



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Московский государственный технический университет  
имени Н. Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»  
(МГТУ им. Н. Э. Баумана)

---

ФАКУЛЬТЕТ    «Информатика, искусственный интеллект и системы управления»  
КАФЕДРА      «Программное обеспечение ЭВМ и информационные технологии»

**РАСЧЁТНО-ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА  
К ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЕ  
НА ТЕМУ:**  
**«Дискретно-лучевой метод моделирования световых полей в системах с неоднородными поглощающими и излучающими средами на основе параллельных вычислений»**

Студент ИУ7-42М

(Группа)

Керимов А. Ш.

(Фамилия И. О.)

Научный руководитель

(Подпись, дата)

Градов В. М.

(Фамилия И. О.)

Нормоконтролер

(Подпись, дата)

Мальцева Д. Ю.

(Фамилия И. О.)

2024 г.

## **РЕФЕРАТ**

Расчётно-пояснительная записка содержит 98 страниц, 4 части, 30 рисунков, 2 таблицы, 38 источника, 8 листингов и 2 приложения.

**Объектом исследования** являются математические модели систем с разрядными источниками мощного селективного излучения и реализующие эти модели программно-алгоритмические средства.

**Целью** является создание дискретно-лучевого метода и программно-алгоритмического комплекса с параллельной архитектурой для моделирования распространения радиации сложного дискретно-непрерывного состава в оптических системах с неоднородными поглощающими и излучающими средами.

### **Научная новизна**

- а) Разработан метод расчёта распространения излучения в системе плазма — активный элемент — плазма с учётом оптической неоднородности источника излучения и других поглощающе-излучающих элементов системы.
- б) Разработан метод нахождения распределения мощности поглощения излучения по объёму в плазме и других элементах, в ходе многократных проходов света в системе сред и поверхностей с учётом оптической неоднородности источника излучения и других поглощающе-излучающих элементов системы.
- в) Разработан параллельный алгоритм реализации метода, свободный от вероятностного розыгрыша пути луча на границах разделения сред.
- г) В рамках проведенного исследования на основе математического моделирования получены количественные данные по влиянию возврата излучения на характеристики разряда. Данные такого рода позволяют проводить оптимизацию электрических цепей и оценивать изменения, происходящие в спектрах излучения.

# СОДЕРЖАНИЕ

<b>РЕФЕРАТ</b>	<b>5</b>
<b>ПЕРЕЧЕНЬ СОКРАЩЕНИЙ И ОБОЗНАЧЕНИЙ</b>	<b>8</b>
<b>ВВЕДЕНИЕ</b>	<b>9</b>
<b>1 Аналитический раздел</b>	<b>12</b>
1.1 Предметная область . . . . .	12
1.2 Существующие методы моделирования световых систем . . . . .	15
1.2.1 Зональный метод . . . . .	15
1.2.2 Метод обобщённых угловых коэффициентов . . . . .	18
1.2.3 Метод дискретных ординат . . . . .	20
1.2.4 Диффузно-лучевой метод . . . . .	21
1.2.5 Сравнительный анализ существующих методов моделирования световых систем . . . . .	21
1.3 Формализация задачи . . . . .	23
<b>2 Конструкторский раздел</b>	<b>26</b>
2.1 Моделирование геометрии поверхностей сред . . . . .	26
2.2 Моделирование геометрии объёмного излучения . . . . .	26
2.3 Моделирование траектории луча . . . . .	29
2.4 Моделирование физических свойств неоднородных сред .	32
2.5 Дискретно-лучевой метод моделирования световых полей в неоднородных системах . . . . .	35
2.5.1 Инициализация моделируемой системы . . . . .	37
2.5.2 Моделирование объёмного излучения . . . . .	38
2.5.3 Расчёт начальной интенсивности лучей . . . . .	39
2.5.4 Параллельная трассировка лучей . . . . .	41
<b>3 Технологический раздел</b>	<b>45</b>

3.1	Выбор языка программирования . . . . .	45
3.2	Используемые технологии . . . . .	45
3.3	Структура ПО . . . . .	46
3.4	Интерфейс приложения . . . . .	48
3.5	Сборка ПО . . . . .	52
3.6	Модульное тестирование . . . . .	53
<b>4</b>	<b>Исследовательский раздел</b>	<b>56</b>
4.1	Сравнение с диффузно-лучевым методом . . . . .	56
4.2	Спектральная оптическая плотность плазмы . . . . .	58
4.3	Влияние коэффициента отражения . . . . .	60
4.4	Влияние распределения температуры . . . . .	61
4.5	Влияние количества лучей . . . . .	64
4.6	Влияние возврата излучения . . . . .	66
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b>		<b>70</b>
<b>СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ</b>		<b>72</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ А КОЭФФИЦИЕНТ ОПТИЧЕСКОГО ПОГЛОЩЕНИЯ КСЕНОНА</b>		<b>76</b>
<b>ПРИЛОЖЕНИЕ Б ПРЕЗЕНТАЦИЯ</b>		<b>79</b>

## **ПЕРЕЧЕНЬ СОКРАЩЕНИЙ И ОБОЗНАЧЕНИЙ**

ДДП — дуговый двухструйный плазмotron.

ЛТР — локальное термодинамическое равновесие.

МГД — магнитогидродинамический.

## **ВВЕДЕНИЕ**

**Объектом исследования** являются математические модели систем с разрядными источниками мощного селективного излучения и реализующие эти модели программно-алгоритмические средства. Указанные системы могут быть идентифицированы как системы, назначением и основой функционирования которых является интенсивное радиационное воздействие на материалы, среды и процессы. Речь идёт о системах накачки лазеров, различного типа облучательных установках, технологических процессах, базирующихся на фотохимическом и фотобиологическом действиях света, светотехнических устройствах самого широкого назначения и т. д. [1–3].

**Предмет исследования** — методы и параллельные алгоритмы расчёта распространения излучения дискретно-непрерывного спектрального состава в сложной системе поглощающе-излучающих сред и поверхностей с учётом их реальных оптических свойств и неоднородности распределения этих свойств по объёму элементов.

### **Актуальность работы**

В работе решается задача моделирования процессов в плазменном источнике селективного излучения, находящемся в составе некоторой осветительной системы, частично возвращающей излучение в плазму. Эта задача может рассматриваться как часть более общей проблемы моделирования систем, содержащих мощный источник излучения, элементы которых связаны единым радиационным полем. Поле генерируется разрядом в различных плазмообразующих средах и формируется многочисленными средами и поверхностями, предназначенными для эффективной передачи энергии приемнику. Проектирование, оптимизация, правильная эксплуатация столь сложных систем, понимание перспективности различных направлений научно-технического развития неизбежно выдвигает на передний план моделирование как основную методологическую базу научных исследований. Вычислительный экс-

перимент становится решающим способом получения новых данных о функционировании систем и прогнозирования их характеристик ещё до создания натурных образцов изделий.

Соответственно, в ведущих научных организациях нашей страны и за рубежом (Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, НПО «ГОИ им. С. И. Вавилова, Ливерморская национальная лаборатория им. Э. Лоуренса» и др.) разработаны и успешно эксплуатируются математические модели и реализующие их пакеты программ, позволяющие с той или иной степенью достоверности получать нужные характеристики обсуждаемых систем. Эти модели ориентированы на расчёты в основном систем накачки твердотельных лазеров, в первую очередь применяемых в установках лазерного термоядерного синтеза класса Mega Science.

В этих системах при массовых расчётах для плазмы источников накачки применяется модель изотермической однородной среды, а основное внимание сосредоточено на правильном учёте прохождения излучения в системе и поглощения его в активной среде. В то же время появление новых плазмообразующих сред и баз данных по оптическим свойствам для них, необходимость для ряда задач «тонкой» проработки самообращённых резонансных линий, проблематика повышения эффективности излучения широкополосных источников света в узких интервалах спектра за счёт нанесения на оболочку интерференционных покрытий остро ставит вопрос о более детальном моделировании процессов излучения и прохождения квантов через плазменные слои, имеющие сильно неоднородные по пространству разряда температурные поля и поля концентраций частиц. При этом во многом создание и реализация более совершенных моделей и методов, если учесть ещё и сложный характер спектра излучения дискретно-непрерывного состава с большим числом компонент, упирается в алгоритмическую сложность их реализации. В этой ситуации весьма актуальной становится задача создания

моделей, методов, алгоритмов и программ, позволяющих реалистично рассматривать взаимодействие плазменной среды с собственным радиационным полем сложного спектрального состава в условиях её существенной неоднородности. Массовость же применения методологии моделирования в задачах реального проектирования и тем более оптимизации новых образцов техники выдвигает достаточно жесткие требования к необходимым вычислительным ресурсам, что стимулирует интерес к разработке программно-математического обеспечения с параллельной архитектурой, доступного для использования на серийной компьютерной базе.

**Целью** выпускной квалификационной работы является создание дискретно-лучевого метода и программно-алгоритмического комплекса с параллельной архитектурой для моделирования распространения радиации сложного дискретно-непрерывного состава в оптических системах с неоднородными поглощающими и излучающими средами.

**Задачи:**

- а) провести анализ существующих методов моделирования осветительных систем;
- б) разработать дискретно-лучевой метод моделирования световых полей в неоднородных средах на основе параллельных вычислений;
- в) программно реализовать разработанный метод;
- г) провести исследования метода и модели, широкомасштабные численные эксперименты в предметной области.

# 1 Аналитический раздел

## 1.1 Предметная область

В работе рассматриваются технические устройства, состоящие из некоторого количества источников и приёмников излучения. Примерами таких устройств (рис. 1.1–1.2) служит [4–7]:

- различная осветительная, сигнальная техника;
- системы некогерентной оптической накачки;
- разнообразные излучательные имитаторы;
- волоконно-оптические нагревательные печи;
- фотонные импульсные генераторы;
- облучательные установки, МГД-генераторы и ДДП.

Последние предназначены для технологического использования фотобиологического, фотохимического, фотолюминесцентного, фотоэлектрического действий оптического излучения ультрафиолетового, видимого и инфракрасного спектральных диапазонов и отличаются особым многообразием как по конструкции, так и по функциональному назначению.

В общем случае такие системы имеют довольно сложную конфигурацию, состоящую из: отражателей самой разнообразной формы, различных сред, приёмников и источников излучения, а также полупроводниковых пластин, лакокрасочных покрытий, активной лазерной среды и др. В зависимости от длины волны излучения материалы перечисленных элементов по-разному проявляют свои физико-оптические свойства. На границах разделов сред могут происходить рассеивающее, зеркальное или смешанное отражение, преломление и поглощение. К тому же вся система находится в едином электромагнитном поле, а источниками излучения могут выступать несколько активных элементов.

Активные излучающие источники состоят из плазменной разрядной трубы и могут быть окружены газово-жидкостным охлаждающим слоем. В то же время оболочки трубок сами могут быть источниками

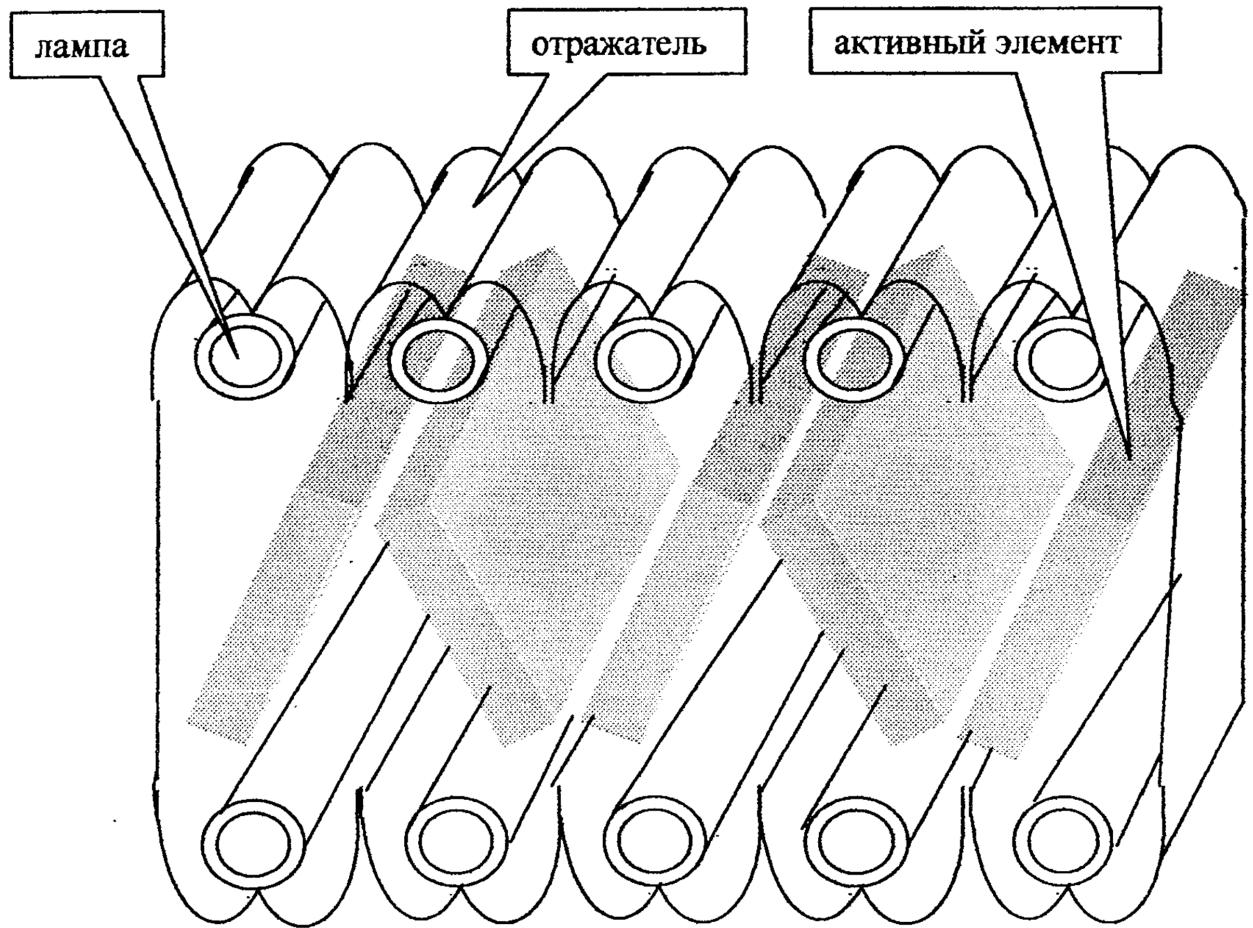


Рисунок 1.1 – Система накачки с дисковыми активными элементами

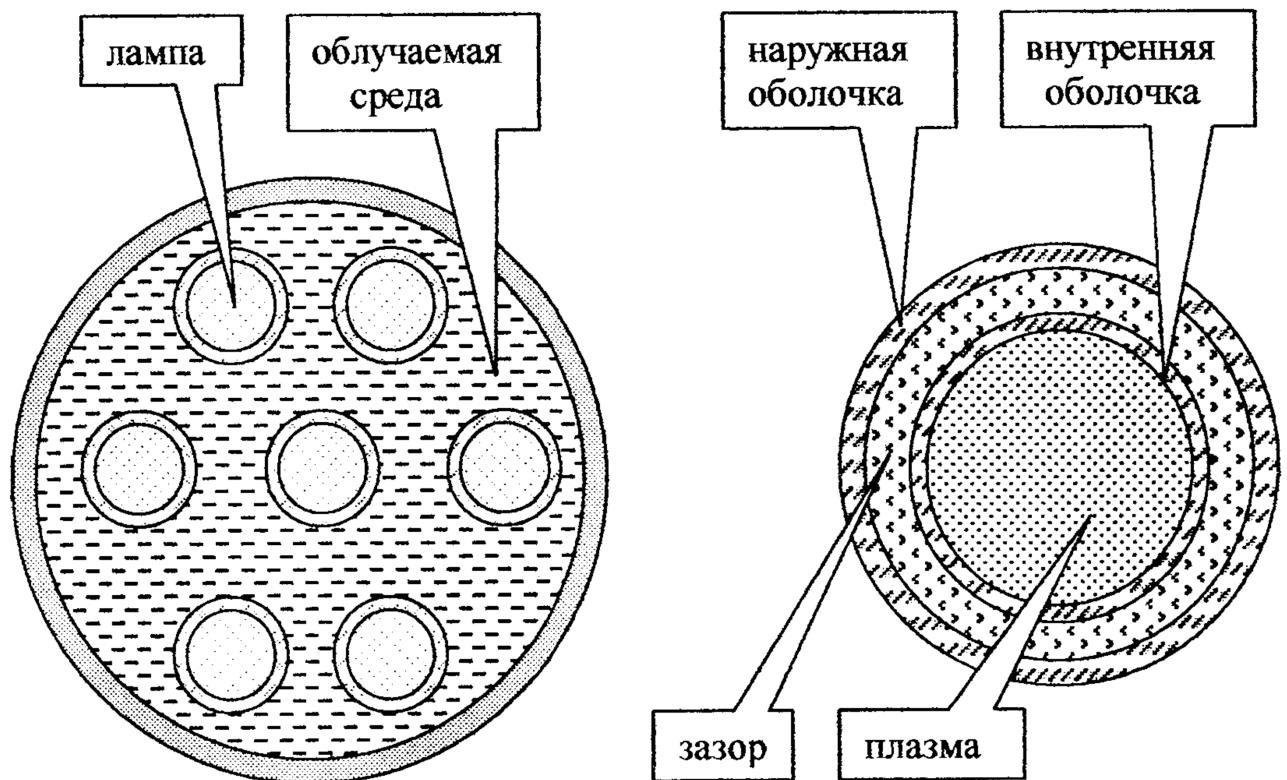


Рисунок 1.2 – Объёмная фотохимическая установка и лампа с системой излучающих оболочек

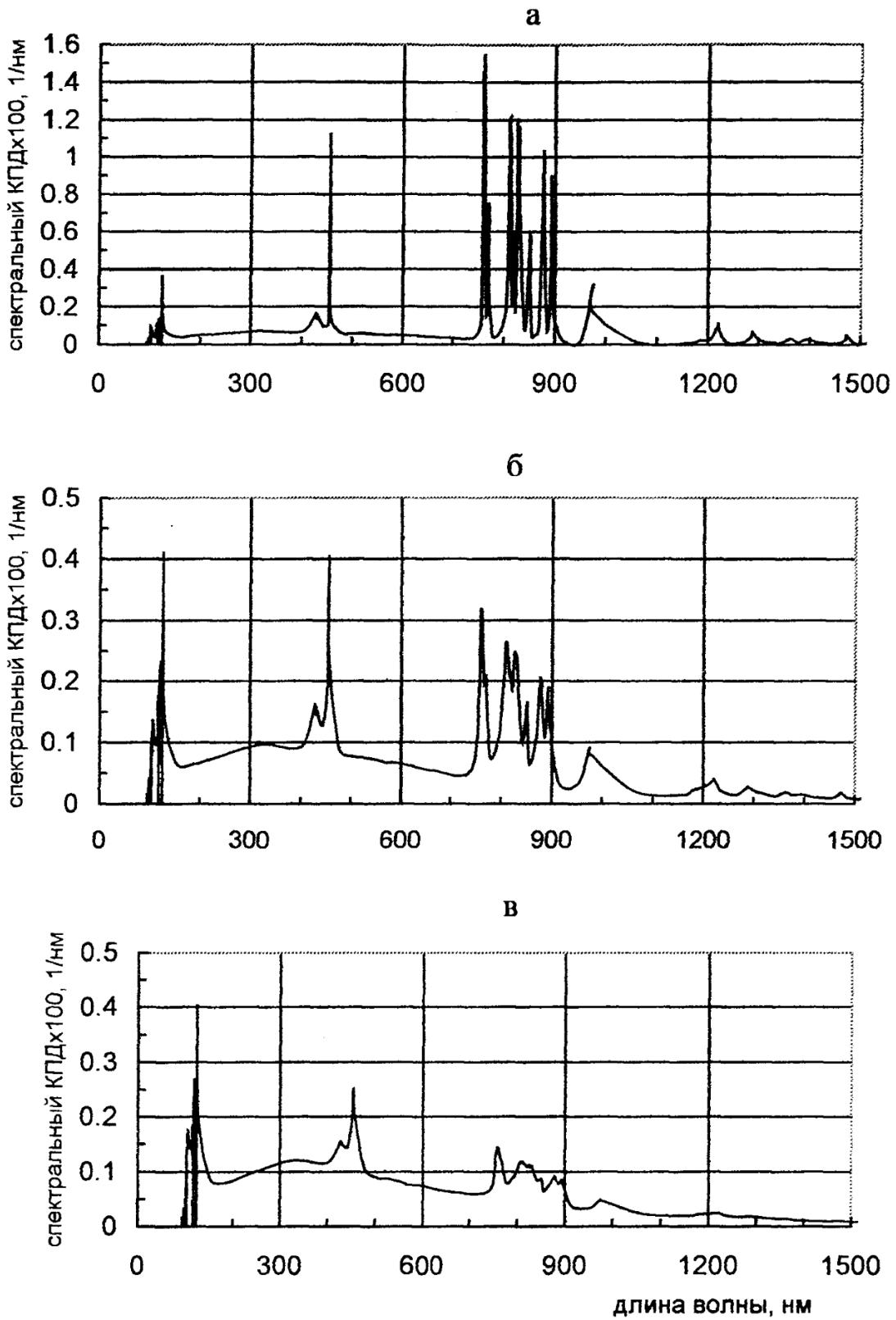


Рисунок 1.3 — Спектральное распределение КПД излучения разряда в криптоне. Внутренний радиус разрядной трубы  $R = 0,3$  см, рабочее давление в разряде  $p = 2,5$  МПа. а — ток  $I = 100$  А, средняя удельная электрическая мощность  $\langle w \rangle = 8,5$  кВт/см $^3$ , осевая температура плазмы  $T_0 = 9980$  К; б — ток  $I = 400$  А,  $\langle w \rangle = 62$  кВт/см $^3$   $T_0 = 11640$  К; в — ток  $I = 800$  А,  $\langle w \rangle = 170$  кВт/см $^3$   $T_0 = 12870$  К

электромагнитного излучения (рисунок 1.2). Поглощение оптического излучения происходит селективно и зависит от материала оболочки (поликор, лейкосапфир, кварц). В дополнении к этому само покрытие трубок может быть поглощающим или отражающим с задачей разного рода фильтрации спектральных компонент.

Режим работы излучателя определяется огромным количеством элементарных электромагнитных процессов, помимо этого зависит от конфигурации всей системы: геометрии, состава, давления и т. д. Результатирующие световое излучение меняется не только в зависимости от спектрального диапазона, но даже в пределах единичного импульса электрического разряда. В качестве примера на рисунке 1.3 изображена зависимость кривых спектральных излучений разряда криптона от температуры в плазме, силы и мощности электрического тока.

Таким образом, объектом исследования являются математические модели систем с разрядными источниками мощного селективного излучения и реализующие эти модели программно-алгоритмические средства. Указанные системы могут быть идентифицированы как системы, назначением и основой функционирования которых является интенсивное электромагнитное воздействие на материалы, среды и процессы. Речь идёт о системах накачки лазеров, различного типа облучательных установках, технологических процессах, базирующихся на фотохимическом и фотобиологическом действиях света, светотехнических устройствах самого широкого назначения и т. д.

## **1.2 Существующие методы моделирования световых систем**

### **1.2.1 Зональный метод**

В основе зонального метода лежит разбиение неизотермического газа и обрамляющего его оболочку на некоторое ограниченное количество малых объёмов и площадей, которые в свою очередь могут считаться практически изотермическими. Далее для каждого малого гео-

метрического участка моделируемой среды прописывается уравнение энергетического баланса. Полученная система нелинейных уравнений решается относительно тепловых потоков и температур различными численными методами.

Чисто математически метод не является элегантным, однако практическое приложение оказывается довольно полезным.

Вполне детализированное изложение метода присутствует в работе Хоттеля [8]. Он же [9] и независимо от него Эйнштейн [10, 11] воспользовались методом для моделирования трёхмерных световых термодинамических систем.

Преимущество зонального метода по сравнению, например, с методом Кертиса — Годсона, состоит в том, что рассматриваемый метод позволяет моделировать системы с неопределенным распределением температур в газообразной среде.

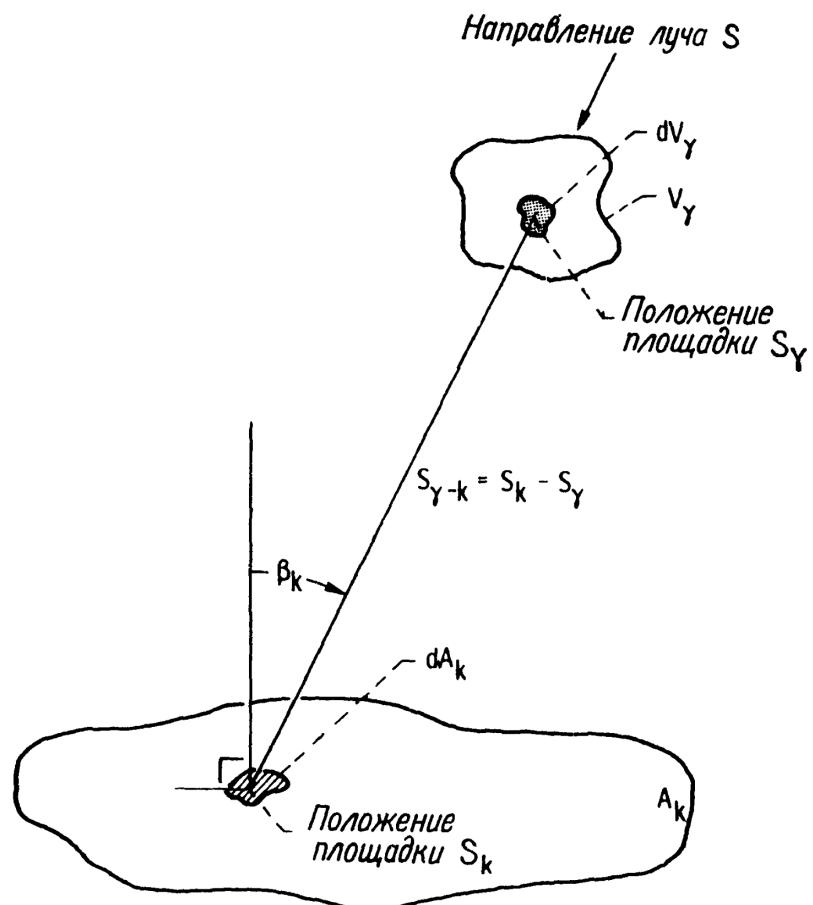


Рисунок 1.4 — Излучение от объёма газа  $V_\gamma$  к поверхности  $A_k$

Зональный метод заключается в решении систем уравнений теплового баланса, для условно изотермического объёма  $V_\gamma$  (рисунок 1.4) с постоянными свойствами, ограниченной поверхностью  $A_k$ , уравнение записывается в виде:

$$4a\sigma T_\gamma^4 V_\gamma = \sum_{\gamma^*=1}^{\Gamma} \sigma T_{\gamma^*}^4 \overline{g_{\gamma^*} g_\gamma} + \sum_{k=1}^N q_{0,k} \overline{g_\gamma s_k}, \quad (1.1)$$

где  $a$  — постоянный коэффициент поглощения газа;  $\Gamma$  — количество конечных объёмов, на которые разделён газ;  $N$  — количество конечных площадей, на которые разделена поверхность;  $\sigma$  — постоянная Стефана — Больцмана;  $T_\gamma$  — абсолютная температура газа  $\gamma$ ;  $q_{0,k}$  — плотность потока излучения, падающего на поверхность  $k$ ;  $\tau(S)$  — пропускательная способность площадки  $S$ ; взаимная поверхность обмена излучения между двумя газами  $\gamma^*$  и  $\gamma$ :

$$\overline{g_{\gamma^*} g_\gamma} \equiv \frac{a^2}{\pi} \int_{V_\gamma} \int_{V_{\gamma^*}} \frac{\tau(S_{\gamma^* - \gamma}) dV_{\gamma^*} dV_\gamma}{S_{\gamma^* - \gamma}^2}; \quad (1.2)$$

взаимная поверхность обмена излучения между газом  $\gamma$  и поверхностью  $k$ :

$$\overline{g_\gamma s_k} \equiv \frac{a}{\pi} \int_{V_\gamma} \int_{A_k} \frac{\cos \beta_k}{S_{\gamma - k}^2} \tau(S_{\gamma - k}) dA_k dV_\gamma. \quad (1.3)$$

Рассмотренный метод моделирования продолжил своё развитие в дальнейших работах Хоттеля [8, 9]. Спектральная зависимость свойств газообразной среды, к сожалению, не учитывается в оригинальном изложении метода, однако существует способ её предусмотрения приближённым способом за счёт введения так называемого среднего коэффициента поглощения между каждой зоной.

Для достижения лучшей точности моделирования при наличии внутренних термальных градиентов Эйнштейн уточнил коэффициенты

$\overline{gs}$  и  $\overline{gg}$  в работах [10, 11].

Приближённый зональный метод, в том числе и его модификации, не подходит для моделирования систем, в которых коэффициент оптического поглощения среды варьируется исходя из температуры.

### 1.2.2 Метод обобщённых угловых коэффициентов

В методе обобщённых угловых коэффициентов так же, как и в зональном методе, моделируются системы, состоящие из серого газа и абсолютно чёрной оболочки.

В основе моделирования — уравнение количества тепла, передаваемое от площадки  $F_i$  на площадку  $F_k$  в единицу времени:

$$Q_{ik} = (E_i - E_k)F_i\psi_{ik} \text{ [Вт]}, \quad (1.4)$$

где

- $E = 5,77 \cdot 10^{-8}T^4$  [Вт/м<sup>2</sup>] — плотность полусферического чёрного излучения;
- $T$  — абсолютная температура;
- $\psi_{ik}$  — отношение количества тепла, достигающего площадки  $F_k$ , к общему количеству тепла, излучаемому площадкой  $F_i$ .

Название «обобщённый угловой коэффициент» для  $\psi_{ik}$  впервые введено в работе Невского [12] благодаря тому, что коэффициент  $\psi_{ik}$  учитывает не только сугубо геометрические свойства моделируемой системы, но и поглощение излучения в среде.

