

電動機駆動入門

車谷 大揮

Chapter 1

電動機

1.1 電動機の役割

電動機は電磁エネルギーを機械エネルギーに変換する機構である。エネルギー変換機構自体はアクチュエータと定義されている。工場においては電磁エネルギーの制御を介して作業の自動化を行う。電動機にも多くの種類があり、制御性能に優れるもの、制御方式が簡便であり導入コストが低いもの、高効率な運転を実現するものなど様々である。また、電動機ごとに永久磁石の有無、発生可能トルク、可動域や運転可能速度等の特徴があり、用途に合わせて選定する必要がある。

用途に合わせて様々なモータが発展してきたが、この背景にはデジタル制御技術の進歩がある。電動機駆動用の電力回路を制御することにより、騒音の低減やトルクリプルの低減、高効率駆動などが実現している。その中において、汎用性と制御性能を両立し、モーションコントロールに最も適していると考えられる電動機は永久磁石同期電動機 (AC モータ、ブラシレス DC モータ) である。これは、永久磁石同期電動機には発生トルクと電機子電流の間に高い線形性が見られるためである。永久磁石同期電動機は界磁型直流電動機 (ブラシ DC モータ) の問題であったブラシ-コミュテータ間の摩擦がなく、単相励磁によるトルクリプルを低減するために非接触の三相構造を有している。ブラシ DC モータと駆動原理が近いことから通電方式の分類では AC モータだがブラシレス DC モータと呼ばれる。実際には非正弦波状の電圧入力を許容しているため、AC モータではなく独立してブラシレス DC モータとして分類する見方もある。永久磁石同期電動機にはフラットトルクが得られる表面磁石型とトルクのフラットネスを失うがリラクタンストルクを利用して高効率運転を実現する埋込磁石型が存在する。要求される制御性能をと用途を考慮して選定する。

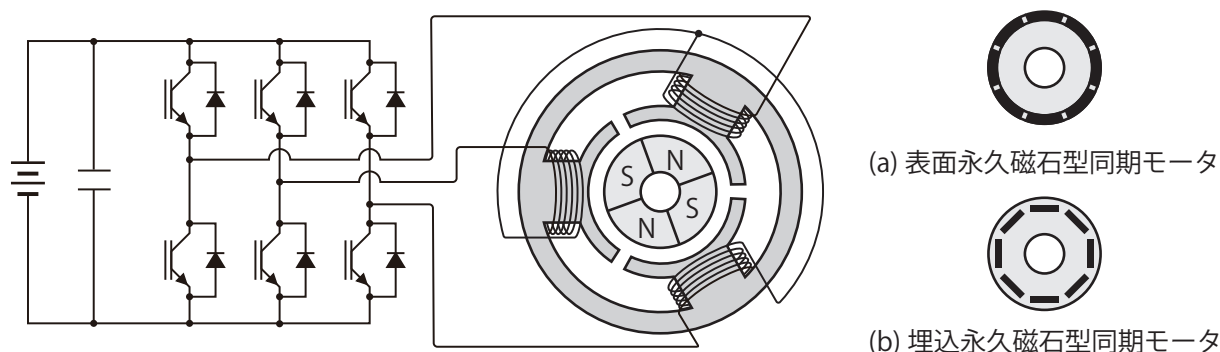


Figure 1.1. 永久磁石同期型モータ

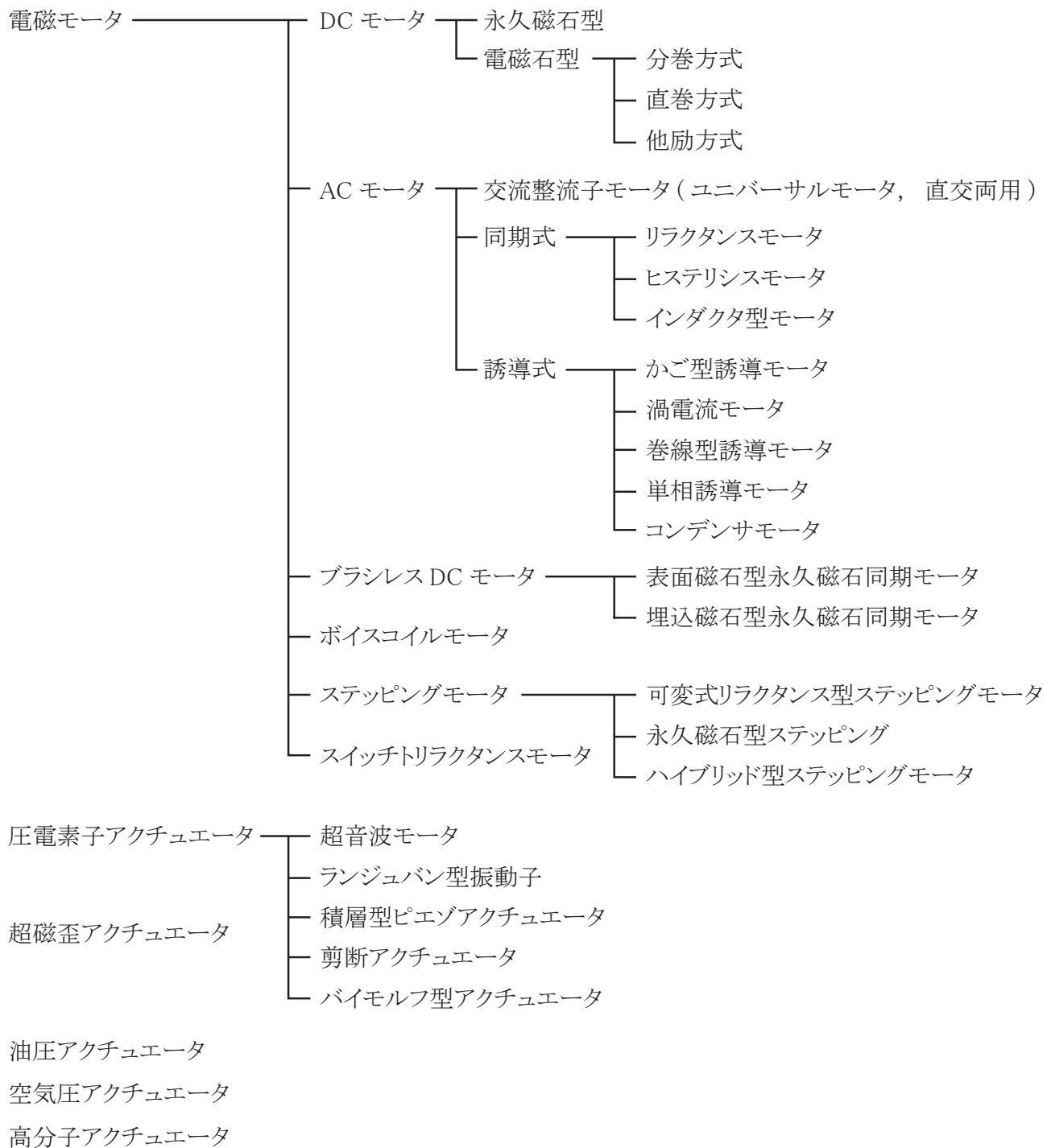


Figure 1.2. 簡易的モータ分類

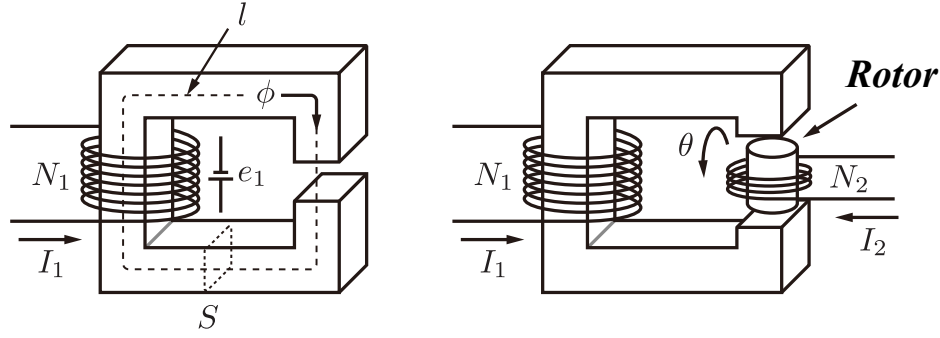


Figure 1.3. 電磁モータの磁気回路

1.2 電磁モータのトルク発生メカニズム

電磁モータでは電流がコイルを流れることで励磁され、磁気エネルギー変化がトルクとして出力される。ここでは図 1.3 に示される電磁モータの磁気回路を使用してトルク発生メカニズムを確認する。ここで、 I, e, ϕ, l, N, S は電流、起電力、磁束、鉄心長さ、巻き数、鉄心断面積、添字 i ($i = 1, 2$) は主回路および二次回路を示す。磁束漏れを防ぐために鉄心を使用しており、磁気エネルギーのストレージとしてギャップを設けている。この磁気回路は次の支配方程式を満たす。ただし、 F_m, ϕ, μ, R_m は起磁力、磁束、透磁率、磁気抵抗を表し、添字 i, g は鉄心とギャップを示す。

$$F_m = (R_{mi} + R_{mg})\phi \quad (1.1)$$

$$F_m = N_1 I_1 \quad (1.2)$$

$$R_{mi} = \frac{l_i}{\mu_i S}, R_{mg} = \frac{l_g}{\mu_g S} \quad (1.3)$$

一般的にギャップは小さい場合でも $\mu_i/\mu_g \gg l_i/l_g$ であり、 $R_{mi} + R_{mg} \approx R_{mg}$ となる。したがって、磁気エネルギーの大半はギャップに蓄えられることがわかる。電磁モータはこの磁気エネルギーを機械エネルギーとして取り出す。ここで、鎖交磁束 Φ は次のように表される。

$$\Phi = N\phi = \frac{N^2 I}{R_{mi} + R_{mg}} \quad (1.4)$$

このとき、次の式を満たすようにインダクタンス L が定義される。

$$\Phi \triangleq LI \quad (1.5)$$

$$\therefore L = \frac{N^2}{R_{mi} + R_{mg}} \quad (1.6)$$

厳密には Φ - I 曲線は磁気飽和の影響により完全な直線ではなく、 L は電流量に依存する。そのほか、磁気エネルギーおよび磁気随伴エネルギーは次のように定義される。

$$W_{\text{mag}} = \int_0^I -e I dt = \int_0^I \frac{d}{dt} \Phi I dt = \int_0^\Phi I d\Phi \approx \frac{\Phi^2}{2L} \quad (1.7)$$

$$W'_{\text{mag}} = \Phi I - W_{\text{mag}} = \int_0^I \Phi dI \approx \frac{1}{2} LI^2 \quad (1.8)$$

次にトルク発生について確認する。電力回路から供給されるエネルギーは磁気エネルギーと機械エネルギーに変換される。電気エネルギーと機械エネルギーは次のように表される。

$$e = -\frac{d}{dt}\Phi \quad (1.9)$$

$$P_{\text{sup}} = -\Delta P_{\text{pow}} = -eI = I\frac{d}{dt}\Phi \quad (1.10)$$

$$P_{\text{mec}} = \tau\frac{d}{dt}\theta. \quad (1.11)$$

e, P は起電力および仕事率を表し，添字 $\text{sup}, \text{pow}, \text{mec}$ は供給系，電気系，機械系を表す。ここで，エネルギー保存則より次の方程式が成立する。

$$P_{\text{sup}} = \frac{d}{dt}W_{\text{mag}} + P_{\text{mec}} \quad (1.12)$$

$$\therefore I\frac{d}{dt}\Phi = \frac{d}{dt}W_{\text{mag}} + \tau\frac{d}{dt}\theta. \quad (1.13)$$

したがって，トルクの発生は次の支配方程式を満たす。

$$\tau = I\frac{d}{d\theta}\Phi - \frac{d}{d\theta}W_{\text{mag}}. \quad (1.14)$$

ここで，磁気動力は次のように導出される。関数形式により導出過程が異なることに留意する。

$$P_{\text{mag}}(\Phi, \theta) = \frac{dW_{\text{mag}}(\Phi, \theta)}{d\theta} = \frac{\partial W_{\text{mag}}}{\partial \Phi} \frac{d\Phi}{d\theta} + \frac{\partial W_{\text{mag}}}{\partial \theta} \frac{d\theta}{d\theta} \quad (1.15)$$

$$\begin{aligned} P_{\text{mag}}(I, \theta) &= \frac{dW_{\text{mag}}}{d\theta} = \frac{\partial(\Phi I - W'_{\text{mag}})}{\partial I} \frac{dI}{d\theta} + \frac{\partial(\Phi I - W'_{\text{mag}})}{\partial \theta} \frac{d\theta}{d\theta} \\ &= \Phi \frac{dI}{d\theta} + I \frac{d\Phi}{d\theta} - \frac{\partial W'_{\text{mag}}}{\partial I} \frac{dI}{d\theta} - \frac{\partial W'_{\text{mag}}}{\partial \theta}. \end{aligned} \quad (1.16)$$

