Berlin, den 16.3.1928.

Sehr geehrter Herr Professor!

Vielen Dank für Ihre Karte, und die Korrekturfahnen Ihres schönen Buches. Ohne mich erschöpfend mit demselben vertraut gemacht zu haben, möchte ich eine kurze Bemerkung zu Ihrer Behandlung der symmetrischen Gruppe machen.

Auf S. 130, §52, beweisen Sie den Frobeniusschen Hilfssatz über die Elemente von $\mathfrak{Q}\mathfrak{P}$, und dann auf S. 131 den weiteren Hilfssatz

$$\sum_p c(spt) = c(s) \sum_p c(pt)$$

von dem alles weitere abhängt, und der (sowie seine spätere Ausnützung) ziemliche Rechnungen in die Überlegungen bringt.

Wäre es nicht durchsichtiger und einfacher so vorzugehen:

<u>Hilfssatz 1.</u> Wie bei Ihnen auf S. 130

<u>Hilfssatz 2.</u> Den Bedingungen

$$x(sp) = x(s), \quad x(qs) = \delta_q x(s)$$

(p, q aus $\mathfrak{P}$ bzw. $\mathfrak{Q}$) genügen nur die Gruppenzahlen

$$x(s) = \text{Konstans} \cdot c(s).$$

<u>Beweis:</u> Die Notwendigkeit ist klar. Die Hinreichendheit zeigt man so: genüge $x(s)$ der Bedingung, dann sieht man für die s von $\mathfrak{P}\mathfrak{Q}$ sofort

$$x(s) = x(0)\cdot c(s) = \text{Konstans} \cdot c(s)$$

ein. Wenn s nicht in $\mathfrak{P}\mathfrak{Q}$ liegt, so seien p, q mit

$$sps^{-1} = q, \text{ d.h. } qsp = s$$

gewählt (Hilfssatz 1.), dann ist

$$x(s) = x(qsp) = -x(s), \quad x(s) = 0.$$

w.z.b.w.

<u>Hilfssatz 3.</u> Für jede Gruppenzahl x ist

$$cxc = \text{Konstans} \cdot c$$

<u>Beweis:</u> Denn mit c genügt offenbar auch cxc der <u>Bedingung</u> in Hilfssatz 2.

Hieraus folgt nun

<u>I.</u> $c^2 = \gamma c$, dann $\gamma > 0$ wie bei Ihnen, also ist $\frac{1}{\gamma}c$ charakteristische Einheit.

~~II. Wäre c nicht primitiv, so wäre $\frac{1}{\gamma}c = c_1 + c_2$, $c_1^2 = c_1$, $c_2^2 = c_2$, $c_1 c_2 = c_2 c_1 = 0$.~~

II. Aus

$$\frac{1}{\gamma}c = a+b, \quad a^2=a, \quad b^2=b, \quad ab=ba=0$$

folgt

$$a = (a+b)\,a\,(a+b) = \frac{1}{\gamma^2}cac = \text{Konstans}\,\frac{1}{\gamma}c$$

also wegen $a^2=a$ Konstans $= 0, 1$, d.h. entweder $a=\frac{1}{\gamma}c$, $b=0$, oder $a=0$, $b=\frac{1}{\gamma}c$.

Daher ist $\frac{1}{\gamma}c$ primitiv, und die Darstellung irreduzibel.

Ich glaube dass diese Methode der viel mehr rechnenden Frobeniusschen vorzuziehen ist. Freilich erhalten Sie gleichzeitig die affine Gruppe, aber soweit ich sehe bedeutet diese Anordnung doch eine Abkürzung.

Was halten Sie davon?

Ich verbleibe mit den besten Grüssen

Ihr ergebener

J. v. Neumann.