В средах, прозрачных для лучистой энергии (так называемых диаметрических средах), выполняется тождественное равенство «обобщённого» и «обыкновенного» угловых коэффициентов:

$$\psi_{ik} = \varphi_{ik}. \quad (1.5)$$

При осуществлении обмена теплом между площадкой  $F_k$  и элементарной площадкой  $dF_i$ , локальное количество тепла определяется

соотношением:

$$dQ_{dik} = (E_i - E_k) \psi_{dik} dF_i, \quad (1.6)$$

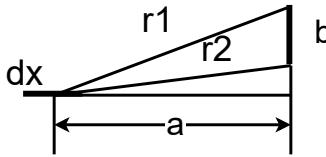
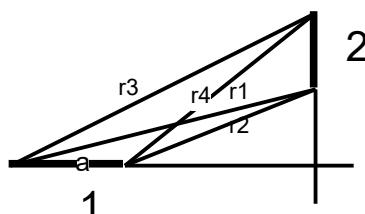
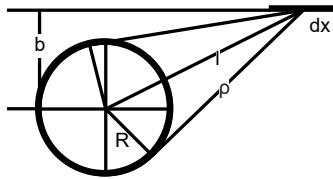
где  $\psi_{dik}$  — локальный обобщённый угловой коэффициент, который связан со средним обобщенным угловым коэффициентом  $\psi_{ik}$  уравнением:

$$\psi_{ik} = \frac{1}{F_i} \int_{F_i} \psi_{dik} dF_i. \quad (1.7)$$

Для световых систем, состоящих из неограниченно протяжённых цилиндрических излучателей, в работе [13] с приемлемой точностью были вычислены обобщённые угловые коэффициенты.

В качестве примера некоторые из результатов этой работы представлены в таблице 1.1. Входящие в формулы обобщённых угловых коэффициентов вспомогательные функции оптической плотности среды  $N_1$ ,  $N_2$  и  $S_1$  так же взяты из [13].

Таблица 1.1 — Формулы обобщённых угловых коэффициентов

Расчётная схема поперечного сечения системы	Формула обобщенного углового коэффициента	Формула обыкновенного углового коэффициента
	$\psi_{dx,b} = \frac{a}{2} \left[ \frac{N_1(kr_2)}{r_2} - \frac{N_1(kr_1)}{r_1} \right]$	$\varphi_{dx,b} = \frac{a}{2} \left( \frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right)$
	$\psi_{1,2} = \frac{1}{2ka} [N_2(kr_2) + N_2(kr_3) - N_2(kr_1) - N_2(kr_4)]$	$\varphi_{1,2} = \frac{1}{2a} (r_1 + r_4 - r_2 - r_3)$
	$\psi_{dx,l} = \frac{Rh}{\rho^2} \left[ \frac{\rho - R}{\rho} M(k\rho - kR) + \frac{R}{\rho} S_1(k\rho - kR) \right]$	$\varphi_{dx,l} = \frac{Rh}{\rho^2}$

Моделирование световых полей методом обобщённых угловых коэффициентов генерирует результаты приемлемой точности в том случае, если излучатель рассматривается как бесконечного протяжённый по какому-то определённому направлению.

Такому случаю на практике соответствуют лучистые системы с пре-небрежительно малыми фото-тепловыми эффектами на границах излучающего объёма цилиндра.

По своему принципу метод схож с зональным, поэтому обладает всё теми же недостатками.

### **1.2.3 Метод дискретных ординат**

Моделирование световых полей методом дискретных ординат и соответствующие ему приближённые численные методы решения уравнения теплового переноса широко используются в теплогидравлических и гидродинамических расчётах.

В основе метода дискретных ординат, в отличие от метода обобщённых угловых коэффициентов, лежит то, что угловое лучистое распределение фотонов оценивается в различных дискретных направлениях.

При рассмотрении исчерпывающего числа направлений метод дискретных ординат позволяет получить решение уравнение лучистого переноса энергии с любой желаемой точностью. Ограничениями в этом случае выступают лишь возможности электронно-вычислительных машин.

Моделирование реальных свето-излучающих систем методом дискретных ординат осуществляется за счёт многократного группового приближения дискретных переменных переноса энергии на соответствующей дискретной трёхмерной сетке. Следовательно, и пространственная переменная  $r$ , и направление  $\Omega$ , и энергия  $E$ , и угловые коэффициенты считаются дискретными.

Использование метода дискретных ординат сопряжено с рядом трудностей, которые, ожидаемо, не имеют единственного верного реше-

ния. К таким проблемам можно отнести:

- а) непосредственный выбор дискретных направлений;
- б) приближение интегральных членов по угловой переменной, представленных в уравнения теплового переноса;
- в) приближение производных по компонентам угла  $\Omega$  от пучка фотонов, представленных в уравнении теплового переноса в криволинейных системах координат.

#### **1.2.4 Диффузно-лучевой метод**

Диффузно-лучевой метод, описанный в работе [14], широко использовался для моделирования процессов в значительном количестве тепло-световых систем различной конфигурации [15]. По целому ряду параметров было проведено сравнение соответствия экспериментальных данных. Например, для мультиламповой световой разрядной системы с плоскими действующими компонентами результаты моделирования диффузно-лучевым методом должным образом соответствуют с результатами экспериментов по люминесцентным параметрам, что отражено в работах [15, 16].

Суть метода, изложенного в [14], заключается в моделировании трехмерного геометрического представления системы и использовании видоизмененного алгоритма трассировки лучей, где по всей траектории следования фотонов выполняются различные физико-оптические расчёты.

Наряду с объективными преимуществами метода по сравнению с предшествующими, достигнутыми за счёт принципиально нового способа моделирования световых систем сложной конфигурации, есть ряд недостатков, которые освещены в следующем пункте работы.

#### **1.2.5 Сравнительный анализ существующих методов моделирования световых систем**

В таблице 1.2 представлены результаты сравнения существующих методов по некоторым важным критериям для современного физико-

Таблица 1.2 – Сравнительный анализ существующих методов моделирования световых полей

№	Метод	Учёт неоднородного распределения параметров источника из объёма		Нахождение распределения поглощённой мощности по объёму плазмы		Использование параллельных алгоритмов		Возможность применения метода для построения замкнутых систем		Универсальность подходов для расчёта систем с плазмой произвольной оптической плотности		Отсутствие вероятностного разыгрывания лучей		Доступность ПМО и ЭВМ					
		Учёт излучения плазмы	источника из объёма	Учёт неоднородного распределения	поглощённой	мощности	по объёму	Нахождение	распределения	поглощённой	мощности	по объёму	плазмы	Нахождение	распределения	поглощённой	мощности	по объёму	плазмы
1	Зональный [17]	Нет	Нет	Нет	Нет	Да	Да	Нет	Нет	Нет	Нет	Да	Да	Нет	Нет	Нет	Нет	Нет	Нет
2	Обобщённых угловых коэффициентов [18]	Нет	Нет	Нет	Нет	Да	Да	Нет	Нет	Нет	Нет	Да	Да	Нет	Нет	Нет	Нет	Нет	Нет
3	Дискретных ординат [19]	Да	Нет	Нет	Нет	Да	Да	Да	Да	Да	Да	Да	Да	Да	Да	Да	Да	Да	Да
4	Диффузно-лучевой [14]	Да	Да	Нет	Нет	Да	Да	Да	Да	Да	Да	Да	Да	Да	Да	Да	Да	Да	Да

математического моделирования световых полей сложной конфигурации.

Видно, что по предложенным критериям диффузно-лучевой метод из работы [14] смотрится наиболее выигрышно относительно остальных, однако, несмотря на это, всё ещё обладает рядом мест, в которых имеется возможность произвести улучшение.

Исходя из анализа, актуальным и перспективным направлением термодинамического моделирования световых полей является разработка метода, лишённого пробелов по перечисленным в таблице 1.2 критериям.

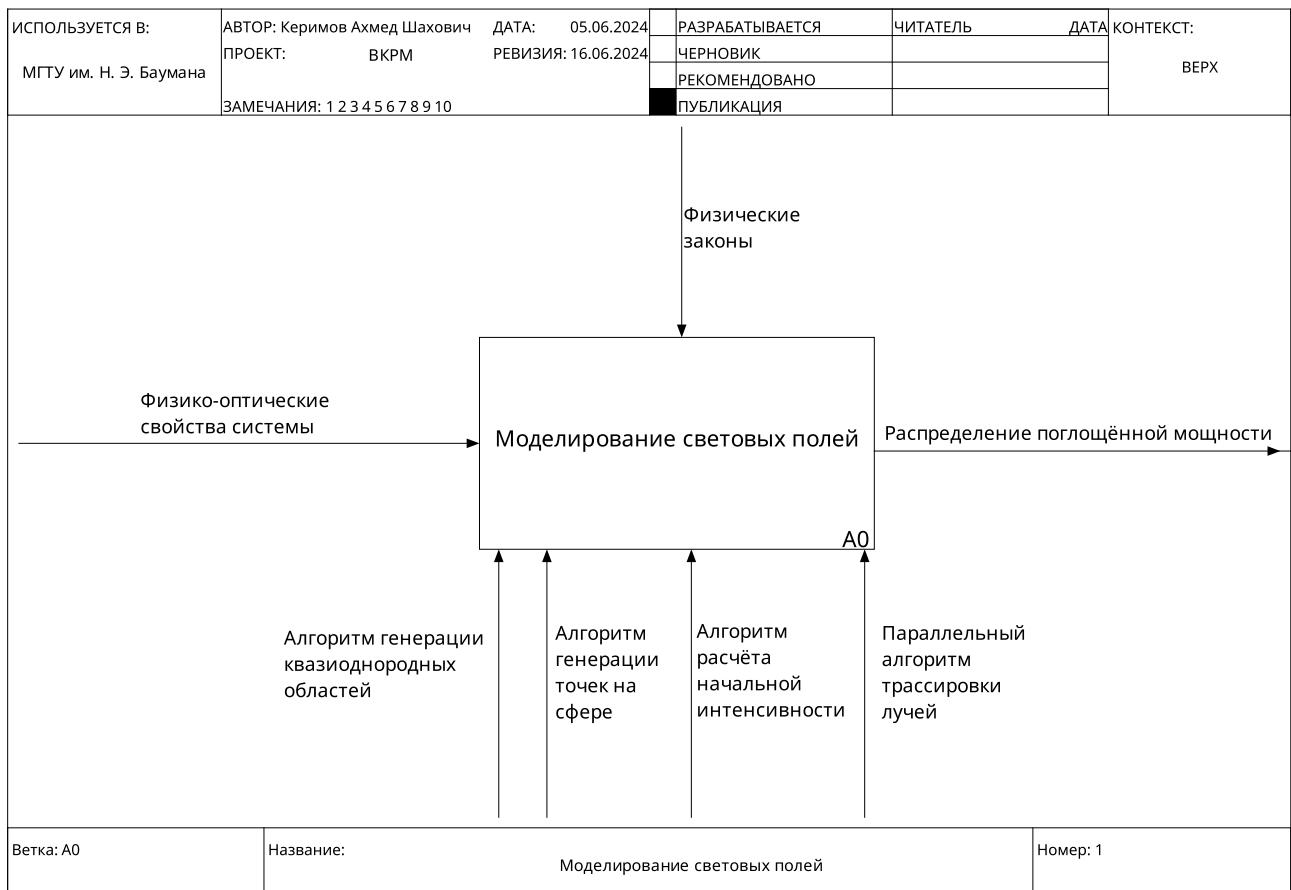
### 1.3 Формализация задачи

На рисунке 1.5 представлена диаграмма IDEF0 дискретно-лучевого метода моделирования световых полей в системах с неоднородными поглощающими и излучающими средами на основе параллельных вычислений.

Входными данными метода являются физико-оптические свойства системы, а именно:

- геометрия системы — список поверхностей сред системы;
- распределение температур в средах — список функций распределений;
- распределение коэффициента оптического поглощения в средах — список функций распределений;
- коэффициенты отражения поверхностей моделируемых сред — список коэффициентов;
- коэффициенты преломления — список коэффициентов;
- моделируемые частоты разрядного светового излучения — список частот.

Выходными данными является распределение удельной и объёмной поглощённых мощностей светового излучения в средах неоднородной системы.



**Рисунок 1.5 – Диаграмма IDEF0 дискретно-лучевого метода моделирования световых полей сложной конфигурации**

### Ограничения:

- формы поверхностей — бесконечно протяжённые цилиндрические симметрии;
- излучающие объекты – цилиндры;
- компактные габариты системы, в которых можно не учитывать запаздывания процессов из-за конечной скорости распространения света.

### Выводы

В аналитическом разделе выпускной квалификационной работы был проведён анализ предметной области и выделен объект исследования.

Затем был проведён обзор существующих методов моделирования световых полей в системах сложной конфигурации, проанализированы

их достоинства и недостатки, а результаты были классифицированы и оформлены в табличном виде.

В заключении раздела задача была формализована, определены входные и выходные данные метода и его ограничения.

## 2 Конструкторский раздел

### 2.1 Моделирование геометрии поверхностей сред

По описанным в аналитическом разделе ограничениям в качестве объектов в моделируемой световой системе рассматриваются цилиндрические симметрии: бесконечные (по оси Z) цилиндр и эллиптический цилиндр.

Формы оболочек таких сред описывают распространённые до трёхмерного пространства уравнения окружности и эллипса.

Цилиндр задаётся центром  $\vec{C}$  и радиусом  $R$ :

$$(x - C_x)^2 + (y - C_y)^2 = R^2, \quad (2.1)$$

Эллиптический цилиндр — центром  $\vec{C}$ , длиной большой оси  $2a$  и малой —  $2b$ :

$$\frac{(x - C_x)^2}{a^2} + \frac{(y - C_y)^2}{b^2} = 1. \quad (2.2)$$

Для моделирования неоднородности по объёму распределения оптических свойств среды и температуры столб вещества или материала равномерно разбивается на некоторое заданное количество  $N_p$  концентрических цилиндрических симметрий, в пределах которых температура и коэффициент оптического поглощения считаются постоянными. Поэтому для более точных результатов моделирования необходимо задавать достаточное количество разбиений  $N_p$ .

### 2.2 Моделирование геометрии объёмного излучения

Для трассировки траектории фотона необходимо помимо начального положения определить и его направление. Световое излучение представляет собой сферическую волну, поэтому генерация направлений распространения фотонов аналогична задаче генерации точек на поверхности сферы.

Первая мысль, которая приходит в голову, — попытаться равномер-

но распределить точки на сфере. Задача о равномерном распределении точек на сфере имеет довольно длительную историю и, к сожалению, за исключением немногочисленного количества частных случаев не имеет точного решения.

Из всех приближённых методов генерации равномерно распределённых по сфере точек наиболее простым и в то же время довольно действенным способом является метод, основанный на решётке Фибоначчи, или, по-другому, — на золотой спирали.

Вместе с тем, решётка Фибоначчи — это один из малочисленных способов генерации, позволяющих построить сферу из произвольно заданного числа точек  $n$ .

Сpirаль Фибоначчи квазивномерно распределяет  $n$  точек в пределах единичного квадрата  $[0, 1]^2$  по следующей формуле:

$$t_i = (x_i, y_i) = \left( \left\{ \frac{i}{\varphi} \right\}, \frac{i}{n} \right) \text{ для } 0 \leq i < n, \quad (2.3)$$

где  $\varphi$  — золотое сечение, а оператор фигурные скобки обозначает взятие дробной части аргумента.

Далее, множество точек в пределах единичного квадрата  $[0, 1]^2$  накладывается на единичную сферу  $S^2$  с помощью цилиндрического равноплощадного проецирования:

$$(x, y) \rightarrow (\theta, \phi): (2\pi x, \arccos(1 - 2y)), \quad (2.4)$$

$$(\theta, \phi) \rightarrow (x, y, z): (\cos \theta \sin \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \phi), \quad (2.5)$$

где  $\theta \in [0, 2\pi]$  — долгота, а  $\phi \in [0, \pi]$  — угол от условного севера в сферической системе координат.

Преимущество такого способа генерации светового излучения состоит в том, что по каждому направлению объёмная интенсивность будет примерно одинаковая.

Другой подход, более точный, заключается в генерации каркасной сетки на сфере по меридианам и широтам:

$$\begin{cases} x = \sin\left(\pi \cdot \frac{m}{M}\right) \cos\left(2\pi \cdot \frac{n}{N}\right), \\ y = \sin\left(\pi \cdot \frac{m}{M}\right) \sin\left(2\pi \cdot \frac{n}{N}\right), \\ z = \cos\left(\pi \cdot \frac{m}{M}\right), \\ m = \{0, \dots, M\}, \\ n = \{0, \dots, N - 1\}, \end{cases} \quad (2.6)$$

где  $M$  — количество широт,  $N$  — меридианов.

При таком способе объёмная интенсивность фотонов неравномерна и зависит от переменного телесного угла:

$$d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi, \quad (2.7)$$

где  $\theta = \frac{\pi}{M}$ ,  $\phi = \frac{2\pi}{N}$ .

На рисунке 2.1 — визуализация двух способов генерации точек на сфере.

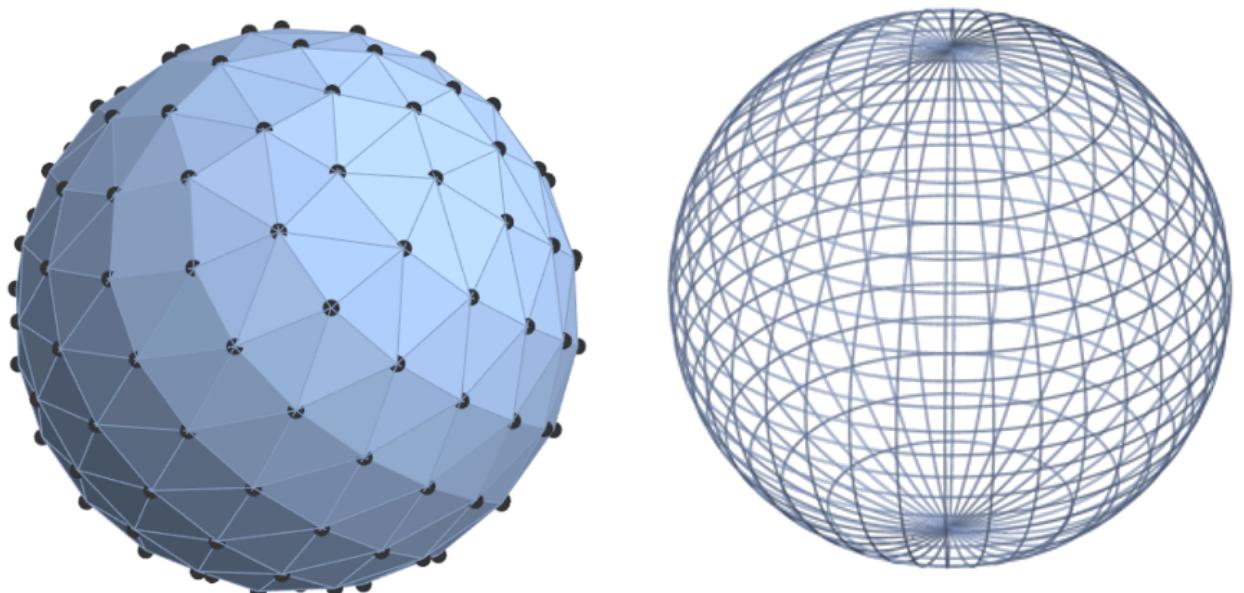


Рисунок 2.1 — Сетка Фибоначчи и каркасная сетка

## 2.3 Моделирование траектории луча

Луч — это часть прямой, состоящая из заданной точки (начала) и всех точек, лежащих по определённую сторону от неё. В настоящей работе удобнее задавать луч вектором начала  $\vec{P} = (P_x, P_y, P_z)$  и направления  $\vec{D} = (D_x, D_y, D_z)$ . В таком случае уравнение луча в трёхмерном пространстве имеет параметрический вид:

$$\vec{R} = \vec{P} + \vec{D} \cdot t, \quad t \geq 0. \quad (2.8)$$

При достижении границы раздела двух сред прямолинейная траектория луча меняется, часть луча отражается, а другая часть — преломляется.

Результирующий луч согласно закону зеркального отражения рассчитывается по формуле:

$$\vec{R} = \vec{I} = 2 \left( \vec{I} \cdot \vec{N} \right) \vec{N}, \quad (2.9)$$

где  $\vec{I}$  — луч падающий, а  $\vec{N}$  — нормаль к поверхности в точке падения.

Закон Снеллиуса в векторной форме задаёт координаты преломлённого луча:

$$\mu = \frac{\eta_i}{\eta_t}, \quad (2.10)$$

$$g = \sqrt{1 - \mu^2 \left( 1 - \left( \vec{I} \cdot \vec{N} \right)^2 \right)}, \quad (2.11)$$

$$\vec{T} = g \vec{N} + \mu \left( \vec{I} - \left( \vec{I} \cdot \vec{N} \right) \vec{N} \right), \quad (2.12)$$

где  $\eta_i, \eta_t$  — показатели преломления сред падающего  $\vec{I}$  и преломлённого  $\vec{T}$  лучей соответственно.

Если подкоренное выражение у переменной  $g$  (2.11) меньше нуля, то происходит полное внутреннее отражение.

Доли энергий отражённого и преломлённого лучей соответственно

рассчитываются по формулам Френеля:

$$R = \frac{1}{2} \left( \frac{g - c}{g + c} \right)^2 \left( 1 + \left( \frac{c(g + c) - \mu^2}{c(g - c) + \mu^2} \right)^2 \right), \quad (2.13)$$

$$T = 1 - R. \quad (2.14)$$

Необходимые для расчётов отражения и преломления лучей света уравнения перпендикуляров для цилиндра и эллиптического цилиндра соответственно:

$$\vec{P}_{\text{ц}} = (S_x - C_x, S_y - C_y, 0), \quad (2.15)$$

$$\vec{P}_{\text{эц}} = \left( \frac{S_x - C_x}{a^2}, \frac{S_y - C_y}{b^2}, 0 \right), \quad (2.16)$$

где  $\vec{S} = (S_x, S_y, S_z)$  — точка на поверхности оболочки.

Для вывода формул пересечения луча с поверхностью среды параметрическое уравнение луча разбивается по осям координатно:

$$\begin{cases} x = P_x + D_x t, \\ y = P_y + D_y t, \\ z = P_z + D_z t, \\ t \geq 0, \end{cases} \quad (2.17)$$

где  $\vec{P} = (P_x, P_y, P_z)$  — начало луча,  $\vec{D} = (D_x, D_y, D_z)$  — нормализованное невырожденное направление луча.

Опишем вывод формулы нахождения точек пересечения луча с поверхностью бесконечного по оси Z цилиндра. Точки пересечения, если имеются, удовлетворяют уравнениям луча (2.17) и цилиндра (2.1):

$$(P_x + D_x t - C_x)^2 + (P_y + D_y t - C_y)^2 = R^2. \quad (2.18)$$

Положим  $u_x = P_x - C_x$ ,  $u_y = P_y - C_y$ , тогда:

$$(D_x t + u_x)^2 + (D_y t + u_y)^2 = R^2 \Leftrightarrow \quad (2.19)$$

$$D_x^2 t^2 + 2D_x u_x t + u_x^2 + D_y^2 t^2 + 2D_y u_y t + u_y^2 - R^2 = 0 \Leftrightarrow \quad (2.20)$$

$$(D_x^2 + D_y^2) t^2 + 2(D_x u_x + D_y u_y) t + u_x^2 + u_y^2 - R^2 = 0. \quad (2.21)$$

Если четверть дискриминанта

$$\frac{D}{4} = (D_x u_x + D_y u_y)^2 - (D_x^2 + D_y^2)(u_x^2 + u_y^2 - R^2) \quad (2.22)$$

меньше нуля, то точек пересечения нет.

Если луч (2.17) направлен по оси Z (то есть  $D_x^2 + D_y^2 = 0$ ), то он либо полностью лежит на поверхности цилиндра, либо её не пересекает. Оба таких случая не представляют интерес для исследования, так как в конечном итоге описанные лучи полностью поглощаются в среде без необходимости рассчитывать их дальнейшие траектории. Решая квадратное уравнение (2.21), получаем возможные значения параметра  $t$  уравнения луча (2.17):

$$t = \frac{-D_x u_x - D_y u_y \pm \sqrt{(D_x u_x + D_y u_y)^2 - (D_x^2 + D_y^2)(u_x^2 + u_y^2 - R^2)}}{D_x^2 + D_y^2}. \quad (2.23)$$

Среди возможных значений параметра  $t$  (2.23) необходимо выбрать наименьшее неотрицательное, обозначим его, при наличии, за  $t^+$ . Таким образом, формула точки пересечения луча с цилиндрической поверхностью имеет вид:

$$\vec{I} = \vec{P} + \vec{D} \cdot t^+. \quad (2.24)$$

Аналогично (2.18) – (2.21), получим квадратное уравнение пересечения луча и бесконечного по оси Z эллиптического цилиндра:

$$\frac{(P_x + D_x t - C_x)^2}{a^2} + \frac{(P_y + D_y t - C_y)^2}{b^2} = 1 \Leftrightarrow \quad (2.25)$$

$$b^2(P_x + D_x t - C_x)^2 + a^2(P_y + D_y t - C_y)^2 = a^2 b^2 \Leftrightarrow \quad (2.26)$$

$$b^2(D_x t + u_x)^2 + a^2(D_y t + u_y)^2 = a^2 b^2 \Leftrightarrow \quad (2.27)$$

$$b^2(D_x^2 t^2 + 2D_x u_x t + u_x^2) + a^2(D_y^2 t^2 + 2D_y u_y t + u_y^2) - a^2 b^2 = 0 \Leftrightarrow \quad (2.28)$$

$$(b^2 D_x^2 + a^2 D_y^2) t^2 + 2(b^2 D_x u_x + a^2 D_y u_y) t + b^2 u_x^2 + a^2 u_y^2 - a^2 b^2 = 0. \quad (2.29)$$

Отсюда

$$t = \frac{1}{b^2 D_x^2 + a^2 D_y^2} \left[ -b^2 D_x u_x - a^2 D_y u_y \pm \sqrt{(b^2 D_x u_x + a^2 D_y u_y)^2 - (b^2 D_x^2 + a^2 D_y^2)(b^2 u_x^2 + a^2 u_y^2 - a^2 b^2)} \right]. \quad (2.30)$$

## 2.4 Моделирование физических свойств неоднородных сред

Закон излучения Планка описывает спектральное распределение энергии электромагнитного излучения, находящегося в тепловом равновесии с веществом при заданной температуре.

Идеализированной моделью равновесного излучения в законе излучения Планка служит электромагнитное поле внутри полости, расположенной в нагретом веществе при условии, что стенки вещества непрозрачны для излучения.

Формула Планка задаёт объёмную плотность энергии излучения, приходящейся на единичный интервал частот:

$$u_\nu(T, \nu) = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3 \exp(\frac{h\nu}{kT} - 1)} [\text{Дж} \cdot \text{с}/\text{м}^3], \quad (2.31)$$

где

- $h = 6,62607015 \cdot 10^{-34}$  [Дж · с] — постоянная Планка,
- $c = 299792458$  [м/с] — скорость света в вакууме,
- $k = 1,380649 \cdot 10^{-23}$  [Дж/К] — постоянная Больцмана,
- $\nu$  [Дж] — частота излучения,
- $T$  [К] — абсолютная температура.

Интенсивность электромагнитного излучения рассчитывается по формуле:

$$I = \frac{u_\nu(T, \nu)c\Delta\nu}{4\pi} \quad [\text{Вт}/\text{м}^2], \quad (2.32)$$

где  $\Delta\nu$  [Дж] — ширина диапазона частоты излучения.

Среда распространения фотона, если это не вакуум, непрерывно поглощает его электромагнитную интенсивность. Расчёт новой интенсивности фотона, прошедшего малый участок  $\Delta r$  пути в участке среды с коэффициентом оптического поглощения  $k_{\text{погл}}$ , выполняется по формуле:

$$I' = I e^{-k_{\text{погл}}\Delta r}, \quad (2.33)$$

Поглощённая электромагнитная интенсивность в этом малом участке среды рассчитывается по формуле:

$$\Delta I = I - I'. \quad (2.34)$$

Суть метода настоящей работы, в том числе, выражается в учёте неоднородности физико-оптических свойств сред, а именно температуры и коэффициента поглощения.

Обе характеристики могут задаваться формулами. Например, распределение температуры плазмы может быть описано, как

$$T = T_0 + (T_w - T_0)z^m, \quad (2.35)$$

где

- $z$  — безразмерный радиус,
- $T_0$  — абсолютная температура при  $z = 0$ ;
- $T_w$  — абсолютная температура при  $z = 1$ ;
- $m$  — показатель степени в диапазоне 2–8.

