Projet 1 Calcul Scientifique - Analyse de Données

Wu Christophe - Nicobaharaye Nathan - Cruvellier Baptiste

Département Sciences du Numérique - Première année
2021-2022

Table des matières

Table des figures

1 Introduction

L'objectif de cette première séance de projet était de retrouver le visage entier dans la base d'apprentissage le plus similaire au visage masqué et de permettre une reconstruction de la zone du masque. Dans cette premiere partie, nous chercherons à calculer les eigenfaces associées afin de pouvoir projeter nos images sur ces derniers.

2 Analyse en Composantes Principales

2.1 Calcul des axes principaux des images (eigenfaces)

2.1.1 Eigenfaces sans masque

Pour obtenir ces eigenfaces, on calcule les axes principaux des images d'apprentissage à partir des vecteurs propres associés aux $n-1$ valeurs propres non nulles de la matrice de variance/covariance Σ des données

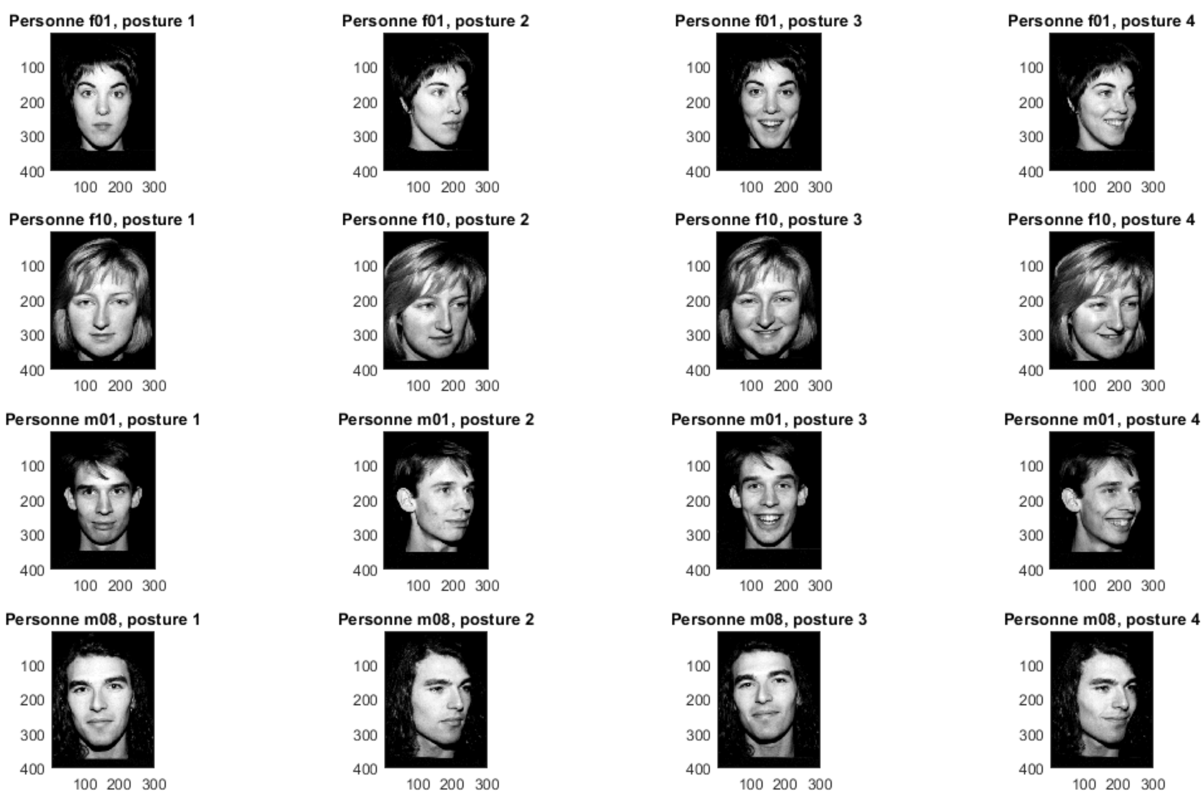

FIGURE 1 – Visualisation des visages

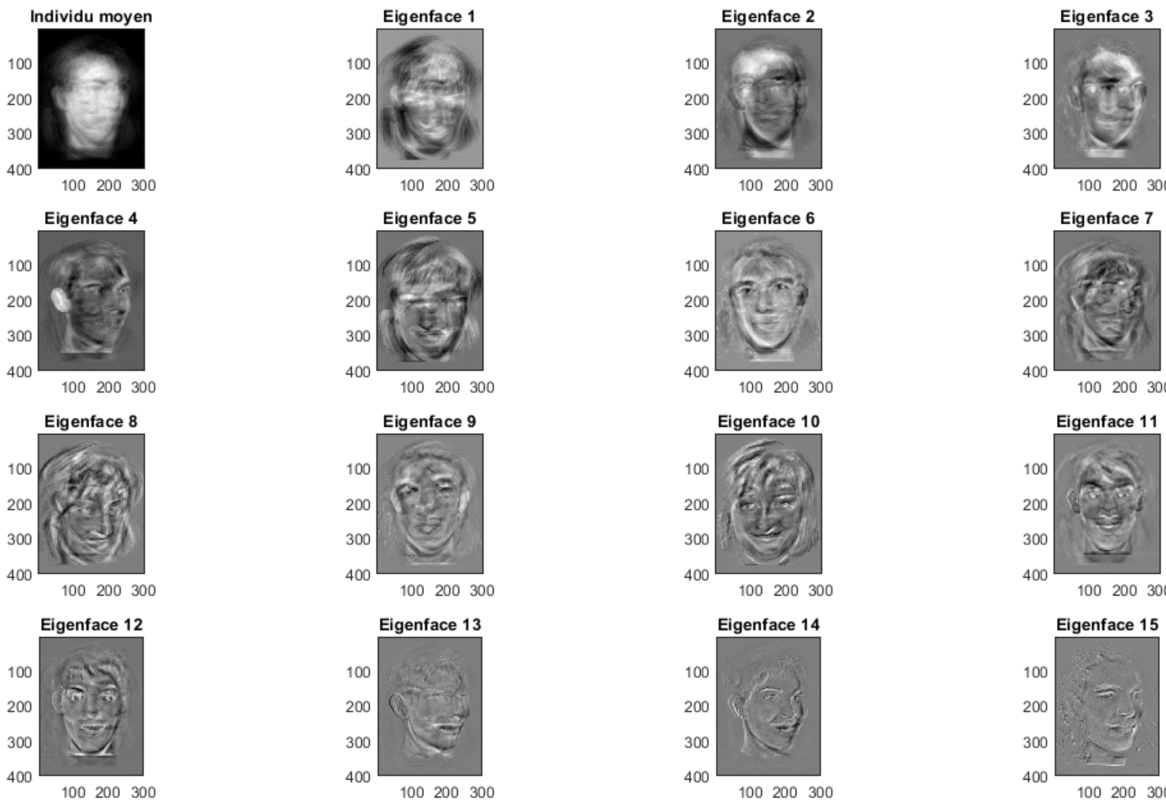

FIGURE 2 – Individu moyen et eigenfaces

2.1.2 Eigenfaces avec masque

Le même processus a été utilisé pour calculer les eigenfaces avec masque, le masque a été créé en mettant à 0 les zones que l'on souhaitait masquer.