同様に，トルク発生式も関数形式により導出過程が異なる。

$$\begin{aligned} \tau(\Phi, \theta) &= I \frac{d\Phi}{d\theta} - \frac{\partial W_{\text{mag}}}{\partial \Phi} \frac{d\Phi}{d\theta} - \frac{\partial W_{\text{mag}}}{\partial \theta} \frac{d\theta}{d\theta} \\ &= \left(I - \frac{\partial W_{\text{mag}}}{\partial \Phi} \right) \frac{d\Phi}{d\theta} - \frac{\partial W_{\text{mag}}}{\partial \theta} \\ &= \left(I - \frac{\partial}{\partial \Phi} \int_0^\Phi I d\Phi \right) \frac{d\Phi}{d\theta} - \frac{\partial W_{\text{mag}}}{\partial \theta} = -\frac{\partial W_{\text{mag}}}{\partial \theta} \end{aligned} \quad (1.17)$$

$$\begin{aligned} \tau(I, \theta) &= I \frac{d\Phi}{d\theta} - \Phi \frac{dI}{d\theta} - I \frac{d\Phi}{d\theta} + \frac{\partial W'_{\text{mag}}}{\partial I} \frac{dI}{d\theta} + \frac{\partial W'_{\text{mag}}}{\partial \theta} \\ &= -\left(\Phi - \frac{\partial W'_{\text{mag}}}{\partial I} \right) \frac{dI}{d\theta} + \frac{\partial W'_{\text{mag}}}{\partial \theta} \\ &= -\left(\Phi - \frac{\partial}{\partial I} \int_0^I \Phi dI \right) \frac{dI}{d\theta} + \frac{\partial W'_{\text{mag}}}{\partial \theta} = \frac{\partial W'_{\text{mag}}}{\partial \theta}. \end{aligned} \quad (1.18)$$

図 1.3 に示される電磁モータの発生トルクについて考える。インダクタンスは次のようになる。

$$(N_1 I_1 + N_2 I_2 \sin \theta) \triangleq R_{\text{mag}} \phi \quad (1.19)$$

$$\begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \end{bmatrix} \phi = \begin{bmatrix} \frac{N_1^2}{R_{\text{mag}}} & \frac{N_1 N_2}{R_{\text{mag}}} \cos \theta \\ \frac{N_1 N_2}{R_{\text{mag}}} \cos \theta & \frac{N_2^2}{R_{\text{mag}}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \triangleq \mathbf{L}(\theta) \mathbf{I}. \quad (1.20)$$

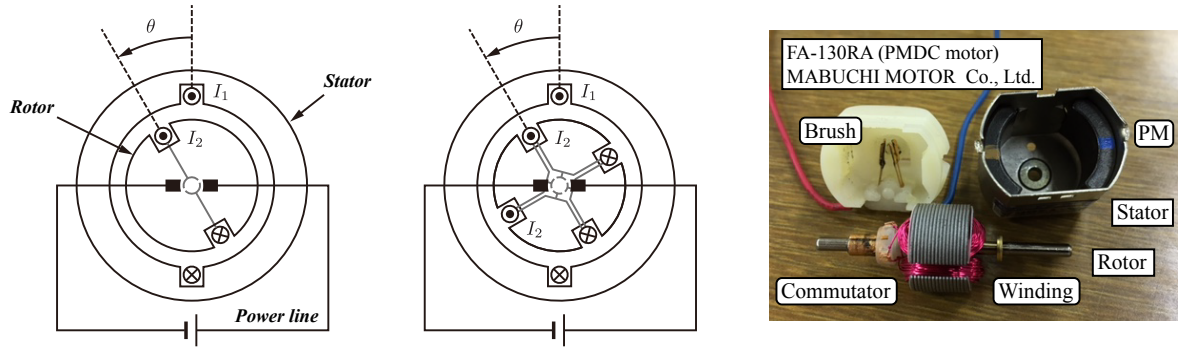


Figure 1.4. DC モータの構造

対角項は自己インダクタンス，非対角項は相互インダクタンスを表す。このとき，磁気エネルギーは電流の関数として表すことができ，トルクは随伴関数の偏微分方程式によって導出することができる。

$$W_{\text{mag}} = \frac{1}{2} \mathbf{I}^T \mathbf{L}(\theta) \mathbf{I} \quad (1.21)$$

$$\tau = \frac{\partial W'_{\text{mag}}}{\partial \theta} = \frac{1}{2} \mathbf{I}^T \left(\frac{\partial}{\partial \theta} \mathbf{L}(\theta) \right) \mathbf{I} = -\frac{N_1 N_2}{R_{\text{mag}}} I_1 I_2 \sin \theta. \quad (1.22)$$

上記の式は単相システムではトルクリプルが生じることを示しており，この現象はDC モータの駆動においても見られる。三相モータ等間隔に相を配置することでこの問題を解決している。以降では単相モータと三相モータのトルク出力特性を確認していく。

1.3 DC モータ

DC モータの構造を図 1.4 に示す。主回路に一定電流を流して励磁し，二次回路で整流子を介して回転磁界を発生させる。永久磁石型はフレーム側に磁石を埋め込み，主回路として使用する。磁石は一定の磁界を発生させるため定電流源として扱える。このモータの支配方程式は次のようになる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_1 & M_0 \cos \theta \\ M_0 \cos \theta & L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_1 & M_0 \cos \theta \\ M_0 \cos \theta & L_2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -M_0 \sin \theta \\ -M_0 \sin \theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \theta \end{aligned} \quad (1.23)$$

$$\tau = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & -M_0 \sin \theta \\ -M_0 \sin \theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = -M_0 I_1 I_2 \sin \theta \quad (1.24)$$

$$V_2 = V_{\text{sup}} \frac{|\sin \theta|}{\sin \theta}. \quad (1.25)$$

整流子の作用によって二次回路に印加される電圧が回転角度によって反転し，電機子電流とトルク出力の方向が一方向になっている。この整流子の作用を考慮した支配方程式は次のようになる。

$$V_{\text{sup}} = R_2 I_2 + L_2 \frac{d}{dt} I_2 - M_0 I_1 |\sin \theta| \frac{d}{dt} \theta \quad (\because I_1 = \text{const.} \rightarrow \frac{d}{dt} I_1 = 0) \quad (1.26)$$

$$\tau = -M_0 I_1 I_2 |\sin \theta| \quad (1.27)$$

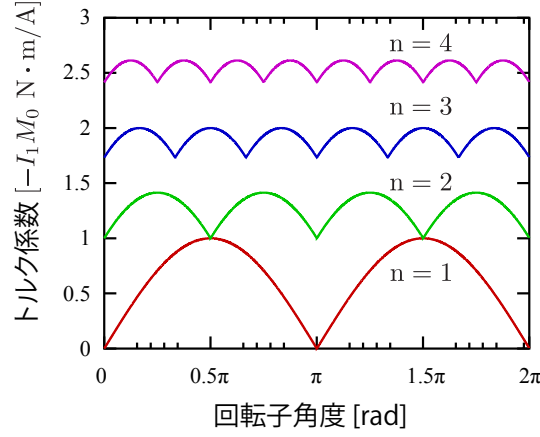


Figure 1.5. n 極 (n=1,2,3,4)DC モータのトルク係数

多極回路についても確認する。支配方程式は次のようになる。

$$\mathbf{V} = \mathbf{R}\mathbf{I} + \frac{d}{dt}(\mathbf{L}\mathbf{I}) \quad (1.28)$$

$$\tau = -M_0 I_1 \sum_{k=0}^{n-1} I_{2,k} \sin\left(\theta + \frac{k\pi}{n}\right) \quad (1.29)$$

$$\mathbf{V} = \begin{bmatrix} V_1 \\ V_{2,1} \\ \vdots \\ V_{2,n} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{I} = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_{2,1} \\ \vdots \\ I_{2,n} \end{bmatrix}, \quad \mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_1 & & & \mathbf{0} \\ & R_2 & & \\ & & \ddots & \\ \mathbf{0} & & & R_2 \end{bmatrix} \quad (1.30)$$

$$\mathbf{L} = \begin{bmatrix} L_1 & M_0 \sin \theta & M_0 \sin\left(\theta + \frac{\pi}{n}\right) & \cdots & M_0 \sin\left(\theta + \frac{(n-1)\pi}{n}\right) \\ M_0 \sin \theta & L_2 & L_2 \sin\left(\frac{\pi}{n}\right) & \cdots & L_2 \sin\left(\frac{(n-1)\pi}{n}\right) \\ M_0 \sin\left(\theta + \frac{\pi}{n}\right) & L_2 \sin\left(\frac{(n-1)\pi}{n}\right) & L_2 & & L_2 \sin\left(\frac{(n-2)\pi}{n}\right) \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ M_0 \sin\left(\theta + \frac{(n-1)\pi}{n}\right) & L_2 \sin\left(\frac{\pi}{n}\right) & L_2 \sin\left(\frac{2\pi}{n}\right) & \cdots & L_2 \end{bmatrix} \quad (1.31)$$

$$V_{2,i} = V_{\text{sup}} \frac{\left| \sin\left(\theta + \frac{(i-1)\pi}{n}\right) \right|}{\sin\left(\theta + \frac{(i-1)\pi}{n}\right)} \quad (i = 1, 2, \dots, n). \quad (1.32)$$

二次電流 $I_{2,i}$ ($i = 1, 2, \dots, n$) は位相の異なる同形波形をとる。二次電流値の代表値を I'_2 として、整流子の作用を考慮した際の発生トルクは次のようになる。

$$\tau = -M_0 I_1 \left| \sum_{k=0}^{n-1} \sin\left(\theta + \frac{k\pi}{n}\right) \right| I'_2, \quad (1.33)$$

図 1.5 に n 極 (n=1,2,3,4) モータのトルク係数を示した。極数の増加に伴いリップルは減少するが、構造上フラットにはならず、整流子摩擦の増加が問題となる。

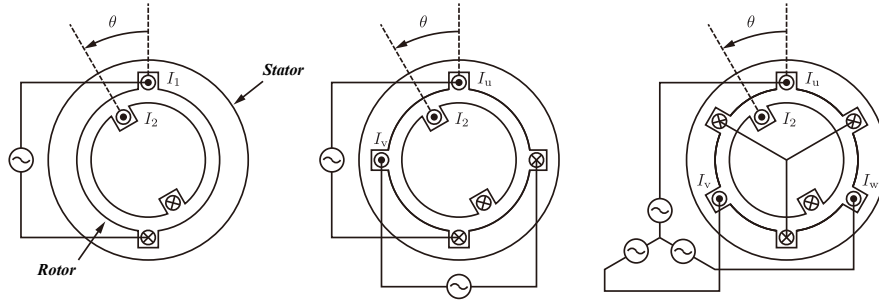


Figure 1.6. 永久磁石同期モータの構造 (一相, 二相, 三相)

1.4 ブラシレス DC モータ

図 1.6 にブラシレス DC モータの構造を示す。添字 u, v, w は u, v, w 相を表す。DC モータとは異なり永久磁石を回転子とし、主回路の電流を制御して回転磁界を発生させる。電力回路で励磁電流の制御をするので、整流子を設置する必要がないためブラシレスとなる。簡単のためにまずは突極性については省略し、表面磁石型に着目する。初めに単相回路の支配方程式から確認する。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_1 & M_0 \sin \theta \\ M_0 \sin \theta & L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} R_1 & 0 \\ 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_1 & M_0 \sin \theta \\ M_0 \sin \theta & L_2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & -M_0 \sin \theta \\ -M_0 \sin \theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \theta \end{aligned} \quad (1.34)$$

$$\tau = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & -M_0 \sin \theta \\ -M_0 \sin \theta & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = -M_0 I_1 I_2 \sin \theta. \quad (1.35)$$

単極 DC モータと同じく、フラットなトルクは得られない。続いて二相回路の支配方程式を確認する。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V_u \\ V_v \\ V_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 \\ 0 & R_1 & 0 \\ 0 & 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_u \\ I_v \\ I_2 \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_1 & L_1 \sin \frac{\pi}{2} & M_0 \sin \theta \\ L_1 \sin(-\frac{\pi}{2}) & L_1 & M_0 \sin(\theta - \frac{\pi}{2}) \\ M_0 \sin \theta & M_0 \sin(\theta - \frac{\pi}{2}) & L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_u \\ I_v \\ I_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 \\ 0 & R_1 & 0 \\ 0 & 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_u \\ I_v \\ I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_1 & 0 & M_0 \sin \theta \\ 0 & L_1 & M_0 \sin(\theta - \frac{\pi}{2}) \\ M_0 \sin \theta & M_0 \sin(\theta - \frac{\pi}{2}) & L_2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_u \\ I_v \\ I_2 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & -M_0 \sin \theta \\ 0 & 0 & -M_0 \sin(\theta - \frac{\pi}{2}) \\ -M_0 \sin \theta & -M_0 \sin(\theta - \frac{\pi}{2}) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_u \\ I_v \\ I_2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \theta \end{aligned} \quad (1.36)$$

$$\tau = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} I_u \\ I_v \\ I_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & -M_0 \sin \theta \\ 0 & 0 & -M_0 \sin(\theta - \frac{\pi}{2}) \\ -M_0 \sin \theta & -M_0 \sin(\theta - \frac{\pi}{2}) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_u \\ I_v \\ I_2 \end{bmatrix} = -M_0 I_2 \left(I_u \sin \theta + I_v \sin \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) \right). \quad (1.37)$$