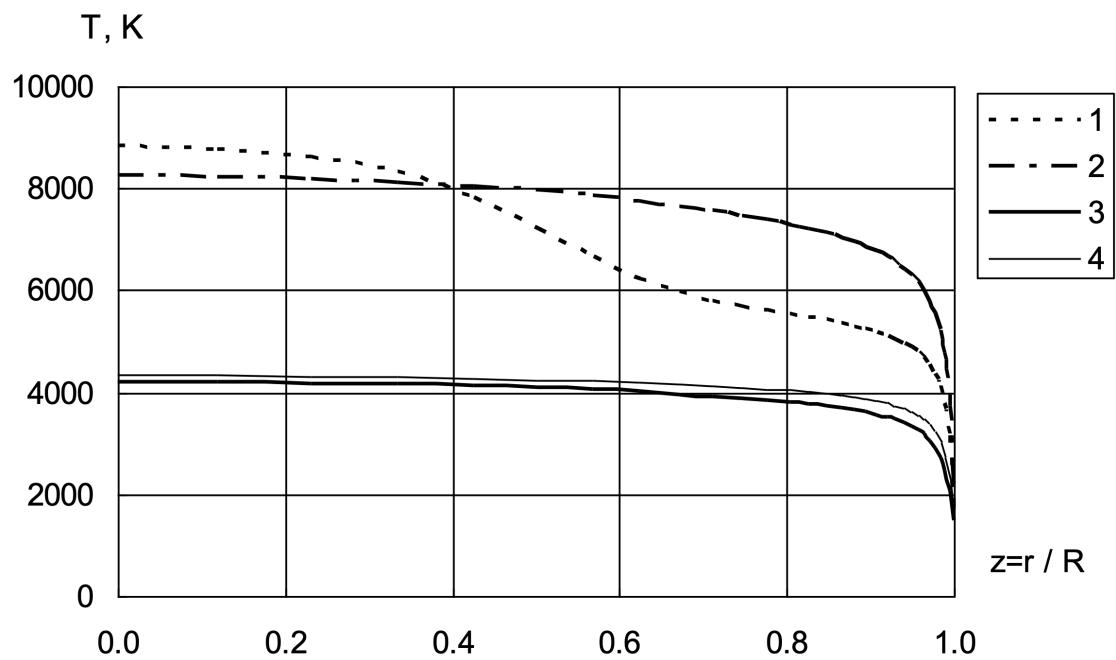


Рисунок 2.2 – Радиальные температурные распределения в разряде Cs-Hg-Xe. Давление  $p = 0,1$  МПа. 1,3 – открытый разряд, 2,4 – разряд в составе системы, 1,2 – ток равен 250 А, 3,4 – 60 А

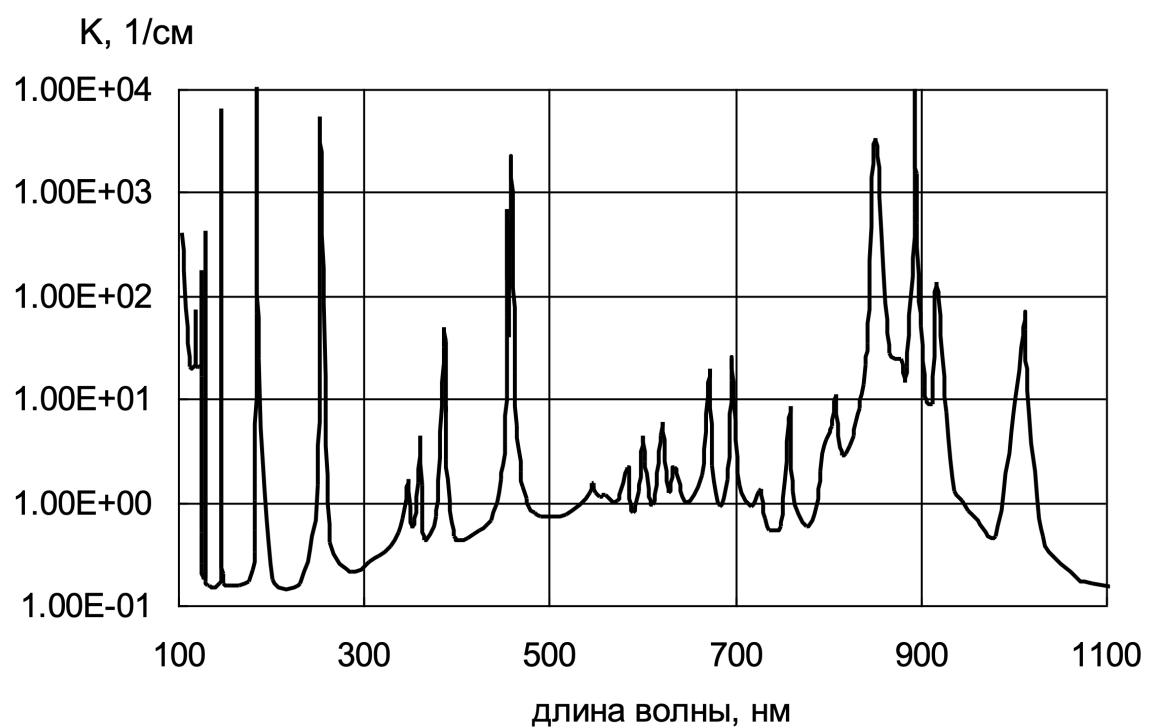


Рисунок 2.3 – Коэффициент оптического поглощения плазмы Cs-Hg-Xe. Давление  $p = 0,1$  МПа, температура  $T = 3500$  К

Как видно из рисунка 2.2, такое распределение достаточно близко описывает то, что происходит в действительности.

Пример аппроксимации неоднородности коэффициентов поглощения плазмы и кварца соответственно:

$$k_{\text{пл}} = 0,04 \cdot \left( \frac{T}{2000} \right)^2, \quad (2.36)$$

$$k_{\text{кв}} = 0,001 \cdot \left( \frac{T}{300} \right)^{1,5}. \quad (2.37)$$

Для плазмы коэффициент оптического поглощения может быть рассчитан из таблицы (часть таблицы см. в приложении А, стр. 76). Интерполяцию значений ввиду характера зависимости лучше производить в логарифмических координатах:

$$k_{\text{пл}}(T, \nu) = \exp \left( \ln k_t(T_{\min}, \nu) + \frac{(\ln T - \ln T_{\min})(\ln k_t(T_{\max}, \nu) - \ln k_t(T_{\min}, \nu))}{\ln T_{\max} - \ln T_{\min}} \right), \quad (2.38)$$

где  $T_{\min}$  — наибольшая табличная температура, не превышающая  $T$ ,  $T_{\max}$  — следующая за  $T_{\min}$  табличная температура,  $k_t$  — табличное значение коэффициента оптического поглощения плазмы (рис. 2.3) [20].

## 2.5 Дискретно-лучевой метод моделирования световых полей в неоднородных системах

Дискретно-лучевой метод моделирования световых полей разработан с учётом технологий параллельных вычислений.

На рисунке 2.4 представлена детализированная диаграмма IDEF0 веток A0 («Моделирование световых полей», см. рисунок 1.5) и A3 («Расчёт поглощённой мощности»).

Далее приведено последовательное описание этапов разработанного метода моделирования.

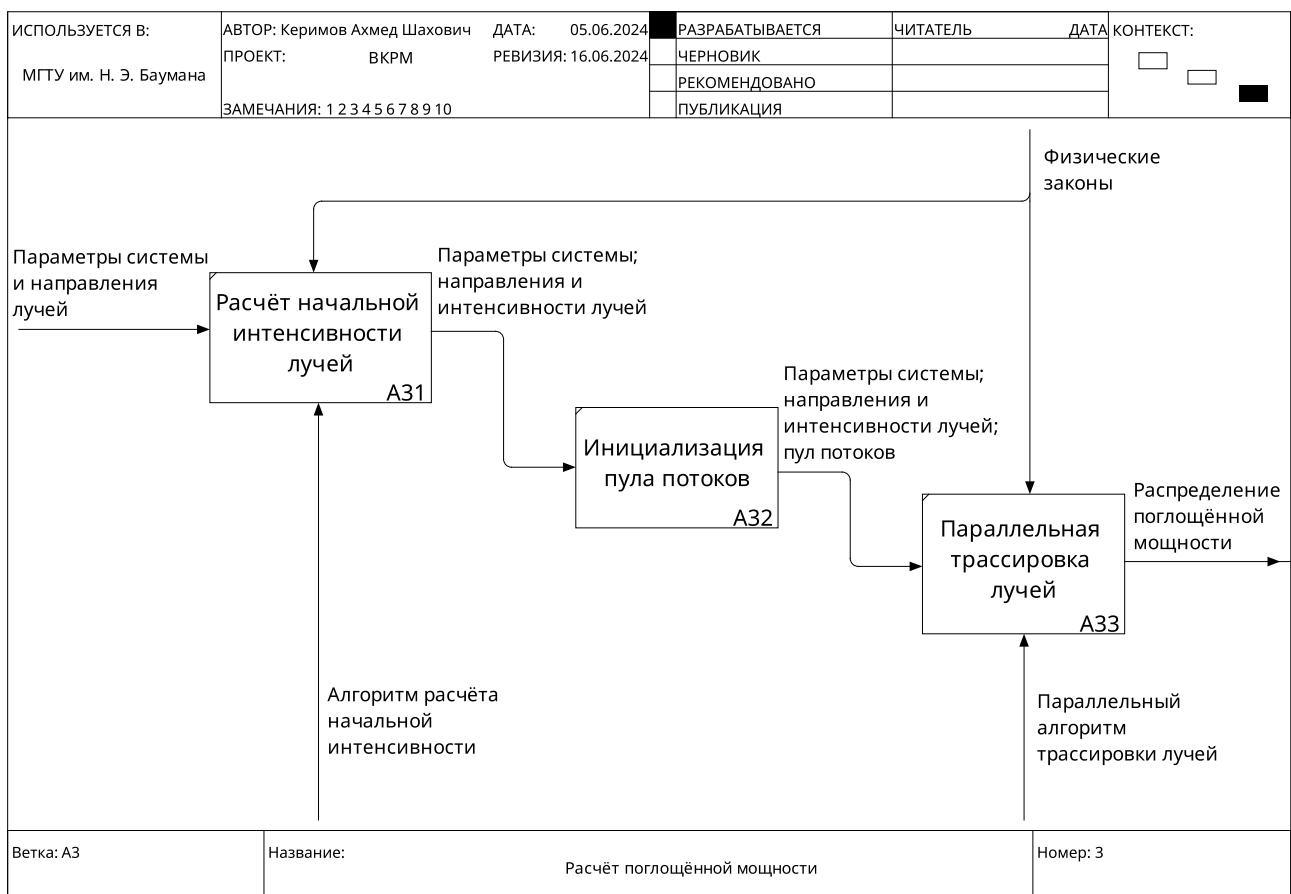
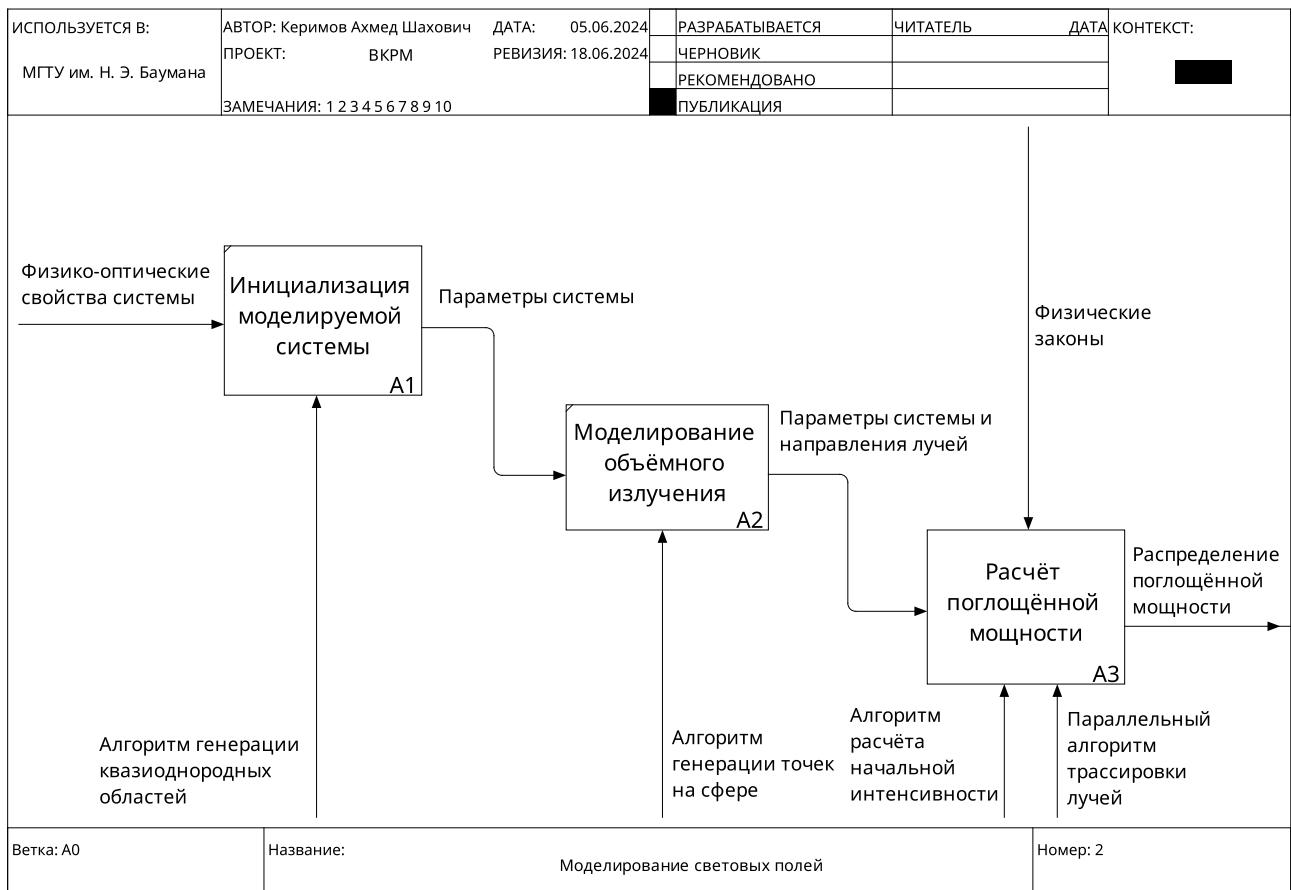


Рисунок 2.4 – IDEF0 – декомпозиция веток A0 и A3

### 2.5.1 Инициализация моделируемой системы

Шаг А1 (рисунок 2.4) дискретно-лучевого метода моделирования световых полей заключается в инициализации системы, а конкретно — её сред. Цилиндрические области разбиваются на концентрические подобласти малого размера, в которых физико-оптические свойства среды считаются однородными. В качестве примера листинг 2.1 содержит псевдокод алгоритма разбиения области цилиндрической формы. Аналогично происходит разбиение эллиптического цилиндра.

---

#### Листинг 2.1 — Алгоритм разбиения цилиндра

---

- 1: **Вход:**  $R, \vec{C}, N_p$  — радиус, центр и количество разбиений цилиндра;  $T(z), I(t), k_{\text{погл}}(t)$  — функции распределения температуры от безразмерного радиуса, интенсивности излучения и коэффициента оптического поглощения от температуры
  - 2: **Выход:**  $cylinders, temperatures, intensities, attenuations$  — списки цилиндров, температур, интенсивностей и коэффициентов поглощения
  - 3:  $dr \leftarrow R/N_p$
  - 4: **Для всех**  $i$  от 1 до  $N_p$  **выполнять**
  - 5:      $r \leftarrow i \cdot dr$
  - 6:      $\text{Push}(cylinders, Cylinder(\vec{C}, r))$
  - 7:      $z \leftarrow (r - dr/2)/R$
  - 8:      $t \leftarrow T(z)$
  - 9:      $\text{Push}(temperatures, t)$
  - 10:     $\text{Push}(intensities, I(t))$
  - 11:     $\text{Push}(attenuations, k_{\text{погл}}(t))$
  - 12: **Конец цикла**
- 

Интенсивность  $I(t)$  рассчитывается по формуле Планка (2.32) при фиксированных  $\nu$  и  $\Delta\nu$ . Моделью распределения температуры  $T(z)$  может выступать формула (2.35) при фиксированных  $T_0, T_w, m$ , а моделями распределения коэффициента оптического поглощения, к примеру, — формулы (2.36) — (2.37).

## 2.5.2 Моделирование объёмного излучения

Так как время генерации объёмного излучения существенно меньше времени расчёта поглощённой мощности и траекторий лучей, то вместо более быстрого алгоритма генерации сферы Фибоначчи предпочтение отдано более точному алгоритму генерации каркасной сферической сетки, псевдокод которого вместе с расчётом телесных углов по каждому направлению представлен в листинге 2.2.

---

### Листинг 2.2 — Алгоритм генерация объёмного излучения

---

- 1: **Вход:**  $M$  — количество широт,  $N$  — количество меридианов
- 2: **Выход:**  $D$  — список направлений,  $\Omega$  — список,  $i$ -й элемент которого равен телесному углу вектора на  $i$ -й широте
- 3: Создать пустой список векторов  $D$
- 4: Создать пустой список чисел  $\Omega$
- 5: **Для всех**  $m$  от 0 до  $M - 1$  **выполнять**
  - 6:  $y \leftarrow (m + 1)/(M + 1)$
  - 7:  $y_{-0,5} \leftarrow (m + 0,5)/(M + 1)$
  - 8:  $y_{+0,5} \leftarrow (m + 1,5)/(M + 1)$
  - 9:  $\phi \leftarrow \pi y$
  - 10:  $\phi_{-0,5} \leftarrow \pi y_{-0,5}$
  - 11:  $\phi_{+0,5} \leftarrow \pi y_{+0,5}$
  - 12:  $h \leftarrow \cos \phi_{-0,5} - \cos \phi_{+0,5}$
  - 13:  $S \leftarrow 2\pi h$
  - 14:  $Push(\Omega, S/1^2)$
- 15: **Для всех**  $n$  от 0 до  $N - 1$  **выполнять**
  - 16:  $x \leftarrow n/N$
  - 17:  $\theta \leftarrow 2\pi x$
  - 18:  $\overrightarrow{dir} \leftarrow (\cos \theta \sin \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \phi)$
  - 19:  $Push(D, \overrightarrow{dir})$
- 20: **Конец цикла**
- 21: **Конец цикла**

---

### 2.5.3 Расчёт начальной интенсивности лучей

Равновесная интенсивность излучения  $I_p$  в точке среды определяется по формуле Планка (2.32).

Интенсивность излучения, прошедшего малый участок поглощающей среды длины  $\Delta l$ , в пределах которой её физико-оптические свойства можно считать однородными, рассчитывается по формуле:

$$I_{\text{конечная}} = I_{\text{начальная}} \cdot e^{-k\Delta l}, \quad (2.39)$$

где  $k$  — коэффициент оптического поглощения на участке  $\Delta l$ .

Если среда вдобавок является излучающей, то на том же участке  $\Delta l$  в формулу расчёта интенсивности света добавляется дополнительное слагаемое:

$$I_{\text{конечная}} = I_{\text{начальная}} \cdot e^{-k\Delta l} + I_p (1 - e^{-k\Delta l}). \quad (2.40)$$

В общем виде расчёт интенсивности луча, прошедшего путь длины  $l$ , записывается соотношением:

$$I = \int_0^l k(l') I_p(l') \cdot \exp \left( - \int_{l'}^l k(l'') \, dl'' \right) \, dl'. \quad (2.41)$$

Если рассматриваемая неоднородная система является цилиндрически симметричной, то вместо ресурсоёмкого моделирования излучения из  $N_p$  внутренних точек объёма его можно произвести всего из 1 точки на поверхности излучающей среды, предварительно рассчитав веса лучей по формуле (2.41).

В таком случае интенсивность луча необходимо рассматривать как удельную, то есть через поток, проходящий сквозь единичную площадку на поверхности цилиндра:

$$\hat{I} = I \cos \gamma d\Omega, \quad (2.42)$$

где  $\gamma$  — угол между нормалью к поверхности и направлением луча,  $d\Omega$  — телесный угол.

Если формировать поток излучения в какой-либо точке поверхности бесконечного по оси Z цилиндра с наибольшей координатой X, то расчёт удельной интенсивности упростится:  $\cos \gamma$  станет численно равен компоненту  $D_x$  вектора направления луча  $\vec{D}$ .

В листинге 2.3 представлен псевдокод алгоритма расчёта начальной интенсивности излучения на поверхности цилиндра.

---

### Листинг 2.3 — Алгоритм расчёта начальной интенсивности

---

- 1: **Вход:**  $C, J, K, Q$  — списки цилиндров, равновесных интенсивностей, коэффициентов поглощения и поглощённой мощности,  $\vec{P}, \vec{D}, \Delta\Omega$  — положение, направление и телесный угол луча на поверхности
  - 2: **Выход:**  $I$  — начальная интенсивность луча на поверхности,  $Q$
  - 3:  $I \leftarrow 0$
  - 4: Найти точку пересечения  $\vec{A}$  луча  $(\vec{P}, -\vec{D})$  с последним цилиндром
  - 5: **До тех пор, пока**  $\vec{A} \neq \vec{P}$  **выполнять**
  - 6:      $\vec{B} \leftarrow$  точка пересечения луча  $(\vec{A}, \vec{D})$  с ближайшим цилиндром
  - 7:      $i \leftarrow$  индекс ближайшего цилиндра
  - 8:      $dr \leftarrow |\overrightarrow{AB}|$
  - 9:      $exp \leftarrow e^{-K_i dr}$
  - 10:     $I' \leftarrow I \cdot exp \cdot \Delta\Omega \cdot D_x$
  - 11:     $Q_i \leftarrow Q_i + I - I'$
  - 12:     $I \leftarrow I' + J_i \cdot (1 - exp) \cdot \Delta\Omega \cdot D_x$
  - 13:     $\vec{A} \leftarrow \vec{B}$
  - 14: **Конец цикла**
-

## 2.5.4 Параллельная трассировка лучей

На рисунке 2.5 представлена схема алгоритма параллельной трассировки лучей.

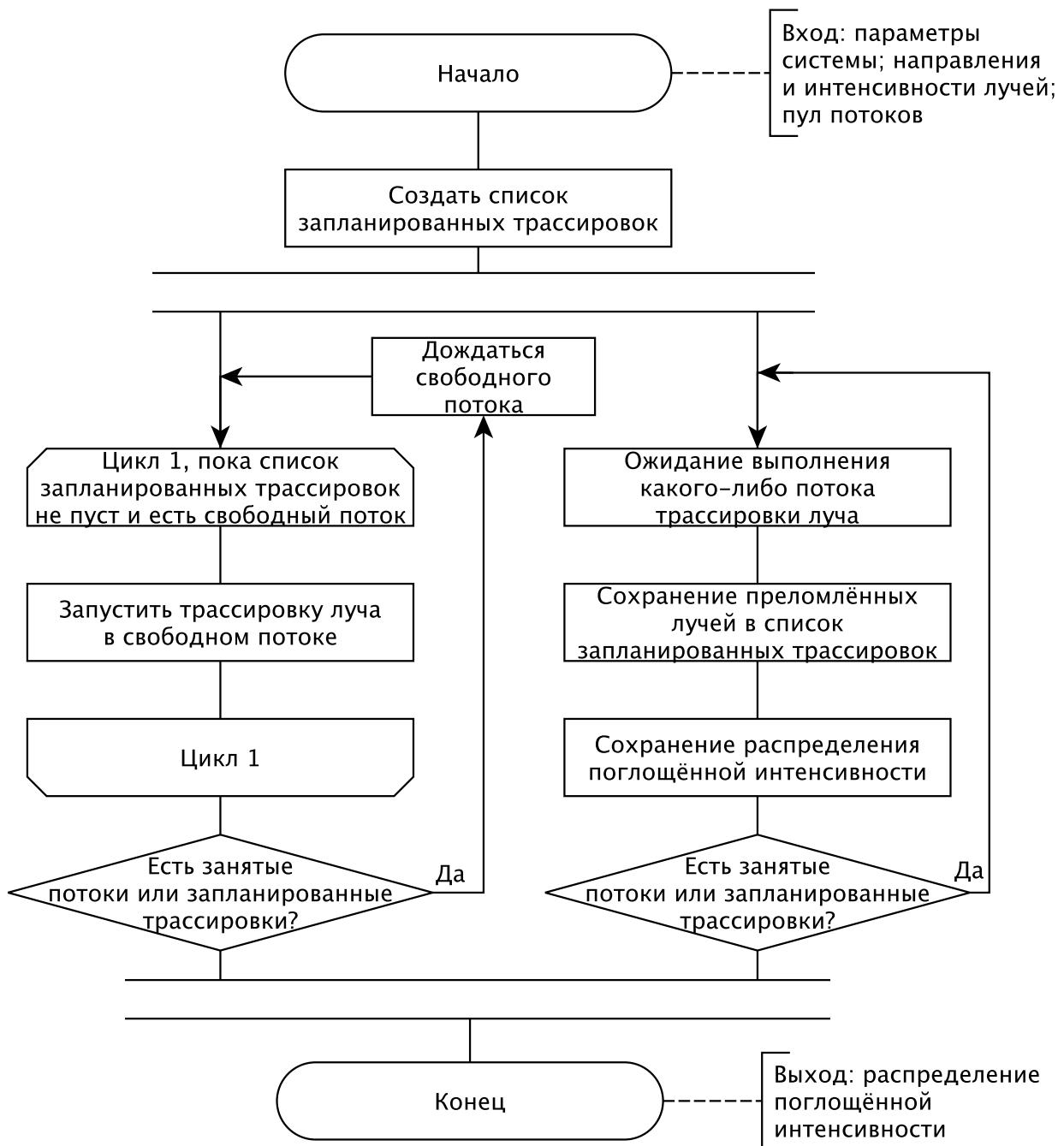


Рисунок 2.5 — Схема алгоритма параллельной трассировки лучей

На рисунке 2.6 представлена схема алгоритма трассировки луча:

- поиск ближайшей поверхности пересечения — поиск поверхности с наименьшим значением  $t^+$ : (2.23), (2.30), схема алгоритма представлена на рисунке 2.7;

- геометрическое отражение: (2.9);
- преломление: (2.10) – (2.14);
- перерасчёт интенсивности: (2.33) – (2.34).

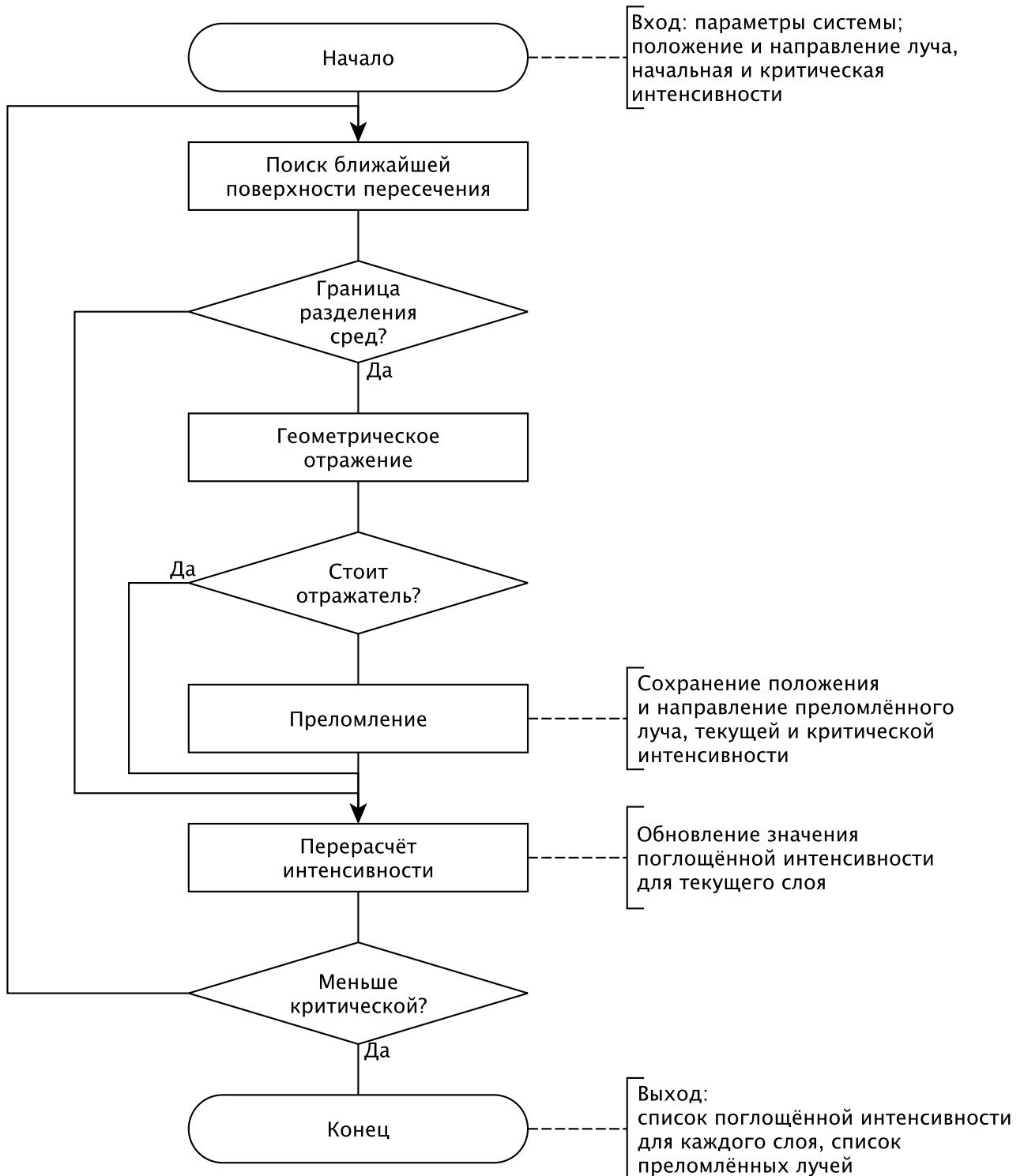


Рисунок 2.6 — Схема алгоритма трассировки луча

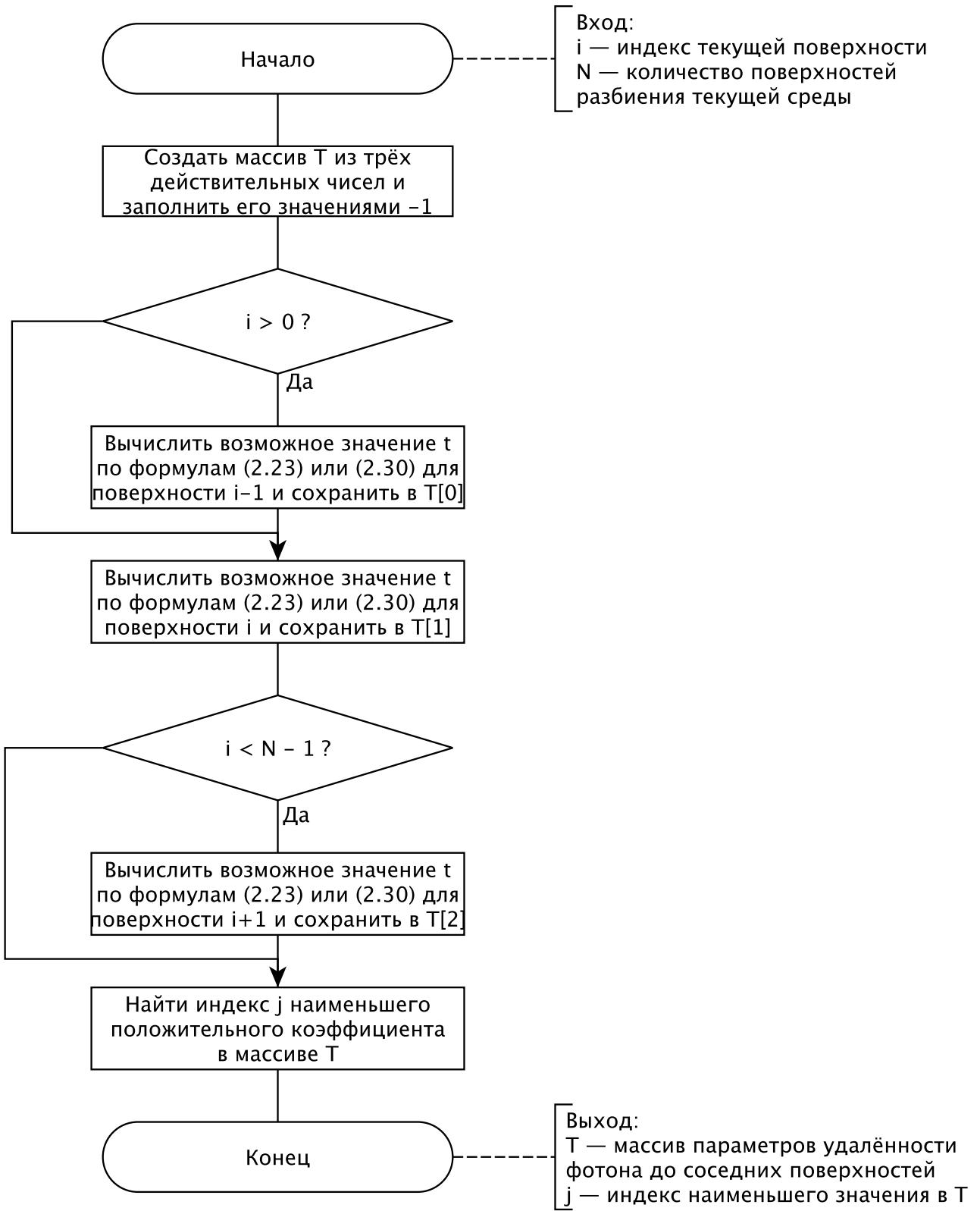


Рисунок 2.7 — Схема алгоритма оптимизированного поиска ближайшей поверхности пересечения

## Выводы

В конструкторском разделе выпускной квалификационной работы был разработан дискретно-лучевой метод моделирования световых

полей в системах с неоднородными поглощающими и излучающими средами на основе параллельных вычислений.

