Zürich, den 5. VI. 1926.

Sehr geehrter Herr Professor!

Die Frage nach der Definition grosser Zahlen der zweiten Zahlklasse, von der wir über Pfingsten wiederholt sprachen, scheint doch einer einigermassen allgemeinen Methode zugänglich zu sein. Ich kann die damals besprochene erste kritische ε-Zahl so definiren, und benötige dabei alle Typen bis zum ω^2-ten (exclusive). Die Methode scheint verallgemeinerungsfähig zu sein; so wird man z. B. wohl ziemlich leicht die erste kritische unter den kritischen ε-Zahlen analog aufstellen können (mit Hilfe aller Typen bis zum ω^3-ten, exclusive). Meine Definition lässt sich eventuell noch vereinfachen, aber dass man mit weniger Typen auskommen könnte, glaube ich nicht.

Die Stelle der „Einholung", der erste „kritische" Typus ist damit wieder herausgeschoben, man könnte etwa die folgende Zahl vermuten:

$$\begin{cases} f(0,\alpha) = \omega^\alpha \\ f(\beta+1,\alpha) = \text{Kritische Function von } f(\beta,\xi) \text{ (d. h. die } \alpha\text{-te kritische Stelle der als} \\ \qquad \text{Function von } \xi \text{ angesehenen Function } f(\beta,\xi)\text{)} \\ \cancel{f(\beta, \operatorname{limes}_{n\to\infty} \alpha_n) = \operatorname{limes}_{n\to\infty} f(\beta,\alpha_n)} \\ f(\operatorname{limes}_{n\to\infty} \beta_n, \alpha) = \operatorname{limes}_{n\to\infty} f(\beta_n,\alpha) \end{cases}$$

Man bilde nun

$g(\alpha) = f(\alpha,\alpha)$, und α_0 sei die erste kritische Stelle von $g(\alpha)$.

Allerdings ist mir der Mechanismus des „Einholens" hier noch nicht völlig klar.

Meine Definition folgt auf dem beiliegenden Blatte, den

Beweis dafür, ~~die~~ dass wirklich die erste kritische ε-Zahl gewonnen wird lasse ich fort, er ist am Papier etwas lang, und inhaltlich doch nicht schwer. Übrigens ist sie hier nicht als Limes der Folge

$$\varepsilon_0,\ \varepsilon_{\varepsilon_0},\ \varepsilon_{\varepsilon_{\varepsilon_0}},\ \varepsilon_{\varepsilon_{\varepsilon_{\varepsilon_0}}},\ \ldots$$

dargestellt (ε_α ist die α-te ε-Zahl), sondern als Limes der Folge

$$\omega,\ \varepsilon_\omega,\ \varepsilon_{\varepsilon_\omega},\ \varepsilon_{\varepsilon_{\varepsilon_\omega}},\ \ldots$$

Gibt es sonst Nachrichten über die Beweistheorie? Ist Herrn Ackermanns Wf.-Beweis bereits endgültig formuliert?

Es würde mich sehr interessiren zu erfahren, welche Fortschritte Sie bezüglich der zweiten Zahlklasse gemacht haben.

Ich verbleibe hochachtungsvoll

Ihr ganz ergebener

H. v. Neumann