この回路では主回路電流を制御することによりフラットなトルクを得ることができる。

$$\begin{bmatrix} I_u & I_v \end{bmatrix} = I_{10} \begin{bmatrix} \sin \theta & \sin \left(\theta - \frac{\pi}{2} \right) \end{bmatrix} \quad (1.38)$$

$$\rightarrow \tau = K_\tau I_{10} \quad (K_\tau \triangleq -M_0 I_2). \quad (1.39)$$

複数相の構造では磁界の重ね合わせにより任意の磁界が発生可能であるため、フラットなトルクが得られる。図 1.6 を見ると二相モータでは絶縁された二組の電機子線が必要なため 4 端子だが、三相にすることで 3 端子にすることができる。三相の線を一点に纏める結線方式を Y 字結線と呼ぶ。この方式は一見制御を複雑にするとと思われるが、dq 座標軸で制御を行うことで簡単に制御ができる。さらに、定格トルクも向上することができる。三相構造の回路の支配方程式は次のようになる。

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} V_u \\ V_v \\ V_w \\ V_2 \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_u \\ I_v \\ I_w \\ I_2 \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} L_1 & L_1 \sin \left(-\frac{2\pi}{3} \right) & L_1 \sin \left(-\frac{4\pi}{3} \right) & M_0 \sin \theta \\ L_1 \sin \left(-\frac{4\pi}{3} \right) & L_1 & L_1 \sin \left(-\frac{2\pi}{3} \right) & M_0 \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \\ L_1 \sin \left(-\frac{2\pi}{3} \right) & L_1 \sin \left(-\frac{4\pi}{3} \right) & L_1 & M_0 \sin \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right) \\ M_0 \sin \theta & M_0 \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & M_0 \sin \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right) & L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_u \\ I_v \\ I_w \\ I_2 \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_u \\ I_v \\ I_w \\ I_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_1 & -\frac{1}{2}L_1 & -\frac{1}{2}L_1 & M_0 \sin \theta \\ -\frac{1}{2}L_1 & L_1 & -\frac{1}{2}L_1 & M_0 \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \\ -\frac{1}{2}L_1 & -\frac{1}{2}L_1 & L_1 & M_0 \sin \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right) \\ M_0 \sin \theta & M_0 \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & M_0 \sin \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right) & L_2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} I_u \\ I_v \\ I_w \\ I_2 \end{bmatrix} \\ &+ \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & M_0 \sin \theta \\ 0 & 0 & 0 & M_0 \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \\ 0 & 0 & 0 & M_0 \sin \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right) \\ M_0 \sin \theta & M_0 \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & M_0 \sin \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right) & L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_u \\ I_v \\ I_w \\ I_2 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \theta \\ \tau &= \frac{1}{2} \begin{bmatrix} I_u \\ I_v \\ I_w \\ I_2 \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -M_0 \sin \theta \\ 0 & 0 & 0 & -M_0 \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) \\ 0 & 0 & 0 & -M_0 \sin \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right) \\ -M_0 \sin \theta & -M_0 \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & -M_0 \sin \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right) & L_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_u \\ I_v \\ I_w \\ I_2 \end{bmatrix} \\ &= -M_0 I_2 \left(I_u \sin \theta + I_v \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) + I_w \sin \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right) \right). \quad (1.41) \end{aligned}$$

二相構造と同様に、主回路電流を制御することによりフラットなトルクを得ることができる。

$$\begin{bmatrix} I_u & I_v & I_w \end{bmatrix} = I_{10} \begin{bmatrix} \sin \theta & \sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \sin \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right) \end{bmatrix} \quad (1.42)$$

$$\rightarrow \tau = K_\tau I_{10} \quad (K_\tau \triangleq -\sqrt{\frac{3}{2}} M_0 I_2). \quad (1.43)$$

上記の支配方程式は、回転座標系への写像により簡易化される。この写像は dq0(direct, quadrature, zero) 変換と呼ばれる。d 軸は回転子の磁界方向、q 軸は d 軸の直行方向を示し、回転子の回転とともに回転する。0 軸は零相を示す軸である。この変換は座標間のエネルギー保存を確約する絶対変換であり、三相構造に対する座標変換行列は次のように定義される。

$$\mathbf{D} = \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & \cos \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right) \\ -\sin \theta & -\sin \left(\theta - \frac{2\pi}{3} \right) & -\sin \left(\theta - \frac{4\pi}{3} \right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \quad (1.44)$$

絶対変換のため、 $DD^T = I$ を満たす。実際に座標変換を行うと、以下ようになる。

$$\begin{aligned}
 V_{dq0} &= DV_{uvw} = DRD^T DI_{uvw} + DL \frac{d}{dt} D^T DI_{uvw} + DK_E^T \frac{d\theta}{dt} \\
 &= DRD^T I_{dq} + DLD^T \frac{d}{dt} I_{dq} + DL \left(\frac{d}{d\theta} D^T \frac{d\theta}{dt} \right) I_{dq} + DK_E^T \frac{d\theta}{dt} \\
 &= \begin{bmatrix} R_1 + \frac{3}{2}L_1 \frac{d}{dt} & -\frac{3}{2}L_1 \frac{d\theta}{dt} & 0 \\ \frac{3}{2}L_1 \frac{d\theta}{dt} & R_1 + \frac{3}{2}L_1 \frac{d}{dt} & 0 \\ 0 & 0 & R_1 \end{bmatrix} I_{dq0} + \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{\frac{3}{2}} I_2 M_0 \frac{d\theta}{dt} \\ 0 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{1.45}$$

$$\tau = K_T I_{uvw} = K_T D^T DI_{uvw} = K_T D^T DI_{dq0} = \sqrt{\frac{3}{2}} I_2 M_0 I_q, \tag{1.46}$$

ただし、

$$V_{uvw} \triangleq \begin{bmatrix} V_u & V_v & V_w \end{bmatrix}^T, I_{uvw} \triangleq \begin{bmatrix} I_u & I_v & I_w \end{bmatrix}^T \tag{1.47}$$

$$V_{dq0} \triangleq \begin{bmatrix} V_d & V_q & V_0 \end{bmatrix}^T, I_{dq0} \triangleq \begin{bmatrix} I_d & I_q & I_0 \end{bmatrix}^T \tag{1.48}$$

$$R \triangleq \begin{bmatrix} R_1 & 0 & 0 \\ 0 & R_1 & 0 \\ 0 & 0 & R_1 \end{bmatrix}, L \triangleq \begin{bmatrix} L_1 & -\frac{1}{2}L_1 & -\frac{1}{2}L_1 \\ -\frac{1}{2}L_1 & L_1 & -\frac{1}{2}L_1 \\ -\frac{1}{2}L_1 & -\frac{1}{2}L_1 & L_1 \end{bmatrix} \tag{1.49}$$

$$K_T \triangleq -I_2 M_0 \begin{bmatrix} \sin \theta & \sin(\theta + 2\pi/3) & \sin(\theta + 4\pi/3) \end{bmatrix}. \tag{1.50}$$

このように、トルクは q 軸電流のみに依存する。埋込型のように突極がある場合には、 d 軸電流はリラクタンストルク発生に寄与する。 d 軸電流の制御により回転子の永久磁石から生じる界磁時速を低減する弱め磁束制御を実現することもできる。電動機は q 軸電流と発生トルクの間で変圧比 K_T のトランスフォーマのように作用するが、一定のエネルギー供給の下で高速運転を行いたい場合には、変圧比を落とすことでトルクを落とし速度を上げたい。また、 K_T を落とすことは速度増加を阻害する逆起電力の低減にも繋がる。永久磁石の磁界を直接弱めることはできないが、 d 軸電機子反作用による減磁作用を利用すれば弱め界磁と等価な効果が得られる。極数 p 、突極ありの一般化された三相ブラシレス DC モータの支配方程式は以下ようになる。

$$V_{uvw2} = RI_{uvw2} + L(p, \theta) \frac{d}{dt} I_{uvw2} + \frac{d}{dt} L(p, \theta) I_{uvw2} \frac{d}{dt} \theta \tag{1.51}$$

$$V_{uvw2} \triangleq \begin{bmatrix} V_u & V_v & V_w & V_2 \end{bmatrix}^T, I_{uvw2} \triangleq \begin{bmatrix} I_u & I_v & I_w & I_2 \end{bmatrix}^T \tag{1.52}$$

$$L(p, \theta) \triangleq \begin{bmatrix} L_1(p\theta, p\theta) & L_1(p\theta, p\theta - \frac{2\pi}{3}) & L_1(p\theta, p\theta - \frac{4\pi}{3}) & M_0(p\theta, 0) \\ L_1(p\theta - \frac{2\pi}{3}, p\theta) & L_1(p\theta - \frac{2\pi}{3}, p\theta - \frac{2\pi}{3}) & L_1(p\theta - \frac{2\pi}{3}, p\theta - \frac{4\pi}{3}) & M_0(p\theta - \frac{2\pi}{3}, 0) \\ L_1(p\theta - \frac{4\pi}{3}, p\theta) & L_1(p\theta - \frac{4\pi}{3}, p\theta - \frac{4\pi}{3}) & L_1(p\theta - \frac{4\pi}{3}, p\theta - \frac{4\pi}{3}) & M_0(p\theta - \frac{4\pi}{3}, 0) \\ M_0(0, p\theta) & M_0(0, p\theta - \frac{2\pi}{3}) & M_0(0, p\theta - \frac{4\pi}{3}) & L_{2d} \end{bmatrix} \tag{1.53}$$

$$L_1(\theta_1, \theta_2) \triangleq L_{1d} \cos \theta_1 \cos \theta_2 + L_{1q} \sin \theta_1 \sin \theta_2 \tag{1.54}$$

$$M_0(\theta_1, \theta_2) \triangleq M_{0d} \cos \theta_1 \cos \theta_2 + M_{0q} \sin \theta_1 \sin \theta_2, \tag{1.55}$$

この系に対する座標変換行列は次のように定義される。

$$D \triangleq \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos p\theta & \cos(p\theta - 2\pi/3) & \cos(p\theta - 4\pi/3) \\ -\sin p\theta & -\sin(p\theta - 2\pi/3) & -\sin(p\theta - 4\pi/3) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}. \tag{1.56}$$

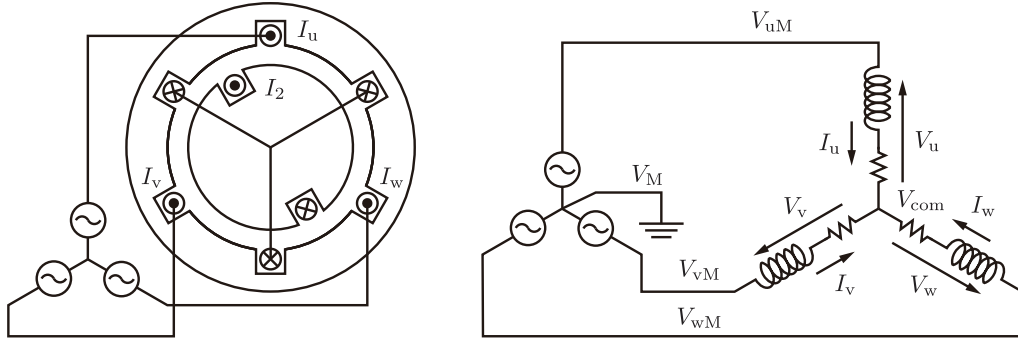


Figure 1.7. 三相ブラシレス DC モータの主回路

dq0 座標での支配方程式は次のようになる。

$$\mathbf{V}_{dq0} = \begin{bmatrix} R_1 + L_d \frac{d}{dt} & -\frac{3}{2}pL_q \frac{d\theta}{dt} & 0 \\ \frac{3}{2}pL_d \frac{d\theta}{dt} & R_1 + \frac{3}{2}L_q \frac{d}{dt} & 0 \\ 0 & 0 & R_1 \end{bmatrix} \mathbf{I}_{dq0} + \begin{bmatrix} 0 \\ \sqrt{\frac{3}{2}}pI_2M_0 \frac{d\theta}{dt} \\ 0 \end{bmatrix} \quad (1.57)$$

$$\tau = \sqrt{\frac{3}{2}}pI_2M_0I_q + \frac{3}{2}p(L_d - L_q)I_dI_q. \quad (1.58)$$

これがブラシレス DC モータの一般化支配方程式である。トルク発生式第二項はリラクタンストルクであり，高効率運転に使用される。周期的にトルクリプルが生じるので，精密性が要求される場合にはリプル抑制制御が必要となる。

Y 字結線された三相モータの電圧制御に関して

前述の通り，三相構造に存在するのは 3 端子のみであり，相電圧を直接制御することは困難である。この問題は dq0 座標に制御系を組み，間接的に制御することで解決される。図 1.7 は主回路を示している。添字 _M および _{com} は電源中点とコモンモードを示している。相電圧は以下ようになる。

$$\begin{bmatrix} V_u \\ V_v \\ V_w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{uM} - V_{com} \\ V_{vM} - V_{com} \\ V_{wM} - V_{com} \end{bmatrix} \quad (1.59)$$