Метод был декомпозирован на этапы, каждый из которых был описан по шагам с указанием входных и выходных параметров.

### **3 Технологический раздел**

#### **3.1 Выбор языка программирования**

В роли основного языка программирования для реализации метода моделирования световых полей систем сложной конфигурации был выбран высокопроизводительный язык C++ [21].

Этот язык позволяет использовать множество парадигм разработки, в том числе и объектно-ориентированную, которая, в свою очередь, даёт возможность чётко структурировать программу и легко модифицировать отдельные её компоненты независимо от других.

Также немаловажным фактором является предоставляемая языком C++ возможность эффективного использования вычислительных ресурсов системы благодаря широкому набору функций из стандартной библиотеки самой современной на текущий момент версии (C++23).

#### **3.2 Используемые технологии**

- CLion 2024.1 [22] — кроссплатформенная интегрированная среда разработки для языков С и С++, разрабатываемая компанией JetBrains, позволяющая быстро и просто создавать современные и безопасные приложения;
- CMake 3.29.4 [23] — многофункциональная кроссплатформенная система сборки ПО, фактически являющаяся стандартом для сборки С++ кода;
- Clang 18.1.7 [24] — современный компилятор для языков семейства С (С, С++, Objective C/C++, OpenCL, CUDA и RenderScript) на базе инфраструктуры LLVM;
- Clang-Format 18.1.7 [25] — широко используемый инструмент, предназначенный для автоматического переформатирования исходных файлов С++ в соответствии с настраиваемыми руководствами по стилю;
- Clang-Tidy 18.1.7 [26] — статический анализатор С++ кода, обнару-

живающий и исправляющий места в коде, подверженные ошибкам, проблемам с производительностью, переносимостью и удобством поддержки;

- IPO/LTO (Interprocedural optimization / Link time optimization) [27] — оптимизация времени компоновки, отличающаяся от других оптимизаций компилятора тем, что анализирует всю программу, а не отдельную функцию или блок кода;
- IWYU (Include What You Use) 0.22 [28] — инструмент для обнаружения и оптимизации зависимостей заголовков в C++ коде;
- Qt 6.7.0 [29] — кроссплатформенная библиотека и набор инструментов для создания современных графических приложений на языке C++;
- GoogleTest 1.14.0 [30] — фреймворк для тестирования C++ кода, разрабатываемый компанией Google.

### 3.3 Структура ПО

Программно-математическое обеспечение разделено на ряд статических библиотек:

- `base` — содержит конфигурационные макросы и функции, утилиты и класс, реализующий идиому Fast Pimpl [31];
- `math` — содержит математические константы, функции для сравнения чисел с плавающей запятой, класс вектора в трёхмерном пространстве и операции над ним, функции решения линейных и квадратных уравнений, а также быстрого возведения в натуральную степень;
- `physics` — содержит физические константы, физико-оптические свойства материалов, а также функции расчёта закона Планка (2.32), отражения (2.9) и преломления (2.10) — (2.14);
- `ray_tracing` — содержит классы цилиндрических симметрий с методами расчёта нормали к поверхности в точке (2.15) — (2.16), пересечения с произвольным лучом (2.23), (2.30), определения при-

надлежности точки поверхности (2.1) – (2.2);

- `modeling` – содержит дискретно-лучевой метод моделирования световых полей в системах с неоднородными поглощающими и излучающими средами на основе параллельных вычислений;
- `gui` – содержит основанный на Qt графический интерфейс демонстрационной программы;
- `geogebra` – содержит функции генерации .ggb файлов [32] для трассировки работы метода;
- `test` – содержит юнит-тесты.

На рисунке 3.1 представлена диаграмма компонентов разработанного программно-алгоритмического комплекса.

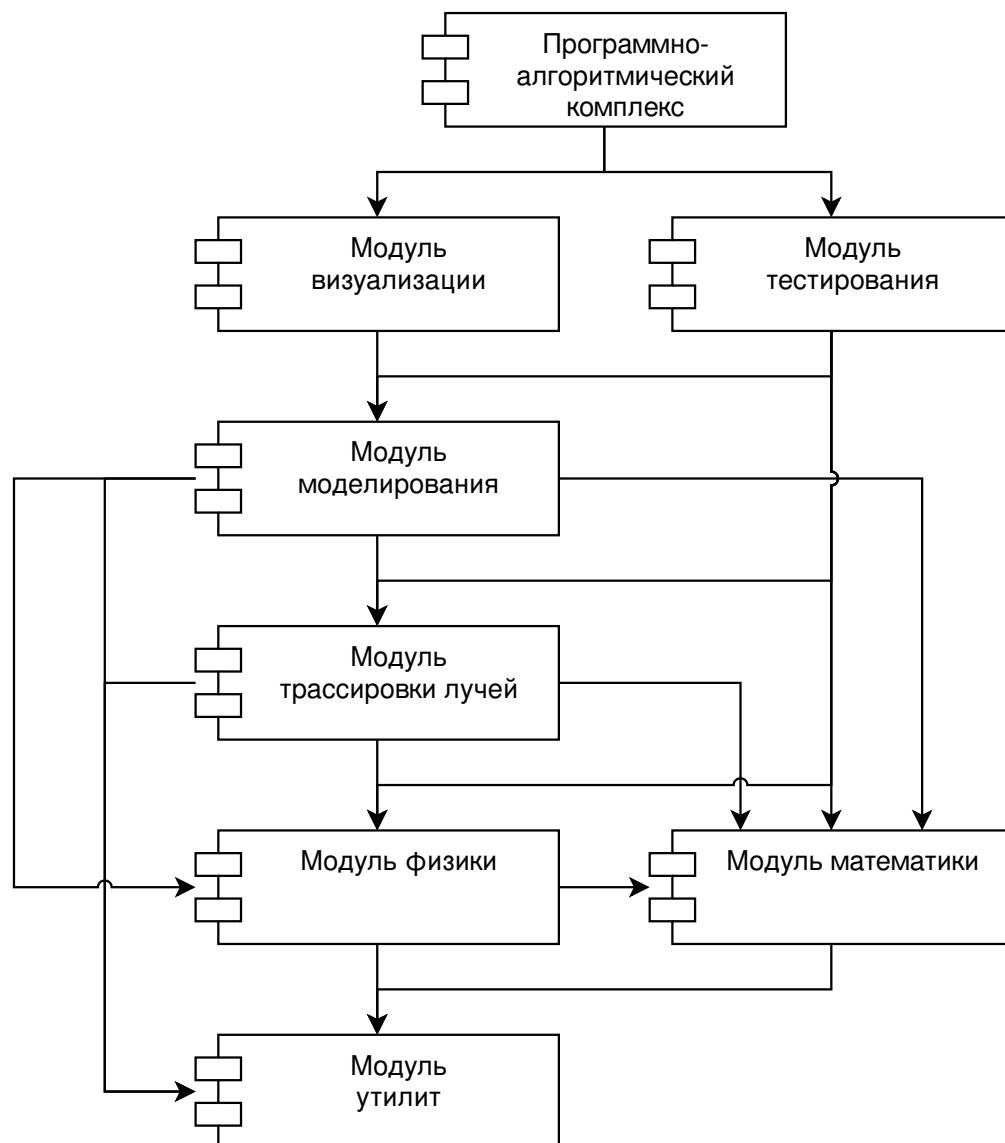


Рисунок 3.1 – Диаграмма компонентов

### 3.4 Интерфейс приложения

На рисунках 3.2 – 3.3 изображены 3 типа систем, представленных в демонстрационной программе.

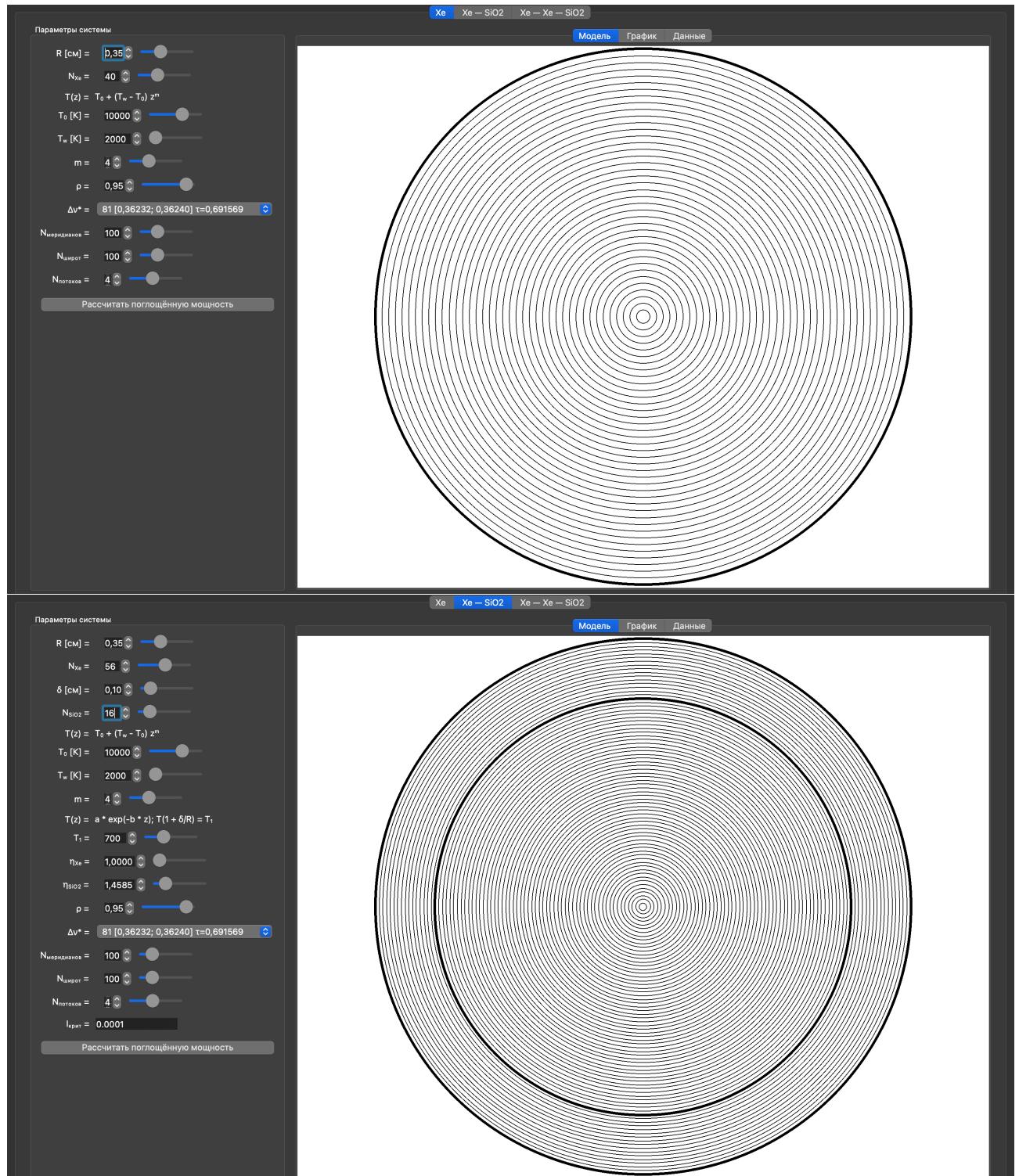


Рисунок 3.2 – Системы плазма – отражатель и плазма – оболочка – отражатель

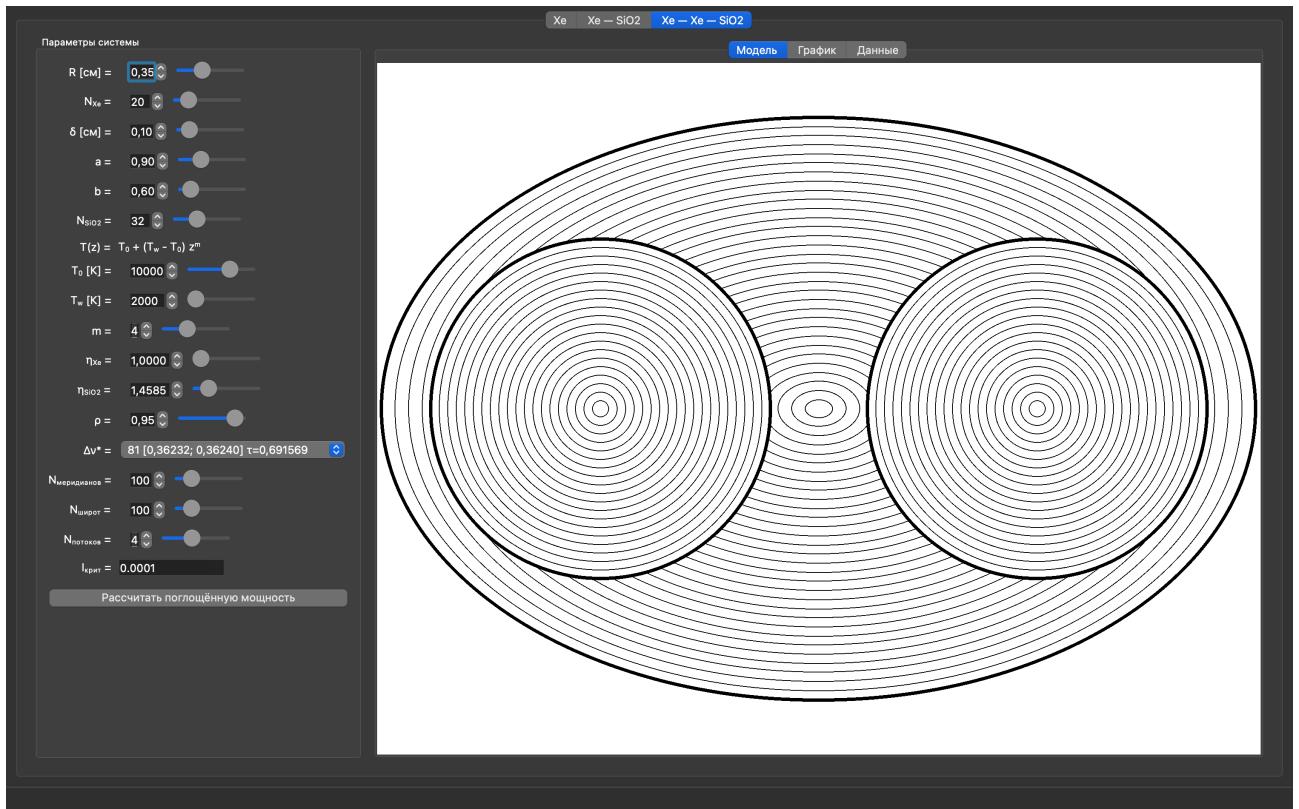


Рисунок 3.3 – Система плазма — оболочка — плазма — отражатель

Входные параметры системы плазма — отражатель:

- $R$  [см] — радиус плазмы,
- $N_{Xe}$  — количество разбиений плазменного столба,
- $T_0$  [К] — осевая температура плазмы,
- $T_w$  [К] — радиальная температура плазмы,
- $m$  — показатель степени функции распределения температуры в плазме,
- $\rho$  — коэффициент отражения поверхности,
- $\Delta\nu^*$  — диапазон моделируемой частоты излучения,
- $N_{\text{меридианов}}$  — количество меридианов в сферическом излучении,
- $N_{\text{широт}}$  — количество широт,
- $N_{\text{потоков}}$  — количество потоков.

Дополнительные входные параметры системы плазма — оболочка — отражатель:

- $\delta$  [см] — толщина оболочки,
- $N_{SiO2}$  — количество разбиений оболочки,

- в)  $T_1$  [К] — радиальная температура оболочки,
- г)  $\eta_{Xe}$  — коэффициент оптической плотности плазмы,
- д)  $\eta_{SiO2}$  — коэффициент оптической плотности оболочки.

Дополнительные входные параметры системы плазма — оболочка — плазма — отражатель:

- а)  $\delta$  [см] — расстояние от плазмы до центра оболочки,
- б)  $a$  [см] — полудлина большой оси оболочки,
- в)  $b$  [см] — полудлина малой оси оболочки.

Выходные данные по результатам моделирования отображаются в трёх вкладках (рисунки 3.4 — 3.6).  $I$  [Вт/см<sup>2</sup>] отражает удельную поглощённую мощность светового излучения, а  $q_{s\nu}$  [Вт/см<sup>3</sup>] — распределение поглощённой мощности по объёму:

$$q_{s\nu} = \frac{2\pi I}{\langle r_{цилиндра} \rangle}. \quad (3.1)$$

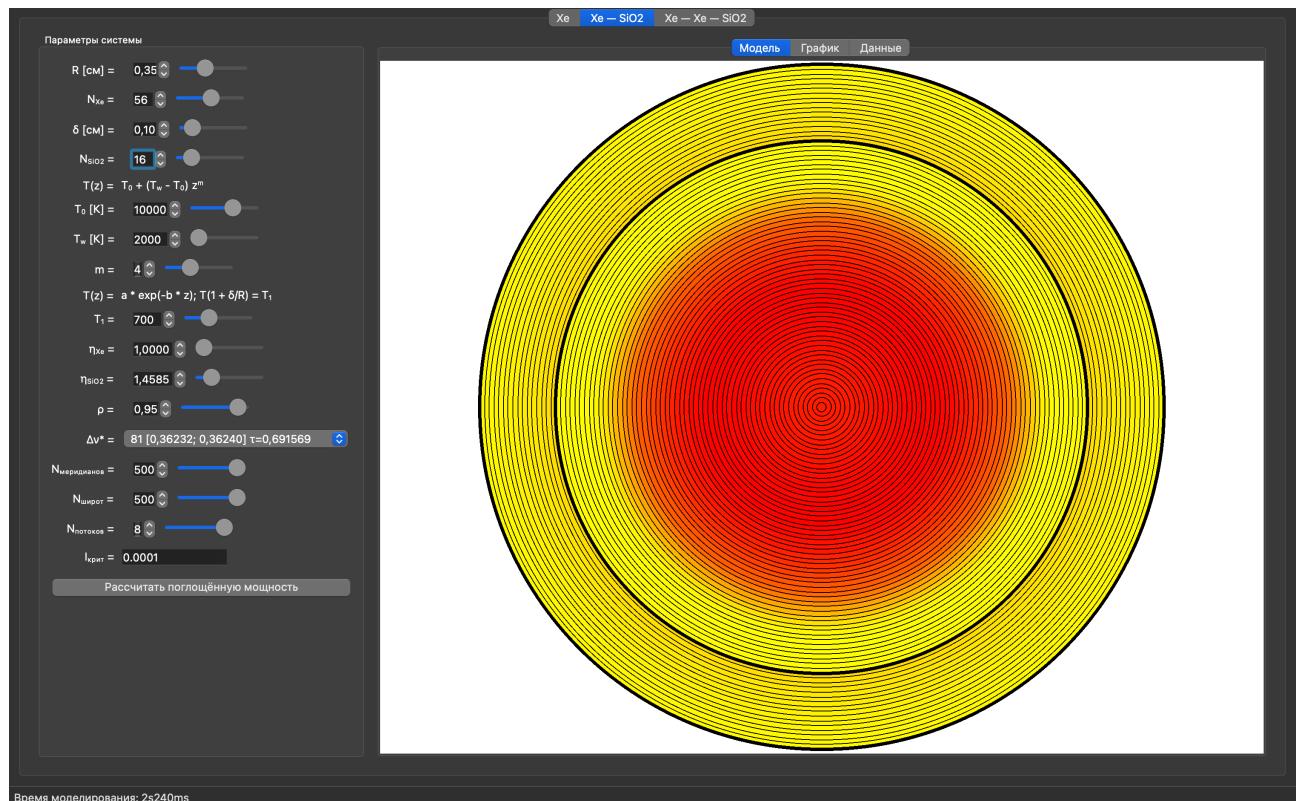


Рисунок 3.4 — Визуализация распределения поглощённой мощности по объёму

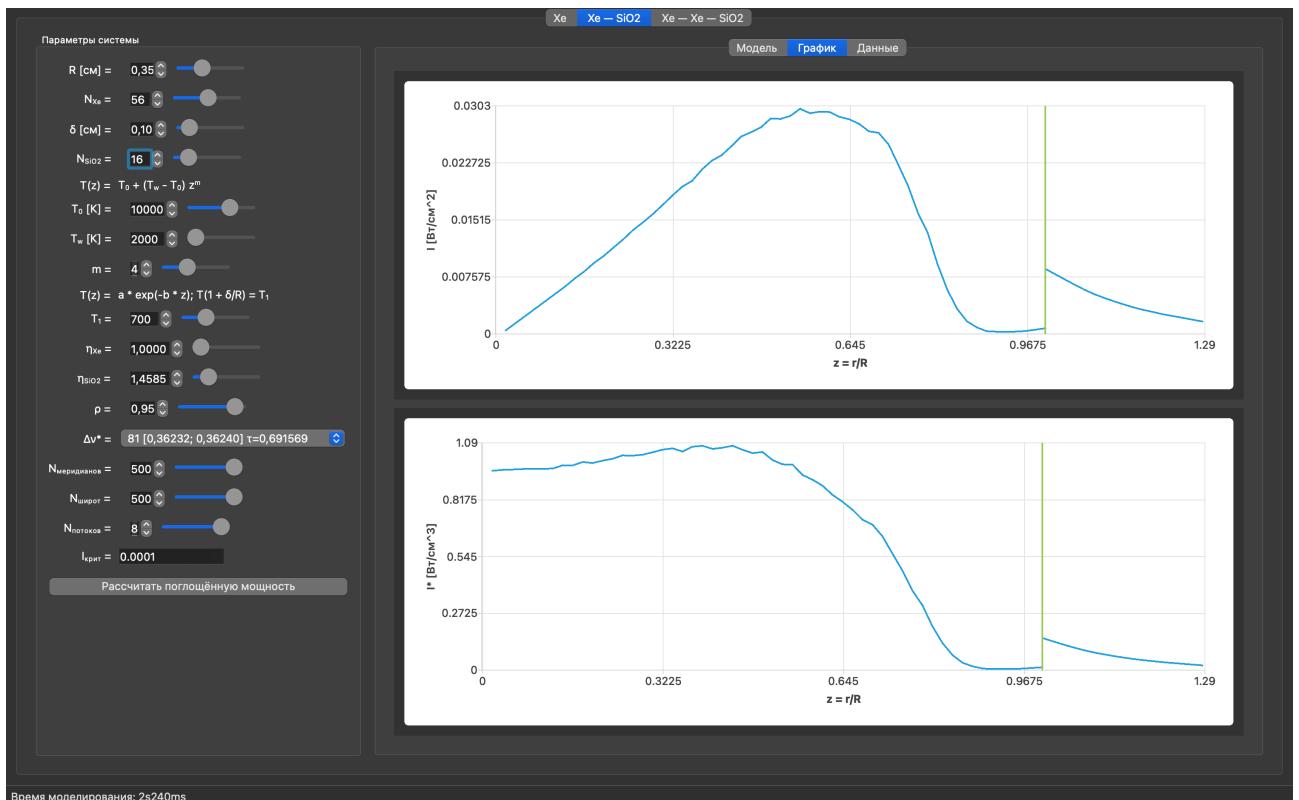


Рисунок 3.5 – Графики распределения поглощённой мощности

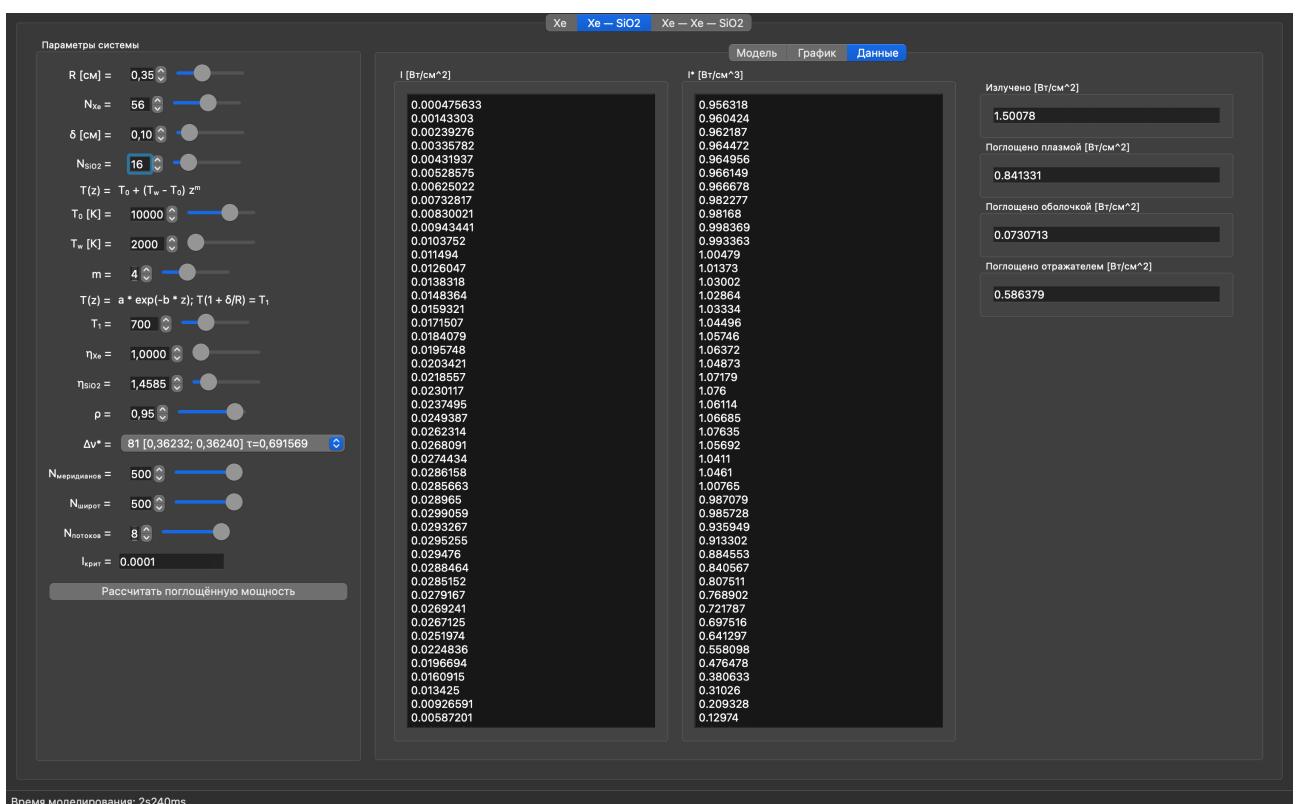


Рисунок 3.6 – Численные результаты расчёта распределения поглощённой мощности

### 3.5 Сборка ПО

Сборка осуществляется системой CMake по сценарию, описанному в листинге 3.1, где вместо [options...] можно использовать несколько ключей из следующего списка:

- а) -DMT\_ENABLE\_CLANG\_TIDY=ON — для активации статического анализатора кода при сборке проекта;
- б) -DMT\_ENABLE\_COMPILER\_WARNINGS=ON — для активации широкого набора стандартных предупреждений компилятора при сборке;
- в) -DMT\_ENABLE\_IPO\_LTO=ON — для активации оптимизаций времени компоновки;
- г) -DMT\_ENABLE\_IWYU=ON — для активации предупреждений о неоптимальных зависимостях заголовков при сборке;
- д) -DMT\_ENABLE\_UNSAFE\_MATH\_OPTIMIZATIONS=ON — для активации небезопасных агрессивных математических оптимизаций при сборке проекта;
- е) -DMT\_USE\_DOUBLE=ON — для использования чисел с плавающей запятой двойной точности;
- ж) -DCMAKE\_BUILD\_TYPE=Debug — для сборки проекта в отладочном режиме;
- з) -DCMAKE\_BUILD\_TYPE=Release — для сборки проекта в релизном режиме;
- и) -DCMAKE\_BUILD\_TYPE=RelWithDebInfo — для сборки проекта в релизном режиме с отладочной информацией.

