南京外国语学校仙林分校寒假学习检测九年级数学

参考答案与试题解析

一．选择题

1	2	3	4	5	6
B	D	A	D	A	A

二．填空题

7．比较大小：cos45° __＞__cos55°（用“＞”或“＜”填空）

8．函数 $y=\frac{1}{x}$ 与 $y=-x+2$ 图象的交点坐标为（a，b），则 $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$ 的值为__2__．

9．【解答】解：∵抛物线 $y=ax^2+bx+5$ 的对称轴是 $x=1$，

即 $-\frac{b}{2a}=1$，

∴抛物线 $y=ax^2+bx-7$ 的对称轴是 $x=1$，

∵关于 x 的方程 $ax^2+bx-7=0$ 的一个根是 4，

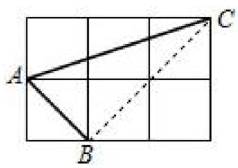
即抛物线 $y=ax^2+bx-7$ 与 x 轴的一个交点坐标为（4，0），

∴抛物线 $y=ax^2+bx-7$ 与 x 轴的另一个交点坐标为（﹣2，0），

即关于 x 的方程 $ax^2+bx-7=0$ 的另一个根为﹣2．

10．【解答】解：连接 BC，则 $AB\perp BC$，在 Rt△ABC 中，

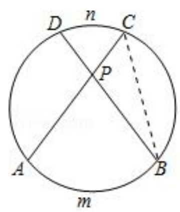
$AB=\sqrt{1^2+1^2}=\sqrt{2}$，$BC=\sqrt{2^2+2^2}=2\sqrt{2}$，



∴$\tan\angle BAC=\frac{BC}{AB}=\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{2}}=2$，

11．【解答】解：连接 BC．

∵$\angle ACB=\frac{1}{2}\alpha$，$\angle DBC=\frac{1}{2}\beta$，



又∵$\angle APB=\angle ACB+\angle DBC$，

∴$\gamma=\frac{1}{2}(\alpha+\beta)$，

12【解答】解：如图所示：

∵在△ABC 中，$\angle C=90°$，$AC=BC=1$，

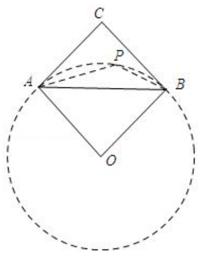
∴$\angle CAB=\angle CBA=45°$．

又∵$\angle PAB=\angle PBC$，

∴$\angle PAB+\angle PBA=45°$．

∴$\angle APB=135°$．

∴点 P 在以 AB 为弦的$\odot O$ 上．



∵$\angle APB=135°$，

∴$\angle AOB=90°$．

∴$\angle OAB=\angle OBA=45°$．

∴$\angle CAO=90°$．

∴四边形 $ACBO$ 为矩形．

∵$OA=OB$，

∴四边形 $AOBC$ 为正方形．

∴$OA=OB=1$．

∴$OP=1$，$OC=\sqrt{2}$.

当点 O、P、C 在一条直线上时，PC 有最小值，

∴PC 的最小值$=OC-OP=\sqrt{2}-1$．

13．【解答】解：在 Rt△ABC 中，

∵$\angle ACB=90°$，

∴$BC=AB\cdot\sin\angle BAC=12\times0.515\approx6.2$（米），

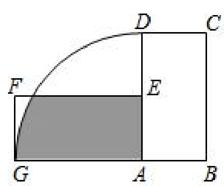
答：大厅两层之间的距离 BC 的长约为 6.2 米．

14．【解答】解：由题意水平距离为 6 米，铅垂高度 $2\sqrt{3}$米，

∴斜坡上相邻两树间的坡面距离$=\sqrt{6^2+(2\sqrt{3})^2}=\sqrt{36+12}=\sqrt{48}=4\sqrt{3}$（$m$），

15．【解答】解：如图，设$\overset{\frown}{DG}$与 EF 交于 H，连接 AH，

∵$AB=1$，$BC=2$，



∴$AH=AD=BC=2$，

∴$\angle AHE=\angle GAH=30°$，

∵$AE=AB=1$，

∴$HE=\sqrt{3}$,

∴阴影部分的面积$=S_{扇形AHG}+S_{\triangle AHE}=\dfrac{30\cdot\pi\times2^2}{360}+\dfrac{1}{2}\times1\times\sqrt{3}=\dfrac{\pi}{3}+\dfrac{\sqrt{3}}{2}$,