キルヒホッフの法則より，次の式が成立する。

$$I_u + I_v + I_w = 0. \quad (1.60)$$

各相のインピーダンスが非常に近い値をとることから，以下の支配方程式が成立する。

$$V_u + V_v + V_w = Z_u I_u + Z_v I_v + Z_w I_w \approx Z(I_u + I_v + I_w) = 0 \quad (1.61)$$

$$\rightarrow (V_{uM} - V_{com}) + (V_{vM} - V_{com}) + (V_{wM} - V_{com}) = 0 \quad (1.62)$$

$$\therefore V_{com} = \frac{V_{uM} + V_{vM} + V_{wM}}{3}. \quad (1.63)$$

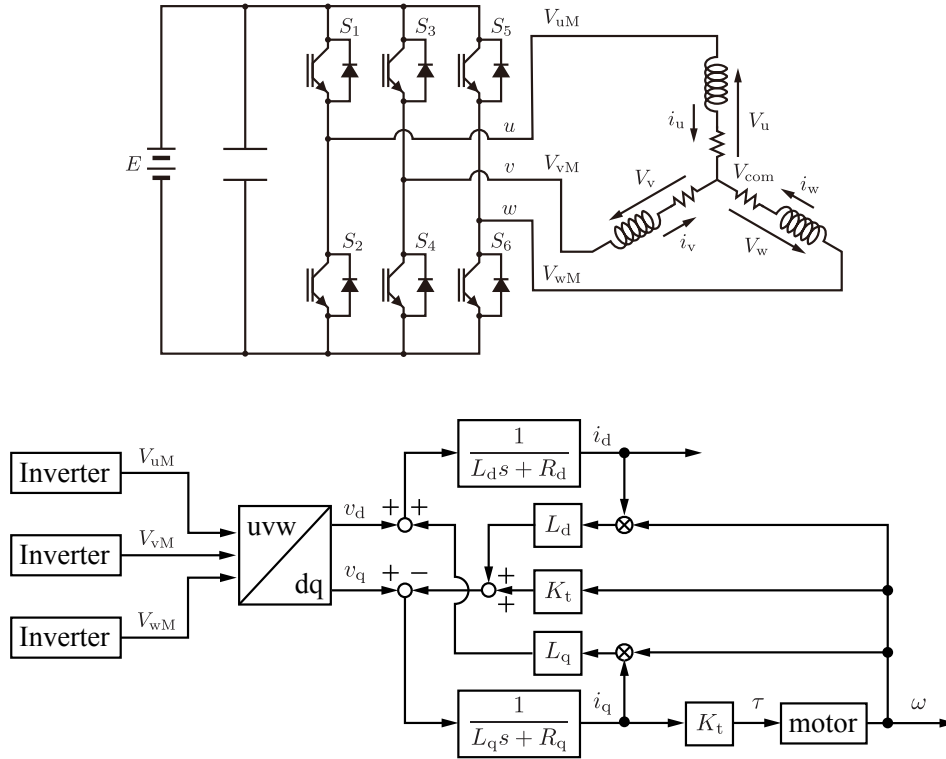


Figure 1.8. 端子電圧発生からトルク発生までのブロック線図

コモンモード電圧が各相の端子電圧の値に依存することから，uvw 座標系において各相の相電圧を制御を行うことは非常に困難である。一方で，上記の支配方程式を dq0 座標系に写像した場合にコモンモード電圧の影響は dq 軸から分離される。

$$\begin{aligned}
 \begin{bmatrix} V_d \\ V_q \\ V_0 \end{bmatrix} &= \mathbf{D} \begin{bmatrix} V_u \\ V_v \\ V_w \end{bmatrix} = \mathbf{D} \begin{bmatrix} V_{uM} - V_{com} \\ V_{vM} - V_{com} \\ V_{wM} - V_{com} \end{bmatrix} \\
 &= \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta - 4\pi/3) \\ -\sin \theta & -\sin(\theta - 2\pi/3) & -\sin(\theta - 4\pi/3) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} V_{uM} \\ V_{vM} \\ V_{wM} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} V_{com} \\ V_{com} \\ V_{com} \end{bmatrix} \right\} \\
 &= \sqrt{\frac{2}{3}} \begin{bmatrix} \cos \theta & \cos(\theta - 2\pi/3) & \cos(\theta - 4\pi/3) \\ -\sin \theta & -\sin(\theta - 2\pi/3) & -\sin(\theta - 4\pi/3) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{uM} \\ V_{vM} \\ V_{wM} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \frac{1}{\sqrt{3}}(V_u + V_v + V_w) \end{bmatrix}. \quad (1.64)
 \end{aligned}$$

したがって，トルク発生に関していえば相電圧を制御することは端子電圧を制御することに等しい。また，dq 座標で生成された電圧指令値が端子電圧指令値に変換される際には位相が 120 度ずつシフトした三相の信号が生成されるため，基本的にはコモンモード電圧は 0 近傍をとる。以上より，三相ブラシレス DC モータの端子電圧発生からトルク発生までのメカニズムは，図 1.8 のようになる。

Chapter 2

電力増幅器

2.1 電力増幅器の役割

サーボ系を構成するシステムのうち，電力制御系はモータの駆動速度やトルク出力精度に関わる。出力速度は減速機構や増速機構のような機械部品および電力増幅部の供給電力によって制限される。特に，周波数の高い運動を行うためには慣性力を補償する必要があるため，高い電力を消費する。トルク出力精度はモータの磁気特性および電力増幅部の励磁電流を制御性能に依存する。励起された磁界がモータ内の磁界に作用してトルクが発生するため，双方の厳密な設計が要求される。また，単相モータや三相モータのように，機構的な工夫によって磁界の制御を補助する技術も存在する。

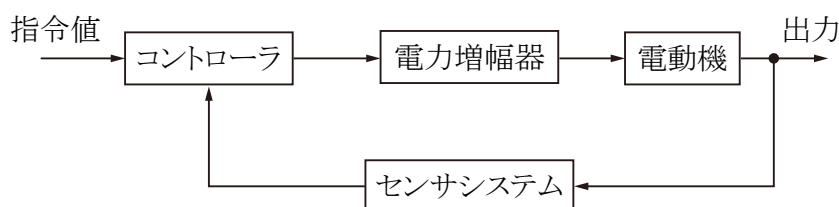


Figure 2.1. 一般的なサーボ系

サーボ系では電力制御系といえは，現在では電流制御系を示すことが多い。これは，電流制御が出力トルク制御に直結するためである。古典制御の時代では電力増幅部にて電圧を制御して運動を制御する方式が採用されていた。また，現在では運動制御系と電流制御系はカスケード接続されているが，かつては運動制御系と電圧制御系が直列に接続されていた。そのため，システムの次数が増加すること，モータ回路の電気時定数がシステムの特性に影響を及ぼすことから性能向上が困難であった。モータの内部回路の役割は励磁であるため，コイルから構成される。コイルを形成する導線の抵抗成分から，モータ内部回路のインピーダンスを簡易的に表現すると，以下ようになる。

$$Z = Ls + R \quad (2.1)$$

トルク発生に関連する物理量は磁界であり，磁界を発生させるためには励磁電流の制御が必要となる。したがって，電圧制御を介した制御では電圧，電流，トルク，加速度，力・速度といったように段階を踏まなければならない。そのため，電圧-電流変換においてモータの時定数に依存する遅れの影響を受け，制御帯域の向上，すなわち高いゲインの設計が困難であった。この問題に対し，現在では独立したフィードバック制御系を持つ電流制御系がシステム内でカスケード接続されており，モータ内部回路の電気時定数の影響が緩和されている。

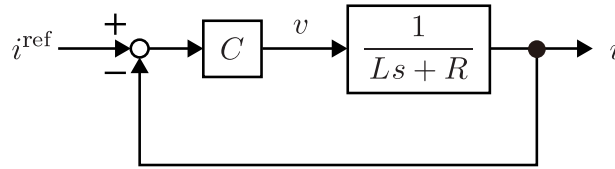


Figure 2.2. 単相電流制御系

単相システムの電流制御系は図 2.2 ように構成される。ただし、 C は電流制御器、 v は電圧、 i は電流である。このシステムにおいて、参照値から出力までの伝達関数は次のようになる。

$$G(s) = \frac{C}{Ls + R + C} = \frac{1}{1 + C^{-1}(Ls + R)} \quad (2.2)$$

したがって、電流制御ゲインを高く設計することで、モータ内部回路の電気時定数の影響を低減することができる。この制御系を使用した際に、ステップ状の電流参照値に対する電流応答の定常値は最終値の定理から次のように導出される。

$$\lim_{s \rightarrow 0} s \left(\frac{1}{s} G(s) \right) = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{C}{Ls + R + C} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{C}{R + C} \quad (2.3)$$

これは制御系が P 制御のみの場合では定常偏差が残ることを示している。そのため、制御器内に積分器を加え、1 型サーボの PI 制御器を導入する構成が一般的である。微分制御器は応答を遅くする効果があるため、一般的には導入されない。

2.2 電力増幅のためのデバイス

電流・電圧増幅の方法としてはトランジスタを使用した方法が広く使用されている。トランジスタは大別して電流型、電圧型の 2 種類が存在し、それぞれ駆動方法が異なる。電流型トランジスタはバイポーラトランジスタとも呼ばれ、PNP、NPN 型とあり、ベース、エミッタ、コレクタの 3 端子を持つ。PNP トランジスタはエミッタに正電圧、ベースに負電圧を印加することでキャリアである正孔がベースに移動し、エミッタからコレクタに電流が流れる。NPN トランジスタはコレクタに負電圧、ベースに正電圧を印加することでキャリアである電子がベースに移動し、電流が流れることにより、

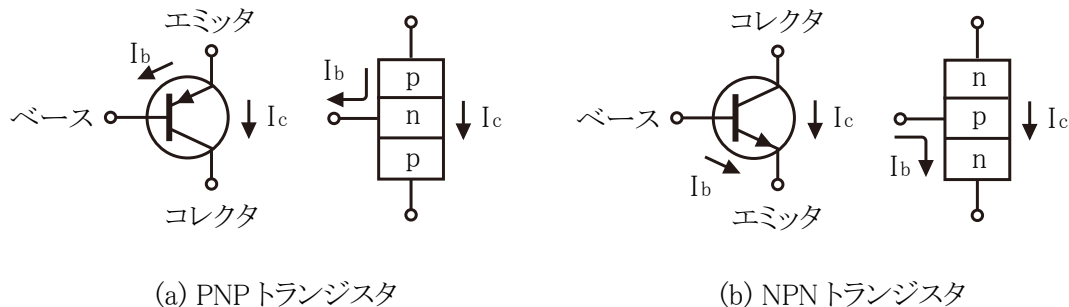


Figure 2.3. バイポーラトランジスタ

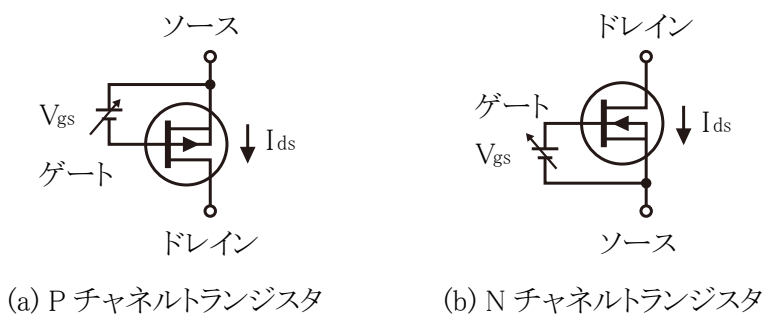


Figure 2.4. ユニポーラトランジスタ

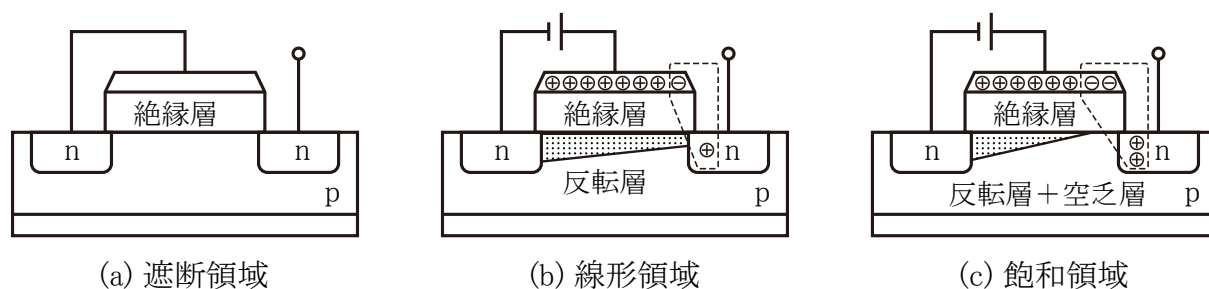


Figure 2.5. ユニポーラトランジスタの動作領域

コレクタからエミッタに電流が流れる。このように、バイポーラトランジスタはPNPではエミッタ-ベース電流、NPNではコレクタ-ベース電流が増幅されてコレクタ-エミッタ間を電流が通過するデバイスとして見るができる。バイポーラの名前の由来は正孔・電子の二種類のキャリアを使用して動作するためである。