Листинг 3.1 — Сборка

```
mkdir build
cd build
cmake [options...] ...
cmake --build . --target MT
cmake --build . --target GUI
```

### 3.6 Модульное тестирование

В листингах 3.2–3.5 представлены примеры модульных тестов основных функций моделирования траектории движения луча в световой системе на базе фреймворка GoogleTest.

Листинг 3.2 – Юнит-тест функции решения квадратных уравнений

```
TEST(EquationTest, QuadraticEquationTwoRealSolutions) {
    auto x0 = kZero;
    auto x1 = kZero;

    const auto result = equation::SolveQuadratic(5, 6,
        1, x0, x1);

    ASSERT_EQ(result,
              equation::Result::kHasRealSolution);
    ASSERT_NEAR(x0, -1.0_F, kEps);
    ASSERT_NEAR(x1, -0.2_F, kEps);
}
```

Листинг 3.3 – Юнит-тест функции отражения

```
TEST(ReflectTest, ReflectRay45Degree) {
    const auto incident = Vec3{1, -1, 0}.Normalized();
    const auto normal = Vec3{0, -1, 0}.Normalized();
    const auto expected = Vec3{1, 1, 0}.Normalized();

    const auto reflected = Reflect(incident, normal);
    ExpectVectorNear(reflected, expected);
}
```

### Листинг 3.4 – Юнит-тест функции преломления

```
TEST(RefractTest, AirToGlass) {
    const auto incident = Vec3{1, 1, -1}.Normalized();
    const auto normal = Vec3{0, 0, -1}.Normalized();
    constexpr auto kEtaI = 1.0_F;
    constexpr auto kEtaT = 1.5_F;
    constexpr auto kMu = kEtaI / kEtaT;
    const auto z = std::sqrt(19) / 3;
    const auto expected = Vec3{kMu, kMu,
        -z}.Normalized();

    const auto refracted = Refract(incident, normal,
        kEtaI, kEtaT);
    ExpectVectorNear(refracted, expected);
}
```

### Листинг 3.5 – Юнит-тест метода пересечения луча с поверхностью цилиндра

```
TEST(CylinderZInfinite, IntersectX) {
    const CylinderZInfinite cylinder{{}, 2};
    constexpr Vec3 kPos{-10, 0, 0};
    constexpr Vec3 kDir{1, 0, 0};
    ASSERT_EQ(cylinder.Intersect(kPos, kDir), 8);
}
```

## Выводы

В результате выполнения технологического раздела выпускной квалификационной работы разработано программно-математическое обеспечение, реализующее дискретно-лучевой метод моделирования световых полей в системах с неоднородными поглощающими и излучающими средами на основе параллельных вычислений.

Обоснованно выбран язык программирования, приведён список используемых технологий, представлена структура ПО, а также описаны: интерфейс приложения, входные/выходные данные, необходимая для сборки ПО информация и модульные тесты.

## 4 Исследовательский раздел

### 4.1 Сравнение с диффузно-лучевым методом

В работах [15, 16] показано соответствие экспериментальных данных и результатов моделирования диффузно-лучевым методом [14] по целому ряду параметров.

На рисунке 4.1 представлено сравнение результатов расчёта удельной поглощённой мощности плазмы дискретно- и диффузно-лучевыми методами в трёх типах систем:

- а) плазма — отражатель,  $R = 0,35$  см,  $T_0 = 10000$  К,  $T_w = 2000$  К,  $m = 4$ ,  $\rho = 0,95$ ;
- б) плазма — оболочка — отражатель,  $\delta = 0,05$  см,  $T_1 = 700$  К;
- в) плазма — оболочка — плазма — отражатель,  $a = 1$  см,  $b = 0,6$  см,  $\delta = 0,1$  см.

В первых двух системах отклонения в расчётах сильно меньше 1 %. В третьей системе максимальное отклонение удельной поглощённой мощности не превышает 2 %. Таким образом, можно заключить, что результаты моделирования дискретно-лучевым методом согласуются с результатами диффузно-лучевого метода.

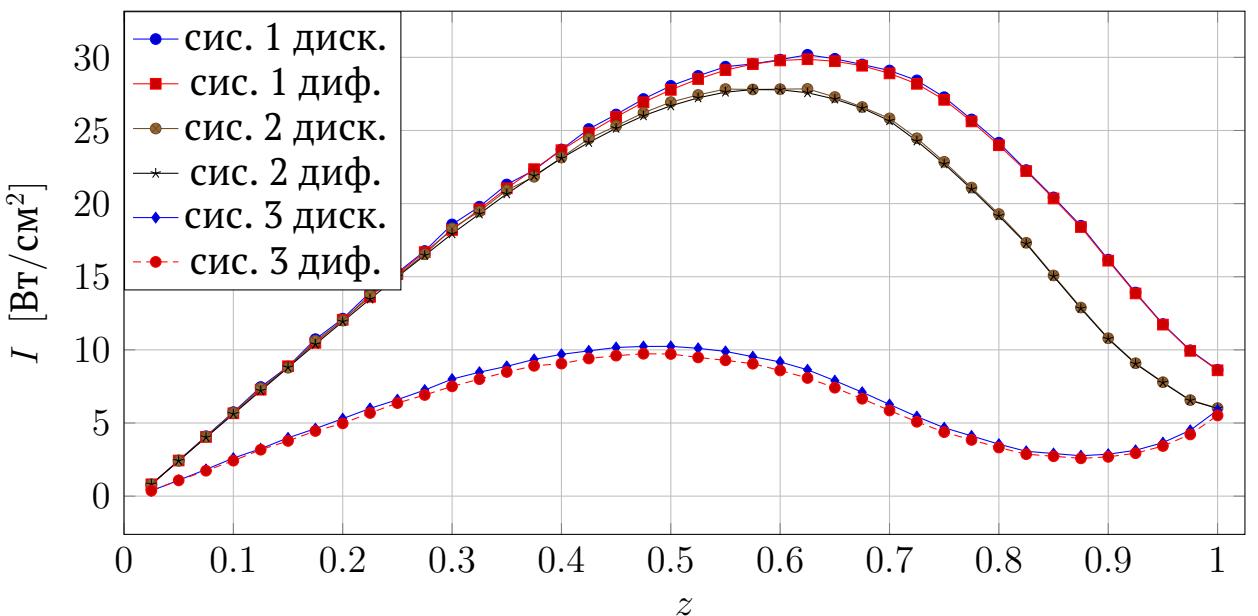


Рисунок 4.1 — Сравнение результатов расчёта удельной поглощённой мощность плазмы в 3 системах

На рисунке 4.2 представлена зависимость времени работы диффузно- и дискретно-лучевого методов от количества лучей  $N_p$  при различном количестве потоков  $N_t$  в системе второго типа плазма — оболочка — отражатель с параметрами: радиус плазмы  $R = 0,35$  см; толщина оболочки  $\delta = 0,1$  см; количество квазиоднородных областей в плазме и оболочке  $N_{Xe} = 56$ ,  $N_{SiO_2} = 16$ ; параметры температурного профиля  $T_0 = 10000$  К,  $T_w = 2000$  К;  $T_1 = 700$  К, коэффициент поглощения плазмы — табличный; коэффициент поглощения оболочки — по модели (2.37); показатели преломления  $\eta_{Xe} = 1$ ,  $\eta_{SiO_2} = 1,4585$ .

Моделирование производилось на компьютере со следующими характеристиками: ОС — macOS Sonoma 14.5, процессор — Apple M1 Pro 10-core, память — 16 ГБ LPDDR5.

По результатам моделирования выяснено, что использование двух потоков даёт практически двукратный выигрыш по времени, а восьми — четырёхкратное. Однопоточный вариант имеет заметное преимущество перед диффузно-лучевым методом за счёт отсутствия вероятностного розыгрыша лучей и использования широкого числа оптимизаций.

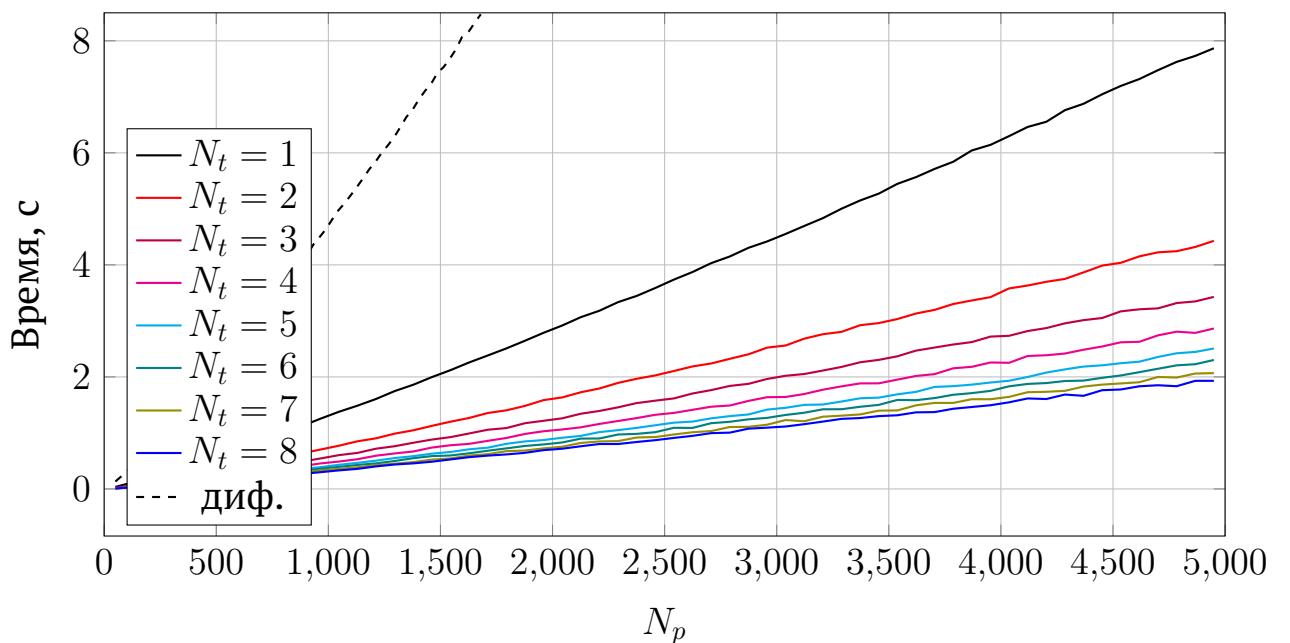


Рисунок 4.2 — Время моделирования системы плазма — оболочка — отражатель

## 4.2 Спектральная оптическая плотность плазмы

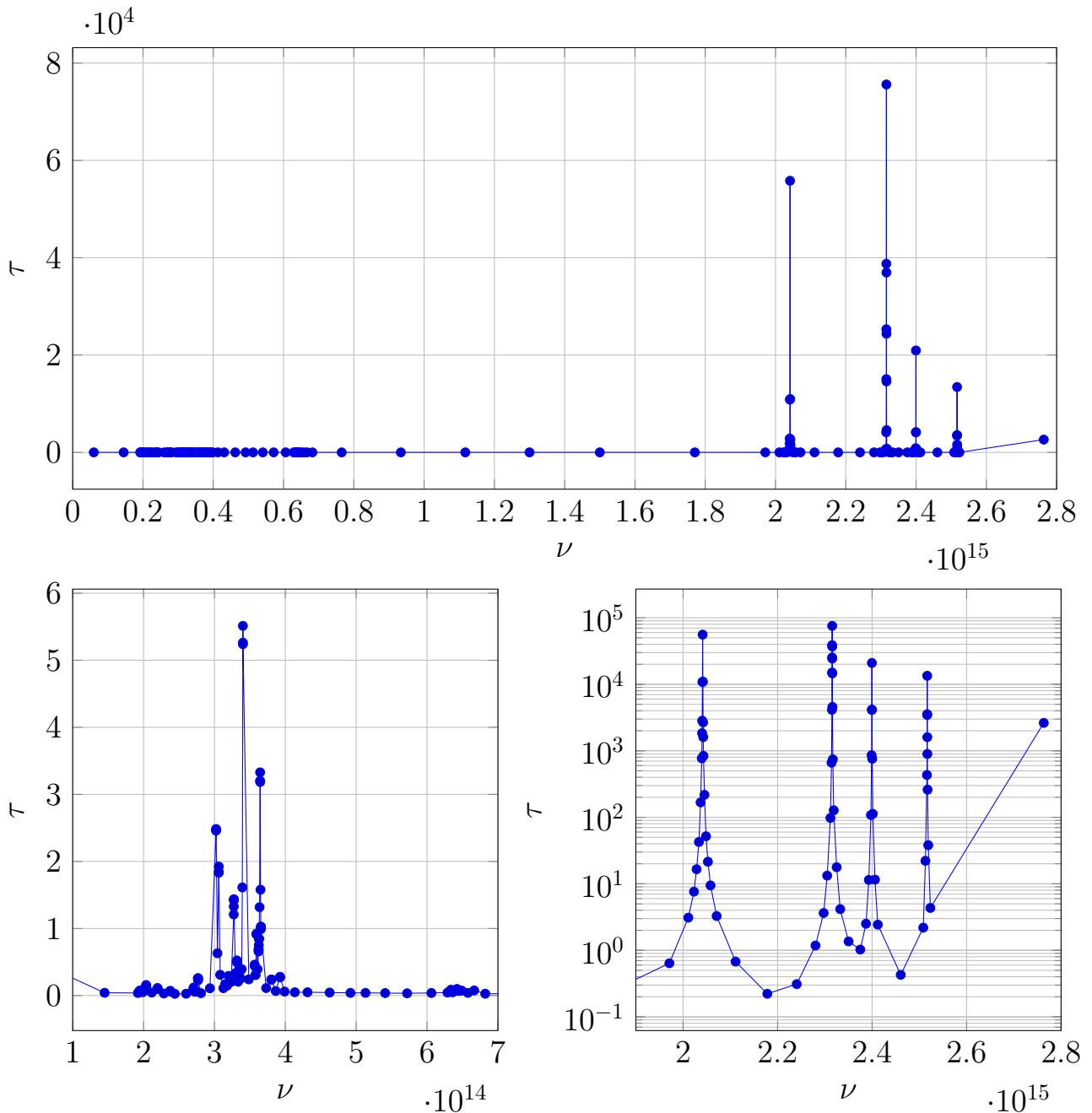


Рисунок 4.3 – Спектральная оптическая плотность разрядной плазмы

На рисунке 4.3 представлена спектральная оптическая плотность разрядной плазмы радиусом  $R = 0,35$  см, осевой и краевой температурами  $T_0 = 10000$  К,  $T_w = 2000$  К, показателем степени  $m = 4$  (см. (2.35)) и зеркальным отражателем на поверхности плазмы с коэффициентом отражения  $\rho = 0,95$ .

Оптическая плотность диапазона частот  $\Delta\nu$  рассчитывается по фор-

мule:

$$\tau_\nu = \int_0^R k_{\text{погл}} dr. \quad (4.1)$$

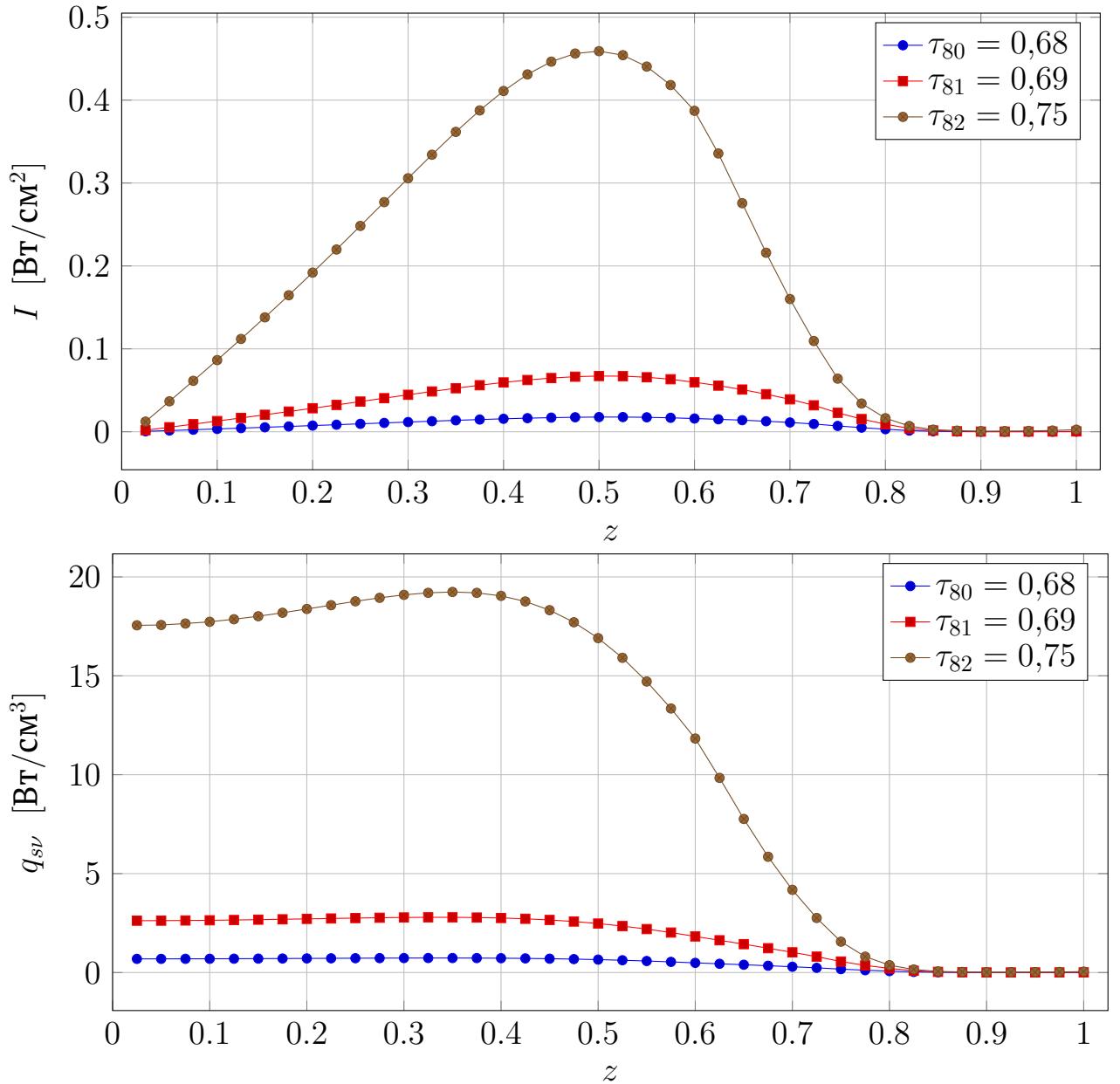


Рисунок 4.4 — Поглощённая мощность плазмы,  $R = 0,35$  см,  $T_0 = 10000$  К,  $T_w = 2000$  К,  $m = 4$ ,  $\rho = 0,95$

На рисунке 4.4 представлена зависимость распределения поглощённой мощности по объёму разрядной плазмы при различных диапазонах частот.

Диапазоны частот, соответствующие критически малым значениям оптической плотности, являются по сути прозрачными для светового

излучения, а в диапазонах частот, соответствующих большим значениям оптической плотности, плазма выступает в качестве чёрного газа.

### 4.3 Влияние коэффициента отражения

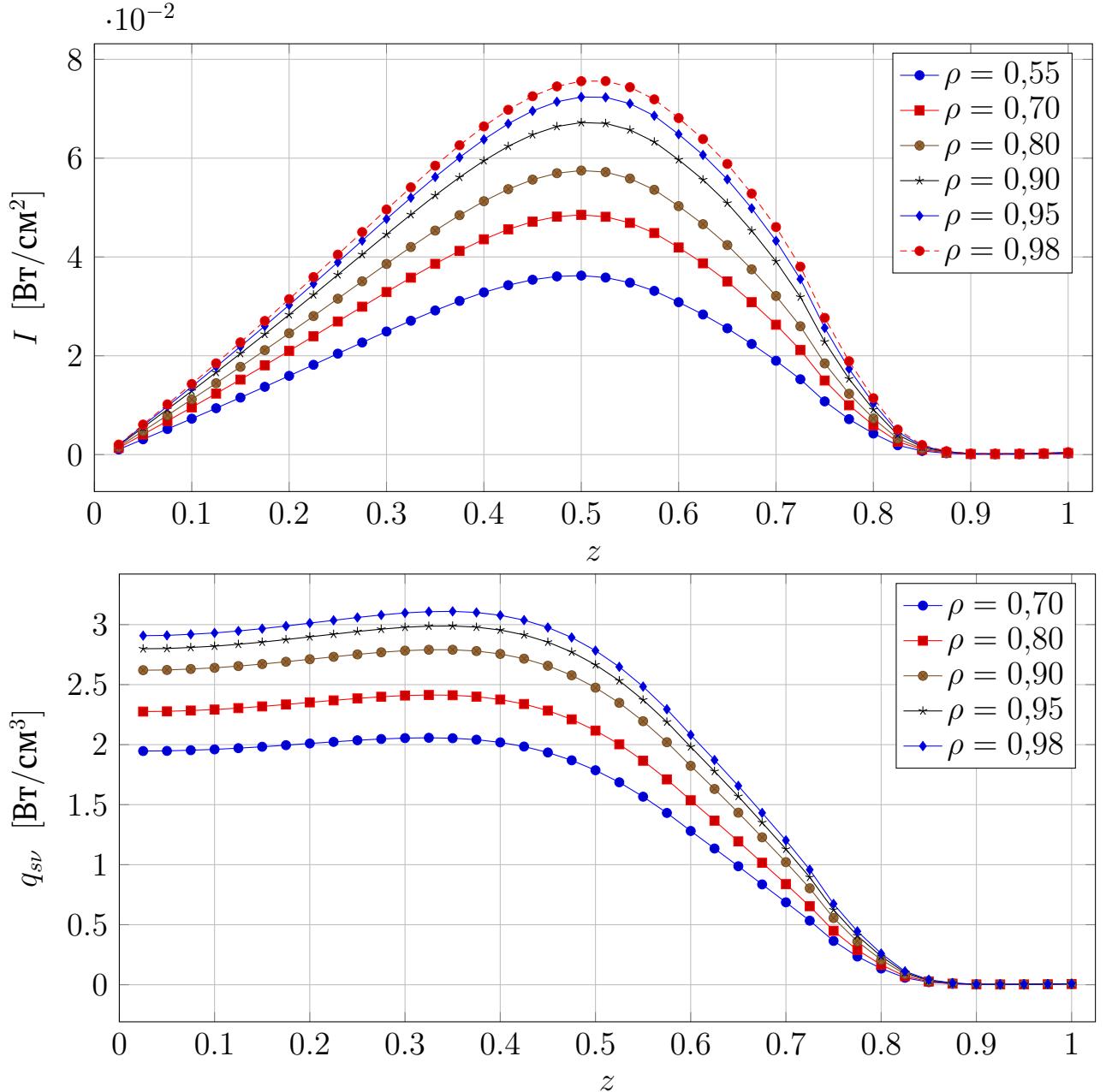


Рисунок 4.5 — Поглощённая мощность плазмы,  
 $\Delta\nu_{81} = [0,36232 \cdot 10^{15}, 0,36240 \cdot 10^{15}]$   $R = 0,35$  см,  $T_0 = 10000$  К,  $T_w = 2000$  К,  
 $m = 4$

На рисунке 4.5 представлена зависимость распределения поглощённой мощности по объёму разрядной плазмы при переменном коэффициенте  $\rho$  зеркального отражения на поверхности.

При  $\rho = 0,55$  доля поглощённой мощности в системе при заданных

параметрах упала более, чем в два раза по сравнению со случаем при  $\rho = 0,98$ . Это связано с тем, что плазма не является абсолютно поглощающей средой, и в разряде реализуется режим многократного прохождения излучения через плазму до его полного выхода из системы в процессе отражения от границы.

С увеличением коэффициента отражения количество таких проходов растет, увеличивается доля поглощённой мощности. При этом для ксеноновой плазмы с её высокой излучательной способностью вид распределения практически не меняется.

#### 4.4 Влияние распределения температуры

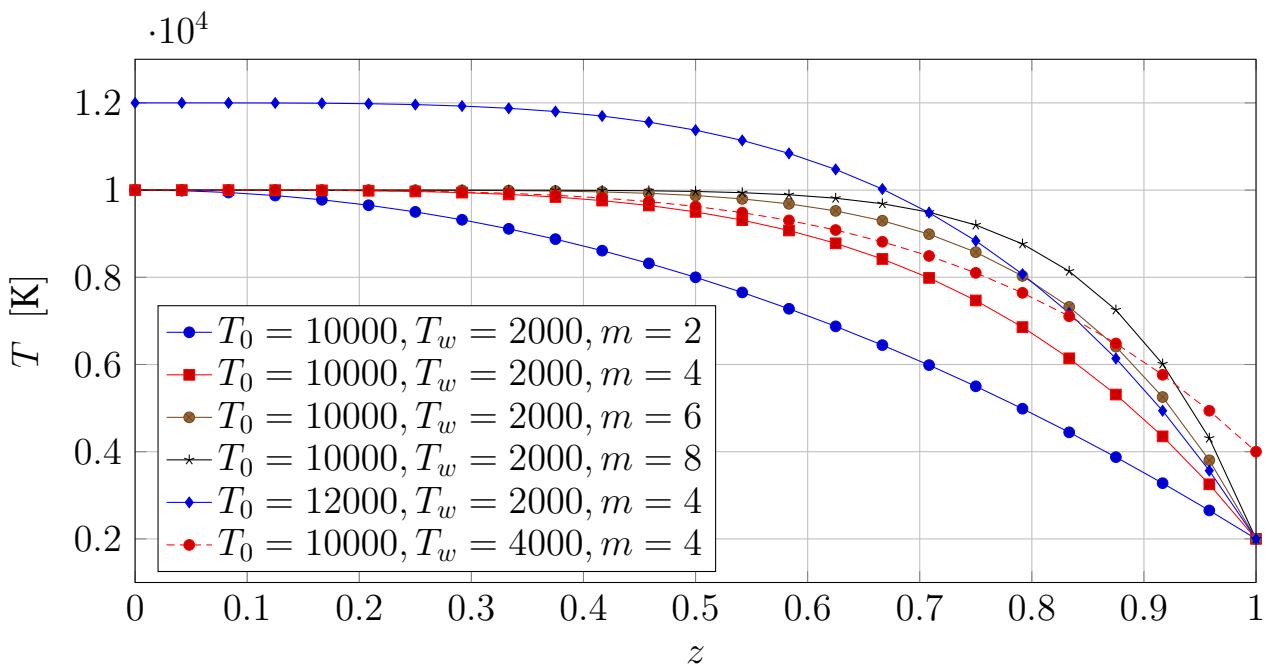


Рисунок 4.6 – Температурное распределение по модели  
 $T(z) = T_0 + (T_w - T_0)z^m$

На рисунке 4.6 представлена модель температурного профиля разрядного ксенона. В этой модели распределения коэффициент  $m$  отвечает за продолжительность плоского фронта осевой температуры в основной части разряда, отдаляя крутое падение у стенки.

На рисунке 4.7 представлена зависимость распределения поглощённой мощности по объёму разрядной плазмы при переменном показателе степени  $m$  убывания абсолютной температуры. Видно, что с ростом

коэффициента  $m$  максимумы распределений  $I$ ,  $q_{sv}$  смещаются ближе к поверхности ксенона, а суммарная мощность поглощённого распределения возрастает. Это связано с тем, что взлёт общей температуры разряда увеличивает излучающую способность материала (см. (2.32)) намного сильнее, чем соответствующее уменьшение коэффициента оптического поглощения в сильно нагретой среде.

