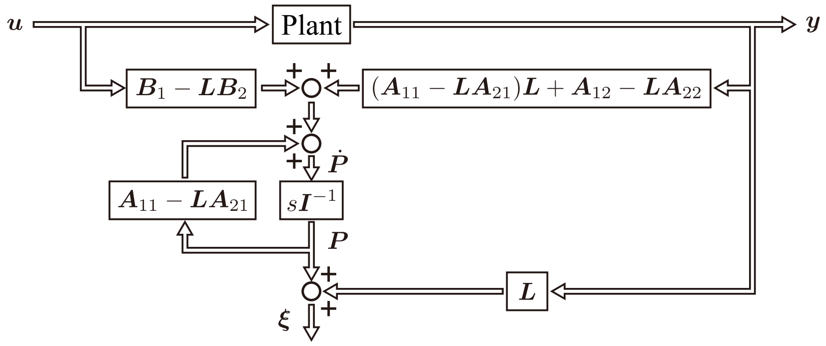

Figure 5.3. 最小次元オブザーバ

5.2.1 最小次元オブザーバ

前述の同一次元オブザーバはセンサで取得する情報も含め全ての状態量を推定するオブザーバである。信頼性の高いセンサを使用することでモデル化誤差による推定誤差を小さくすることができる。状態量を観測される状態量 $\boldsymbol{y}$ と観測されない状態量 ξ に分離してシステムの支配方程式を記述する。

$$\frac{d}{dt}\begin{bmatrix}\boldsymbol{\xi}\\ \boldsymbol{y}\end{bmatrix} = \boldsymbol{A}\begin{bmatrix}\boldsymbol{\xi}\\ \boldsymbol{y}\end{bmatrix} + \boldsymbol{B}\boldsymbol{u} =: \begin{bmatrix}\boldsymbol{A}_{11} & \boldsymbol{A}_{12}\\ \boldsymbol{A}_{21} & \boldsymbol{A}_{22}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}\boldsymbol{\xi}\\ \boldsymbol{y}\end{bmatrix} + \begin{bmatrix}\boldsymbol{B}_1\\ \boldsymbol{B}_2\end{bmatrix}\boldsymbol{u} \tag{5.45}$$

$$\boldsymbol{x} \triangleq \begin{bmatrix}\boldsymbol{\xi} & \boldsymbol{y}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}} \tag{5.46}$$

以上より，推定状態量に関して以下の状態空間表現を得る。

$$\dot{\boldsymbol{\xi}} = \boldsymbol{A}_{11}\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{A}_{12}\boldsymbol{y} + \boldsymbol{B}_1\boldsymbol{u} \tag{5.47}$$

$$\dot{\boldsymbol{y}} - \boldsymbol{A}_{22}\boldsymbol{y} - \boldsymbol{B}_2\boldsymbol{u} = \boldsymbol{A}_{21}\boldsymbol{\xi} \tag{5.48}$$

ここで，$\boldsymbol{A}_{12}\boldsymbol{y} + \boldsymbol{B}_1\boldsymbol{u}$ および $\dot{\boldsymbol{y}} - \boldsymbol{A}_{22}\boldsymbol{y} - \boldsymbol{B}_2\boldsymbol{u}$ は観測値と入力値からなる値であり，観測可能な値である。そこで，これらの値を推定状態量に関する状態空間表現の入力 $\boldsymbol{U}$ と観測量 $\boldsymbol{Y}$ として定義する。

$$\dot{\boldsymbol{\xi}} = \boldsymbol{A}_{11}\boldsymbol{\xi} + \boldsymbol{U} \tag{5.49}$$

$$\boldsymbol{Y} = \boldsymbol{A}_{21}\boldsymbol{\xi} \tag{5.50}$$

このシステムに対して，ξ を推定するオブザーバを構成すると，以下のような推定式を得る。

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\xi}}} = \boldsymbol{A}_{11}\hat{\boldsymbol{\xi}} + \boldsymbol{U} + \boldsymbol{L}(\boldsymbol{Y} - \hat{\boldsymbol{Y}}) \tag{5.51}$$

$$= (\boldsymbol{A}_{11} - \boldsymbol{L}\boldsymbol{A}_{21})\hat{\boldsymbol{\xi}} + \boldsymbol{U} + \boldsymbol{L}\boldsymbol{Y} \tag{5.52}$$

以上より，以下の推定式を得る。

$$\dot{\hat{\boldsymbol{\xi}}} = (\boldsymbol{A}_{11} - \boldsymbol{L}\boldsymbol{A}_{21})\hat{\boldsymbol{\xi}} + (\boldsymbol{A}_{12}\boldsymbol{y} + \boldsymbol{B}_1\boldsymbol{u}) + \boldsymbol{L}(\dot{\boldsymbol{y}} - \boldsymbol{A}_{22}\boldsymbol{y} - \boldsymbol{B}_2\boldsymbol{u}) \tag{5.53}$$

$$= (\boldsymbol{A}_{11} - \boldsymbol{L}\boldsymbol{A}_{21})\hat{\boldsymbol{\xi}} + (\boldsymbol{B}_1 - \boldsymbol{L}\boldsymbol{B}_2)\boldsymbol{u} + (\boldsymbol{A}_{12} - \boldsymbol{L}\boldsymbol{A}_{22})\boldsymbol{y} + \boldsymbol{L}\dot{\boldsymbol{y}} \tag{5.54}$$

本式は微分を含むことから計算が困難である。そこで，新たに変数 $\boldsymbol{P} = \hat{\boldsymbol{\xi}} - \boldsymbol{L}\boldsymbol{y}$ を導入し，$\boldsymbol{P}$ に関するオブザーバを変形する。$\boldsymbol{P}$ を推定した後に $\hat{\boldsymbol{\xi}} = \boldsymbol{P} + \boldsymbol{L}\boldsymbol{y}$ により状態量を推定する。

$$\dot{\boldsymbol{P}} = (\boldsymbol{A}_{11} - \boldsymbol{L}\boldsymbol{A}_{21})\boldsymbol{P} + (\boldsymbol{B}_1 - \boldsymbol{L}\boldsymbol{B}_2)\boldsymbol{u} + ((\boldsymbol{A}_{11} - \boldsymbol{L}\boldsymbol{A}_{21})\boldsymbol{L} + \boldsymbol{A}_{12} - \boldsymbol{L}\boldsymbol{A}_{22})\boldsymbol{y} \tag{5.55}$$

$$\hat{\boldsymbol{\xi}} = \boldsymbol{P} + \boldsymbol{L}\boldsymbol{y} \tag{5.56}$$

以上より，図 5.3 に示す最小次元オブザーバを得る。この手法は Gopinath の方法と呼ばれる。
ここで，観測器の極は $\boldsymbol{A}_{11} - \boldsymbol{L}\boldsymbol{A}_{21}$ によって決定されることに留意する。