一方で、電圧型トランジスタはユニポーラトランジスタと呼ばれ、チャンネル、Nチャネル型があり、ドレイン、ソース、ゲートの3端子を持つ。バイポーラトランジスタと異なり、正孔または電子のどちらかのキャリアのみを用いて動作する。MOSFETや新型パワー半導体であるSiC-MOSFET、GaN-HMETはこのトランジスタに分類される。特徴としてはゲート端子とドレイン-ソースを載せる半導体基板が絶縁されている。Pチャネルトランジスタはn型半導体基板とゲート間にキャパシタが構築されており、ドレインに正電圧、ゲートに負電圧を印加することで正孔が絶縁層境界に引き寄せられて反転層が形成され、ソース-ドレイン間を電流が流れる。Nチャネルトランジスタはp型半導体基板とゲート間にキャパシタが構築されており、ソースに負電圧、ゲートに正電圧を印加することで電子が絶縁層境界に引き寄せられて反転層が形成され、ドレイン-ソース間を電流が流れる。ここで、ゲート電圧の大きさによって反転層の厚さが変わるため通過電流量を制限することができ、擬似的にデバイスの抵抗値を変化させるように動作させることができる。電流型、電圧型の動作の違いは、前者は電流増幅時にベース端子に電流が常に流れるのに対し、後者はキャパシタを介してキャリアを供給しているため電圧増幅時に電流がゲートに流れない。そのため、消費電力を抑えることができ、現在の電力増幅器には電圧型トランジスタが一般的に使用されている。

電圧型トランジスタの動作領域には遮断領域、線形領域(非飽和領域)、飽和領域の3種が存在する。Nチャネルトランジスタを用いて説明を行う。遮断領域は反転層が形成されずにドレイン-ソース電流が遮断される動作領域、線形領域は反転層がドレイン、ソース端子に跨る動作領域、飽和領域は反転層がドレインに届かない動作領域である。この反転層の厚さはゲート-ソース電圧の大きさに比例する。反転層の厚さは不均衡も持つが、これはドレインの正孔に引き寄せられた電子がゲ-

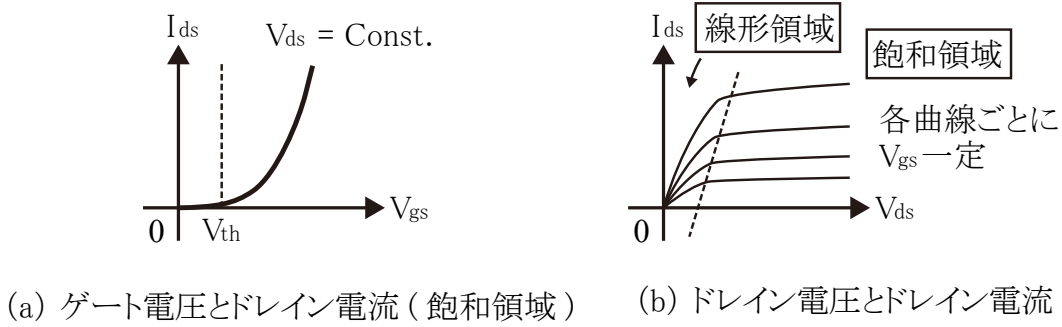


Figure 2.6. ユニポーラトランジスタの動作特性

ト-チャネル間の電圧降下を引き起こすために生じる。線形領域ではドレイン-ソース電流はドレイン-ソース電圧に比例し、ドレイン-ソース間の抵抗はオン抵抗と呼ばれ、ゲート電圧によって大きさが変わる。飽和領域はドレイン-ソース電圧を高くした際に反転層の横に空乏層が形成されることにより生じる。この領域では反転層からドレインに向かう電界が空乏層に作用して電子を引き込むため、ドレイン-ソース電圧に依存せずほぼ一定の電流が流れる。インバータのスイッチング動作では、オフからオンの際には遮断領域、飽和領域、線形領域の順に遷移し、オンからオフの際には線形領域、飽和領域、遮断領域の順に遷移する。図 2.6 にユニポーラトランジスタの動作特性を示した。線形領域は $V_{ds} < (V_{gs} - V_{th})$ 、飽和領域は $V_{ds} > (V_{gs} - V_{th})$ である。ただし、 V_{th} は閾値電圧である。ゲート電圧に閾値電圧以上の電圧を印加することでドレイン電流が流れ始める。これは閾値電圧が反転層形成に十分なゲート-チャネル間電圧であることを示す。また、ゲート電圧が大きくなればデバイスを通過可能なドレイン電流が大きくなる。ゲート電圧の増加に伴い反転層が厚くなることから、許容電流量が増加していることが確認できる。線形領域および飽和領域におけるドレイン電流とゲート電圧の関係は、近似的に次のように表すことができる。

$$I_d = \begin{cases} -\frac{W}{2L}\mu C_{ox}(V_{ds} - (V_{gs} - V_{th}))^2 + \frac{W}{2L}\mu C_{ox}(V_{gs} - V_{th})^2 & (V_{ds} < V_{gs} - V_{th}) \\ \frac{W}{2L}\mu C_{ox}(V_{gs} - V_{th})^2 & (V_{ds} > V_{gs} - V_{th}) \end{cases} \quad (2.4)$$

ここで、 W, L, μ, C_{ox} はチャネル幅、チャネル長、電子移動度、ゲート-チャネル間キャパシタの単位面積当たりの要領である。この図において線形領域の傾きがオン抵抗に相当する。

2.3 電力増幅器の構成方式

トランジスタを使用した電力増幅器のうち、増幅方式によって A~H 級のように分類されている。級はどれも方式を示す便宜的なもので特にグレードを示したりするようなものではなく、上記の方式区分も厳密な区分がなく、使用分野によって統一性がない。大まかな分類としては、A~C 級、F~H 級はリニア増幅、D, E 級はスイッチング増幅方式であり、増幅器の制御に関して A~C 級はアナログ回路、D~H 級はデジタル回路を応用した技術が用いられている。ここではユニポーラトランジスタを用いた増幅器の回路構成と増幅方式の定義について説明する。

2.3.1 A, B, AB, C 級増幅器

アナログ制御方式によるリニア増幅器として A, B, AB, C 級増幅器がある。各増幅器の違いは、ゲート電圧に印加するバイアス電圧の違いである。リニア増幅方式ではトランジスタは飽和領域にて動作するが、図 2.6 の $I_d - V_{gs}$ 特性が示すように、 $\Delta I_{ds} / \Delta V_{gs}$ は一定ではない。 V_{gs} がある程度大きい領

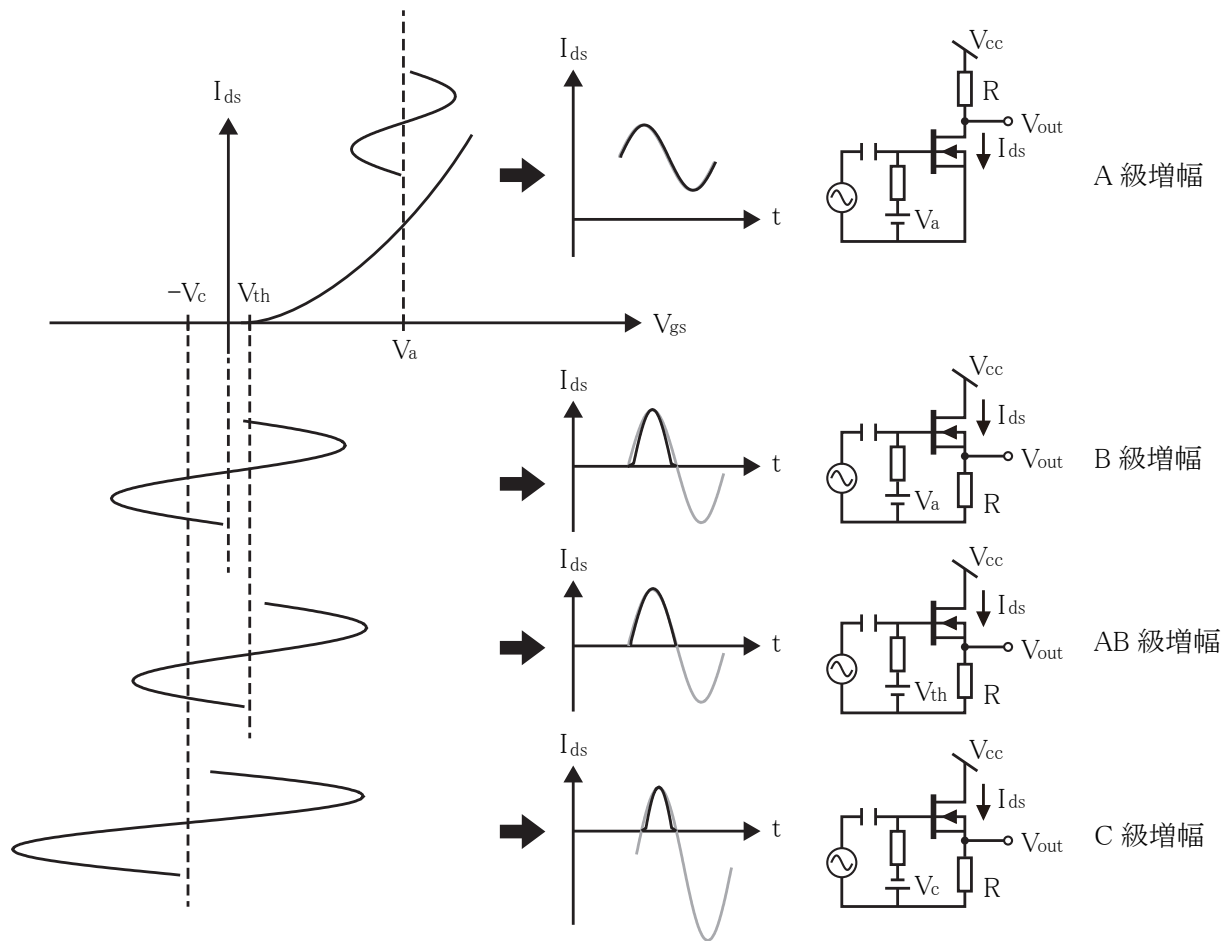


Figure 2.7. A, B, AB, C 級増幅

域では $\Delta I_{ds}/\Delta V_{gs}$ の変化量が小さくなるため、線形変化しているとみることができる。この領域を用いて増幅器を構成する方式が A 級増幅である。しかし、A 級増幅では常にバイアス電圧が印加されるためにアイドル状態がなく、効率が非常に悪い。そこで、バイアス電圧を 0 とする方式が B 級増幅器として定義されている。この増幅方式では正負どちらかの極性の入力のみ増幅され、かつ閾値電圧以下のゲート電圧入力は遮断される。入力電圧が閾値電圧を跨ぐ際に生じる出力歪みはクロスオーバー歪みと呼ばれる。このクロスオーバー歪みを回避するために閾値電圧分のバイアス電圧を印加した方式が AB 級増幅と呼ばれる。また、用途によっては振幅の大きな信号のみを増幅したい、高周波信号を波形が歪んでも高効率で増幅したいという要求からバイアス電圧を負に設定した方式を C 級増幅と呼ぶ。A 級の構成にはソース接地回路，B, AB, C 級の構成にはドレイン接地回路を使用する。このソース回路はフォロワ回路とも呼ばれ、次のような支配方程式が成立する。

$$V_{gs} = V_g - V_s = V_g - V_{out} \quad (2.5)$$

$$V_{ds} = V_d - V_s = V_{cc} - V_{out} \quad (2.6)$$

ここで、ソースフォロワ回路は飽和領域で動作することが確認できる。

$$V_{gs} - V_{th} - V_{ds} = V_g - V_{th} - V_{cc} < 0 \quad (2.7)$$

$$\therefore V_{gs} - V_{th} < V_{ds} \quad (2.8)$$

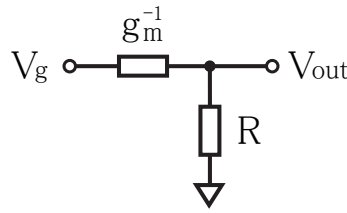


Figure 2.8. ソースフォロワ回路の擬似入出力回路

飽和領域で動作することから，ドレイン電流および相互コンダクタンス g_m は次のように求まる。

$$I_{ds} = \beta(V_{gs} - V_{th})^2 \left(\beta \triangleq \frac{W}{2L} \mu C_{ox} \right) \quad (2.9)$$

$$g_m = \frac{dI_{ds}}{dV_{gs}} = 2\beta(V_{gs} - V_{th}) \quad (2.10)$$

相互コンダクタンスはゲート-出力間に印加した電圧と主回路を流れるドレイン電流の比率であり，ゲート-出力間の擬似インピーダンスの逆数と見ることができる。そのため，負荷が接続されていない場合の電圧利得 A_v は次のようになる。

$$A_v = \frac{R}{g_m^{-1} + R} = \frac{g_m R}{g_m R + 1} \approx 1 \quad (2.11)$$