16．【解答】解：连接 PD，过点 P 作 $PE\perp CD$ 与点 E，PE 交 AB 于点 F，则 BD 边扫过的面积为以 PD 为外圆半径、PB 为内圆半径的圆环面积，如图所示

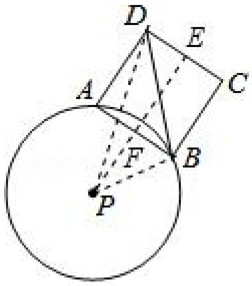
∵$PE\perp CD$，$AB\parallel CD$，

∴$PF\perp AB$.

又∵AB为⊙P的弦，

∴$AF=BF$，

∴$DE=CE=\frac{1}{2}CD=\frac{1}{2}AB=3$，



在Rt△PFB中，易知$AF=BF=3$，

∵$PB=5$，

∴$PF=4$，∵$EF=6$，

∴$PE=10$，

在Rt△PDE中，$PD^2=PE^2+DE^2=109$，

∴BD边扫过的面积为π（PD^2-PB^2）＝84π.

三．解答题（共10小题）

17.【解答】解：（1）原式＝$3-1+\sqrt{3}\times\frac{\sqrt{3}}{2}=2+\frac{3}{2}=\frac{7}{2}$.

（2）原式＝$4-2\times1+5=4-2+5=7$.

（3）∵α为锐角，$\sin(\alpha-15^\circ)=\frac{\sqrt{2}}{2}$，

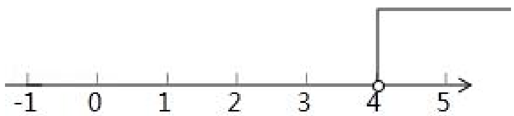
∴$\alpha-15^\circ=45^\circ$．∴$\alpha=60^\circ$．

∴$-2\cos\alpha+3\tan\alpha-\sqrt{12}=-2\times\frac{1}{2}+3\times\sqrt{3}-2\sqrt{3}=-1+3\sqrt{3}-2\sqrt{3}=-1+\sqrt{3}$.

18【解答】解：$4x-1-3x>3$，

$4x-3x>3+1$，

$x>4$，



将不等式的解集表示在数轴上如下：

19.【解答】解：（1）如图1：（以AB为直径作圆，圆上除A.B之外的点均可为C点）

（2）如图2：（作三角形的外接圆，以圆内接四边形对角互补为依据，在优弧上取一点为C）

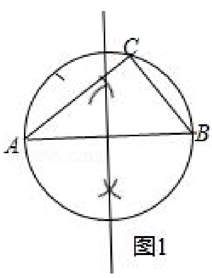


图1

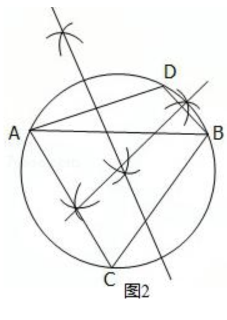


图2

20.【解答】解：设 $MC=x$，

∵ $\angle MAC=30°$，

∴在 Rt△MAC 中，$AC=\frac{MC}{\tan\angle MAC}=\frac{x}{\frac{\sqrt{3}}{3}}=\sqrt{3}x$.