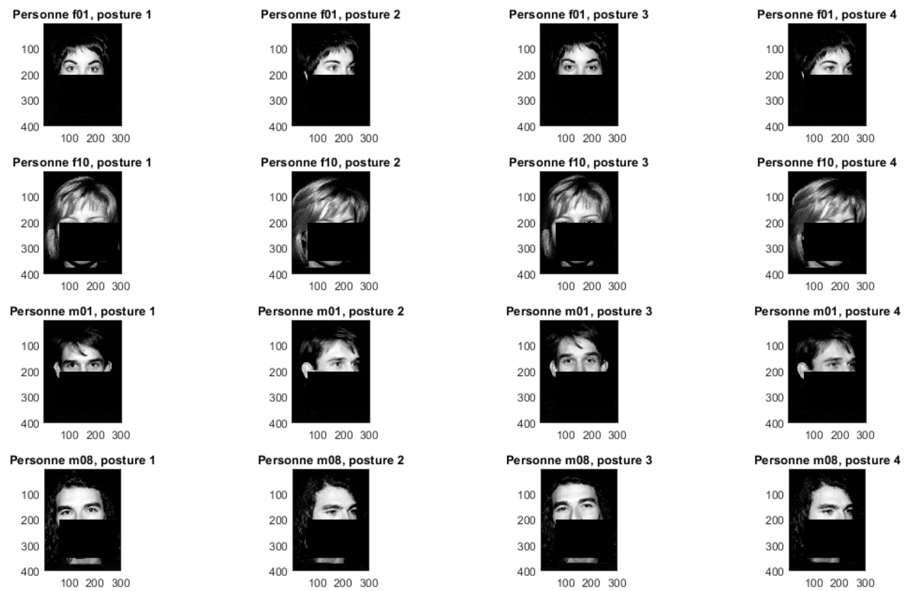

Figure 3 – Visualisation des visages avec masque

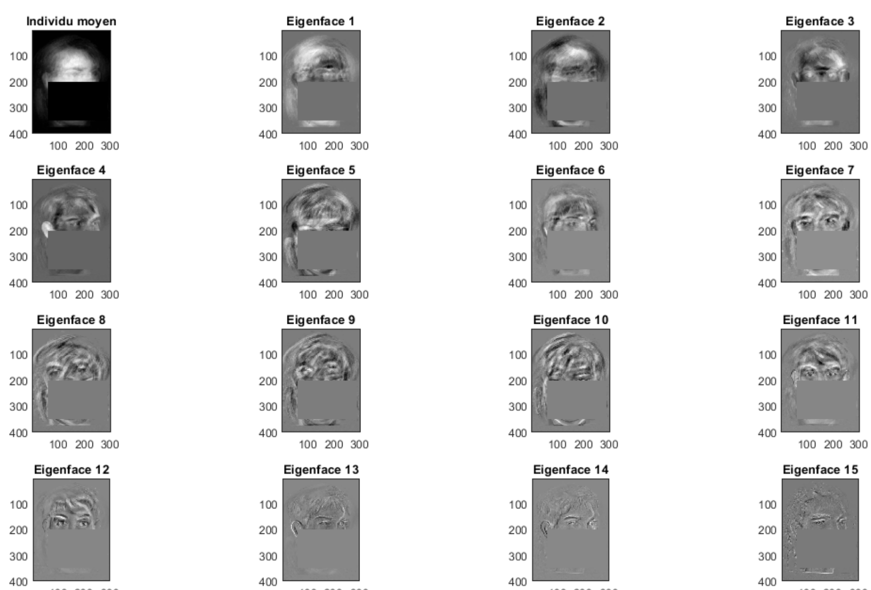

Figure 4 – Individu moyen et eigenfaces avec masque

2.2 Projection des images sur les eigenfaces

2.2.1 Eigenfaces sans masque

Voici ce que donne la projection des images sur les les 1, 7 puis 15 premières composantes principales :

Figure 5 – Evolution des projections avec les 1,7 et 15 premières composantes principales

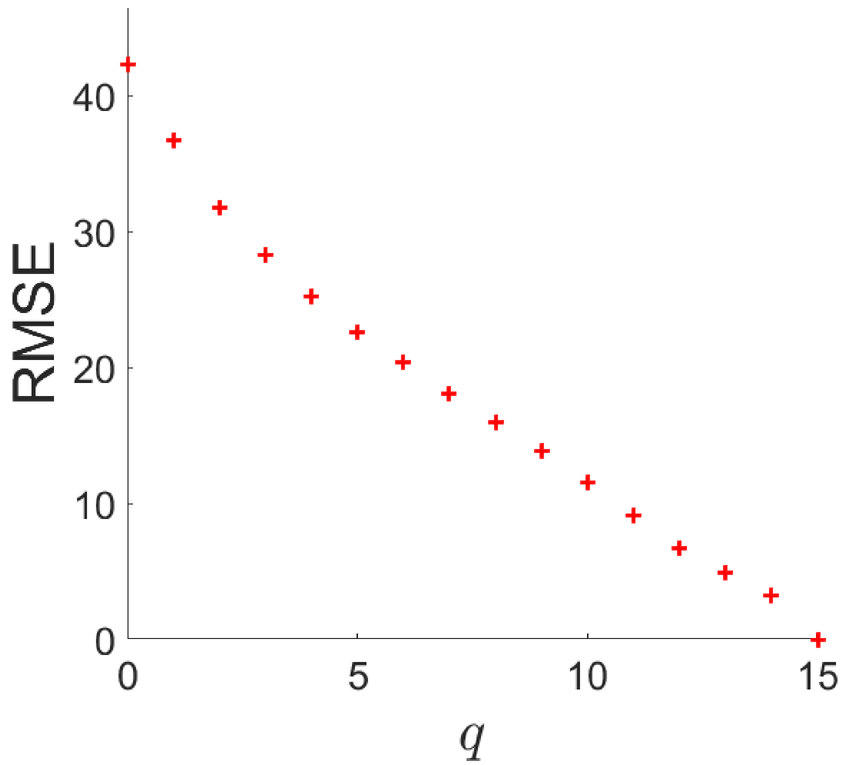

Figure 6 – RMSE en fonction du nombre de composantes principales

2.2.2 Eigenfaces avec masque

Puis, avec la même opération sans le masque, on obtient :