この特性のため，ドレイン接地回路はソースフォロワ回路と呼ばれる。また，ゲートはチャネルと絶縁されているため電流は流れず，電流利得 $A_i = \infty$ となり，入力ゲート-チャネルキャパシタを介してソースに接続されるため，入力インピーダンス $r_{in} = \infty$ となる。一方，出力インピーダンス r_{out} に関しては以下のような値をとる。

$$r_{out} = R \parallel g_m^{-1} = \frac{1}{R^{-1} + g_m} \approx g_m^{-1} \quad (2.12)$$

続いて，実際に出力を確認する。出力に流れる電流が小さいとき，回路は次の支配方程式を満たす。

$$V_{out} \approx RI_{ds} \quad (2.13)$$

$$I_{ds} = \beta(V_g - RI_{ds} - V_{th})^2 \quad (2.14)$$

ここで，動作条件 $V_g > V_{out}$ より出力電圧は次のようになる。

$$V_{out} = V_g - \left(V_{th} + \frac{1}{2\beta R} + \sqrt{\frac{1}{4\beta^2 R^2} + \frac{V_g - V_{th}}{\beta R}} \right) \approx V_g \quad (2.15)$$

以上より，接続する負荷によって多少の電圧変動はあるものの，ソースフォロワは実現される。また，負帰還回路等を構成することで誤差は抑圧できるので，特に問題にはならない。ただし，B, C 級動作させた際の遮断領域のような不感帯は補償できるようなものではないので，注意が必要である。

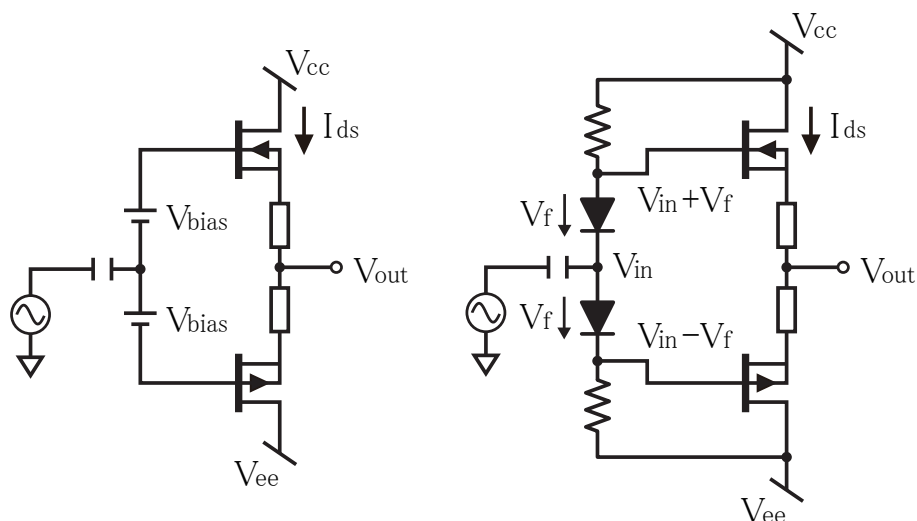


Figure 2.9. プッシュプル回路

プッシュプル回路

これまでに扱ったソースフォロワ回路の動作開始条件は $V_g > V_{th}$ である。そのため正側極性しか増幅することができない。この問題に対して負側極性の増幅を行うためにトランジスタを追加した回路をプッシュプル回路と呼ぶ。バイアス電圧を設定しない回路はB級プッシュプル回路と呼ばれ、 V_{th} 付近に設定した回路はAB級プッシュプル回路と呼ばれる。バイアス電圧を大きく設定し、線形特性の高い領域で動作させるプッシュプル回路は純A級プッシュプル回路とも呼ばれる。ソース接地回路を用いたA級増幅回路には存在しないアイドル状態を実現することが可能であり、消費電力を抑えることができる。トランジスタは個体差の特性ばらつきが大きいこと、Nチャネル型とPチャネル型を併用することから上下アームでトランジスタの特性が異なることが多いため、バイアス電圧の設定には可変機構を取り入れることが多い。

これまでの回路構成例ではバイアス電圧の設定のために便宜上フローティング電源を使用したか、実際の設計では費用対効果が低いため使用されることは少ない。トランスを使用した一般的にはダイオードに電流が流れる際に生じる電圧降下（順方向電圧）を利用する。トランジスタとダイオードの構造は非常に似ており、構成する半導体素材や耐圧規格等が近ければ、トランジスタの閾値電圧とダイオードの順方向電圧は近い値を持つ。そのため、AB級動作をさせるにあたっては非常に簡単にゲート駆動回路を構成することができる。ただし、正確に動作点を決定できるわけではない。

2.3.2 G, H 級増幅器

G, H 級増幅器はAB級増幅器を基に構成される。リニア増幅方式では電源から供給される電力のうち余分な電力をトランジスタの発熱によって消費するため、高電力化が問題となる。そのため、送電用の高電圧低電流用途にスイッチング増幅方式が使用される。しかし、接続負荷によってはリニア増幅方式に高電圧を供給せざるを得ない状況がある。そのために供給電源電圧を変調する方式がG, H 級増幅方式である。G 級増幅器は電源を複数用意し、トランジスタやダイオードクランプ等を利用してAB級増幅器に供給する電圧を制御する。H 級増幅器は電源電圧を変調してAB級増幅器に供給する方式である。この方式では電圧変調に関して負荷予測の必要があり、自動利得制御等のデジタル制御技術の実装が必要となる。G 級増幅器はマルチレベルD 級増幅器、H 級増幅器はパルス幅変調とパルス振幅変調を併用したD 級増幅器に近い動作をする。

2.3.3 F 級増幅器

B 級増幅器の出力に高調波処理を行う回路を接続した増幅器を F 級増幅器と呼ぶ。ソフトスイッチング(ゼロ電流スイッチング, ゼロ電圧スイッチング)を行うことを目的に負荷側回路の調整を行う。ソフトスイッチングはリングングやジュール発熱の抑制に貢献することから, 高効率化には欠かせない技術である。トランジスタの駆動が浮遊容量を介して主回路の影響を受けること, 主回路にて発信する電圧と電流の波形がトランジスタを含めた回路のパラメータに依存することから, 特定の周波数で低歪みのソフトスイッチングを実現するためには回路調整が不可欠である。F 級増幅器はマイクロ波送電用増幅器として使用されるなど非常に高周波の信号を扱うため, 負荷側回路設計はパターン設計となる。F 級増幅方式ではリニア増幅方式を使用するが, スwitching 増幅方式で負荷側回路を調整してソフトスイッチングを実現する方式は E 級増幅方式に分類される。原理上スイッチング方式にはスイッチングの遅れやスイッチング過渡期における非理想特性が存在するが, リニア増幅器を用いる F 級増幅器の方が広帯域化を実現することができる。E 級増幅器では 13.56 MHz, F 級増幅器では 5.8 GHz で動作するものが存在する。

2.3.4 D, E 級増幅器

D, E 級増幅器は線形領域と遮断領域の二状態をスイッチングすることで矩形波状の波形を出力する増幅器であり, 動作方式上非常にエネルギー効率が良い。ゲートへの入力も閾値電圧以上の電圧もしくは 0 の二種類のみを使用する。線形領域で動作するトランジスタは微小な抵抗を持つ導通路として働く。はじめに, スwitching 増幅方式にてトランジスタが線形領域で動作する過程を確認する。

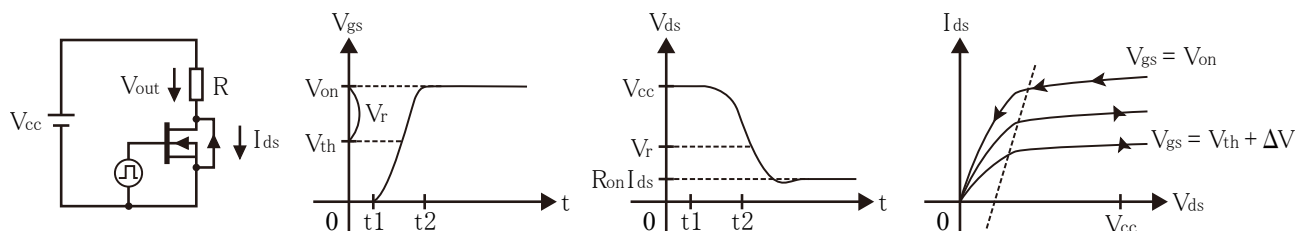


Figure 2.10. ユニポーラトランジスタのスイッチング特性

上記の回路では, $V_{ds} = V_{cc} - R I_{ds}$ となる。ゲートドライブ回路がローからハイに変わる時, ゲート-チャンネル間キャパシタが充電される。この充電量に依存して I_{ds} - V_{ds} 特性が変化する。充電が進み, $V_{gs} > V_{th}$ となる辺りから電流が流れ始める。電流が流れると負荷抵抗により電圧降下が生じ, V_{ds} が低下し始める。 V_{ds} が $V_{gs} - V_{th}$ を下回った時点で線形領域に遷移するが, ゲートドライブ回路がドライブし終える前に線形領域での動作を始める可能性もあり, どの時点で線形領域に遷移するかは負荷に依存する。トランジスタがオン状態になった際には, $V_{gs} = V_{on}$ の I_{ds} - V_{ds} 特性を持つ。この回路においてトランジスタはオン状態では線形領域, オフ状態では遮断領域で動作しており, オン状態では抵抗 R_{on} , オフ状態では抵抗 ∞ の素子であると見ることができる。また, V_{ds} が十分に小さい状態, 線形領域での動作が確保される場合には V_{gs} を変化させることで R_{on} を変化させることができる。したがって, V_{gs} に十分なバイアスを与えて入力を与えることで負荷とトランジスタで分圧が生じる。これは A 級増幅器の動作に使用されている。

D, E 級増幅器では二状態のみで出力を作るため, スwitching パターンの設計が重要になる。入力をパルス変調器に通すことでスイッチング情報へと変換し, トランジスタを駆動する。パルス変調方式としてはパルス幅変調, パルス密度変調などがある。出力分解能を上げる手法としてはマルチレベルとポロジの導入が挙げられる。D, E 級増幅器の違いは, 任意の負荷に対するハードスイッチングを用いた電力供給か, 調整された負荷に対するソフトスイッチングを用いた電力供給かである。

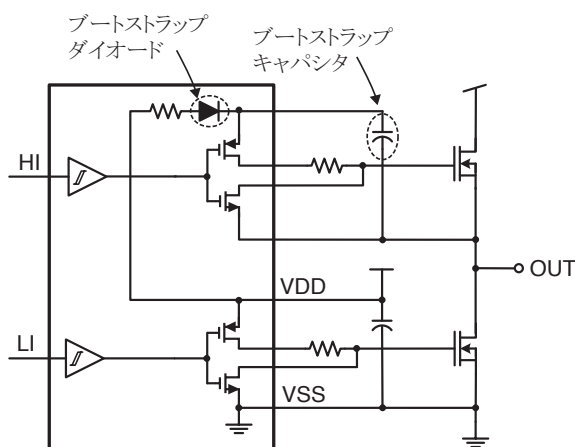


Figure 2.11. ゲートドライバ

還流ダイオードの設置

スイッチング増幅機では厳密にソフトスイッチングをすることは非常に困難であり、スイッチング時の電流の逃げ道が必要である。そのため、トランジスタの横に還流ダイオードを設置する。誘導性負荷や容量性負荷、電動機を負荷に持つ場合は非常に重要な役割を果たす。シリコントランジスタにはソース-ドレイン間のpn接合により形成される寄生ダイオード(ボディダイオードや内部ダイオードと呼ばれる)が存在するため、外付けダイオードがない場合にも動作しないということはない。しかしながら、一般的なダイオードと比較すると順方向電圧や逆回復特性といった特性が著しく劣っており、外付けすることが望ましい。窒化ガリウムデバイスである GaN-HEMT は $V_{gs} = 0$ の際に高い逆導通特性を示し、汎用的なダイオードに遜色ないダイオード特性を示す。

スイッチング動作におけるユニポーラトランジスタの駆動方法

ユニポーラトランジスタを駆動するためにはゲート-チャンネル間のキャパシタに対して電荷を送る必要があり、高い電力とドライブ能力が要求される。特に大電力用途向け MOSFET では多くの電荷が必要となるため、専用のドライブ回路が必要となる。また、キャパシタ充電速度はスイッチング速度にも関わっており、出力歪み低減やスイッチング過渡期における消費電力低減のためにもドライブ回路は重要な役割を果たす。このドライブ回路として CMOS インバータを用いた電力増幅器が用いられており、低電力高ドライブ能力を持つ演算処理系の論理出力を入力として高い電力を持つゲート信号を生成している。これらドライブ回路はゲートドライバと呼ばれており、ハイサイドドライバとローサイドドライバが存在する。ゲートドライバは N チャンネルトランジスタ用に設計されており、ソース電圧が安定する場合にはローサイド、安定しない場合にはブートストラップ回路を含むハイサイドドライバを使用する。一般的にハイサイドスイッチには P チャンネルトランジスタが使用可能だが、キャリアの違いから N チャンネルトランジスタの方がスイッチング特性に優れているため、後者を利用することが多い。シリコン内の電子移動度は $1500 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ だが正孔移動度は $600 \text{ cm}^2/\text{Vs}$ であり、P チャンネルトランジスタはオン抵抗の低減が困難である。このような理由から N チャンネルトランジスタが使用されており、専用のハイサイドドライバも販売されている。

