



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Московский государственный технический университет
имени Н. Э. Баумана
(национальный исследовательский университет)»
(МГТУ им. Н. Э. Баумана)

ФАКУЛЬТЕТ

«Информатика и системы управления»

КАФЕДРА

«Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

ОТЧЁТ

По лабораторной работе № 5

По курсу: «Моделирование»

Тема: «Исследование математической модели на основе технологии
вычислительного эксперимента»

Студент: Керимов А. Ш.

Группа: ИУ7-64Б

Оценка (баллы): _____

Преподаватель: Градов В. М.

Москва

2020

Цель работы. Получение навыков проведения исследований компьютерной математической модели, построенной на квазилинейном уравнении параболического типа.

Исследование проводится с помощью программы, созданной в лабораторной работе № 4.

Исходные данные

1. Значения параметров (все размерности согласованы)

$$\begin{aligned}k(T) &= a_1(b_1 + c_1 T^{m_1}) && \text{Вт/см К}, \\c(T) &= a_2 + b_2 T^{m_2} - \frac{c_2}{T_2} && \text{Дж/см}^3 \text{ К}.\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}a_1 &= 0,0134, & b_1 &= 1, & c_1 &= 4,35 \cdot 10^{-4}, & m_1 &= 1, \\a_2 &= 2,049, & b_2 &= 0,563 \cdot 10^{-3}, & c_2 &= 0,528 \cdot 10^5, & m_2 &= 1.\end{aligned}$$

$$\alpha(x) = \frac{c}{x - d},$$

$$\alpha_0 = 0,05 \quad \text{Вт/см}^2 \text{ К},$$

$$\alpha_N = 0,01 \quad \text{Вт/см}^2 \text{ К},$$

$$l = 10 \quad \text{см},$$

$$T_0 = 300 \quad \text{К},$$

$$R = 0,5 \quad \text{см}.$$

2. Поток тепла

$$F(t) = \frac{F_{\max}}{t_{\max}} \cdot t \cdot \exp\left(1 - \frac{t}{t_{\max}}\right),$$

где F_{\max} — амплитуда импульса потока, t_{\max} — время достижения амплитуды.

Результаты работы

1. Провести исследование по выбору оптимальных шагов по времени τ и пространству h . Шаги должны быть максимально большими при сохранении устойчивости разностной схемы и заданной точности расчета.

Оценим точность расчёта, уменьшая шаги и наблюдая сходимость решений, как это делалось в [ЛР1](#).

	1	0.1	0.01	0.001
13	328.623	313.595	307.341	306.811
13.1	328.957	313.879	307.523	306.982
13.2	329.29	314.165	307.706	307.154
13.3	329.622	314.452	307.891	307.328
13.4	329.954	314.742	308.078	307.503
13.5	330.285	315.032	308.266	307.68
13.6	330.615	315.325	308.456	307.859
13.7	330.944	315.618	308.647	308.039
13.8	331.272	315.914	308.84	308.221
13.9	331.599	316.21	309.035	308.404
14	331.925	316.508	309.231	308.589
14.1	332.251	316.807	309.428	308.775
14.2	332.575	317.108	309.627	308.962
14.3	332.898	317.409	309.827	309.151
14.4	333.22	317.712	310.029	309.341
14.5	333.54	318.016	310.232	309.532
14.6	333.86	318.32	310.436	309.725
14.7	334.178	318.626	310.641	309.918
14.8	334.495	318.932	310.848	310.113
14.9	334.811	319.24	311.055	310.309
15	335.125	319.548	311.264	310.506
15.1	335.439	319.857	311.474	310.705
15.2	335.75	320.166	311.685	310.904
15.3	336.061	320.476	311.897	311.104
15.4	336.369	320.787	312.11	311.305
15.5	336.677	321.098	312.323	311.507
15.6	336.983	321.41	312.538	311.71
15.7	337.287	321.722	312.754	311.914
15.8	337.59	322.035	312.97	312.119
15.9	337.891	322.348	313.187	312.325
16	338.191	322.661	313.405	312.531
16.1	338.489	322.975	313.624	312.738
16.2	338.786	323.288	313.843	312.945
16.3	339.08	323.602	314.063	313.154
16.4	339.374	323.916	314.284	313.363
16.5	339.665	324.23	314.505	313.572
16.6	339.955	324.544	314.727	313.782
16.7	340.243	324.858	314.949	313.993
16.8	340.529	325.172	315.172	314.204
16.9	340.813	325.485	315.395	314.416
17	341.096	325.799	315.618	314.628
17.1	341.377	326.112	315.842	314.84
17.2	341.655	326.425	316.066	315.053

