

Semantyka i weryfikacja programów 2019/20.
Zadanie domowe nr 3

Dany jest następujący program w języku TINY, obliczający najmniejszą wspólną wielokrotność liczb x i y .

```
{x>0, y>0}
xx:=x; yy:=y;
wx:=x; wy:=y;
{
while {
    wx<>wy do
    {
        if wx<wy then
            while {
                wx+2*xx≤wy do
                {
                    xx:=2*xx;
                }
            }
        else
            while {
                wy+2*yy≤wx do
                {
                    yy:=2*yy;
                }
            }
        wx:=wx+xx;
        yy:=y;
    }
}
{wx=NWW(x,y)}
```

Udowodnij częściową poprawność programu względem podanej specyfikacji tj.

1. Podaj niezmienniki wszystkich pętli.
2. Wstaw odpowiednie formuły w nawiasy klamrowe tak, aby powstałe anotacje umożliwiały przeprowadzenie dowodu częściowej poprawności.

W swoich formułach możesz użyć dwuargumentowej funkcji NWW , oznaczającej najmniejszą wspólną wielokrotność, oraz dwuargumentowego predykatu div , oznaczającego podzielność. Można je zresztą łatwo zdefiniować w logice pierwszego rzędu, pisząc:

$$\text{div}(x, y) \iff \exists z. (z > 0 \wedge y = x \cdot z)$$

a zamiast $NWW(x, y) = z$ pisząc:

$$\text{div}(x, z) \wedge \text{div}(y, z) \wedge \forall u. ((\text{div}(x, u) \wedge \text{div}(y, u)) \implies z \leq u)$$