ドライバ回路にて発振が生じた場合にはドレイン-ソース間の電流も振動し、一種のリングングに寄与する形となる。このリングングはデバイスに存在する浮遊容量とゲート-ソース間の配線インダクタンスに起因する。そのため、実際にドライバ回路を設計する際には、ゲート-ソース間に抵抗を挟み、リングングを抑制する。また、配線長を短くするためにユニポーラトランジスタとドライバ回路を一枚のチップに纏めた高周波スイッチング用トランジスタモジュールが販売されている。

デッドタイムの導入

ユニポーラトランジスタを使用してバイポーラ出力を行うためには、ハーフブリッジ回路を設計する必要がある。このハーフブリッジダイオードの動作モードは以下の4つに大別できる。

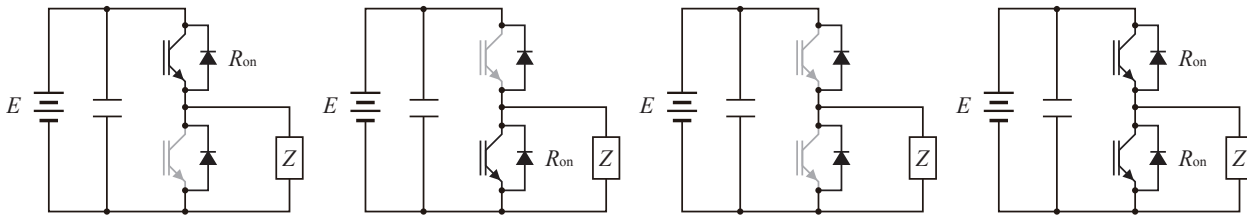


Figure 2.12. ハーフブリッジ回路と動作例

D級増幅器ではトランジスタがオン状態の場合は抵抗 R_{on} 、オフ状態の場合は抵抗 ∞ の素子として働き、オフ状態では還流ダイオードのみ回路に作用する。ここで、上下アームのトランジスタをオンにした場合には回路の入力インピーダンスは $2R_{on}$ (一般的には $R_{on} \ll Z$) となり、トランジスタにて $E/(4R_{on}^2)$ のエネルギーが発熱といった形式で消散されるため回路の損傷に繋がる。これはスイッチングの過渡期にも起こりうる。トランジスタは即座に抵抗値を変化させるわけではないので、上下アームを同時にスイッチングした場合には両トランジスタが低インピーダンスを持ち、発熱を引き起こす。そのため、スイッチングに際して一旦上下アームをオフにする期間を設ける。この時間をデッドタイムと呼ぶ。デッドタイム区間では負荷はダイオードにクランプされるため、ダイオードのスイッチング特性に起因する出力歪みが存在する。スイッチング特性はゲートドライブ回路や還流ダイオード、接続負荷の特性に依存するところが強く、運用上安全な時間を確認して設計する必要がある。

2.4 パルス変調

D級増幅器では少ない入力分解能を用いて電圧制御を行う必要がある。これは空間分解能の粗い量子化器を用いて信号を生成することと等価である。粗量子化器を用いて信号生成を行うためには、時間軸方向に分解能を確保することが重要である。図 2.13 は2レベルインバータにおける信号の二値変調とD級増幅器の駆動、および信号復調の流れを示している。時間軸方向に高い分解能を持つことは高周波数帯域に雑音電力を寄せることに等しく、低域通過フィルタを用いて雑音電力を除去することで復調ができる。信号の形を目的に合わせて変化させることを変調と呼び、D級増幅器ではパルス幅変調とパルス密度変調が広く使用される。

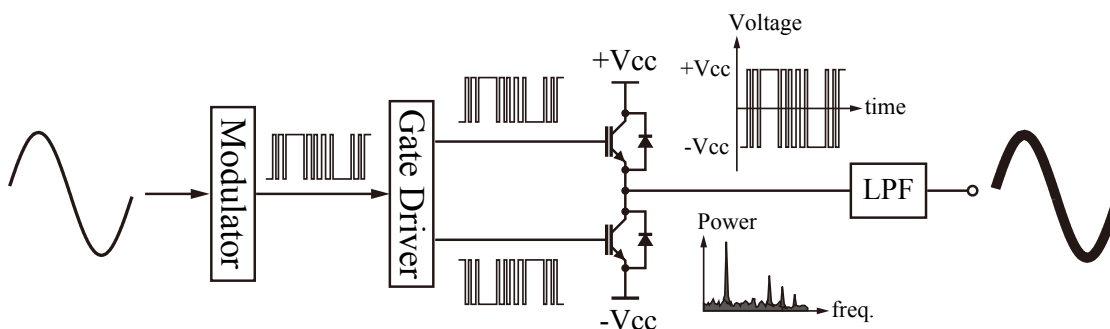


Figure 2.13. パルス変調とD級増幅器による電圧制御

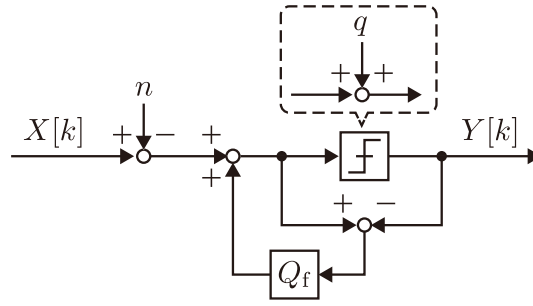


Figure 2.14. 一般化量子化器

2.4.1 量子化器と変調器

量子化器には静的量子化器と動的量子化器の二種類が存在する。静的量子化器は現在の出力が現在の状態のみに依存するシステムであり、動的量子化器は現在の出力が動作開始時から現在までの状態によって決定されるシステムである。AD変換の分野で使用されているものでは、逐次比較型は静的量子化器、デルタシグマ型は動的量子化器を使用している。これらの量子化器を一般化した形で記述すると、図2.14のようになる。ただし、 X, Y, n, Q_f は入力、出力、重畳雑音、フリーパラメータである。上記表現は「コンパレータを使用した量子化器」に対する一般表現である。この一般化量子化器では、制御分野で広く使用される三角波比較方式パルス幅変調とパルス密度変調を表現することができる。 n は一種のディザであり、三角波状の信号を入力することで三角波比較方式が実現する。 $Q_f = 0$ の場合に静的量子化器を表現し、それ以外の場合は動的量子化器を表現する。パルス幅変調には逐次的にパルス幅を決定して出力する方式もあるため、全ての変調器を表現するわけではないことに留意する。この表現において量子化幅を q とすると、入出力関係は以下ようになる。

$$Y[k] = (X[k] - n) + H(z)q \quad (2.16)$$

$$H(z) = 1 - Q_f(z) \quad (2.17)$$

ここで、 k はサンプル、 z はシフト演算子、 H は雑音整形フィルタを表す。今、 n は平均値0かつ高い周波数成分のみ持つため入力 X と干渉しないこと、 n は量子化雑音 q を周波数空間で分散させることを目的に重畳されていること、 q の上限値および下限値は n の影響を受けないことから、上式から n を取り除いて解析を行う。これに加え、 q は周波数空間にてフラットな電力を持つ白色雑音であるとする。入力 X は量子化器の存在に関わらず自由な振る舞いをするため、量子化雑音は $[-q/2, q/2]$ の区間に均等に分布する。出力段数の少ないD級増幅器等の粗量子化器を使用した際には量子化雑音の入力依存性が見られるが、変調次第で量子化雑音の周波数空間における分散を実現できる。量子化雑音の電力 N_q は時間区間 $[0, T_q]$ に区間 $[-q/2, q/2]$ の値を一様に取り雑音 $N(t)$ の雑音電力に等しく、以下のように算出される。

$$N(t) = -\frac{q}{T_q}t + \frac{q}{2} \quad (2.18)$$

$$N_q = \frac{1}{T_q} \int_0^{T_q} N(t)dt = \frac{q^2}{12} \quad (2.19)$$

ここで、量子化器の出力変化の周波数、つまりスイッチング周波数を f_s とすると、雑音電力はナイキスト周波数 $f_s/2$ まで分散する。白色雑音の場合は全ての周波数成分で等しい電力を持つため、量子化雑音の電力スペクトル密度 $\Phi_q(f)$ は次のように算出される。

$$\Phi_q(f) = \frac{2N_q}{f_s} = \frac{q^2}{6f_s} \quad (2.20)$$

また，変調器の雑音整形特性により，出力に影響する雑音の電力スペクトル密度 $\Phi_o(f)$ は次のように算出される。

$$\Phi_o(f) = H(z)H(z^{-1})\Phi_q(f) = |H(z)|^2\Phi_q(f) \quad (2.21)$$

ここで，出力信号を $[0, f_c]$ の帯域のみ使用し，それ以降を低域通過フィルタで除去することを考えると，出力に影響する雑音電力 N_c は次のように計算される。

$$N_c = \int_0^{f_c} |H(z)|^2 \Phi_q(f) df = \frac{q^2}{6f_s} \int_0^{f_c} |H(z)|^2 df \quad (2.22)$$

この値を使用して，一般化量子化器の信号対雑音比 (SNR) を導出する。量子化幅 q ，量子化ビット数 m の量子化器が表現可能な振幅は $2^m q$ であり，表現可能な最大電力 N_s は次のように定義される。

$$N_s = \left(\frac{2^m q}{2\sqrt{2}} \right)^2 = \frac{2^{2m} q^2}{8} \quad (2.23)$$

したがって理論的な SNR は次のように算出される。

$$SNR = 10 \log_{10} \frac{N_s}{N_c} = 6.02m - 1.25 - 10 \log_{10} \frac{1}{f_s} \int_0^{f_c} |H(z)|^2(f) df \quad (2.24)$$

逐次比較型 AD 変換器を例にとると，静的量子化器であるため $H(z) = 1$ かつナイキスト周波数までの信号全てを評価するため $f_c = f_s/2$ であり，SNR は以下ようになる。

$$SNR = 6.02m + 1.76 \quad (2.25)$$

この値は AD 変換器の性能指標として有名な値である。続いて，静的量子化器と動的量子化器の一般化を行う。動的量子化器として一般に使用されるものはデルタシグマ変換器であり，雑音整形フィルタを次のように設計する。ただし， L はデルタシグマ変換器の次数である。

$$H(z) = (1 - z^{-1})^L \quad (2.26)$$

ここで $L = 0$ とすると $H = 1$ となり，静的量子化器を表すことになる。したがって，以上の式は静的量子化器と動的量子化器の両方を表す一般系であるといえる。このとき，次の式が成立する。

$$|H(z)|^2 = \{(1 - z^{-1})(1 - z)\}^L \Big|_{z=e^{2\pi f/f_s}} = 4^L \sin^{2L} \left(\frac{\pi f}{f_s} \right) \quad (2.27)$$

$$N_c = \int_0^{f_c} |H(z)|^2 \Phi_q(f) df \Big|_{z=e^{2\pi f/f_s}} \approx \frac{(2\pi)^{2L} f_s}{2L+1} \left(\frac{f}{f_s} \right)^{2L+1} \cdot \frac{q^2}{6f_s} = \frac{(2\pi)^{2L} q^2}{6(2L+1)} \left(\frac{f}{f_s} \right)^{2L+1}$$

$$SNR = 6.02m - 1.25 - 10 \log_{10} \left(\frac{(2\pi)^{2L}}{2L+1} \left(\frac{f}{f_s} \right)^{2L+1} \right) \quad (2.28)$$

$$= 6.02m - 1.25 - 15.96L + 10 \log_{10}(2L+1) + (2L+1)10 \log_{10} \left(\frac{f_s}{f} \right) \quad (2.29)$$