	1	0.1	0.01	0.001
0	675.931	490.599	408.606	409.545
0.01	661.972	477.232	394.099	394.929
0.02	648.497	464.661	381.334	382.062
0.03	635.489	452.864	370.129	370.763
0.04	622.934	441.81	360.317	360.865
0.05	610.818	431.47	351.747	352.217
0.06	599.126	421.809	344.279	344.679
0.07	587.845	412.793	337.788	338.126
0.08	576.962	404.387	332.162	332.443
0.09	566.463	396.555	327.296	327.528
0.1	556.337	389.264	323.101	323.289
0.11	546.571	382.481	319.493	319.644
0.12	537.153	376.174	316.4	316.518
0.13	528.072	370.312	313.755	313.846
0.14	519.316	364.868	311.501	311.568
0.15	510.876	359.814	309.586	309.634
0.16	502.74	355.124	307.964	307.995
0.17	494.898	350.774	306.595	306.613
0.18	487.341	346.742	305.443	305.45
0.19	480.059	343.006	304.477	304.476
0.2	473.043	339.546	303.67	303.663
0.21	466.283	336.343	302.998	302.987
0.22	459.771	333.38	302.44	302.426
0.23	453.499	330.641	301.98	301.963
0.24	447.458	328.109	301.6	301.583
0.25	441.64	325.771	301.289	301.271
0.26	436.038	323.612	301.034	301.017
0.27	430.645	321.621	300.827	300.81
0.28	425.452	319.784	300.659	300.643
0.29	420.454	318.092	300.523	300.509
0.3	415.643	316.534	300.414	300.4
0.31	411.012	315.099	300.326	300.314
0.32	406.556	313.78	300.256	300.245
0.33	402.269	312.567	300.2	300.191
0.34	398.143	311.453	300.156	300.148
0.35	394.175	310.431	300.121	300.114
0.36	390.357	309.493	300.094	300.088
0.37	386.685	308.633	300.072	300.067
0.38	383.154	307.845	300.056	300.051
0.39	379.757	307.124	300.043	300.039
0.4	376.492	306.465	300.032	300.029
0.41	373.352	305.862	300.025	300.022
0.42	370.334	305.311	300.019	300.017

	1	0.1	0.01	0.001
0	334.013	311.112	312.345	312.47
0.01	332.296	309.616	310.7	310.81
0.02	330.652	308.303	309.25	309.345
0.03	329.079	307.152	307.974	308.057
0.04	327.575	306.147	306.855	306.927
0.05	326.138	305.27	305.877	305.939
0.06	324.765	304.509	305.024	305.076
0.07	323.454	303.848	304.282	304.326
0.08	322.202	303.277	303.639	303.676
0.09	321.009	302.784	303.083	303.114
0.1	319.871	302.36	302.604	302.629
0.11	318.787	301.996	302.193	302.213
0.12	317.754	301.684	301.841	301.856
0.13	316.771	301.418	301.54	301.552
0.14	315.835	301.192	301.285	301.294
0.15	314.946	300.999	301.068	301.074
0.16	314.1	300.836	300.885	300.889
0.17	313.297	300.698	300.731	300.733
0.18	312.534	300.582	300.601	300.603
0.19	311.811	300.484	300.493	300.494
0.2	311.124	300.401	300.403	300.403
0.21	310.473	300.333	300.329	300.328
0.22	309.856	300.275	300.267	300.265
0.23	309.272	300.227	300.216	300.214
0.24	308.719	300.187	300.174	300.172
0.25	308.196	300.154	300.14	300.138
0.26	307.701	300.126	300.112	300.11
0.27	307.233	300.103	300.089	300.087
0.28	306.791	300.085	300.071	300.069
0.29	306.374	300.069	300.056	300.055
0.3	305.98	300.056	300.044	300.043
0.31	305.608	300.046	300.035	300.034
0.32	305.257	300.037	300.027	300.026
0.33	304.927	300.03	300.021	300.02
0.34	304.616	300.024	300.017	300.016
0.35	304.323	300.02	300.013	300.012
0.36	304.047	300.016	300.01	300.009
0.37	303.787	300.013	300.008	300.007
0.38	303.543	300.01	300.006	300.005
0.39	303.313	300.008	300.004	300.004
0.4	303.097	300.007	300.003	300.003
0.41	302.895	300.005	300.003	300.002
0.42	302.704	300.004	300.002	300.002

