

Berlin, den 30. 6. 1928.

Sehr geehrter Herr Professor!

Soeben habe ich vom Hirzelschen Verlag Korrekturen von ca. 50 Seiten Ihres Buches erhalten über Gruppentheorie erhalten. Es interessiert mich sehr, und ich bin auf die Fortsetzung recht gespannt. Der Verlag hat mir aber die Faltblätter bloss vom III. Kapitel an geschickt, so dass es mir nicht klar geworden ist, ob Ihr Buch hauptsächlich über Gruppentheorie handelt, oder auch ob diese bloss als Hilfsmittel für quantenmechanische Zwecke benötigt wird. Es würde mich sehr interessieren zu erfahren, was der Titel des Buches ist. Bringen Sie darin auch eine breitere Darstellung des Inhalts Ihrer Quantenmechanik-Arbeit? —

Vor ca 5 Monaten machte Van der Waerden eine Bemerkung<sup>\*)</sup>, aus der bezüglich Ihrer Zuordnung von Größen (also Funktionen von  $p$  und  $q$ ) zu Operatoren folgt, dass für Größe  $p^2 q^2$  ein Operator gehört, der auch negative Eigenwerte hat<sup>\*\*)</sup>. (Übrigens kann man durch die unitäre Transformation  $f(q) \rightarrow e^{\frac{i}{2}q} f(e^q)$  den Operator  $pq$  in  $p$  transformieren — dann geht  $p^2$  natürlich definit, also geht  $p^2 q^2$  nicht in  $p^2$  über.) Ist Ihnen dieser Einwand bekannt, und was ist Ihre Meinung darüber? Im Sinne der statistischen Theorie müsste ein negatives Wert-Intervall für  $p^2 q^2$  eine Wahrscheinlichkeit  $> 0$  haben, was implausibel ist; und die Wahrscheinlichkeit wäre keine Invariante bei unitären (Benäherungs-) Transformationen, was unbequem

---

<sup>\*\*) Wä'mlich ein kontinuierliches Spektrum von  $-\frac{\hbar^2}{16\pi^2}$  bis  $+\infty$ ; zum Eigenwert  $E = -\frac{\hbar^2}{16\pi^2} + \alpha^2$  gehören die zwei Eigenfunktionen  $q^{-\frac{1}{2}} \pm \frac{2\pi i}{\alpha} q$ . ( $-\infty < q < +\infty$ .)</sup>

---

<sup>\*)</sup> Er konstatierte, dass, wenn für Größe  $f(p, q)$  der Operator  $T$  gehört, zu  $\varphi(f(p, q))$  im allgemeinen nicht  $\varphi(T)$  gehört.



ist.

Man kann übrigens nach Van der Waerden zeigen, dass eine allgemeine Zuordnung von Größen  $f = f(p, q)$  zu Operatoren  $T$ ,  $f \rightarrow T_f$ , getrennt möglich ist, wenn

$$T_{f+g} = T_f + T_g$$

$$T_{\varphi(f)} = \varphi(T_f) \quad (\varphi \text{ eine einvariablen-Funktion})$$

verlangt wird.\*) —

Ich danke Ihnen nochmals vielmals für die Zusendung des Gruppentheorie-Manuskriptes. Werden Sie noch vor Ihrer Amerika-Reise der Bolognaer oder Hamburger Kongress besuchen?

In der Hoffnung des Wiedersehens verbleibe ich Ihr sehr ergebener

J. v. Neumann.

---

\*) Ich glaube, dass man hieraus schliessen sollte, dass die physikalischen Größen nicht als Funktionen von  $p$  und  $q$  zu beschreiben sind.