∵ $\angle MBC=45°$，

∴在 Rt△MCB 中，$MC=BC=x$，

又∵$AB=DE=40$，

∴$AC-BC=AB=40$，即$\sqrt{3}x-x=40$，

解得：$x=20+20\sqrt{3}\approx54.6$，

∴$MF=MC+CF=54.6+1.5=56.1$（米），

答：楼 MF 的高 56.1 米．

21.【解答】证明：∵四边形 $ABCD$ 是平行四边形，

∴$AD\parallel BC$，$AD=BC$，

∵点 E、F 分别是▱$ABCD$ 边 AD、BC 的中点，

∴$DE=\frac{1}{2}AD$，$BF=\frac{1}{2}BC$，

∴$DE=BF$，

∴四边形 $BFDE$ 是平行四边形，

∴$BE=DF$.

22.【解答】解：（1）连接 OD，如图 1 所示：

设⊙O 的半径为 r，则 $OB=AB-OA=10-r$，

∵BC 切⊙O 于点 D，

∴$OD\perp BC$.

∵ $\angle C=90°$，

∴$BC=\sqrt{AB^2-AC^2}=\sqrt{10^2-6^2}=8$，$OD\parallel AC$，

∴△OBD∽△ABC，

∴$\frac{OB}{AB}=\frac{OD}{AC}=\frac{BD}{BC}$，

即：$\frac{10-r}{10}=\frac{r}{6}=\frac{BD}{8}$，

∴$10r=6$（$10-r$），

解得 $r=\frac{15}{4}$，

$\therefore BD=\frac{\frac{15}{4}\times 8}{6}=5$，

$\therefore CD=BC-BD=8-5=3$，

$\therefore AD=\sqrt{AC^2+CD^2}=\sqrt{6^2+3^2}=3\sqrt{5}$，

$\therefore$⊙O 的半径为$\frac{15}{4}$，AD 的长为 $3\sqrt{5}$；

（2）连接 OD，如图 2 所示：

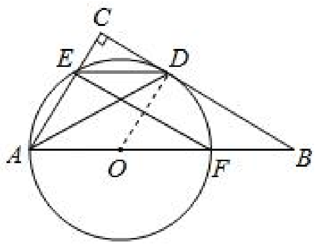


图 2

∵四边形 $BDEF$ 是平行四边形，

$\therefore \angle B=\angle DEF$，

$\because \angle DOB=2\angle DEF$，

$\therefore \angle DOB=2\angle B$，

∵BC 切⊙O 于点 D，

$\therefore \angle ODB=90°$，

$\therefore \angle DOB+\angle B=2\angle B+\angle B=3\angle B=90°$，

$\therefore \angle B=30°$，

故答案为：30°．

23．【解答】解：（1）∵二次函数 $y=x^2-4x+3a+2=(x-2)^2+3a-2$，

∴该二次函数开口向上，对称轴为直线 $x=2$，顶点坐标为（2，$3a-2$），

其性质有：①开口向上，②有最小值 $3a-2$，③对称轴为 $x=2$．

（2）∵二次函数的图象在 $x\leqslant 4$ 的部分与一次函数 $y=2x-1$ 的图象有两个交点，

$\therefore x^2-4x+3a+2=2x-1$，

整理为：$x^2-6x+3a+3=0$，

$\therefore \triangle=36-4(3a+3)>0$，

解得 $a<2$，

把 $x=4$ 代入 $y=2x-1$，解得 $y=2\times4-1=7$，

把（4，7）代入 $y=x^2-4x+3a+2$ 得 $7=16-16+3a+2$，解得 $a=\frac{5}{3}$，

故该二次函数的图象在 $x\leqslant 4$ 的部分与一次函数 $y=2x-1$ 的图象有两个交点，a 的取值为$\frac{5}{3}\leqslant a<2$．

24.【解答】解：（1）根据题意，得

生产甲种玩具的工人数为 x 人，每天产量 $20x$ 件，

则生产乙种玩具的工人数为（$30-x$）人，每天产量 $12(30-x)$ 件，

乙种玩具每件利润为 40 元，在 10 人的基础上每增加 1 人，

每件乙种玩具的利润下降 1 元，

乙每件利润为 $40-(30-x-10)=20+x$（元）.

故答案为 $20x$、$30-x$、$12(30-x)$、$20+x$.

（2）根据题意，得

$y=18\times 20x+12(30-x)(20+x)$

$=-12x^2+480x+7200$.