Figure 7 – Evolution des projections avec les 1, 7 et 15 premières composantes principales avec masque

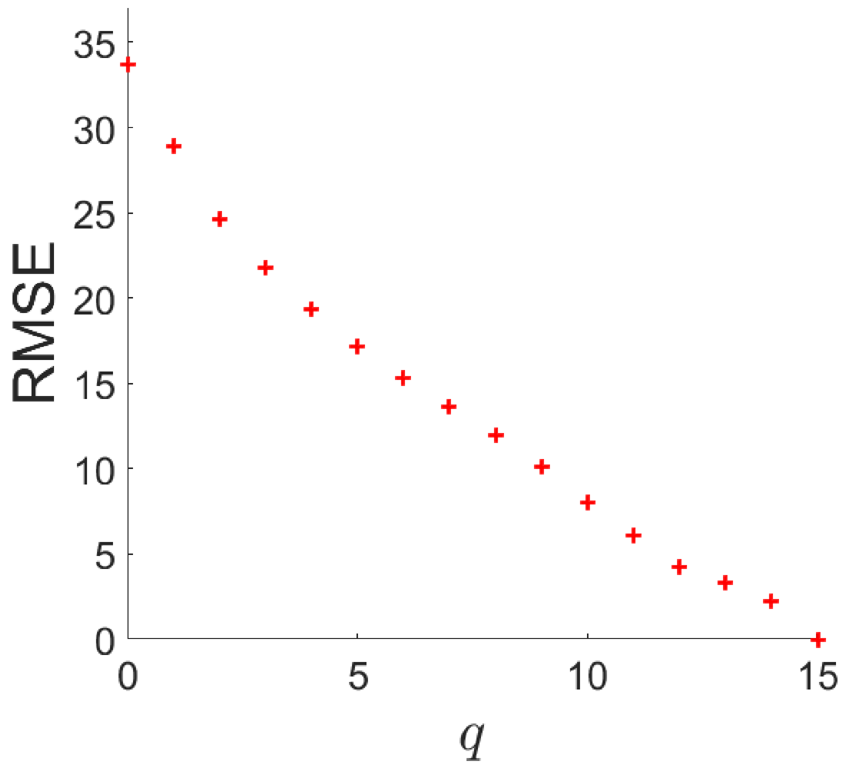

FIGURE 8 – RMSE avec masque en fonction du nombre de composantes principales

2.3 Travail sur les visages masqués

Voici un aperçu des résultats obtenus sur les visages masqués :

3 ACP et Puissance itérée

3.1 Réponses aux questions

3.1.1 Question 4

Soit λ une valeur propre de $\mathbf{H}^\top\mathbf{H}$ associée au vecteur propre $\mathbf{X} \in \mathrm{R}^{n\times 1}$.
On a alors

$$\mathbf{H}^\top\mathbf{H}\mathbf{X} = \lambda\mathbf{X}$$

En multipliant de par et d'autre par $\mathbf{H}$, on obtient

$$\mathbf{H}\mathbf{H}^\top(\mathbf{H}\mathbf{X}) = \lambda(\mathbf{H}\mathbf{X})$$

On remarque alors que λ est une valeur propre de $\mathbf{H}\mathbf{H}^\top$ associée au vecteur propre $\mathbf{H}\mathbf{X}$
Donc toutes valeurs propres de $\mathbf{H}^\top\mathbf{H}$ sont valeurs propres de $\mathbf{H}\mathbf{H}^\top$.
L'autre implication se fait de la même manière en multipliant cette fois de par et d'autre par $\mathbf{H}^\top$

3.1.2 Question 6

Il est plus utile d'utiliser la méthode de la puissance itérée car elle permet directement d'obtenir les valeurs dominantes alors que la fonction eig revient à d'abords obtenir toutes les valeurs propres puis ensuite déterminer quelles sont les plus dominantes.

3.1.3 Question 7

En reprenant le contexte de la question 4, on a Σ qui peu valoir $\mathbf{H}^\top\mathbf{H} \in \mathrm{R}^{p\times p}$ ou $\mathbf{H}\mathbf{H}^\top \in \mathrm{R}^{n\times n}$ car le but est de calculer les valeurs propres de Σ et on a vu que $\mathbf{H}^\top\mathbf{H}$ et $\mathbf{H}\mathbf{H}^\top$ partagent les même valeurs propres (question 4). Il est donc préférable de choisir la matrice de dimension minimal pour réduire le temps de calcul

4 Conclusion

A compléter

5 Références

A compléter