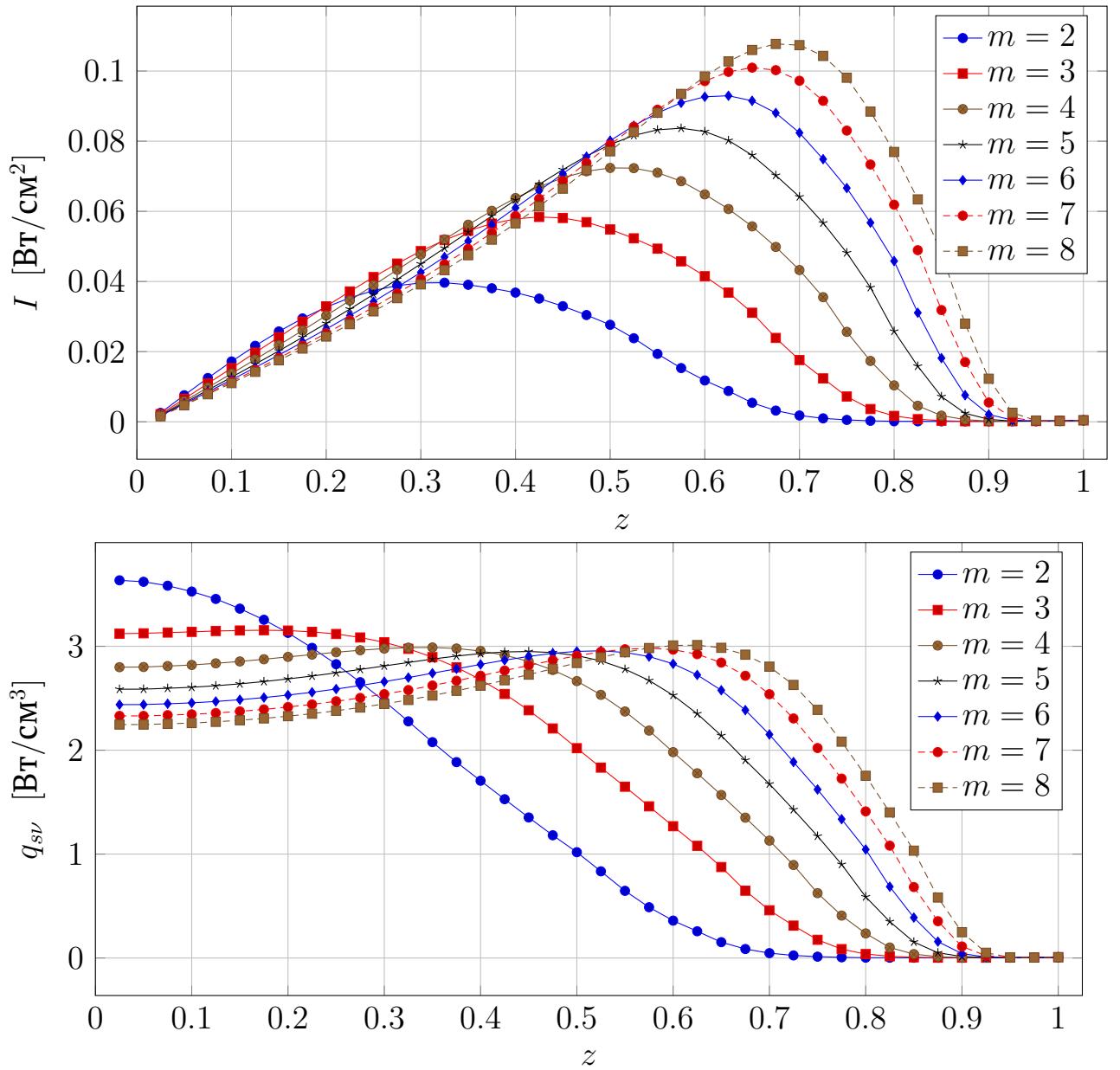


Рисунок 4.7 — Поглощённая мощность плазмы,  
 $\Delta\nu_{81} = [0,36232 \cdot 10^{15}, 0,36240 \cdot 10^{15}]$   $R = 0,35$  см,  $T_0 = 10000$  К,  $T_w = 2000$  К,  
 $\rho = 0,95$

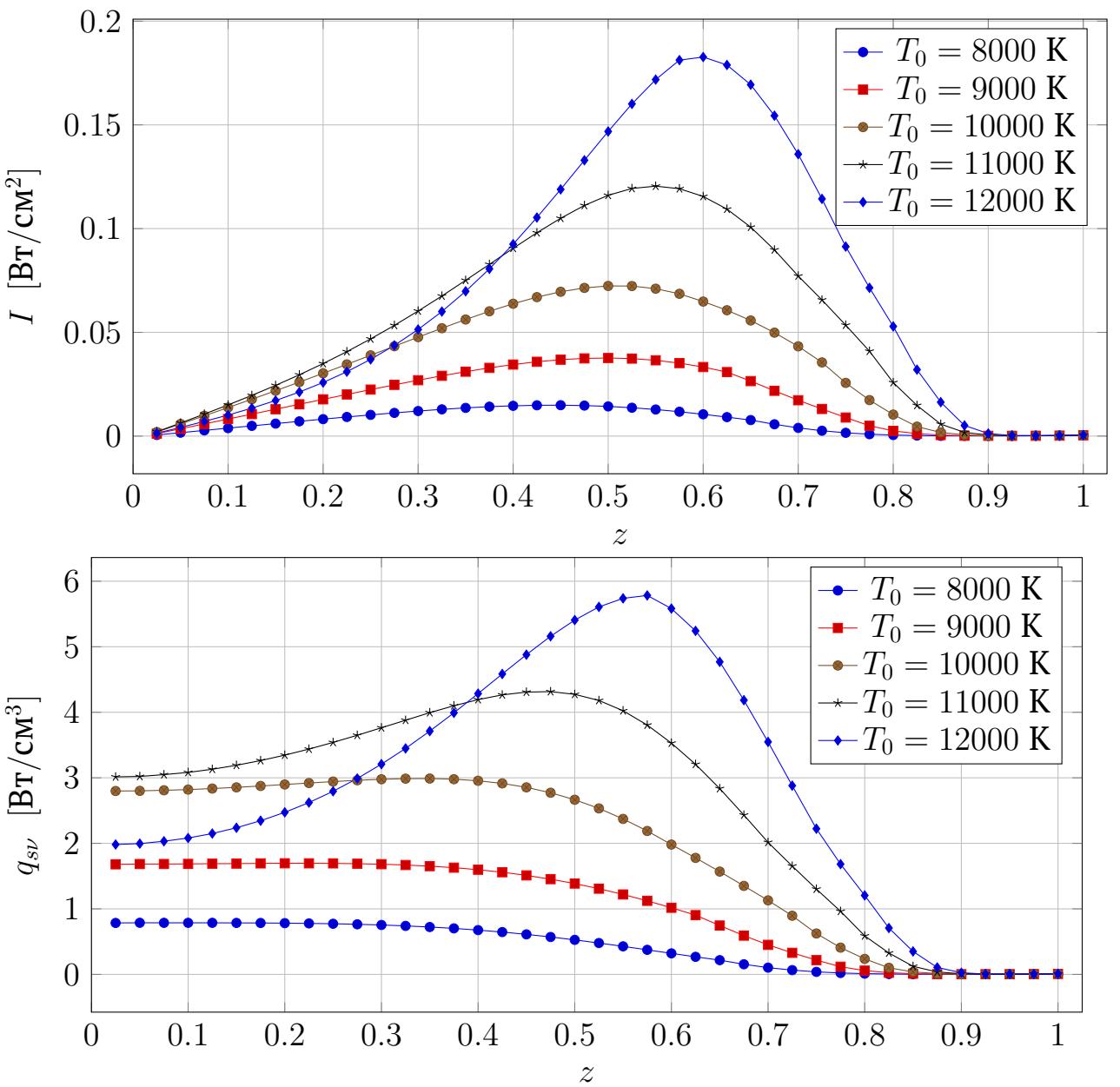


Рисунок 4.8 — Поглощённая мощность плазмы,  
 $\Delta\nu_{81} = [0,36232 \cdot 10^{15}, 0,36240 \cdot 10^{15}] \text{ R} = 0,35 \text{ см}, T_w = 2000 \text{ K}, m = 4, \rho = 0,95$

На рисунках 4.8 и 4.9 представлена зависимость распределения поглощённой мощности по объёму разрядной плазмы при переменном значении осевой и радиальной абсолютных температур  $T_0$  и  $T_w$  соответственно.

Видно, что тенденция изменения  $I$  и  $q_{sv}$  сохраняется: рост общей температуры разряда влияет на увеличение пика распределения поглощённой мощности и смещает его ближе к поверхности ксенонового излучателя.

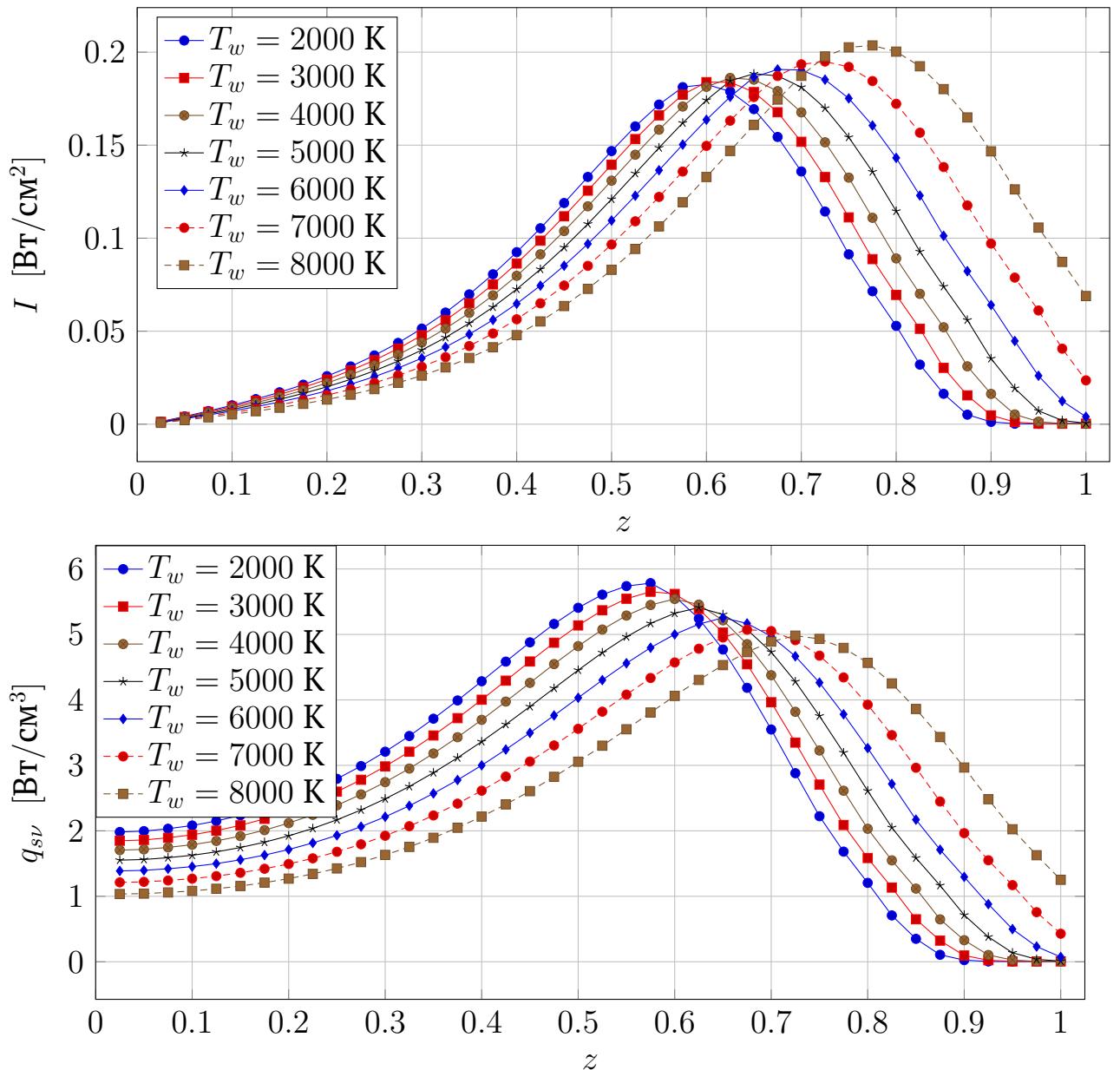


Рисунок 4.9 — Поглощённая мощность плазмы,  
 $\Delta\nu_{81} = [0,36232 \cdot 10^{15}, 0,36240 \cdot 10^{15}]$   $R = 0,35$  см,  $T_0 = 12000$  К,  $m = 4$ ,  
 $\rho = 0,95$

## 4.5 Влияние количества лучей

На рисунке 4.10 представлена зависимость распределения поглощённой мощности по объёму разрядной плазмы при переменном количестве лучей  $N = N_{\text{меридианов}} \cdot N_{\text{широт.}}$

Даже при  $N = 500$  в графике функции  $q_{sv}$  наблюдается небольшое, но заметное отклонение во втором квазиоднородном слое ( $\Delta z = [0,025; 0,05]$ ) разряда ксенона.

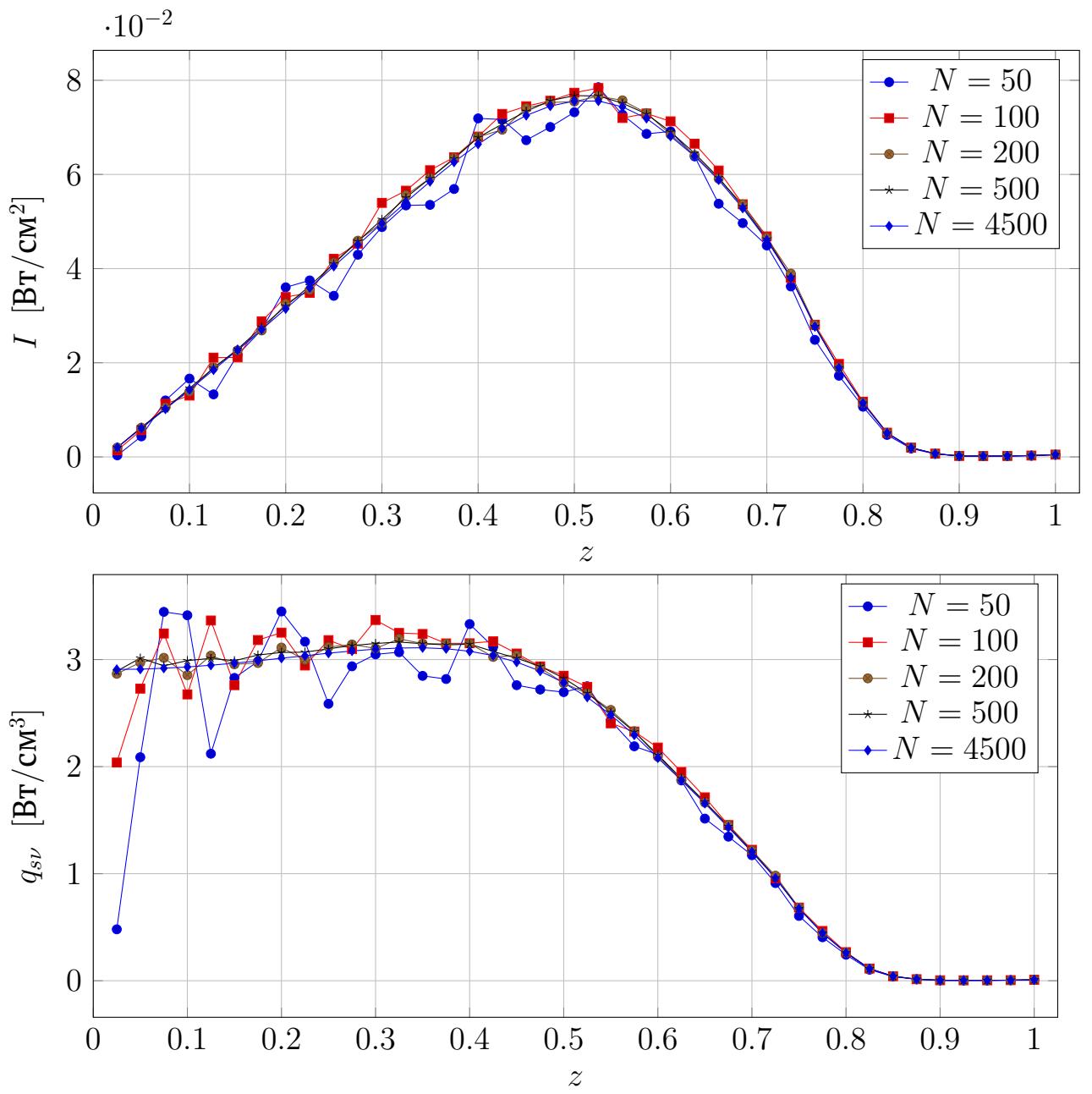


Рисунок 4.10 – Поглощённая мощность плазмы,  
 $\Delta\nu_{81} = [0,36232 \cdot 10^{15}, 0,36240 \cdot 10^{15}]$   $R = 0,35$  см,  $T_0 = 10000$  К,  $T_w = 2000$  К,  
 $m = 4$ , переменное количество лучей  $N$

Помимо количества лучей  $N$ , на гладкость функции распределения поглощённой мощности влияют также количество разбиений  $N_p$  (см. листинг 2.1) и значение критической интенсивности  $I_{\text{крит}}$  (см. рисунок 2.6). При заданной конфигурации системы приемлемая гладкость распределения  $q_{sv}$  достигается при  $N = 4500$ .

## 4.6 Влияние возврата излучения

Эффект дополнительного подогрева плазмы и, как следствие, изменения её теплофизических и излучательных свойств происходит в результате возврата части излученной мощности обратно в плазменный столб.

Математическая модель строится для азимутально симметричного цилиндрического столба разряда, находящегося в условиях ЛТР, с учётом переноса излучения [33]. Соответствующая система уравнений включает уравнение энергии, закон Ома и математическую модель переноса излучения:

$$\frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \lambda(T) \frac{dT}{dr} \right) + \sigma(T) E^2 - \operatorname{div} \vec{F} = 0, \quad (4.2)$$

$$\operatorname{div} \vec{F} = \int_{\nu} \operatorname{div} \vec{F}_{\nu} d\nu, \quad (4.3)$$

$$\operatorname{div} \vec{F}_{\nu} = c k_{\nu} (u_{p\nu} - u_{\nu}) = c k_{\nu} u_{p\nu} - q_{s\nu},$$

$$E = \frac{I}{2\pi \int_0^R \sigma(T) r dr}. \quad (4.4)$$

В этих формулах:  $T$  — температурное поле в разряде,  $\lambda, \sigma, k_{\nu}$  — коэффициенты электропроводности, теплопроводности и спектральный коэффициент поглощения плазмы,  $r, R$  — текущий радиус и внутренний радиус разрядной трубы,  $\nu$  — частота излучения,  $\vec{F}, \vec{F}_{\nu}, u_{p\nu}, u_{\nu}, q_{s\nu}$  — спектральный и интегральный потоки излучения, функция Планка, объёмная плотность излучения в плазме, объёмная мощность поглощенного излучения,  $I, E$  — электрический ток и напряженность электрического поля. Система дополняется соответствующими краевыми условиями [14].

После расчёта радиального распределения поглощённой в плазме мощности  $q_{s\nu}$ , фигурирующей в (4.3), идёт определения интеграла по частоте от  $q_{s\nu}$ , затем выполняется итерация по расчёту температурного

поля в разряде из уравнения энергии (4.2). Процедура повторяется до выполнения условия сходимости по температуре плазмы [34].

Обработка многочисленных вычислительных экспериментов [14, 35] показала, что при решении частной задачи о влиянии возврата излучения на его теплофизические характеристики сложная процедура расчёта прохождения излучения в системе может быть заменена более простой моделью отражении излучения на границе плазмы с некоторым эффективным коэффициентом отражения  $\rho$ . Данный коэффициент рассчитывается на основе сравнения мощности, поглощенной в плазме, вычисленной при этих двух подходах. При этом расчёт переноса излучения в плазме может быть рассмотрен в рамках более простого диффузационного приближения [14, 35, 36] с краевым условием при  $r = R$

$$u_\nu = \frac{A}{k_\nu} \frac{1 + \rho}{1 - \rho} \frac{du_\nu}{dr}, \quad (4.5)$$

где  $A$  — некоторая константа [14, 35].

В качестве исходных данных в рассматриваемой модели разряда задаются ток, диаметр разрядной трубы, давление наполнения, эффективный коэффициент отражения на границе, одинаковый для всех частот в интервале 100 нм — 3 мкм, и все материальные функции плазмы [37, 38].

На рисунке 4.11 продемонстрировано, что наличие отражения на границе плазмы сопровождается ростом общего уровня температур. При этом для ксеноновой плазмы с её высокой излучательной способностью вид распределения практически не меняется, оставаясь плоским в основной области разряда с крутym фронтом падения у стенки.

При малых коэффициентах отражения изменения температуры практически не происходит. При  $\rho = 0,55$  осевая температура  $T_0$  меняется всего на 3 % по сравнению со случаем отсутствия отражения. Это связано с тем, что плазма не является абсолютно поглощающей средой, и в разряде реализуется режим многократного прохождения излучения

через плазму до его полного выхода из системы в процессе отражения от границы.

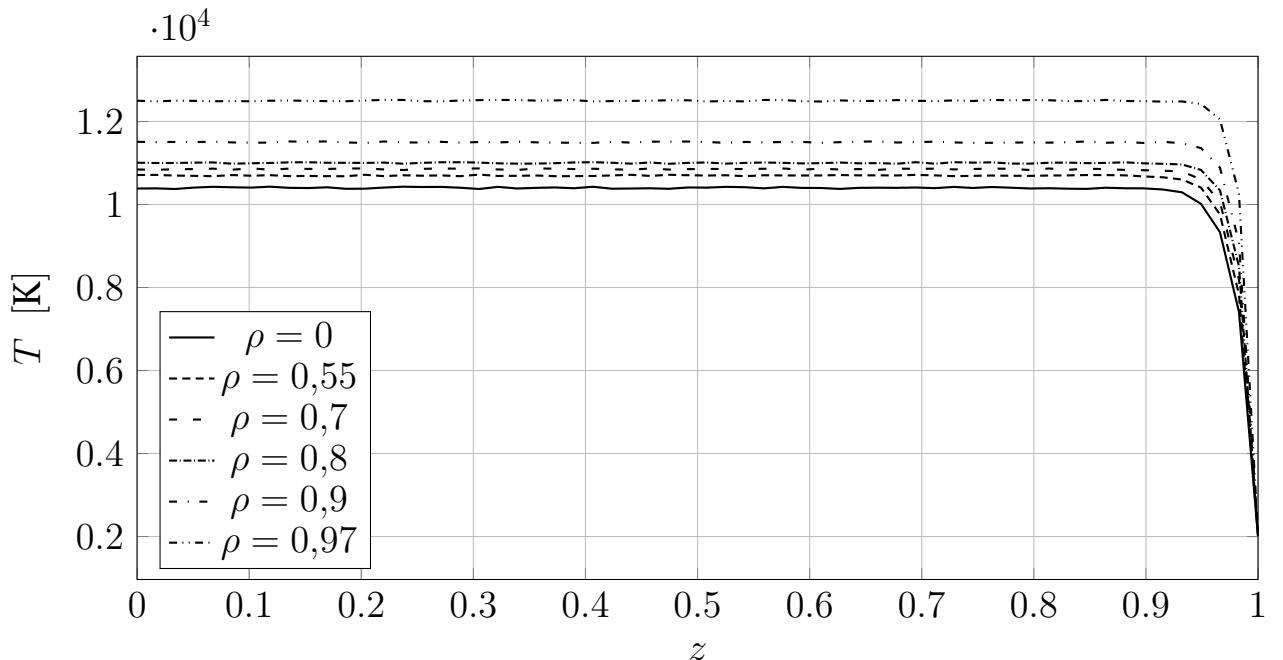


Рисунок 4.11 – Влияние коэффициента отражения  $\rho$  на температурные распределения в разряде.  $R = 0,35$  см,  $p = 1,5$  МПа,  $I = 500$  А

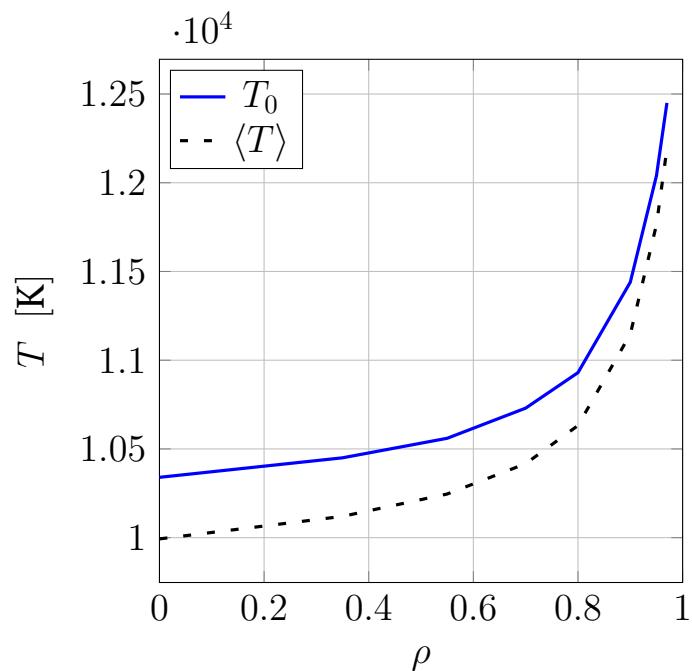


Рисунок 4.12 – Зависимость осевой и средней температур в разряде от коэффициента отражения. Параметры разряда те же, что и на рис. 4.11

С увеличением коэффициента отражения количество таких проходов растет, увеличивается доля поглощённой мощности и повышается

темп роста температуры по мере возрастания  $\rho$ . Последнее наглядно показывает рисунок 4.12.

Отметим также, что при повышении температуры растет коэффициент поглощения плазмы [37, 38], что является дополнительным фактором более высокого темпа нарастания температуры при приближении  $\rho$  к единице. При изменении  $\rho$  от 0,55 до 0,80 осевая температура увеличивается на 4,5 %, а при увеличении  $\rho$  от 0,80 до 0,97 рост  $T_0$  составляет уже 14 %.

Отметим, что спектральное распределение лучистых потоков в открытом разряде и в составе осветительной системы отличаются и тем сильнее, чем выше температура, давление плазмы и, соответственно, коэффициент отражения.

## **Выводы**

В исследовательском разделе выпускной квалификационной работы установлена согласованность результатов разработанного и диффузно-лучевого метода.

Проведены широкомасштабные численные эксперименты в предметной области: проанализировано влияние параметров на распределение поглощённой мощности излучения в трёх типах систем.

В рамках проведенного исследования на основе математического моделирования получены количественные данные по влиянию возврата излучения на характеристики разряда. Данные такого рода позволяют проводить оптимизацию электрических цепей и оценивать изменения, происходящие в спектрах излучения.

## **ЗАКЛЮЧЕНИЕ**

Цель выпускной квалификационной работы была достигнута в результате выполнения всех поставленных задач.

На основе разработанной математической модели проведено исследование квазистационарных режимов мощных разрядов в трубчатых ксеноновых источниках излучения в условиях, когда они находятся под воздействием собственного отраженного излучения. Получены данные по влиянию возвращаемой энергии на температурные поля в плазме. Показано, что свойства плазмы могут заметно меняться в зависимости от значений спектральных коэффициентов возврата и оптической плотности среды.

По итогам работы получены следующие результаты:

- а) Разработана дискретно-лучевая модель прохождения излучения в системе сред и поверхностей, связанных единым электромагнитным полем, формируемым разрядными источниками излучения и отражателями. Источники излучения имеют неоднородное по объёму плазмы распределение оптических свойств и температуры, что требует детального рассмотрения физики взаимодействия луча с плазменной средой.
- б) Разработан метод расчёта генерации излучения из объёма неоднородной среды в условиях цилиндрической симметрии, пригодный для моделирования начального веса луча при произвольной оптической плотности плазмы.
- в) Разработан метод расчёта распределения поглощенной мощности излучения по объёму плазменного цилиндра, в том числе и в условиях засветки его соседними источниками излучения в многоламповых системах. Тем самым созданы предпосылки для построения замкнутых моделей развития процессов в плазме, находящейся в составе оптической системы и подсвечиваемой внешним излучением.

- г) Разработаны алгоритмы, реализующие указанные методы. Выполнено распараллеливание для многопроцессорных вычислителей.
- д) Разработан оригинальный программно-алгоритмический комплекс с интерфейсом пользователя, удобным для автоматизации научных исследований. ПМО разработано на базе высокопроизводительного языка C++ с использованием современных технологий дополнительной оптимизации и безопасности, графический интерфейс пользователя реализован на платформе Qt.
- е) Выполнены исследования метода и модели, проведены широкомасштабные численные эксперименты в предметной области в трёх типах систем с ксеноновым разрядом.

**Дальнейшее развитие работы** предполагает создание метода и программного модуля трассировки лучей в системах, использующих светорассеивающие среды типа поликора или жидких активных элементов. Также значительный эффект с точки зрения увеличения быстродействия может дать оптимизация многолучевой трассировки при массовых расчётах однотипных систем с отличающимися параметрами разряда.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. *Маршак И. С. Импульсные источники света / И. С. Маршак, А. С. Дойников, В. П. Жильцов и др. / — 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Энергия, 1978. — 472 с.*
2. Megawatt, Pulsed Ultraviolet Photon Sources for Microbial Inactivation / P. Hancock [и др.] // IEEE Transactions on Plasma Science. — 2004. — Т. 32, № 5. — С. 2026—2031.
3. Application of the pulsed light technology to mycotoxin degra-dation and inactivation / M. Moreau. [и др.] // J. Appl. Toxicol. — 2011.
4. Справочная книга по светотехнике / под ред. Ю. Б. Айзенберга. — М. : Энергоатомиздат, 1995. — 526 с.
5. Справочник по лазерам. Т. 1 / под ред. А. М. Прохорова. — М. : Советское радио, 1978. — 503 с.
6. *Мак А. А., Соме Л. П., Фромзель В. А. Лазеры на неодимовом стекле. — М. : Наука, 1990. — 228 с.*
7. *Сарычев Г. С. Облучательные светотехнические установки. — М. : Энергоатомиздат, 1992. — 108 с.*
8. *Хоттель Х. С., Ф. С. А. Лучистый теплообмен. — М. : Металлургиздат, 1961. — 686 с.*
9. *Хоттель Х. С., Коэн Э. С. Лучистый теплообмен в газонаполненных помещениях: учет отклонений от температуры газа. — М. : Металлургиздат, 1958. — 126 с.*
10. *Einstein T. H. Radiant Heat Transfer to Absorbing Gases Enclosed between Parallel Flat Plates with Flow and Conduction // NASA TR R-154. — 1963.*
11. *Einstein T. H. Einstein T. H., Radiant Heat Transfer to Absorbing Gases Enclosed in a Circular Pipe with Conduction, Gas Flow and Internal Heat Generation // NASA TR R-156. — 1963.*

12. *Невский А. С.* Теплообмен излучением в металлургических печах и топках котлов. — Металлургиздат, 1958.
13. *Микк И. Р.* Применение обобщённых угловых коэффициентов к расчёту лучистого теплообмена // ТВТ. Т. 1. Вып. 1. — 1963. — С. 128—135.
14. *Градов В. М.* Разработка методов расчёта и исследование радиационных процессов в системах с разрядными источниками селективного излучения : дис. ... д-ра технических наук / Градов Владимир Михайлович. — МГТУ им. Н. Э. Баумана., 2002. — 326 с.
15. *Градов В. М.* Машинальное моделирование процессов в твердотельных лазерных излучателях и усилителях с ламповой накачкой. Системы накачки лазеров / В. М. Градов, Г. И. Кромский, А. А. Мак и др. — М., 1984. — 72 с. — (Препринт ФИАН, № 105).
16. *Градов В. М.* Методы расчёта систем накачки твердотельных лазеров / В. М. Градов, В. Г. Дорогов, Б. А. Константинов и др. // Обзоры по электронной технике. Электровакуумные и газоразрядные приборы. — 1978. — № 10 (539).
17. *Зигель Р., Хаузелл Д.* Теплообмен излучением. — М. : Мир, 1975. — 934 с.
18. Энциклопедия низкотемпературной плазмы / под ред. академика В. Е. Фортова. — М. : Наука / Интерperiодика, 2000.
19. *Суржиков С. Т.* Компьютерная аэрофизика спускаемых космических аппаратов. Двухмерные модели / под ред. Е. С. Артоболевской. — М. : Физмалит, 2018. — 544 с.
20. *Градов В. М., Керимов А. Ш.* Моделирование состояния селективно излучающей плазмы в составе оптических систем // Сборник материалов XV международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической области. — 2024.