答：销售甲乙两种玩具每天的总利润 y（元）关于 x（人）的表达式为：$y=-12x^2+480x+7200$.

（3）由（2）得

$y=-12x^2+480x+7200$.

$=-12(x-20)^2+12000$

$\because -12<0$，当 $x=20$ 时，y 有最大值，最大值为 12000

答：分配 20 人生产甲种玩具，10 人生产乙种玩具，使得每天销售甲乙两种玩具的利润最大化，这个最大利润为 12000 元.

25.【解答】解：（1）如图 2，连接 BD，由于 $AD=CD$，所以可将△DCB 绕点 D 顺时针方向旋转 60°，得到△DAB'，

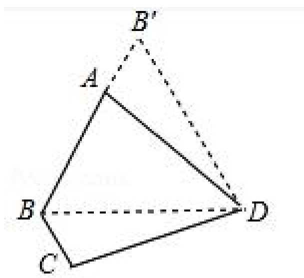


图2

$\because BD=B'D$，$\angle BDB'=60°$

$\therefore$△BDB' 是等边三角形；

（2）由（1）知，$\triangle BCD\cong\triangle B'AD$，

$\therefore$四边形 $ABCD$ 的面积＝等边三角形 BDB' 的面积，

$\because BC=AB'=1$

$\therefore BB'=AB+AB'=2+1=3$，

$\therefore S_{\text{四边形}ABCD}=S_{\triangle BDB'}=\frac{1}{2}\times 3\times\frac{3\sqrt{3}}{2}=\frac{9\sqrt{3}}{4}$；

【类比应用】如图 3，连接 BD，由于 $AD=CD$，所以可将△BCD 绕点 D 逆时针方向旋转 60°，得到△DAB'，

连接 BB'，延长 BA，作 $B'E\perp BE$；

$\because \begin{cases} AD=CD \\ \angle CDB=\angle ADB' \\ BD=B'D \end{cases}$,

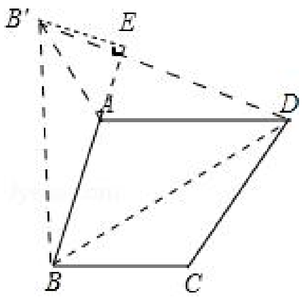


图3

$\therefore \triangle BCD \cong \triangle B'AD$

$\therefore S_{四边形ABCD}=S_{四边形BDB'A}$,

$\because \angle ABC=75°$，$\angle ADC=60°$，

$\therefore \angle BAB'=135°$

$\therefore \angle B'AE=45°$，

$\because B'A=BC=\sqrt{2}$,

$\therefore B'E=AE=1$,

$\therefore BE=AB+AE=2+1=3$,

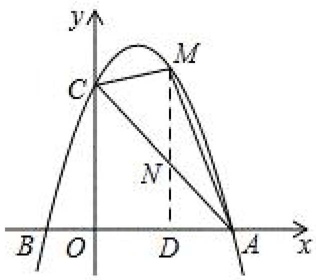
$\therefore BB'=\sqrt{10}$,

$\therefore S_{\triangle ABB'}=\frac{1}{2}\cdot AB\cdot B'E=\frac{1}{2}\times 2\times 1=1$,

$S\triangle BDB'=\frac{1}{2}\times\sqrt{10}\times\frac{\sqrt{30}}{2}=\frac{5\sqrt{3}}{2}$,

$\therefore S_{四边形ABCD}=S_{四边形BDB'A}=S\triangle BDB'-S_{\triangle ABB'}=\frac{5\sqrt{3}}{2}-1$.

26.【解答】解：（1）设抛物线的解析式为 $y=a(x-3)(x+1)$，将点 C 的坐标代入得：$-3a=3$，解得：$a=-1$，∴抛物线的解析式为 $y=-x^2+2x+3$.



（2）过点 M 作 $MD\perp x$ 轴，垂足为 D，MD 交 AC 与点 N.