Рис. 1: Шаг в пространстве (слева), по времени при $t_{\max} = 10$ (в центре), $t_{\max} = 100$ (справа)

В первой таблице указаны температуры на расстоянии 1 см от времени, указанном в первой колонке, в зависимости от шага по пространству, указанного в первой строке. Во второй и третьей таблицах указаны температуры спустя секунду на расстоянии, указанном в первом столбце, в зависимости от шага по времени, указанного в первой строке.

Видно, что при следующим за 0,01 шагом значения практически совпадают, следовательно, оптимальный шаг по пространству — $h = 0,01$.

Аналогично, оптимальный шаг по времени при $t_{\max} = 10$ — $\tau = 0,01$, при $t_{\max} = 100$ — $\tau = 0,1$. Видно, что оптимальный шаг зависит от времени достижения амплитуды t_{\max} , приближённо можно считать, что на 3 порядка её меньше.

Рассмотрим влияние на результат амплитуды импульса и времени её достижения (рисунки 2–4). Очевидно, что с ростом F_{\max} возрастает максимальная температура стержня, а при изменении t_{\max} меняется время достижения точки с максимальной температурой.

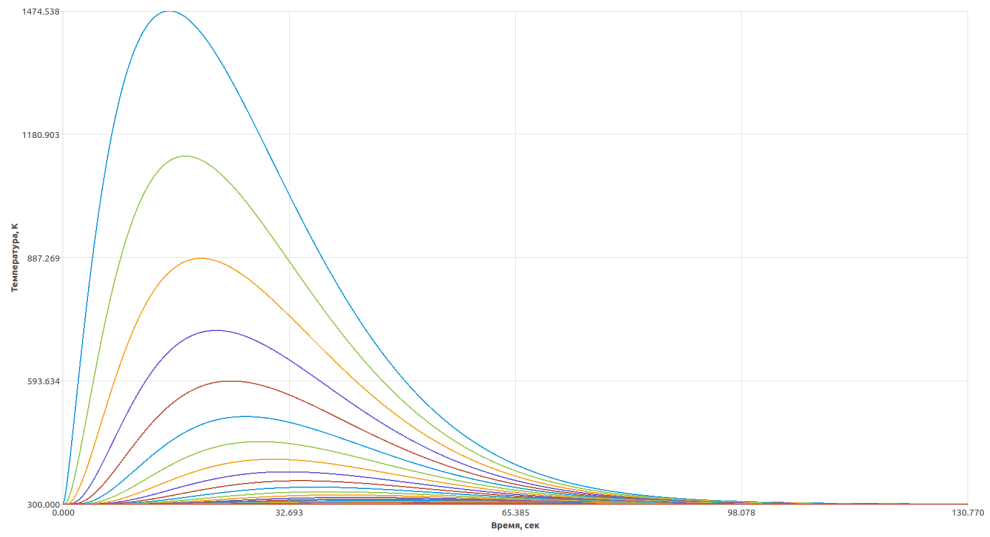


Рис. 2: График (x_n, t) при $F_{\max} = 100$, $t_{\max} = 10$

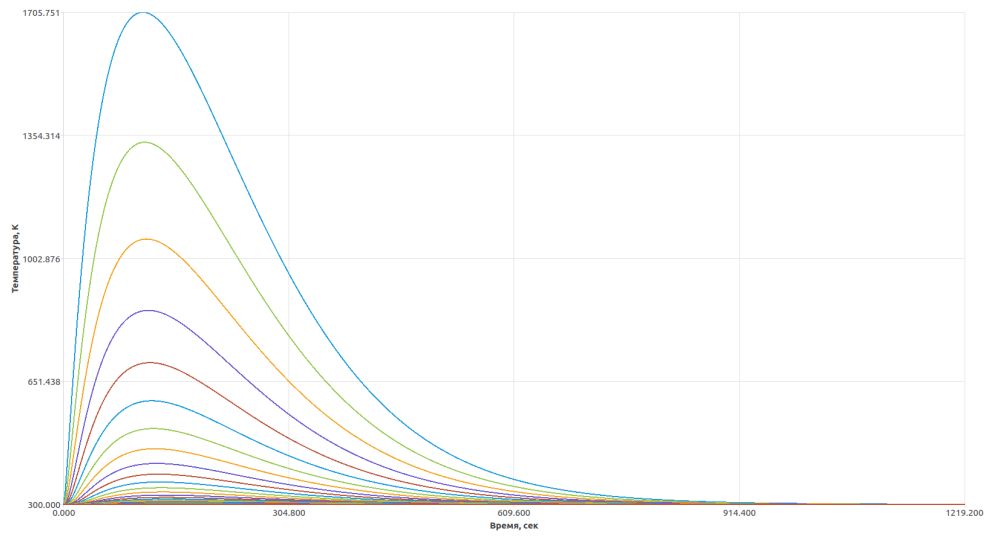


Рис. 3: График $T(x_n, t)$ при $F_{\max} = 100$, $t_{\max} = 100$

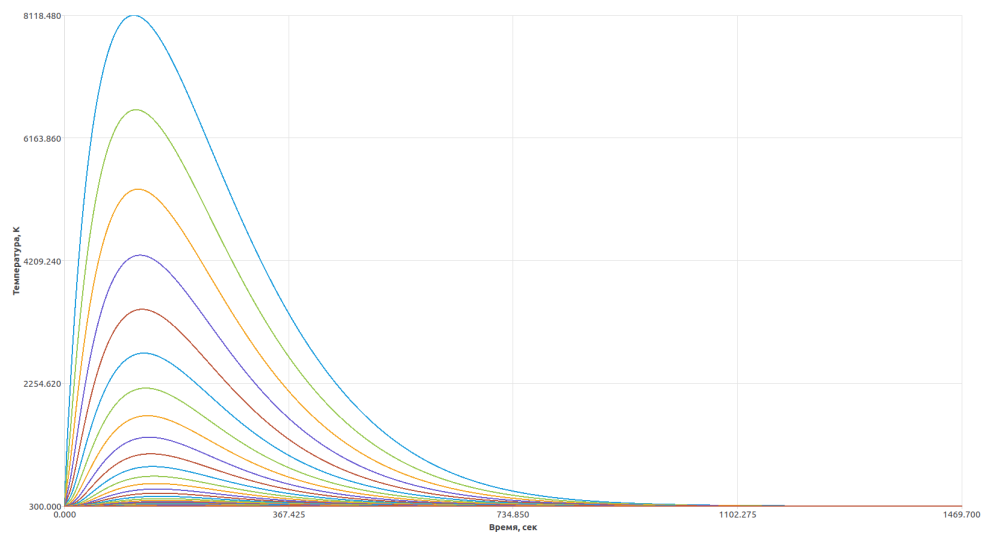


Рис. 4: График $T(x_n, t)$ при $F_{\max} = 1000$, $t_{\max} = 100$

2. График зависимости температуры $T(0, t)$ при 3–4 значениях параметров a_2 и/или b_2 теплоемкости.

$$\begin{aligned} a_{20} &= 2,049, & a_{21} &= 5, & a_{22} &= 10, & a_{23} &= 15, \\ b_{20} &= 0,000564, & b_{21} &= 0,001, & b_{22} &= 0,01, & b_{23} &= 0,1. \end{aligned}$$