21. Working Draft, Standard for Programming Language C++. — Режим доступа: URL: <https://eel.is/c++draft/> (дата обращения: 17.04.2024).
22. CLion Documentation. — Режим доступа: URL: <https://www.jetbrains.com/clion/learn/> (дата обращения: 17.04.2024).
23. CMake Reference Documentation. — Режим доступа: URL: <https://cmake.org/cmake/help/latest/index.html> (дата обращения: 17.04.2024).
24. CLang 19.0.0git documentation. — Режим доступа: URL: <https://clang.llvm.org/docs/> (дата обращения: 17.04.2024).
25. Clang-Format Style Options — CLang 19.0.0git documentation. — Режим доступа: URL: <https://clang.llvm.org/docs/ClangFormatStyleOptions.html> (дата обращения: 17.04.2024).
26. Clang-Tidy — Extra Clang Tools 19.0.0git documentation. — Режим доступа: URL: <https://clang.llvm.org/extra/clang-tidy/> (дата обращения: 17.04.2024).
27. LLVM Link Time Optimization: Design and Implementation. — Режим доступа: URL: <https://www.llvm.org/docs/LinkTimeOptimization.html> (дата обращения: 17.04.2024).
28. IWYU Documentation. — Режим доступа: URL: <https://github.com/include-what-you-use/include-what-you-use/tree/master/docs> (дата обращения: 17.04.2024).
29. Qt 6.7 — Qt Documentation. — Режим доступа: URL: <https://doc.qt.io/qt-6/> (дата обращения: 17.04.2024).
30. GoogleTest User's Guide. — Режим доступа: URL: <https://github.io/googletest/> (дата обращения: 17.04.2024).
31. The Fast Pimpl Idiom. — Режим доступа: URL: <http://www.gotw.ca/gotw/028.htm> (дата обращения: 17.04.2024).

32. GeoGebra Manual: File Format. — Режим доступа: URL: [https://geogebra.github.io/docs/reference/en/File\\_Format/](https://geogebra.github.io/docs/reference/en/File_Format/) (дата обращения: 17.04.2024).
33. Керимов А. Ш., Нгуен Д. Б. Исследование влияния возврата излучения на свойства разрядной сильно излучающей плазмы // Научно-технический вестник Поволжья. — 2024. — № 6.
34. Калиткин Н. Н. Численные методы. — СПб. : БХВ-Петербург, 2011. — 592 с.
35. Градов В. М., Гавриш С. В., Рудаков И. В. Моделирование электрофизических процессов в импульсно-периодических трубчатых источниках мощного инфракрасного излучения с сапфировыми оболочками // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Сер. Приборостроение. — 2017. — № 6. — С. 130—145.
36. Зельдович Я. Б., Райзер Ю. П. Физика ударных волн и высокотемпературных гидродинамических явлений. — М. : Физмалит, 2008. — 656 с.
37. Гавриш С. В. Математическое моделирование и исследование импульсных разрядных ламп инфракрасного излучения / С. В. Гавриш, В. М. Градов, А. В. Кузнецова, Ю. И. Терентьев // Светотехника. — 2008. — № 5. — С. 14—18.
38. Градов В., Гавриш С. В., Рудаков И. В. Спектрально-энергетические характеристики импульсно-периодических источников мощного инфракрасного излучения с сапфировыми оболочками // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Сер. Приборостроение. — 2018. — № 3 (120). — С. 91—103.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### КОЭФФИЦИЕНТ ОПТИЧЕСКОГО ПОГЛОЩЕНИЯ КСЕНОНА

Массив частот Хе р=15

0.02000 0.10000 0.19000 0.19400 0.19453 0.19463 0.19500 0.20300 0.20358  
0.20368 0.20400 0.21900 0.21963 0.21973 0.22020 0.23700 0.23762 0.23770  
0.23820 0.25000 0.27000 0.27058 0.27068 0.27120 0.27300 0.27674 0.27679  
0.27681 0.27685 0.27700 0.28500 0.30227 0.30231 0.30233 0.30237 0.30608  
0.30612 0.30614 0.30618 0.31000 0.31525 0.31533 0.31537 0.31545 0.31999  
0.32003 0.32723 0.32725 0.32737 0.32741 0.32743 0.32747 0.33160 0.33165  
0.33167 0.33172 0.33506 0.33510 0.33512 0.33516 0.33587 0.33591 0.33593  
0.33597 0.33840 0.33860 0.34010 0.34015 0.34017 0.34021 0.35670 0.35674  
0.35676 0.35680 0.35937 0.35941 0.35943 0.35947 0.36222 0.36230 0.36232  
0.36240 0.36286 0.36290 0.36292 0.36296 0.36440 0.36444 0.36446 0.36450  
0.36552 0.36556 0.36558 0.36562 0.38030 0.38034 0.38036 0.38040 0.39252  
0.39256 0.39258 0.39262 0.40540 0.42130 0.44120 0.48390 0.50000 0.52630  
0.55550 0.58820 0.62406 0.63366 0.63372 0.63830 0.64221 0.64225 0.64873  
0.64878 0.66650 0.66654 0.69770 0.83330 1.03448 1.20000 1.40000 1.60000  
1.94100 2.00100 2.02100 2.02500 2.03200 2.03500 2.03900 2.04000 2.04040  
2.04050 2.04120 2.04152 2.04220 2.04240 2.04280 2.04340 2.04700 2.05000  
2.05500 2.06100 2.08100 2.14100 2.21555 2.26550 2.29500 2.30000 2.31000  
2.31355 2.31470 2.31525 2.31535 2.31540 2.31545 2.31565 2.31570 2.31575  
2.31585 2.31630 2.31755 2.32000 2.33000 2.33500 2.36550 2.38460 2.38960  
2.39660 2.39860 2.39930 2.39950 2.39970 2.40000 2.40060 2.40260 2.40960  
2.41460 2.50670 2.51000 2.51578 2.51648 2.51668 2.51673 2.51683 2.51688  
2.51708 2.51778 2.52000 2.52670 3.00000

Массив коэффициента поглощения Хе р=15 Т=3000

.564e-2 .614e-2 .643e-2 .645e-2 .646e-2 .645e-2 .648e-2 .652e-2 .644e-2  
.652e-2 .657e-2 .661e-2 .662e-2 .663e-2 .668e-2 .675e-2 .675e-2 .675e-2  
.679e-2 .691e-2 .699e-2 .700e-2 .698e-2 .700e-2 .702e-2 .713e-2 .706e-2  
.700e-2 .704e-2 .707e-2 .717e-2 .706e-2 .723e-2 .723e-2 .725e-2 .731e-2

.688e-2 .731e-2 .728e-2 .732e-2 .738e-2 .730e-2 .734e-2 .736e-2 .742e-2  
 .741e-2 .749e-2 .745e-2 .748e-2 .733e-2 .748e-2 .745e-2 .759e-2 .745e-2  
 .739e-2 .749e-2 .753e-2 .750e-2 .749e-2 .751e-2 .755e-2 .754e-2 .747e-2  
 .752e-2 .749e-2 .754e-2 .754e-2 .760e-2 .733e-2 .761e-2 .761e-2 .780e-2  
 .770e-2 .770e-2 .772e-2 .782e-2 .764e-2 .772e-2 .772e-2 .750e-2 .775e-2  
 .774e-2 .775e-2 .784e-2 .767e-2 .775e-2 .757e-2 .785e-2 .777e-2 .776e-2  
 .771e-2 .782e-2 .781e-2 .783e-2 .794e-2 .795e-2 .785e-2 .795e-2 .797e-2  
 .804e-2 .802e-2 .807e-2 .820e-2 .838e-2 .870e-2 .901e-2 .925e-2 .958e-2  
 .996e-2 .104e-1 .107e-1 .109e-1 .108e-1 .109e-1 .110e-1 .110e-1 .111e-1  
 .112e-1 .113e-1 .115e-1 .130e-1 .186e-1 .280e1 .365e1 .661e1 .363e+0 .365e+1  
 .177e+2 .435e+2 .946e+2 .243e+3 .963e+3 .447e+4 .109e+5 .170e+5 .769e+5  
 .417e+6 .775e+5 .160e+5 .945e+4 .487e+4 .125e+4 .297e+3 .123e+3 .541e+2  
 .187e+2 .389e+1 .137e+1 .222e+1 .915e+1 .287e+2 .106e+3 .819e+3 .530e+4  
 .331e+5 .120e+6 .198e+6 .291e+6 .469e+6 .279e+6 .191e+6 .116e+6 .366e+5  
 .594e+4 .102e+4 .141e+3 .327e+2 .985e+1 .425e+1 .694e+1 .267e+2 .248e+3  
 .234e+4 .195e+5 .210e+6 .213e+5 .199e+4 .259e+3 .266e+2 .615e+1 .121e+1  
 .308e+1 .299e+2 .915e+3 .305e+5 .165e+6 .299e+5 .699e+4 .250e+4 .431e+3  
 .507e+2 .579e+1 .141e+0

Массив коэффициента поглощения Xe p=15 T=4000

.320e-2 .348e-2 .365e-2 .366e-2 .366e-2 .367e-2 .368e-2 .370e-2 .368e-2  
 .370e-2 .373e-2 .375e-2 .377e-2 .376e-2 .379e-2 .383e-2 .384e-2 .383e-2  
 .386e-2 .392e-2 .397e-2 .398e-2 .397e-2 .398e-2 .399e-2 .405e-2 .394e-2  
 .403e-2 .399e-2 .401e-2 .407e-2 .406e-2 .418e-2 .415e-2 .412e-2 .421e-2  
 .433e-2 .423e-2 .413e-2 .415e-2 .419e-2 .416e-2 .418e-2 .418e-2 .418e-2  
 .421e-2 .425e-2 .425e-2 .428e-2 .423e-2 .427e-2 .423e-2 .432e-2 .432e-2  
 .420e-2 .425e-2 .425e-2 .428e-2 .429e-2 .426e-2 .426e-2 .427e-2 .425e-2  
 .427e-2 .426e-2 .428e-2 .462e-2 .544e-2 .450e-2 .432e-2 .436e-2 .448e-2  
 .438e-2 .437e-2 .440e-2 .442e-2 .437e-2 .438e-2 .441e-2 .422e-2 .441e-2  
 .440e-2 .442e-2 .440e-2 .438e-2 .440e-2 .456e-2 .506e-2 .458e-2 .441e-2  
 .443e-2 .446e-2 .439e-2 .444e-2 .451e-2 .450e-2 .447e-2 .451e-2 .453e-2

.458e-2 .453e-2 .458e-2 .466e-2 .476e-2 .494e-2 .512e-2 .525e-2 .544e-2  
.566e-2 .591e-2 .609e-2 .614e-2 .615e-2 .619e-2 .622e-2 .623e-2 .635e-2  
.634e-2 .638e-2 .656e-2 .740e-2 .106e-1 .159e-1 .207e-1 .375e-1 .206e+0  
.207e+1 .100e+2 .247e+2 .536e+2 .138e+3 .546e+3 .254e+4 .622e+4 .977e+4  
.490e+5 .369e+6 .493e+5 .919e+4 .540e+4 .277e+4 .710e+3 .168e+3 .696e+2  
.307e+2 .106e+2 .221e+1 .779e+0 .126e+1 .521e+1 .164e+2 .601e+2 .467e+3  
.303e+4 .195e+5 .754e+5 .133e+6 .214e+6 .423e+6 .203e+6 .128e+6 .729e+5  
.216e+5 .340e+4 .580e+3 .806e+2 .186e+2 .561e+1 .244e+1 .400e+1 .155e+2  
.144e+3 .136e+4 .116e+5 .168e+6 .129e+5 .116e+4 .150e+3 .154e+2 .356e+1  
.700e+0 .183e+1 .178e+2 .548e+3 .214e+5 .141e+6 .194e+5 .423e+4 .150e+4  
.258e+3 .303e+2 .345e+1 .815e-1

## ПРИЛОЖЕНИЕ Б

### ПРЕЗЕНТАЦИЯ



Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования  
«Московский государственный технический университет имени Н. Э. Баумана  
(национальный исследовательский университет)»  
(МГТУ им. Н. Э. Баумана)

# Дискретно-лучевой метод моделирования световых полей в системах с неоднородными поглощающими и излучающими средами на основе параллельных вычислений

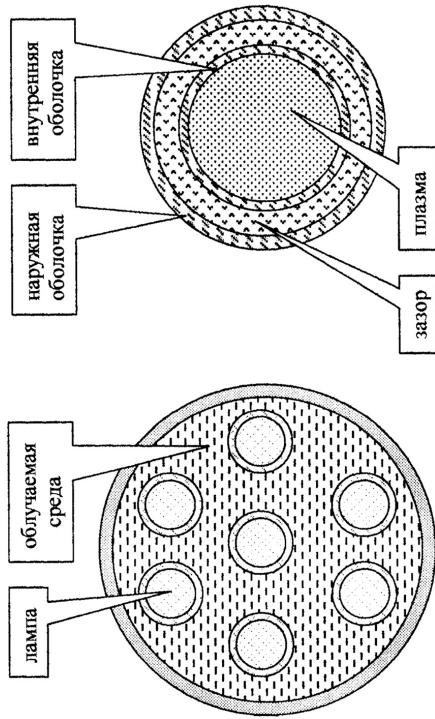
**Студент:** Керимов Ахмед Шахович, группа: ИУ7-42М

**Научный руководитель:** Градов Владимира Михайлович

# Объект исследования

Математические модели систем с разрядными источниками мощного селективного излучения и реализующие эти модели программно-алгоритмические средства.

- Осветительная техника
- Приборы квантовой электроники (лазеры)
- Фотохимические и фотобиологические реакторы
- Плазмотроны



Установка объемного фотохимического действия излучающих оболочек  
Лампа с системой  
излучающих оболочек

$T$  — температурное поле в разряде,  $\lambda$ ,  $\sigma$ ,  $k_\nu$  —  
коэф-ты электропроводности, тепловойности  
и спектральный коэф. поглощения плазмы,  
 $r, R$  — текущий и внутренний радиус  
разрядной трубы,  $\vec{F}, \vec{F}_\nu, u_{p\nu}, u_\nu, q_{s\nu}$  —  
спектральный и интегральный потоки  
излучения, функция Планка, объемная  
мощность поглощённого излучения,  $I, E$  — эл.  
ток и напряжённость эл. поля,  $c$  — скорость  
света в вакууме.

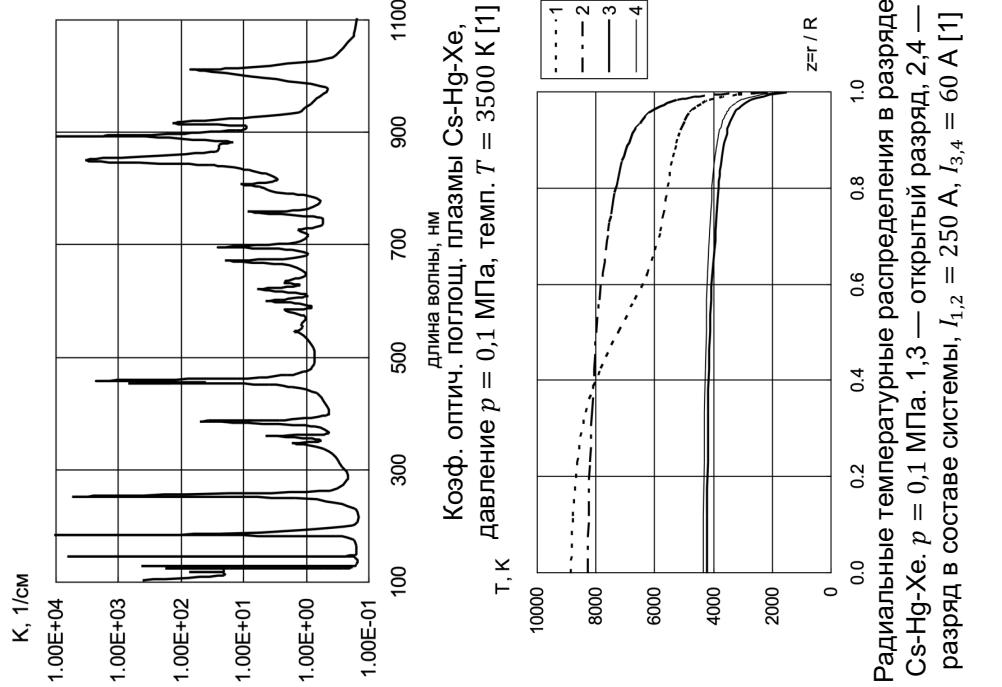
$$\text{Уравнение энергии: } \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left( r \lambda(T) \frac{dT}{dr} \right) + \sigma(T) E^2 - \operatorname{div} \vec{F} = 0 \quad (2.1)$$

$$\begin{aligned} \operatorname{div} \vec{F} &= \int \nu \operatorname{div} \vec{F}_\nu d\nu \\ \operatorname{div} \vec{F}_\nu &= c k_\nu (u_{p\nu} - u_\nu) = c k_\nu u_{p\nu} - q_{s\nu} \end{aligned} \quad (2.2)$$

$$\text{Закон Ома: } E = \frac{I}{2\pi \int_0^R \sigma(T) r dr} \quad (2.3)$$

# Актуальность

- В ведущих научных организациях нашей страны и за рубежом («Ливерморская национальная лаборатория им. Э. Лоуренса» и др.) разработаны и успешно эксплуатируются пакеты программ, позволяющие получать нужные характеристики обсуждаемых систем, в которых в основном применяется **модель изотермической однородной среды**
- Проблематика повышения эффективности излучения широкополосных источников света в узких интервалах спектра за счёт нанесения на оболочку интерференционных покрытий остро ставит вопрос о более детальном моделировании процессов излучения и прохождения квантов через плазменные слои, имеющие **сильно неоднородные по пространству разряды температурные поля и оптические характеристики**
- Современное состояние вычислительной техники позволяет построить более реалистичные методы распространения селективного излучения
- В условиях санкционного давления соответствующие ГМО недоступны



# Цель и задачи

**Цель** — создание дискретно-лучевого метода и программно-алгоритмического комплекса с параллельной архитектурой для моделирования распространения радиации сложного дискретно-непрерывного состава в оптических системах с неоднородными поглощающими и излучающими средами.

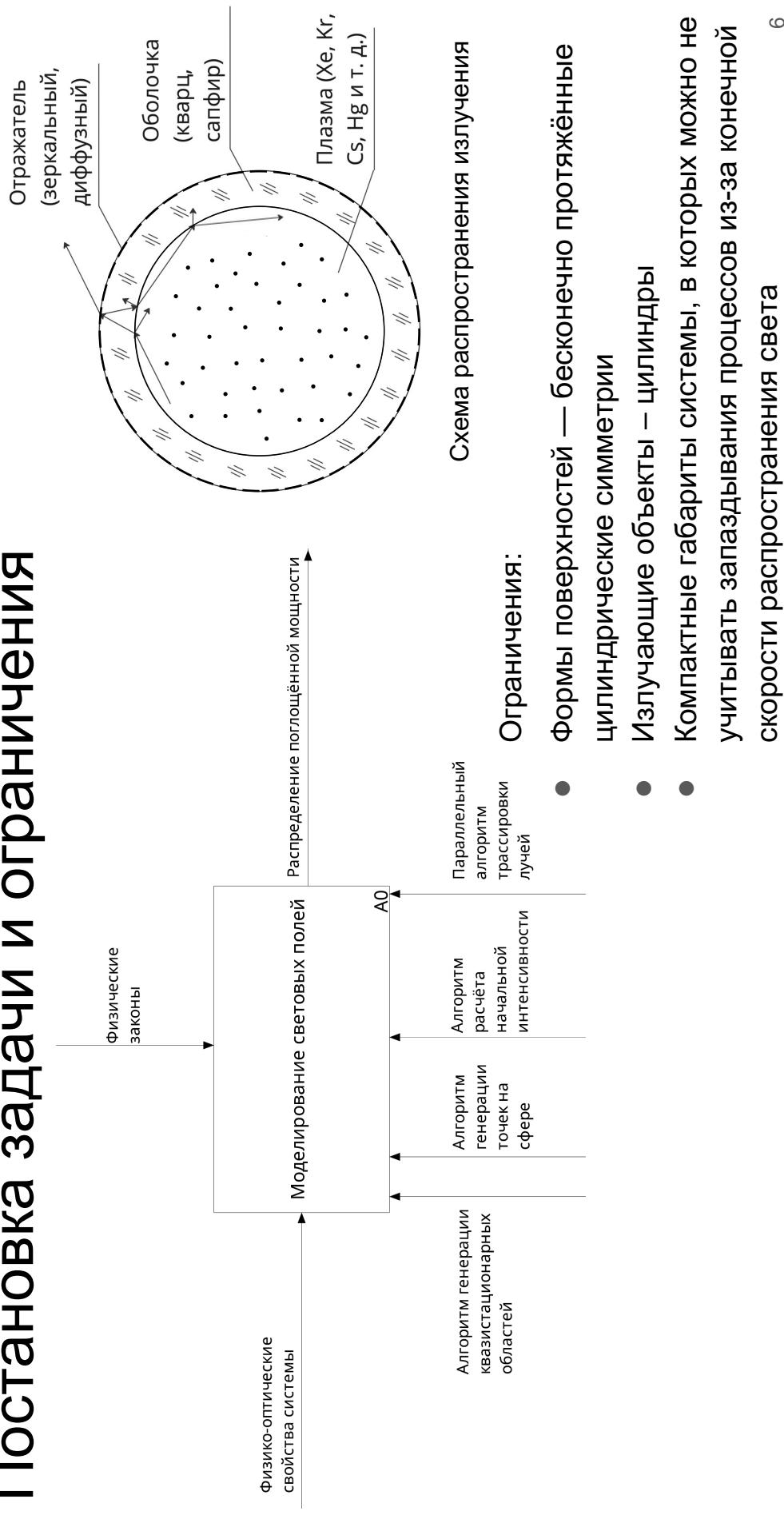
## Задачи:

- Провести анализ существующих методов моделирования осветительных систем
- Разработать дискретно-лучевой метод моделирования световых полей в неоднородных средах на основе параллельных вычислений
- Программно реализовать разработанный метод
- Провести исследования метода и модели, широкомасштабные численные эксперименты в предметной области

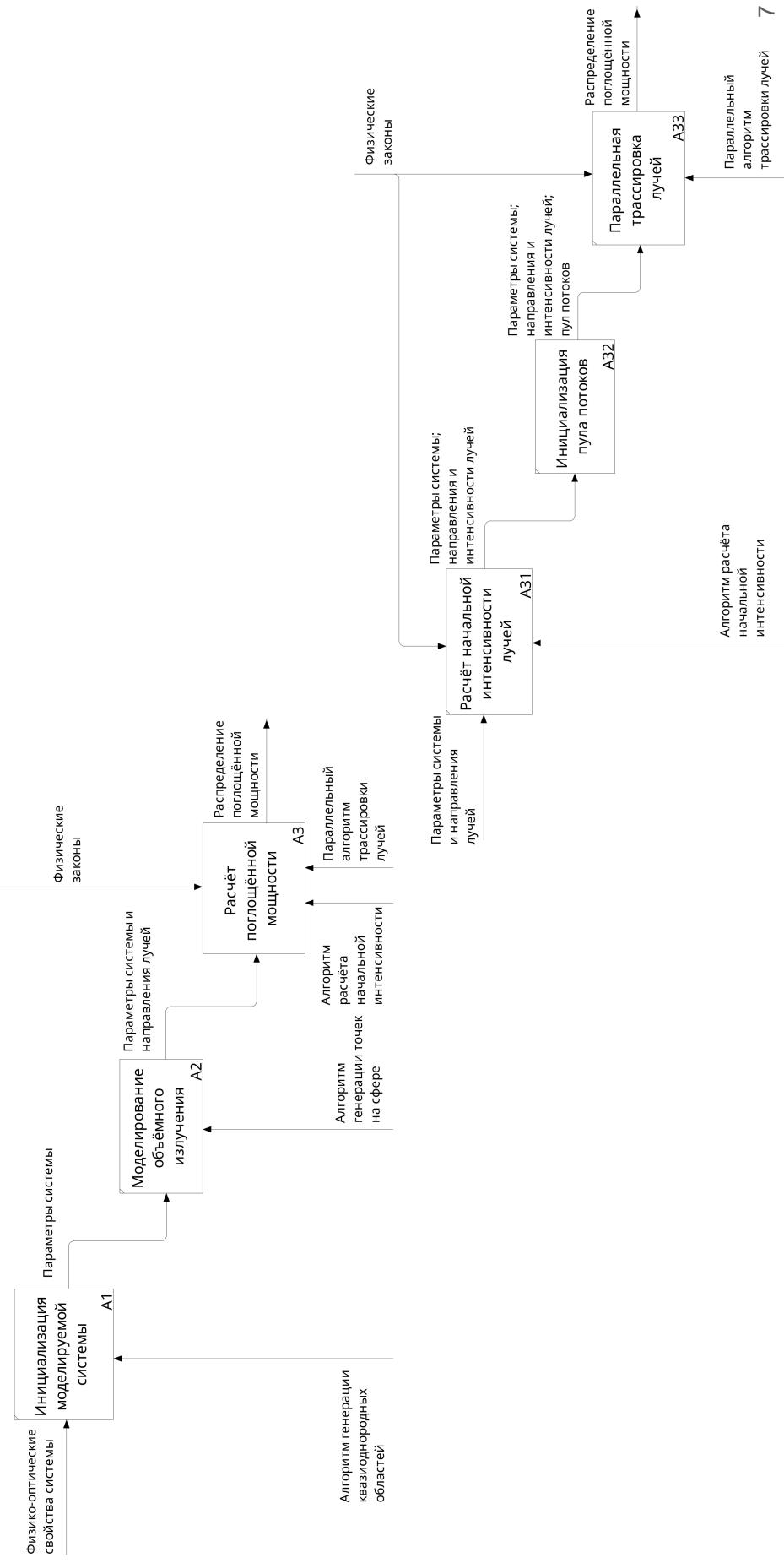
# Методы моделирования осветительных систем

Критерий \ Метод	Зональный	Обобщённых угловых коэффициентов	Дискретных ординат	Диффузно-лучевой	Метод настоящей работы
Учёт излучения плазмы источника из объёма	Нет	Нет	Да	Да	Да
Учёт неоднородного распределения параметров плазмы по объёму	Нет	Нет	Нет	Да	Да
Нахождение распределения поглощённой мощности по объёму плазмы	Нет	Нет	Нет	Нет	Да
Использование параллельных алгоритмов	Да	Да	Да	Нет	Да
Возможность применения метода для построения замкнутых систем моделирования	Нет	Нет	Да	Да	Да
Универсальность подходов для расчёта систем с плазмой произвольной оптической плотности	Нет	Нет	Нет	Да	Да
Отсутствие вероятностного разыгрывания лучей	Да	Да	Да	Нет	Да
Доступность ПМО и ЭВМ	Нет	Нет	Нет	Да	Да

# Постановка задачи и ограничения



# Метод моделирования светового излучения



# Инициализация системы

Алгоритм генерации квазиоднородных областей в цилиндре:

- 1: **Вход:**  $R, \vec{C}, N_p$  — радиус, центр и количество разбиений цилиндра;  $T(z), I(t), k_{\text{погл}}(t)$  — функции распределения температуры от боземного радиуса, интенсивности излучения и коэффициента оптического поглощения от температуры
- 2: **Выход:**  $cylinders, temperatures, intensities, attenuations$  — списки цилиндров, температур, интенсивностей и коэффициентов поглощения

3:  $dr \leftarrow R/N_p$

4: **Для всех**  $i$  от 1 до  $N_p$  **выполнять**

5:    $r \leftarrow i \cdot dr$

6:    $Push(cylinders, Cylinder(\vec{C}, r))$

7:    $z \leftarrow (r - dr/2)/R$

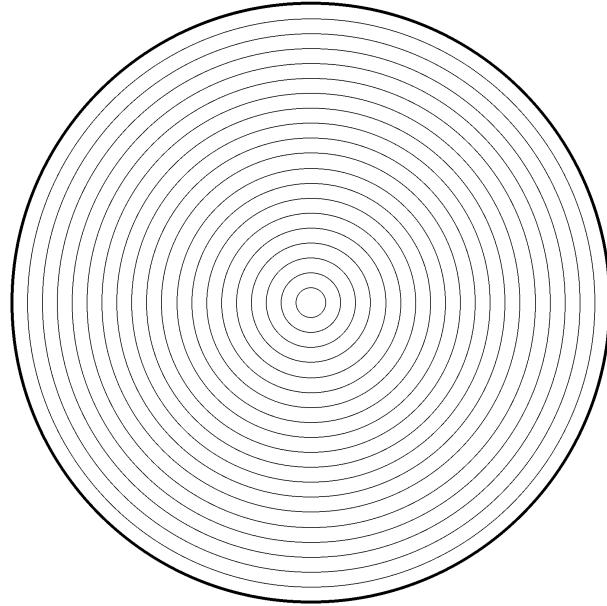
8:    $t \leftarrow T(z)$

9:    $Push(temperatures, t)$

10:    $Push(intensities, I(t))$

11:    $Push(attenuations, k_{\text{погл}}(t))$

12: **Конец цикла**



Расчёт равновесной интенсивности по формуле Планка:

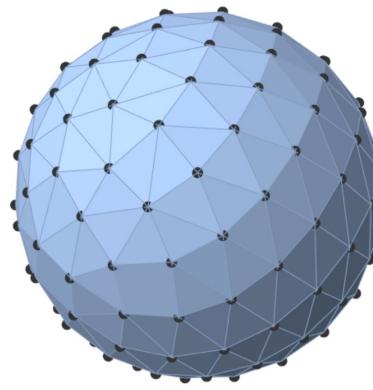
$$I = \frac{2h\nu^3\Delta\nu}{c^2 \exp\left(\frac{h\nu}{kT} - 1\right)}, \quad (8.1)$$

где  $h$  — постоянная Планка,  $c$  — скорость света в вакууме,  $k$  — постоянная Больцмана,  $\nu$  — частота излучения,  $\Delta\nu$  — ширина диапазона частот,  $T$  — температура среды

