Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н. Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ «Информатика и системы управления»

КАФЕДРА «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

ОТЧЁТ

По лабораторной работе № 1

По курсу: «Планирование эксперимента»

Тема: «Имитационная модель одноканальной СМО»

Вариант: 4

Студент: Керимов А. Ш.

Группа: ИУ7-84Б

Преподаватель: Куров А. В.

2021 г.

1 Задание

Разработать имитационную модель функционирования СМО.

СМО представляет собой одноканальную разомкнутую систему (один генератор заявок и один обслуживающий аппарат). Буфер имеет бесконечную емкость.

Закон поступления (генерации заявок) и закон распределения времени обслуживания заявок задается в таблице 1 и выбирается в соответствии с номером в списке группы.

Таблица 1 — Законы распределений

№ варианта	**Первый закон**	**Второй закон**
4	Равномерный	Вейбулла

В качестве исходных данных пользователь задает интенсивность поступления заявок и интенсивность обслуживания заявок. Программа должна выводить расчетную загрузку системы и фактическую, полученную по результатам моделирования. Пользователь должен иметь возможность задавать время моделирования.

Если параметры законов распределения отличны от интенсивности, то предусмотреть ввод интенсивностей с дальнейшим пересчетом в программе этих величин в параметры закона. В случае двухпараметрических законов пользователь задает интенсивность и ее разброс (среднеквадратическое отклонение).

Построить график зависимости выходного параметра (ср. время ожидания (пребывания) в зависимости от загрузки системы).

Предусмотреть наращивание системы путем добавления новых генераторов и обслуживающих аппаратов.

2 Теоретическая часть

Коэффициент загрузки одноканальной СМО и среднее время ожидания определяются формулами:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu}, \qquad \overline{t_{\text{ож}}} = \frac{\rho}{(1-\rho)\lambda} \tag{1}$$

где λ — интенсивность входящего потока заявок, μ — интенсивность обслуживания.

Интервалы времени между приходом заявок распределены по равномерному закону $(X \sim R(a, b))$:

$$f_X(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{b-a}, & x \in [a, b] \\ 0, & x \notin [a, b] \end{cases}. \tag{2}$$

Математическое ожидание и дисперсия равномерного распределения:

$$\mu_R = \frac{a+b}{2}, \qquad \sigma_R^2 = \frac{(b-a)^2}{12}, \tag{3}$$

отсюда

$$\begin{aligned} a &= \mu_R - \sqrt{3}\sigma_R, \\ b &= \mu_R + \sqrt{3}\sigma_R. \end{aligned} \tag{4}$$

Времена обслуживания заявок распределены по закону Вейбулла $(X \sim W(k, \lambda))$:

$$f_X(x) = \begin{cases} \dfrac{k}{\lambda}\left(\dfrac{x}{\lambda}\right)^{k-1} e^{-\left(\frac{x}{\lambda}\right)^k}, & x \geqslant 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases}. \tag{5}$$

Для избежания путаницы, в дальнейшем интенсивности будут помечаться штрихом: λ', μ'.

Математическое ожидание и дисперсия распределения Вейбуллы:

$$\mu_W = \lambda\Gamma\left(1 + \frac{1}{k}\right), \qquad \sigma_W^2 = \lambda^2\Gamma\left(1 + \frac{2}{k}\right) - \mu_W^2. \tag{6}$$

Коэффициенты распределения Вейбулла не могут быть выражены в элементарных функциях из формулы (6). Однако можно воспользоваться аппроксимацией:

$$
\begin{aligned}
k &= \left(\frac{\sigma_W}{\mu_W}\right)^{-1{,}086}, \\
\lambda &= \frac{\mu_W}{\Gamma\left(1+\frac{1}{k}\right)}.
\end{aligned}
\tag{7}
$$

Интенсивность — величина, обратная математическому ожиданию:

$$
\begin{aligned}
\lambda' &= \frac{1}{\mu_R}, \\
\mu' &= \frac{1}{\mu_W}.
\end{aligned}
\tag{8}
$$

3 Реализация

На рисунке 1 представлен интерфейс программы.