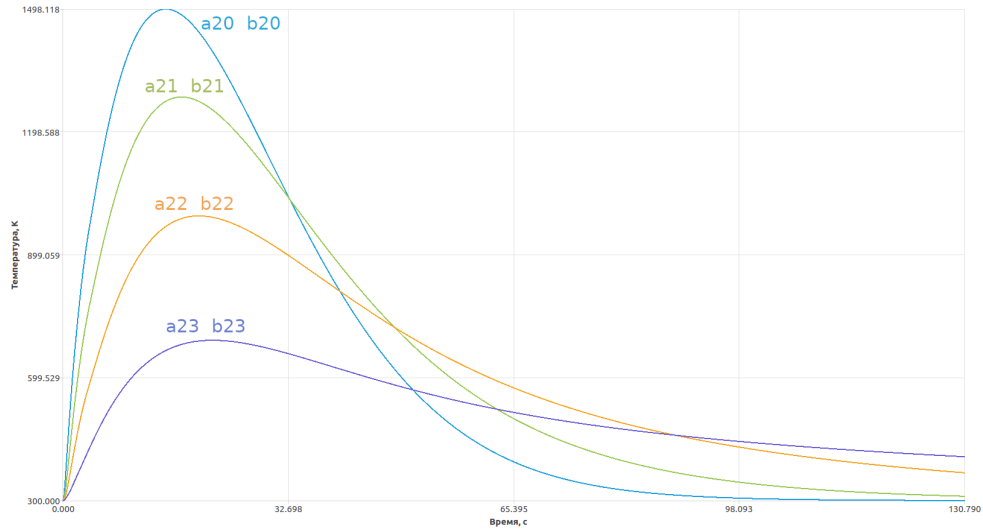


Рис. 5: График $T(0, t)$ при разных значениях a_2, b_2

С ростом теплоемкости темп нарастания температуры снижается.

3. График зависимости температуры $T(0, t)$ (т. е. при $x = 0$) в частотном режиме теплового нагружения. Импульсы следуют один за другим с заданной частотой ν (частота определяется количеством импульсов в 1 секунду).

На рисунках 6–9 видно, что при увеличении частоты размах колебаний температуры уменьшается вплоть до нуля, т. е. реализуется квазистационарный режим.