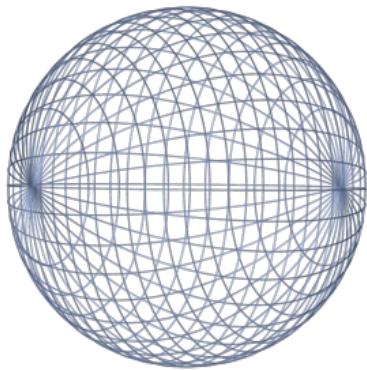
# Формирование объёмного излучения

Алгоритм генерации объёмного излучения:

- 1: **Вход:**  $M$  — количество широт,  $N$  — количество меридианов
- 2: **Выход:**  $D$  — список направлений,  $\Omega$  — список,  $i$ -й элемент которого равен телесному углу вектора на  $i$ -й широте
- 3: Создать пустой список векторов  $D$
- 4: Создать пустой список чисел  $\Omega$
- 5: Для всех  $m$  от 0 до  $M - 1$  выполнить
- 6:    $y \leftarrow (m + 1) / (M + 1)$
- 7:    $y_{-0,5} \leftarrow (m + 0,5) / (M + 1)$
- 8:    $y_{+0,5} \leftarrow (m + 1,5) / (M + 1)$
- 9:    $\phi \leftarrow \pi y$
- 10:    $\phi_{-0,5} \leftarrow \pi y_{-0,5}$
- 11:    $\phi_{+0,5} \leftarrow \pi y_{+0,5}$
- 12:    $h \leftarrow \cos \phi_{-0,5} - \cos \phi_{+0,5}$
- 13:    $S \leftarrow 2\pi h$
- 14:    $\Delta\Omega \leftarrow S / 1^2$
- 15:   Для всех  $n$  от 0 до  $N - 1$  выполнить
- 16:      $x \leftarrow n / N$
- 17:      $\theta \leftarrow 2\pi x$
- 18:      $\overrightarrow{dir} \leftarrow (\cos \theta \sin \phi, \sin \theta \sin \phi, \cos \phi)$
- 19:      $Push(D, \overrightarrow{dir})$
- 20:   Конец цикла
- 21:   Конец цикла
- 22: Конец цикла



Сетка Фибоначчи



Каркасная сетка

# Расчёт начальной интенсивности излучения

Алгоритм расчёта начальной интенсивности в цилиндре:

- 1: **Вход:**  $C, J, K, Q$  — списки цилиндров, равновесных интенсивностей, коэффициентов поглощения и поглощённой мощности,  $\vec{P}, \vec{D}, \Delta\Omega$  — положение, направление и телесный угол луча на поверхности
- 2: **Выход:**  $I$  — начальная интенсивность луча на поверхности,  $Q$

3:  $I \leftarrow 0$

4: Найти точку пересечения  $\vec{A}$  луча  $(\vec{P}, -\vec{D})$  с последним цилиндром

5: **До тех пор, пока  $\vec{A} \neq \vec{P}$  выполнить**

6:  $\vec{B} \leftarrow$  точка пересечения луча  $(\vec{A}, \vec{D})$  с ближайшим цилиндром

7:  $i \leftarrow$  индекс ближайшего цилиндра

8:  $dr \leftarrow |\overrightarrow{AB}|$

9:  $exp \leftarrow e^{-K_i dr}$

10:  $I' \leftarrow I \cdot exp \cdot \Delta\Omega \cdot D_x$

11:  $Q_i \leftarrow Q_i + I - I'$

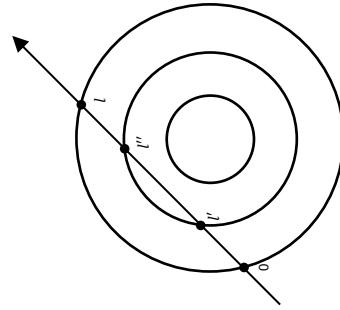
12:  $I \leftarrow I' + J_i \cdot (1 - exp) \cdot \Delta\Omega \cdot D_x$

13:  $\vec{A} \leftarrow \vec{B}$

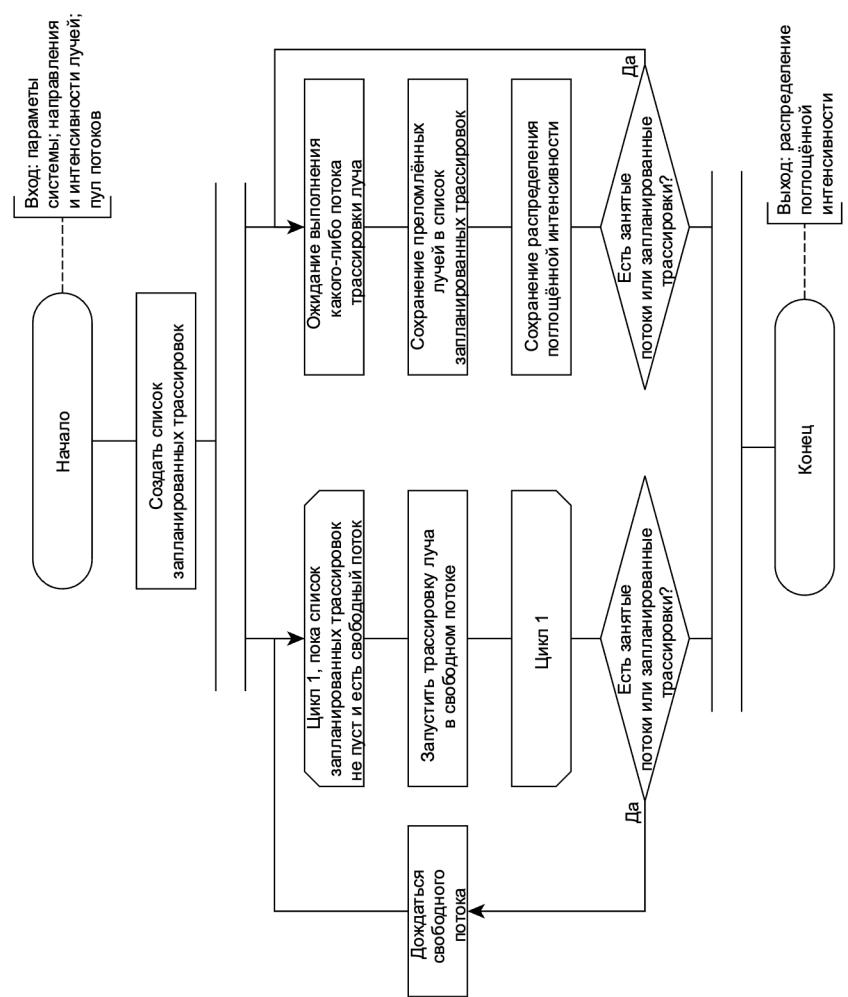
14: **Конец цикла**

$$I = \int_0^l k(l') I_p(l') \exp \left( - \int_{l'}^l k(l'') dl'' \right) dl' \quad (10.1)$$

где  $k$  — коэффициент поглощения,  
 $I_p$  — равновесная интенсивность



# Параллельная трассировка лучей



# Трассировка луча

Отражённый луч:  $\vec{R} = \vec{I} - 2(\vec{I} \cdot \vec{N})\vec{N}$

Преломлённый луч (закон Снеллиуса):

$$\vec{T} = g\vec{N} + \mu \left( \vec{I} - (\vec{I} \cdot \vec{N})\vec{N} \right) \quad (12.2)$$

$$g = \sqrt{1 - \mu^2 \left( 1 - (\vec{I} \cdot \vec{N})^2 \right)}, \quad \mu = \frac{\eta_i}{\eta_t} \quad (12.3)$$

Отражённая доля энергии (формула Френеля):

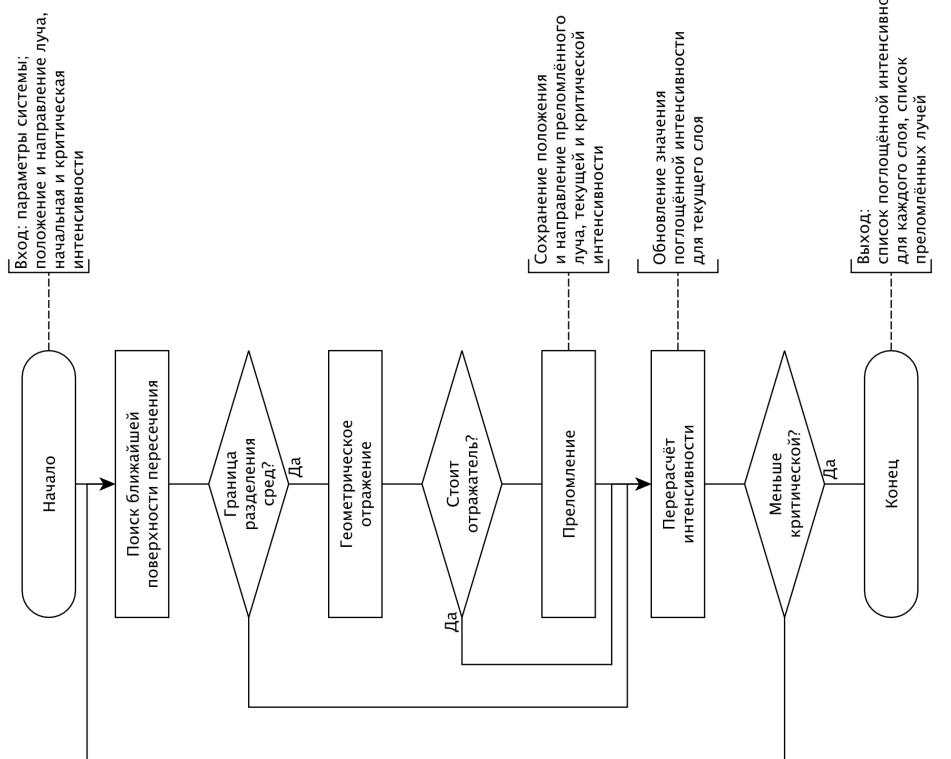
$$R = \frac{1}{2} \left( \frac{g - c}{g + c} \right)^2 \left( 1 + \left( \frac{c(g + c) - \mu^2}{c(g - c) + \mu^2} \right)^2 \right), \quad c = (\vec{I} \cdot \vec{N})\mu \quad (12.4)$$

Перерасчёт интенсивности:  $I' = I e^{-k\Delta r}$

Поглощённая интенсивность:  $\Delta I = I - I'$

Обновление значения поглощённой интенсивности для текущего слоя

где  $\vec{I}$  — луч падающий,  $\vec{N}$  — нормаль к поверхности в точке падения,  $\eta_i, \eta_t$  — показатели преломления сред падающего и преломлённого лучей,  $k$  — коэффициент поглощения,  $\Delta r$  — пройдённое лучом расстояние



# Поиск ближайшей поверхности пересечения

Вход: параметры системы;  
 $i$  — индекс текущей поверхности;  
 $N$  — количество поверхностей  
различия текущей среды

Формула пересечения луча с поверхностью  
цилиндра:

$$t = \frac{-D_x u_x - D_y u_y \pm \sqrt{(D_x u_x + D_y u_y)^2 - (D_x^2 + D_y^2)(u_x^2 + u_y^2 - R^2)}}{D_x^2 + D_y^2} \quad (13.1)$$

Формула пересечения луча с поверхностью  
эллиптического цилиндра:

$$t = \frac{1}{b^2 D_x^2 + a^2 D_y^2} \left[ -b^2 D_x u_x - a^2 D_y u_y \pm \sqrt{(b^2 D_x u_x + a^2 D_y u_y)^2 - (b^2 D_x^2 + a^2 D_y^2)(b^2 u_x^2 + a^2 u_y^2 - a^2 b^2)} \right] \quad (13.2)$$

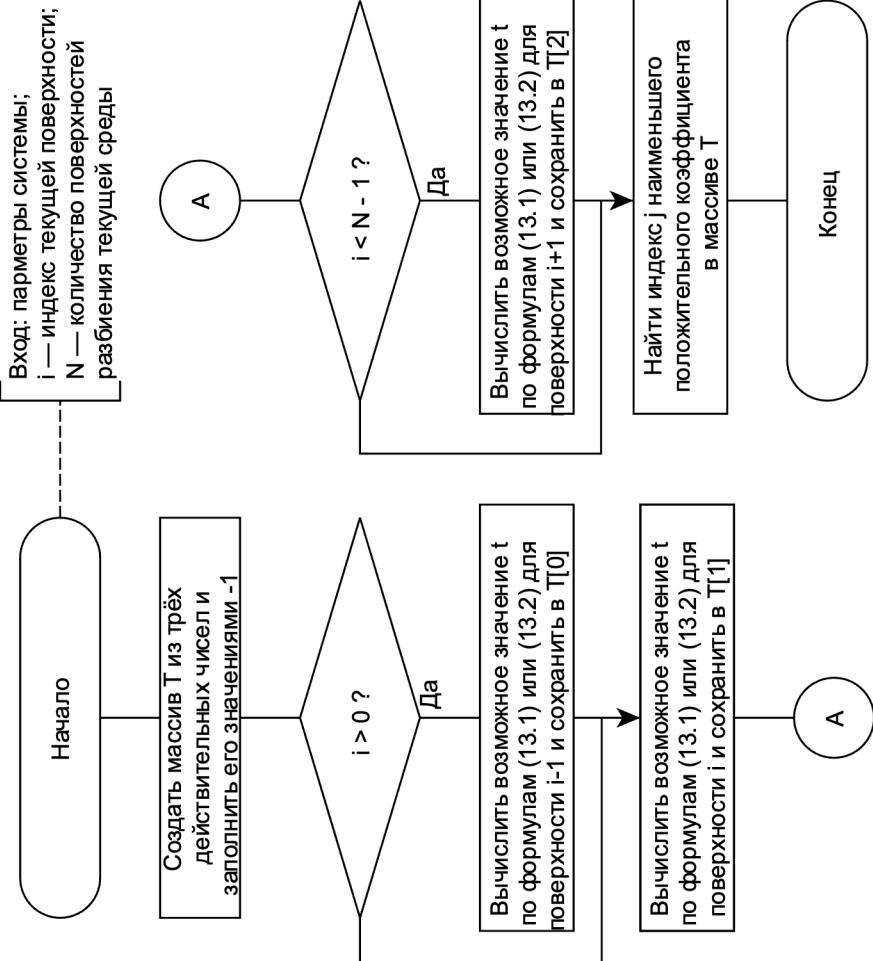
Вычислить возможное значение  $t$   
по формулам (13.1) или (13.2) для  
поверхности  $i+1$  и сохранить в  $T[2]$

где  $\vec{R} = \vec{P} + \vec{D} \cdot t$  — уравнение луча,  
 $(x - C_x)^2 + (y - C_y)^2 = R^2$  — уравнение цилиндра,

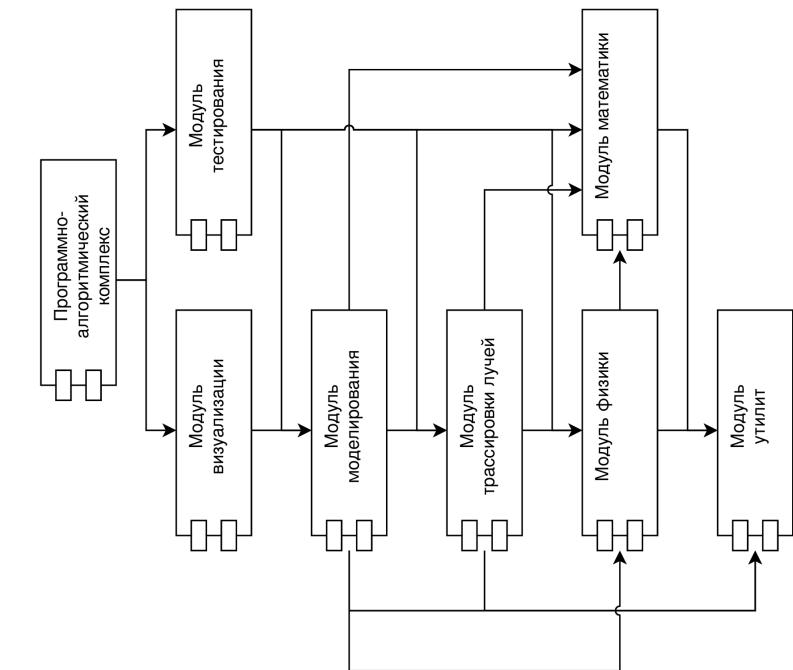
$\frac{(x - C_x)^2}{a^2} + \frac{(y - C_y)^2}{b^2} = 1$  — уравнение эллиптического  
цилиндра,  
 $\vec{u} = \vec{P} - \vec{C}$

Выход:  
 $T$  — массив параметров удалённости  
фотона до соседних поверхностей;

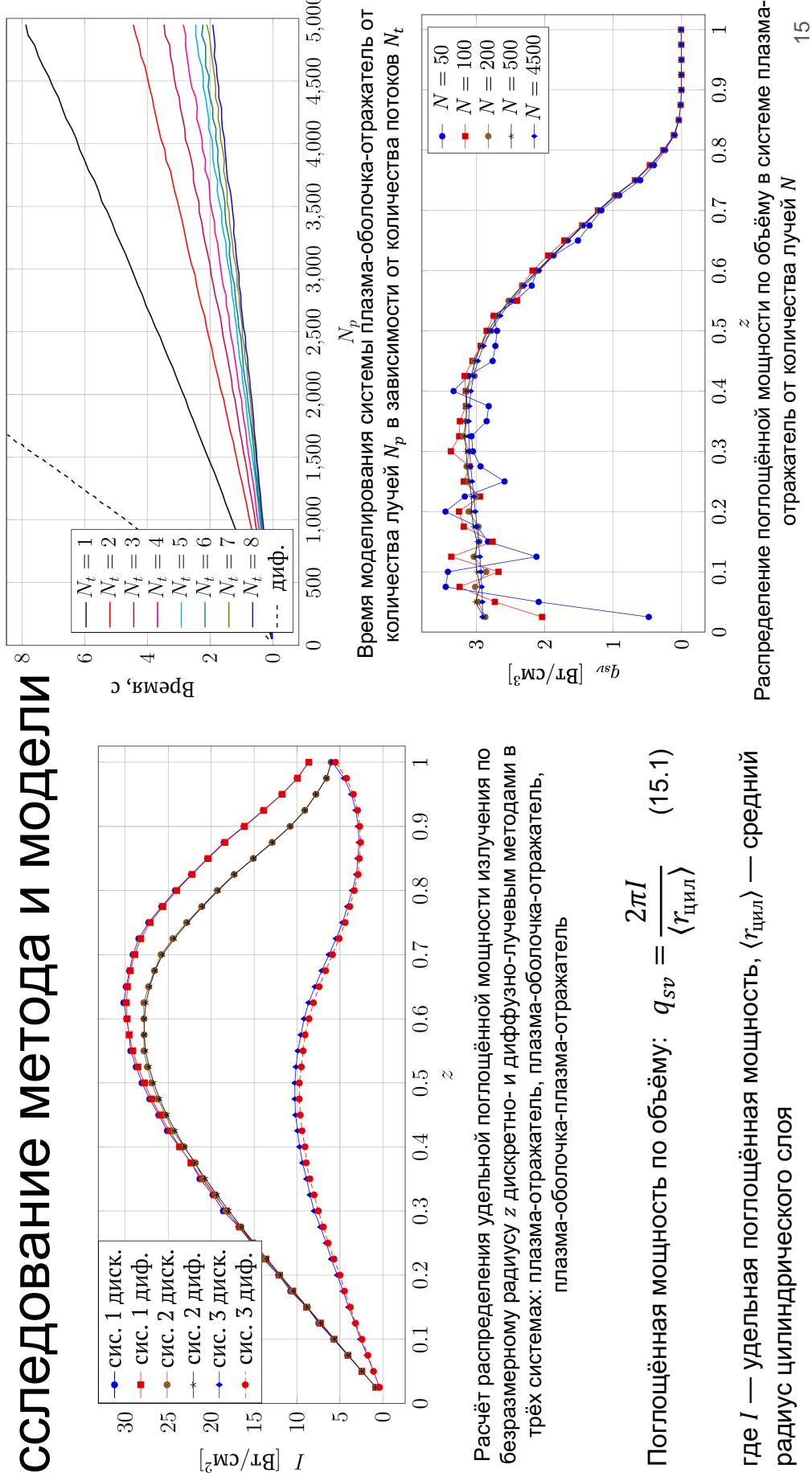
$j$  — индекс наименьшего значения в  $T$



# Структура ПМО и используемые технологии



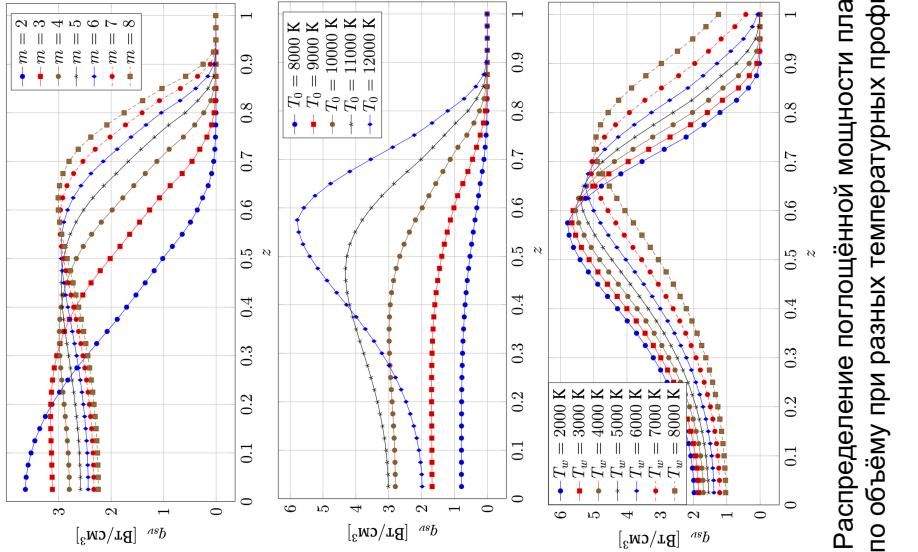
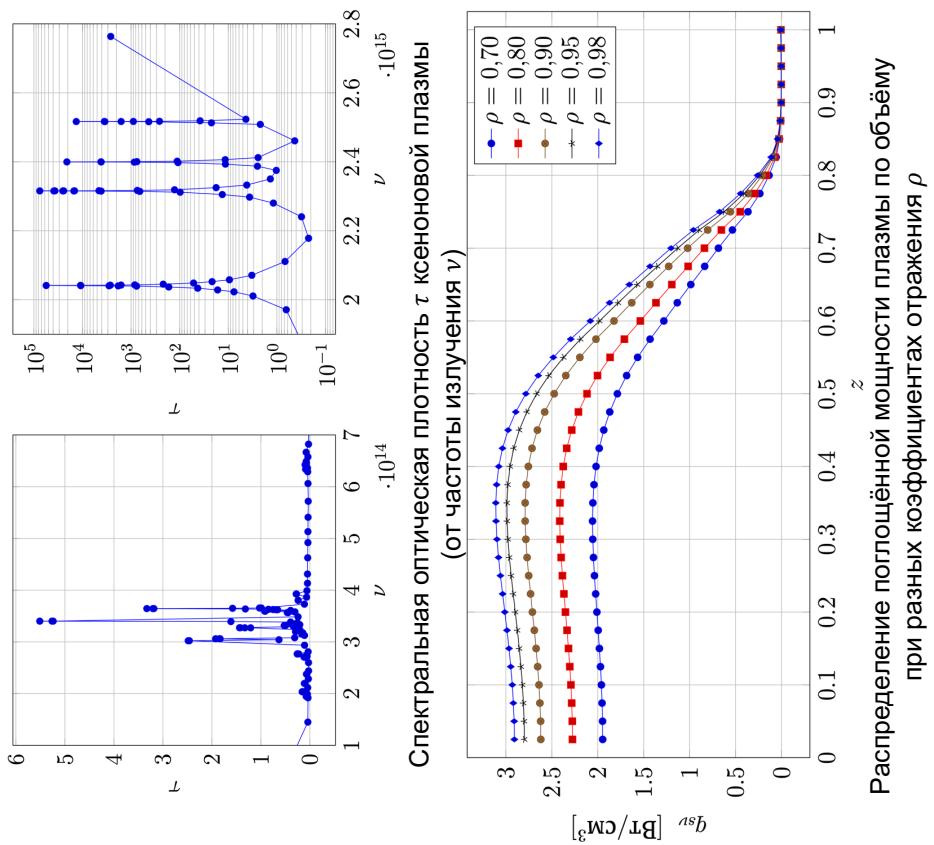
# Исследование метода и модели



Время моделирования системы плазма-оболочка-отражатель от количества лучей  $N_p$  в зависимости от количества потоков  $N_t$

Распределение поглощённой мощности по объёму в системе плазма-отражатель от количества лучей  $N$

# Эксперименты в предметной области

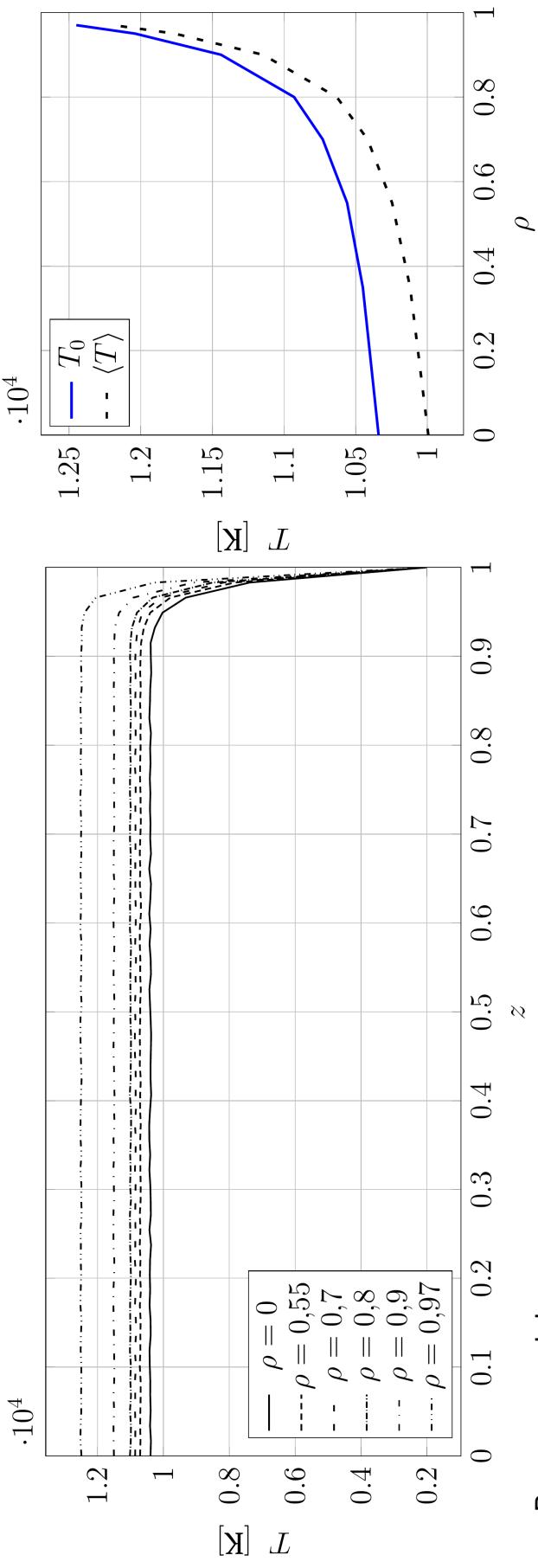


Разрядная ксеноновая  
плазма радиуса  $R =$   
 $0,35 \text{ см}$  в  
температурном поле  
 $T = T_0 + (T_w - T_0)z^m$ ,  
 $T_0 = 10000 \text{ K}$ ,  $T_w = 2000 \text{ K}$ ,  
 $m = 4$ , с зеркальным  
отражателем на  
поверхности с коэф.  
отражения  $\rho = 0,95$

$$\tau = \int_0^R k_{\text{погл}} dr, \quad (16.1)$$

где  $k_{\text{погл}}$  — коэф.  
оптич. поглощения

## Исследование влияния излучения



Влияние коэффициента отражения  $\rho$  на температурные распределения в разряде.  $R = 0,35$  см, давление  $p = 1,5$  МПа, сила тока  $I = 500$  А [2]

Зависимость осевой  $T_0$  и средней  $\langle T \rangle$  температур в разряде от коэффициента отражения  $\rho$ . Тоже параметры разряда [2]

Мат. модель азимутально симметричного цилиндрического столба, находящегося в условиях локального термодинамического равновесия, с учётом переноса излучения — по формулам (2.1) — (2.3) [2]

# Заключение

Цель была достигнута, выполнены все поставленные задачи.

- Разработана дискретно-лучевая модель прохождения излучения в системе сред и поверхностей, связанных единственным радиационным полем, формируемым разрядными источниками излучения и отражателями. Источники излучения имеют неоднородное по объёму плазмы распределение оптических свойств и температуры, что требует детального рассмотрения физики взаимодействия луча с плазменной средой
- Разработан метод расчёта генерации излучения из объёма неоднородной среды в условиях цилиндрической симметрии, пригодный для моделирования начального веса луча при произвольной оптической плотности плазмы
- Разработаны алгоритмы, реализующие указанные методы. Выполнено параллелизмирование для многопроцессорных вычислителей.
- Разработан оригинальный программно-алгоритмический комплекс с интерфейсом пользователем, удобным для автоматизации научных исследований. ПМО разработано на базе высокопроизводительного языка С++ с использованием современных технологий дополнительной оптимизации и безопасности
- Выполнены исследования метода и модели, проведены широкомасштабные численные эксперименты в предметной области в трёх типах систем с ксеноновым разрядом

## Дальнейшее развитие

- Создание метода и программного модуля трассировки лучей в системах, использующих светорассеивающие среды типа поликора или жидких активных элементов
- Оптимизация многолучевой трассировки при массовых расчетах однотипных систем с отличающимися параметрами разряда

# Публикации

1. Градов В. М., Керимов А. Ш. Моделирование состояния селективно излучающей плазмы в составе оптических систем // Сборник материалов XV международной конференции по прикладной математике и механике в аэрокосмической области. – 2024.
2. Керимов А. Ш., Нгуен Д. Б. Исследование влияния возврата излучения на свойства разрядной сильно излучающей плазмы // Научно-технический вестник Поволжья. – 2024. – № 6.