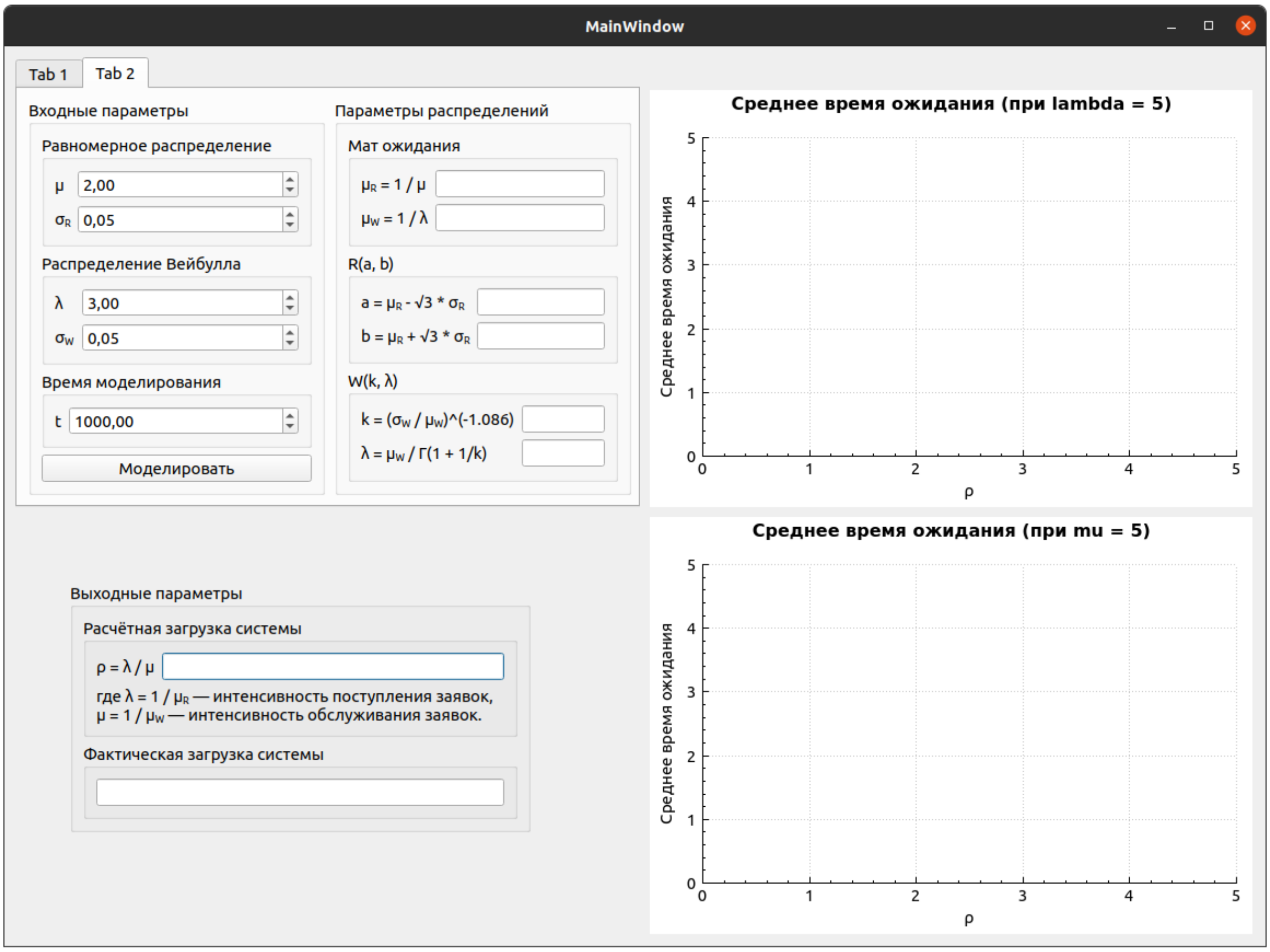

Рисунок 1 — Интерфейс программы

4 Моделирование

Результат работы программы представлен на рисунке 2.

