit purus eget enim. Nunc vitae tortor. Proin tempus nibh sit amet nisl. Vivamus quis tortor vitae risus porta vehicula.

Fusce mauris. Vestibulum luctus nibh at lectus. Sed bibendum, nulla a faucibus semper, leo velit ultricies tellus, ac venenatis arcu wisi vel nisl. Vestibulum diam. Aliquam pellentesque, augue quis sagittis posuere, turpis lacus congue quam, in hendrerit risus eros eget felis. Maecenas eget erat in sapien mattis porttitor. Vestibulum porttitor. Nulla facilisi. Sed a turpis eu lacus commodo facilisis. Morbi fringilla, wisi in dignissim interdum, justo lectus sagittis dui, et vehicula libero dui cursus dui. Mauris tempor ligula sed lacus. Duis cursus enim ut augue. Cras ac magna. Cras nulla. Nulla egestas. Curabitur a leo. Quisque egestas wisi eget nunc. Nam feugiat lacus vel est. Curabitur consectetuer.

Suspendisse vel felis. Ut lorem lorem, interdum eu, tincidunt sit amet, laoreet vitae, arcu. Aenean faucibus pede eu ante. Praesent enim elit, rutrum at, molestie non, nonummy vel, nisl. Ut lectus eros, malesuada sit amet, fermentum eu, sodales cursus, magna. Donec eu purus. Quisque vehicula, urna sed ultricies auctor, pede lorem egestas dui, et convallis elit erat sed nulla. Donec luctus. Curabitur et nunc. Aliquam dolor odio, commodo pretium, ultricies non, pharetra in, velit. Integer arcu est, nonummy in, fermentum faucibus, egestas vel, odio.

Sed commodo posuere pede. Mauris ut est. Ut quis purus. Sed ac odio. Sed vehicula hendrerit sem. Duis non odio. Morbi ut dui. Sed accumsan risus eget odio. In hac habitasse platea dictumst. Pellentesque non elit. Fusce sed justo eu urna porta tincidunt. Mauris felis odio, sollicitudin sed, volutpat a, ornare ac, erat. Morbi quis dolor. Donec pellentesque, erat ac sagittis semper, nunc dui lobortis purus, quis congue purus metus ultricies tellus. Proin et quam. Class aptent taciti sociosqu ad litora torquent per conubia nostra, per inceptos hymenaeos. Praesent sapien turpis, fermentum vel, eleifend faucibus, vehicula eu, lacus.

Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Donec odio elit, dictum in, hendrerit sit amet, egestas sed, leo. Praesent feugiat sapien aliquet odio. Integer vitae justo. Aliquam vestibulum fringilla lorem. Sed neque lectus, consectetuer at,

Table A.1 A table in the appendix.

System	Author
TEX	Donald Knuth
LATEX	Leslie Lamport

consectetuer sed, eleifend ac, lectus. Nulla facilisi. Pellentesque eget lectus. Proin eu metus. Sed porttitor. In hac habitasse platea dictumst. Suspendisse eu lectus. Ut mi mi, lacinia sit amet, placerat et, mollis vitae, dui. Sed ante tellus, tristique ut, iaculis eu, malesuada ac, dui. Mauris nibh leo, facilisis non, adipiscing quis, ultrices a, dui.

Morbi luctus, wisi viverra faucibus pretium, nibh est placerat odio, nec commodo wisi enim eget quam. Quisque libero justo, consectetuer a, feugiat vitae, porttitor eu, libero. Suspendisse sed mauris vitae elit sollicitudin malesuada. Maecenas ultricies eros sit amet ante. Ut venenatis velit. Maecenas sed mi eget dui varius euismod. Phasellus aliquet volutpat odio. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Pellentesque sit amet pede ac sem eleifend consectetuer. Nullam elementum, urna vel imperdiet sodales, elit ipsum pharetra ligula, ac pretium ante justo a nulla. Curabitur tristique arcu eu metus. Vestibulum lectus. Proin mauris. Proin eu nunc eu urna hendrerit faucibus. Aliquam auctor, pede consequat laoreet varius, eros tellus scelerisque quam, pellentesque hendrerit ipsum dolor sed augue. Nulla nec lacus.

Suspendisse vitae elit. Aliquam arcu neque, ornare in, ullamcorper quis, commodo eu, libero. Fusce sagittis erat at erat tristique mollis. Maecenas sapien libero, molestie et, lobortis in, sodales eget, dui. Morbi ultrices rutrum lorem. Nam elementum ullamcorper leo. Morbi dui. Aliquam sagittis. Nunc placerat. Pellentesque tristique sodales est. Maecenas imperdiet lacinia velit. Cras non urna. Morbi eros pede, suscipit ac, varius vel, egestas non, eros. Praesent malesuada, diam id pretium elementum, eros sem dictum tortor, vel consectetuer odio sem sed wisi.

A.2 A Second Section

Etiam ac leo a risus tristique nonummy. Donec dignissim tincidunt nulla. Vestibulum rhoncus molestie odio. Sed lobortis, justo et pretium lobortis, mauris turpis condimentum augue, nec ultricies nibh arcu pretium enim. Nunc purus neque, placerat id, imperdiet sed, pellentesque nec, nisl. Vestibulum imperdiet neque non sem accumsan laoreet. In hac habitasse platea dictumst. Etiam condimentum facilisis libero. Suspendisse in elit quis nisl aliquam dapibus. Pellentesque auctor sapien. Sed egestas sapien nec lectus. Pellentesque vel dui vel neque bibendum viverra. Aliquam porttitor nisl nec pede. Proin mattis libero vel turpis. Donec rutrum mauris et libero. Proin euismod porta felis. Nam lobortis, metus quis elementum commodo, nunc lectus elementum mauris, eget vulputate ligula tellus eu neque. Vivamus eu dolor.

Nulla in ipsum. Praesent eros nulla, congue vitae, euismod ut, commodo a, wisi. Pellentesque habitant morbi tristique senectus et netus et malesuada fames ac turpis egestas. Aenean nonummy magna non leo. Sed felis erat, ullamcorper in, dictum non, ultricies ut, lectus. Proin vel arcu a odio lobortis euismod. Vestibulum ante ipsum primis in faucibus orci luctus et ultrices posuere cubilia Curae; Proin ut est. Aliquam odio. Pellentesque massa turpis, cursus eu, euismod nec, tempor congue, nulla. Duis viverra gravida mauris. Cras tincidunt. Curabitur eros ligula, varius ut, pulvinar in, cursus faucibus, augue.