设 AC 的解析式为 $y=kx+b$，则 $\begin{cases} b=3 \\ 3k+b=0 \end{cases}$，解得：$k=-1$，$b=3$，

$\therefore y=-x+3$.

设 $M(t, -t^2+2t+3)$，则 $N(t, -t+3)$

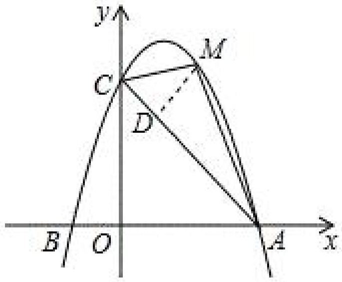
$\therefore NM=-t^2+3t$

$\therefore S=\frac{1}{2}MN\cdot OA=-\frac{3}{2}t^2+\frac{9}{2}t$.

（3）①令 $y=3$ 得：$3=-x^2+2x+3$，解得：$x=0$ 或 $x=2$，

$\therefore CM=2$.

$\therefore S=\frac{1}{2}\times 2\times 3=3$.



如图所示：过点 M 作 $MD\perp AC$，垂足为 D.

$\because C(0, 3)$，$A(3, 0)$

$\therefore AO=OC=3$,

∴$AC=3\sqrt{2}$.

∴$\frac{1}{2}AC\bullet DM=3$，即$\frac{1}{2}\times 3\sqrt{2}\bullet DM=3$，解得：$DM=\sqrt{2}$.

∵M（2，3），A（3，0）

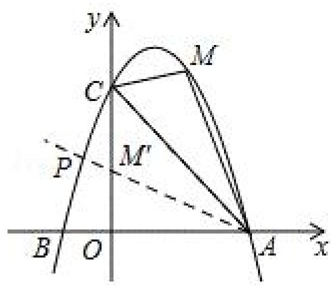
∴$AM=\sqrt{(3-2)^2+3^3}=\sqrt{10}$.

在 Rt△DMA 中，$AD=\sqrt{AM^2-DM^2}=2\sqrt{2}$，

∴$\tan\angle CAM=\frac{DM}{AD}=\frac{1}{2}$.

故答案为：3；$\frac{1}{2}$.

②如图所示：作 M 关于 AC 的对称点 M'，连接 AM' 交抛物线与点 P.



∵点 M 与点 M 关于 AC 对称，

∴$\angle MCA=\angle OCA=45°$，$CM=CM'=2$，

∴M'（0，1）.

设直线 AM' 的解析式为 $y=mx+n$，则$\begin{cases}n=1\\3m+n=0\end{cases}$，解得 $m=-\frac{1}{3}$，$n=1$，

∴直线 AM' 的解析式为 $y=-\frac{1}{3}x+1$.

将 $y=-\frac{1}{3}x+1$ 代入 $y=-x^2+2x+3$ 得：$-x^2+2x+3=-\frac{1}{3}x+1$，解得：$x=3$ 或 $x=-\frac{2}{3}$，

将 $x=-\frac{2}{3}$代入 $y=-\frac{1}{3}x+1$ 得：$y=\frac{11}{9}$，

∴P（$-\frac{2}{3}$，$\frac{11}{9}$）.

③设点 Q（x，$-x^2+2x+3$）.

∵$\angle BAQ=\angle CAM$ 且 $\tan\angle CAM=\frac{1}{2}$，

∴$\frac{-x^2+2x+3}{(3-x)}=\pm\frac{1}{2}$，整理得：$x+1=\pm\frac{1}{2}$，解得：$x=-\frac{1}{2}$或 $x=-\frac{3}{2}$.

当 $x=-\frac{1}{2}$时，$y=\frac{7}{4}$，

∴Q（$-\frac{1}{2}$，$\frac{7}{4}$）.

当 $x=-\frac{3}{2}$时，$y=-\frac{9}{4}$.

∴Q（$-\frac{3}{2}$，$-\frac{9}{4}$）.

综上所述，点 Q 的坐标为（$-\frac{1}{2}$，$\frac{7}{4}$）或（$-\frac{3}{2}$，$-\frac{9}{4}$）.