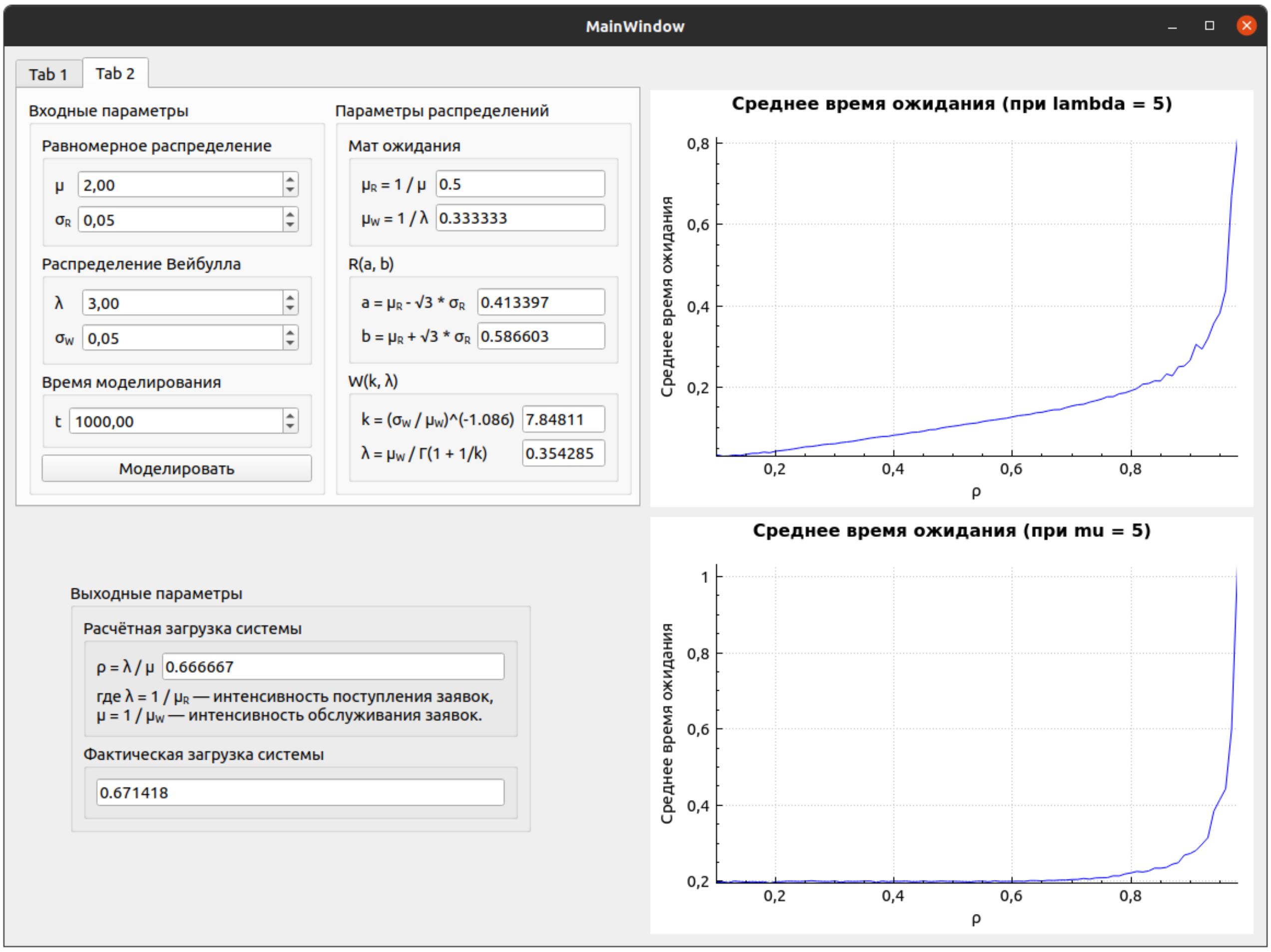

Рисунок 2 — Результат работы программы

5 Выводы

В ходе выполнения лабораторной работы была разработана и программно реализована имитационная модель функционирования одноканальной СМО.

Результаты моделирования подтверждают теоретические расчёты: фактическая загрузка системы и среднее время ожидания приближаются к своим аналитическим формулам (1). При стремлении коэффициента загрузки к единице, среднее время ожидания резко возрастает и стремится к бесконечности.