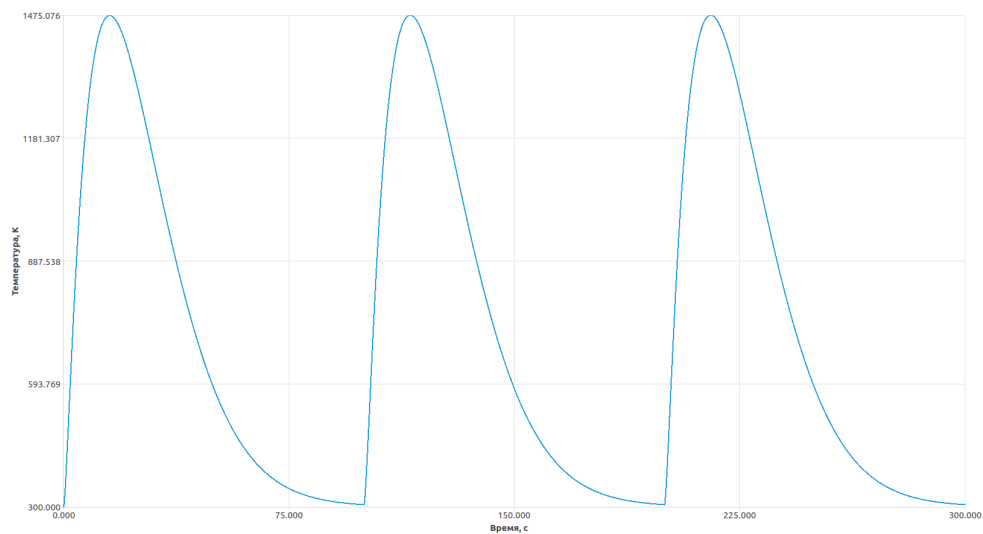


Рис. 6: Частота $\nu = 0,01$

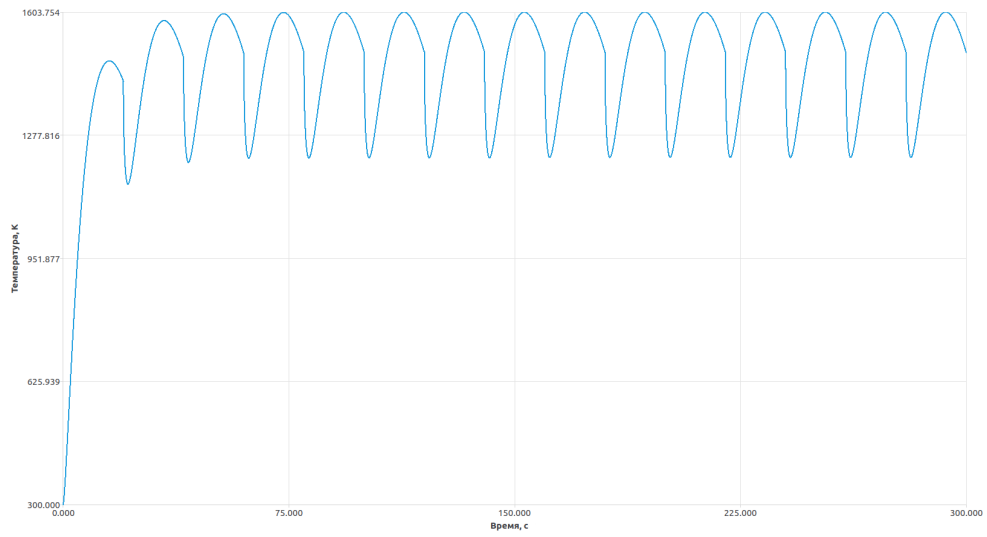


Рис. 7: Частота $\nu = 0,05$

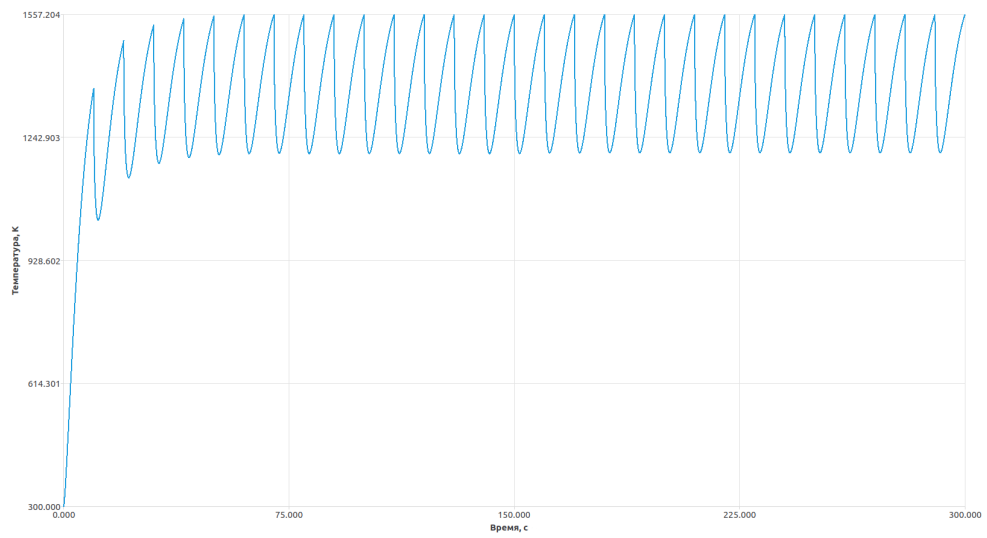


Рис. 8: Частота $\nu = 0,1$

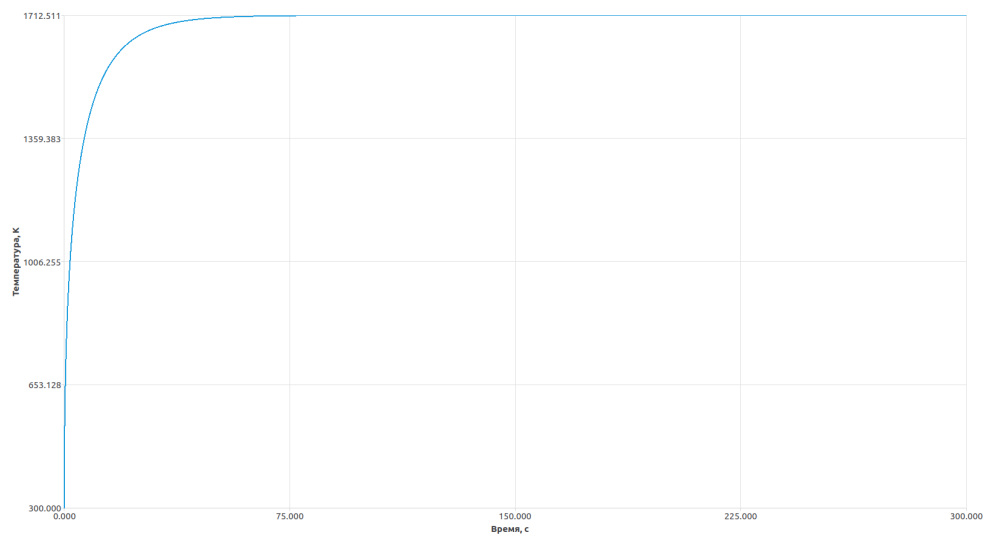


Рис. 9: Частота $\nu = 100$

Полученное температурное поле совпадает с результатом расчёта по программе из ЛРЗ при всех одинаковых параметрах модели. На рисунке 10 график, полученный программой из ЛРЗ, а на рисунке 11 — из текущей.