近似はマクローリン展開によって得られる。次ページに数式展開の経過を示す。得られた結果もデルタシグマ変換器の有名な指標と一致する。 f_s/f はオーバーサンプリング比と呼ばれ，デルタシグマ変調ではこの値を稼ぐことで SNR を向上させている。AD 変換器の分野では実際に粗量子化器で高い有効ビット数 (ENOB) を出すことに成功している。量子化雑音の電力を高周波帯域に寄せているため強い低域通過フィルタを設置しており，低域の雑音除去に非常に強力である。

$$\theta_f := \theta(f) \mid \theta(\eta) = \pi\eta/f_s$$

$$\int_0^f \sin^2 \theta d\eta = \int_0^f \frac{1 - \cos 2\theta}{2} d\eta = \frac{f}{2} - \frac{f_s}{4\pi} \sin 2\theta_f = \frac{f_s}{4\pi} (2\theta_f - \sin 2\theta_f) \simeq \frac{f_s}{3} \pi^2 \left\{ \frac{f}{f_s} \right\}^3 \quad (2.30)$$

$$\begin{aligned} \int_0^f \sin^4 \theta d\eta &= \int_0^f \frac{1 - 2\cos 2\theta + \cos^2 2\theta}{4} d\eta = \int_0^f \frac{1 - 2\cos 2\theta}{4} + \frac{1 + \cos 4\theta}{8} d\eta \\ &= \frac{3}{8}f - \frac{f_s}{4\pi} \sin 2\theta_f + \frac{f_s}{32\pi} \sin 4\theta_f = \frac{f_s}{8\pi} \left(3\theta_f - 2\sin 2\theta_f + \frac{1}{4} \sin 4\theta_f \right) \simeq \frac{f_s}{5} \pi^4 \left\{ \frac{f}{f_s} \right\}^5 \end{aligned} \quad (2.31)$$

$$\begin{aligned} \int_0^f \sin^6 \theta d\eta &= \int_0^f \left\{ \frac{3\sin \theta - \sin 3\theta}{4} \right\}^2 d\eta = \int_0^f \frac{9\sin^2 \theta - 6\sin \theta \sin 3\theta + \sin^2 3\theta}{16} d\eta \\ &= \int_0^f \frac{9(1 - \cos 2\theta)}{32} - \frac{3}{8} \sin(\theta) \sin(3\theta) + \frac{1 - \cos 6\theta}{32} d\eta \\ &= \int_0^f \frac{10 - 9\cos 2\theta - \cos 6\theta}{32} + \frac{3(\cos 4\theta - \cos 2\theta)}{16} d\eta \\ &= \frac{1}{32} \left\{ 10f - \frac{15f_s}{2\pi} \sin 2\theta_f + \frac{3f_s}{2\pi} \sin 4\theta_f - \frac{f_s}{6\pi} \sin 6\theta_f \right\} \\ &= \frac{f_s}{32\pi} \left\{ 10\theta_f - \frac{15}{2} \sin 2\theta_f + \frac{3}{2} \sin 4\theta_f - \frac{1}{6} \sin 6\theta_f \right\} \simeq \frac{f_s}{7} \pi^6 \left\{ \frac{f}{f_s} \right\}^7 \end{aligned} \quad (2.32)$$

$$\begin{aligned} \int_0^f \sin^8 \theta d\eta &= \int_0^f \left(\frac{3 - 4\cos 2\theta + \cos 4\theta}{8} \right)^2 d\eta \\ &= \int_0^f \frac{9 - 24\cos 2\theta + 6\cos 4\theta - 8\cos 2\theta \cos 4\theta + 16\cos^2 2\theta + \cos^2 4\theta}{64} d\eta \\ &= \int_0^f \frac{9 - 24\cos 2\theta + 6\cos 4\theta - 4(\cos 6\theta + \cos 2\theta) + 8(1 + \cos 4\theta) + \frac{1}{2}(1 + \cos 8\theta)}{64} d\eta \\ &= \int_0^f \frac{35 - 56\cos 2\theta + 28\cos 4\theta - 8\cos 6\theta + \cos 8\theta}{128} d\eta \\ &= \frac{1}{128} \left\{ 35f - \frac{28f_s}{\pi} \sin 2\theta_f + \frac{7f_s}{\pi} \sin 4\theta_f - \frac{4f_s}{3\pi} \sin 6\theta_f + \frac{f_s}{8\pi} \sin 8\theta_f \right\} \\ &= \frac{f_s}{128\pi} \left\{ 35\theta_f - 28\sin 2\theta_f + 7\sin 4\theta_f - \frac{4}{3} \sin 6\theta_f + \frac{1}{8} \sin 8\theta_f \right\} \simeq \frac{f_s}{9} \pi^8 \left\{ \frac{f}{f_s} \right\}^9 \end{aligned} \quad (2.33)$$

Chapter 3

電動機制御

3.1 トルク制御

ここでは表面永久磁石同期電動機について考える。dq 座標系での電流制御により発生トルクを制御可能であること，電力増幅器によって電圧制御が可能なることから，制御回路は図 3.1, 3.2 のようになる。

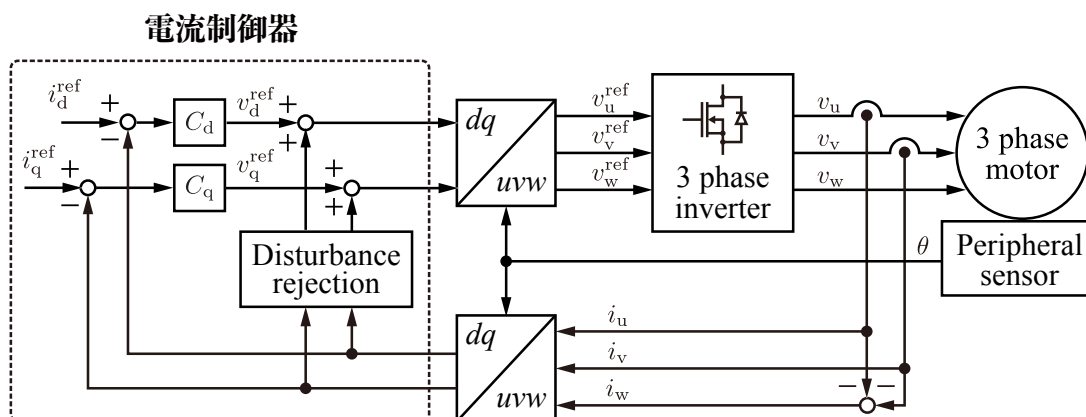


Figure 3.1. 電流制御系

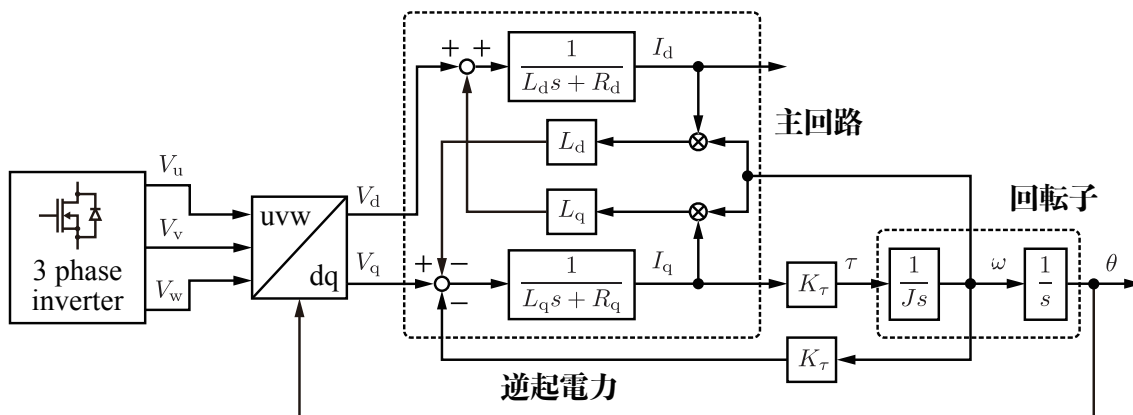


Figure 3.2. モータブロックの等価回路

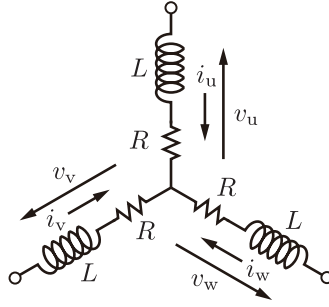


Figure 3.3. 表面永久磁石同期電動機の主回路

ブロック線図をベクトル表記を用いて単純化する。図 3.3 の回路の支配方程式は次のように表すことができる。ただし, K_t , ω は q 軸電流-発生トルク間の比例定数および回転子の回転速度を表す。

$$\mathbf{v}_{uvw} = R\mathbf{i}_{uvw} + LM\frac{d}{dt}\mathbf{i}_{uvw} + \mathbf{K}_E\omega \quad (3.1)$$

ただし,

$$\mathbf{M} \triangleq \begin{bmatrix} 1 & -0.5 & -0.5 \\ -0.5 & 1 & -0.5 \\ -0.5 & -0.5 & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{K}_E \triangleq \sqrt{\frac{2}{3}}K_t \begin{bmatrix} \sin(\theta) \\ \sin(\theta - \frac{2}{3}\pi) \\ \sin(\theta - \frac{4}{3}\pi) \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

$$\mathbf{v}_{uvw} \triangleq [v_u \ v_v \ v_w]^T, \quad \mathbf{i}_{uvw} \triangleq [i_u \ i_v \ i_w]^T \quad (3.3)$$

この支配方程式に dq 変換を用いて座標変換を行い, dq 座標系での支配方程式を導出する。

$$\begin{aligned} D\mathbf{v}_{uvw} &= DRD^{-1}D\mathbf{i}_{uvw} + DLM\frac{d}{dt}D^{-1}D\mathbf{i}_{uvw} + D\mathbf{K}_E\omega \\ &= R\mathbf{i}_{dq} + LDMD^{-1}\frac{d}{dt}\mathbf{i}_{dq} + LDM\left(\frac{d}{d\theta}D^{-1}\frac{d\theta}{dt}\right) + D\mathbf{K}_E\omega \end{aligned} \quad (3.4)$$

$$\therefore \mathbf{v}_{dq} = \begin{bmatrix} R + \frac{3}{2}Ls & -\frac{3}{2}\omega Ls \\ \frac{3}{2}\omega Ls & R + \frac{3}{2}Ls \end{bmatrix} \mathbf{i}_{dq} + \begin{bmatrix} 0 \\ K_t \end{bmatrix} \omega \quad (3.5)$$

ただし,

$$\mathbf{v}_{dq} \triangleq [v_d \ v_q]^T, \quad \mathbf{i}_{dq} \triangleq [i_d \ i_q]^T \quad (3.6)$$

$$\mathbf{D} \triangleq \begin{bmatrix} \cos(\theta) & \cos(\theta - \frac{2}{3}\pi) & \cos(\theta - \frac{4}{3}\pi) \\ -\sin(\theta) & -\sin(\theta - \frac{2}{3}\pi) & -\sin(\theta - \frac{4}{3}\pi) \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

支配方程式において非対角項に現れるものは dq 軸の干渉の原因となる。これらを dq 各軸の外乱とみなし, 支配方程式内の要素を再定義する。

$$\mathbf{R}_{dq} = \begin{bmatrix} R & 0 \\ 0 & R \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L}_{dq} = \begin{bmatrix} \frac{3}{2}Ls & 0 \\ 0 & \frac{3}{2}Ls \end{bmatrix}, \quad \mathbf{L}_{cp} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{3}{2}\omega Ls \\ \frac{3}{2}\omega Ls & 0 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

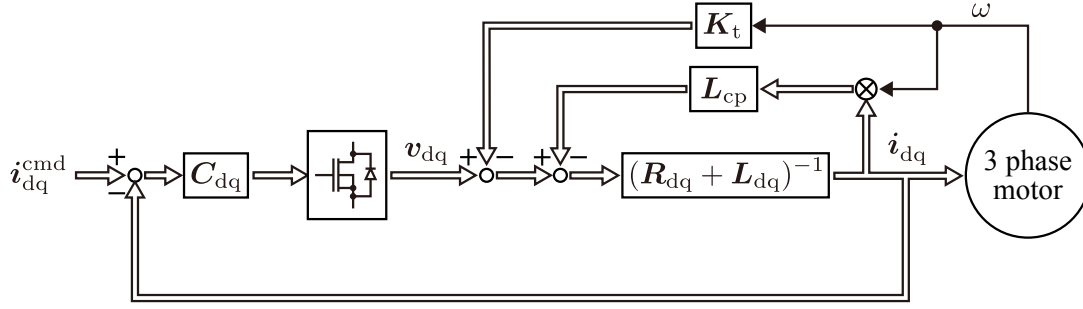


Figure 3.4. dq 座標系の電流制御系

以上の式を用いて，dq 座標系の電流制御系は図 3.4 のように表される。ただし， C_{dq} は dq 座標系の電流制御器， $K_t = [0 \ K_t]^T$ である。図示される二つの外乱は高い周波数に存在するため，フィードフォワード補償や回転速度を検知してモデルベースフィードバックによる補償を行うことが多い。

dq 軸座標で制御を行うためには dq 変換を行う必要があるが，高速制御では大きな負担となる。フィードバック制御系の構築に関しては，dq 変換を一部省略することができる。上記の制御系において，三相インバータへの電圧参照値は次のように算出される。

$$\mathbf{v}_{uvw}^{\text{ref}} = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{v}_{dq}^{\text{ref}} = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{C}_{dq} (\mathbf{i}_{dq}^{\text{cmd}} - \mathbf{i}_{dq}) \quad (3.9)$$

ここで，dq 座標系における電流 \mathbf{i}_{dq} は dq 変換によって推定される値である。

$$\mathbf{v}_{uvw}^{\text{ref}} = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{C}_{dq} (\mathbf{i}_{dq}^{\text{cmd}} - \mathbf{D} \mathbf{i}_{uvw}) \quad (3.10)$$

dq 座標系の制御器をスカラー行列 $\mathbf{C}_{dq} \mathbf{I}$ として設計した場合，次のように変形できる。

$$\mathbf{v}_{uvw}^{\text{ref}} = \mathbf{C}_{dq} (\mathbf{D}^{-1} \mathbf{i}_{dq}^{\text{cmd}} - \mathbf{i}_{uvw}) \quad (3.11)$$

これは uvw 座標系において電流指令値 $\mathbf{D}^{-1} \mathbf{i}_{dq}^{\text{cmd}}$ を受け取り，各軸でフィードバック制御を行うことに相当する。各軸で高速にフィードバック制御を行うことができるため，計算コストの低減とサンプリングタイムの短縮を実現する。