

연속행렬곱셈 (Bottom-Up DP)

여러 개의 행렬을 곱할 때 각 행렬 원소의 곱셈의 총 횟수를 최소한으로 하는 행렬의 곱셈을 계산하는 프로그램을 작성하시오. 단, 원소의 곱셈의 최소 회수와 행렬을 곱하는 수식을 출력하는 Bottom-Up 방식의 동적계획법 프로그램으로 구현하시오.

여러 개의 행렬들을 곱할 때 어떻게 곱해야 할지에 대한 모호함을 없애기 위해서는 괄호로 묶을 수 있다. 행렬의 곱셈은 결합 법칙이 성립하므로 이 행렬들을 어떤 방법으로 괄호로 묶더라도 그 곱셈의 결과는 동일하다.

어떤 행렬들의 곱이 한 개의 행렬로만 만들어졌거나 혹은 두 개의 완전하게 괄호로 묶인 행렬 곱의 곱이 괄호로 묶였을 때 이를 완전하게 괄호로 묶었다고 표현한다. 예를 들어 다음은 완전하게 괄호로 묶인 행렬들의 곱이다.

$$M_1, (M_1M_2), (M_1(M_2M_3)), ((M_1M_2)M_3)$$

예를 들어, 4개의 행렬 M_1, M_2, M_3, M_4 가 주어졌고, 각 행렬의 크기가 각각 $20 \times 2, 2 \times 30, 30 \times 12, 12 \times 8$ 이라고 하자.

$$\begin{array}{ccccccc} M_1 & \times & M_2 & \times & M_3 & \times & M_4 \\ 20 \times 2 & & 2 \times 30 & & 30 \times 12 & & 12 \times 8 \end{array}$$

이 네 개의 행렬의 곱 $(M_1M_2M_3M_4)$ 을 계산할 때, 이 행렬을 곱하는 여러 개의 수식에 대하여, 그 수식에서 곱하게되는 행렬 원소의 곱셈의 총 횟수는 다음과 같다.

$$\begin{array}{llll} (((M_1M_2)M_3)M_4) & : 20 \times 2 \times 30 + 20 \times 30 \times 12 + 20 \times 12 \times 8 & = 10,320 \\ ((M_1(M_2M_3))M_4) & : 2 \times 30 \times 12 + 20 \times 2 \times 12 + 20 \times 12 \times 8 & = 3,120 \\ ((M_1M_2)(M_3M_4)) & : 20 \times 2 \times 30 + 30 \times 12 \times 8 + 20 \times 30 \times 8 & = 8,880 \\ (M_1((M_2M_3)M_4)) & : 2 \times 30 \times 12 + 2 \times 12 \times 8 + 20 \times 2 \times 8 & = 1,232 \\ ((M_1(M_2(M_3M_4)))) & : 30 \times 12 \times 8 + 2 \times 30 \times 8 + 20 \times 2 \times 8 & = 3,680 \end{array}$$

따라서 위 4 개의 행렬을 곱할 때, 각 행렬원소의 곱셈의 총 횟수의 최소 횟수는 1,232이며, 수식은 $(M_1((M_2M_3)M_4))$ 이다.

입력

입력은 표준입력(standard input)을 사용한다. 입력은 t 개의 테스트 케이스로 주어진다. 입력 파일의 첫 번째 줄에 테스트 케이스의 개수를 나타내는 정수 t 가 주어진다. 두 번째 줄부터 두 줄에 한 개씩의 테스트 케이스가 입력된다. 각 테스트 케이스에 해당되는 첫 번째 줄에는 곱해야 할 행렬의 개수를

나타내는 정수 n ($1 < n \leq 100$)이 먼저 주어지고, 그 다음 줄에는 $n + 1$ 개의 정수 d_0, d_1, \dots, d_n ($1 \leq d_i \leq 100, i = 0, \dots, n$) 이 주어진다. 이 정수들은 k ($1 \leq k \leq n$) 번째 행렬 M_k 의 크기 $d_{k-1} \times d_k$ 를 나타낸다. 이 정수들 사이에는 한 개의 공백이 있으며, 잘못된 데이터가 입력되는 경우는 없다.

출력

출력은 표준출력(standard output)을 사용한다. 입력되는 테스트 케이스의 순서대로 다음 줄에 이어서 각 테스트 케이스의 결과를 출력한다. 각 테스트 케이스에 해당하는 출력의 첫 줄에 입력되는 행렬을 곱하는 행렬의 수식을 완전하게 괄호로 묶인 수식으로 출력하고, 두 번째 줄에 행렬 원소의 곱셈의 최소횟수를 나타내는 정수를 출력한다. 행렬의 수식이 여러 개인 경우에는 그 중의 한 개를 임의로 선택하여 출력한다.

입력과 출력의 예

입력
3
4
20 2 30 12 8
2
2 3 4
15
10 10 4 6 7 7 3 9 3 3 7 4 9 8 3 6

출력
(M1((M2M3)M4))
1232
(M1M2)
24
((M1(M2((M3(M4(M5M6))))((M7M8)(M9((M10M11)(M12(M13M14))))))M15)
1560