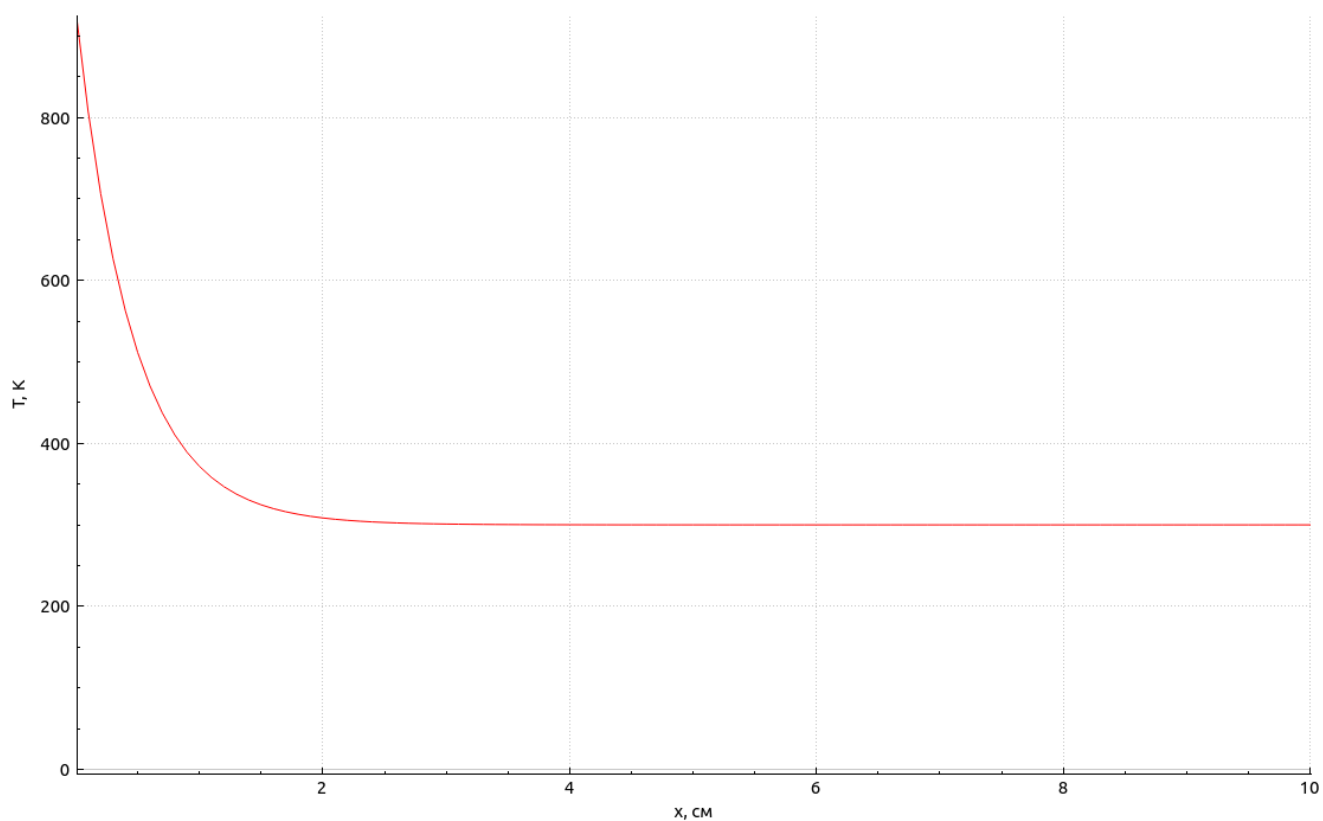


Рис. 10: График из ЛРЗ

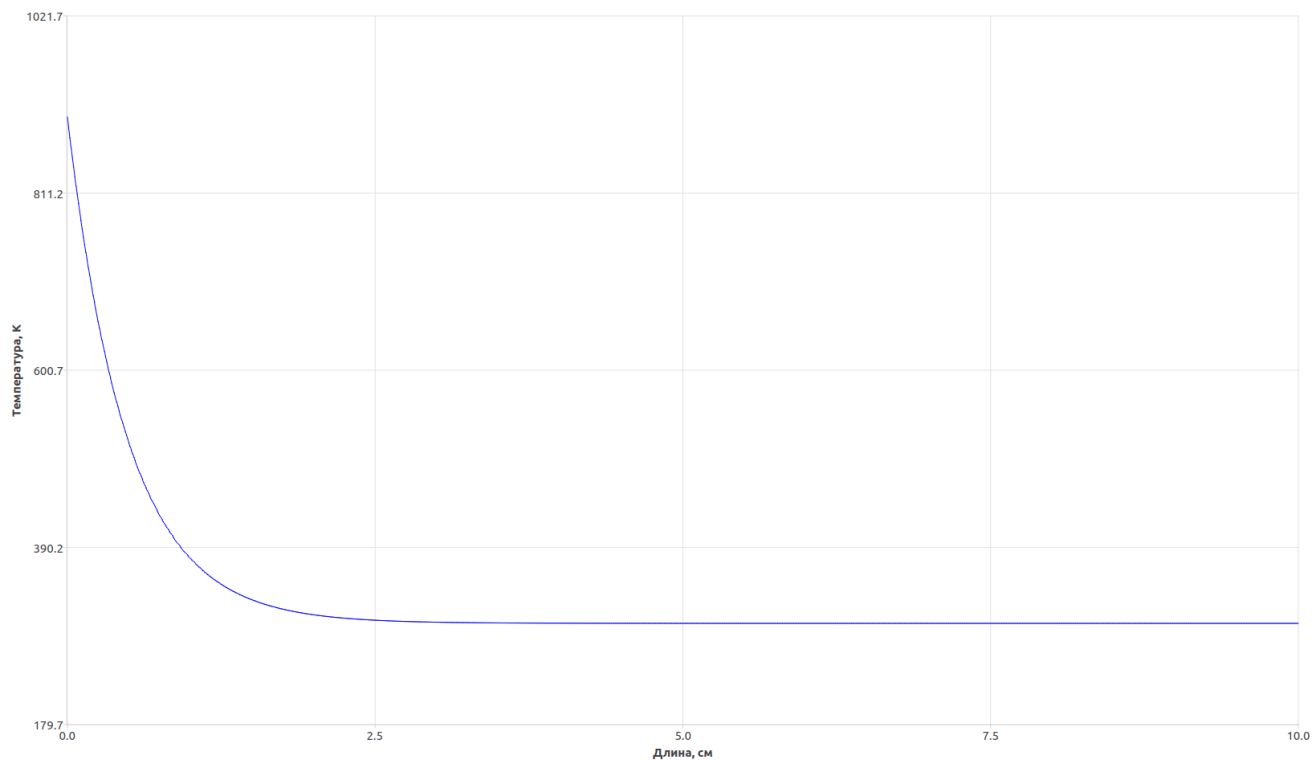


Рис. 11: График из текущей ЛР