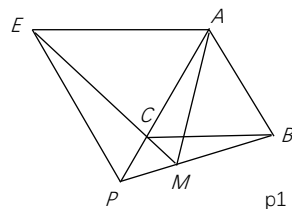


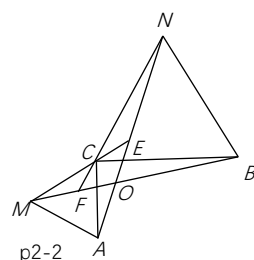
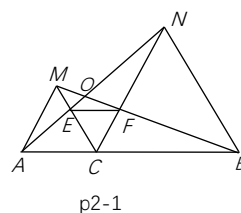
1.如图,已知等边 $\triangle ABC$,P 在 AC 延长线上一点,以 PA 为边作等边 $\triangle APE$,EC 延长线交 BP 于 M,连接 AM,求证:

- (1) $BP=CE$
- (2)试证明: $EM-PM=AM$.



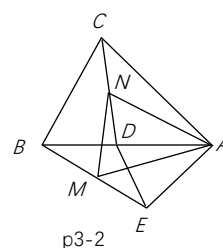
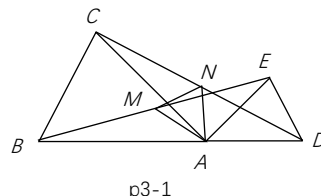
2.点 C 为线段 AB 上一点, $\triangle ACM$, $\triangle CBN$ 都是等边三角形,线段 AN,MC 交于点 E,BM,CN 交于点 F(如 p2-1).求证:

- (1) $AN=MB$.
- (2).将 $\triangle ACM$ 绕点 C 按逆时针方向旋转一定角度,如 p2-2 所示,其他条件不变,求证:
 - 1>中的结论是否依然成立?
 - 2> AN 与 BM 相交所夹锐角是否发生变化?



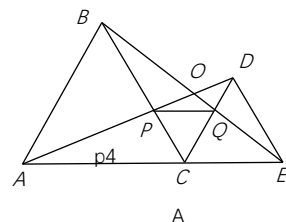
3.已知,p3-1 所示,在 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ADE$ 中, $AB=AC$, $AD=AE$, $\angle BAC=\angle DAE$,且点 B,A,D 在一条直线上,连接 BE,CD,M,N 分别为 BE,CD 的中点 .

- (1)求证: 1> $BE=CD$; 2> $AM=AN$
- (2)在图 p3-1 的基础上,将 $\triangle ADE$ 绕点 A 按顺时针方向旋转 180° ,其他条件不变,得到图 p3-2 所示的图形.请直接写出 (1)中的两个结论是否仍然成立.



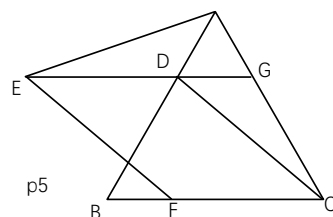
4.如图,C 为线段 AE 上一动点(不与点 A,E 重合),在 AE 同侧分别作正三角形 ABC 和正三角形 CDE,AD 与 BE 交于点 O,AD 与 BC 交于点 P,BE 与 CD 交于点 Q,连结 PQ . 以下结论:

1. $AD=BE$, 2. $PQ \parallel AE$, 3. $AP=BQ$, 4. $DE=DP$, 5. $\angle AOB=60^\circ$, 6. $CP=CQ$
 7. $\triangle CPQ$ 为等边三角形, 8.共有 3 对全等三角形, 9.CO 平分 $\angle AOP$, 10.CO 平分 $\angle BCD$
- 成立的结论有_____ (把你认为正确的序号都填上) .

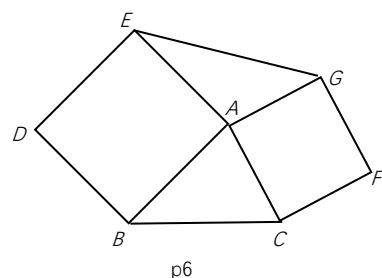


5.已知:如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形,过 AB 边上的点 D 作 $DG \parallel BC$,交 AC 于点 G,在 GD 的延长线上取点 E,使 $DE=DB$,连接 AE,CD .

- (1)求证: $\triangle AGE \cong \triangle DAC$
- (2)过点 E 作 $EF \parallel DC$,交 BC 于点 F,请你连接 AF,并判断 $\triangle AEF$ 是怎样的三角形,试证明你的结论 .

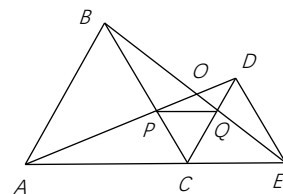


6. 如图 p6,以 $\triangle ABC$ 的边 n、n 为边分别向外作正方形 n 和正方形 ACFG,连结 EG,试判断 $\triangle ABC$ 与 $\triangle AEG$ 面积之间的关系,并说明理由 .



- 7.如图,C 为线段 AE 上一动点(不与点 A,E 重合),在 AE 同侧分别作正三角形 ABC 和正三角形 CDE,AD 与 BE 交于点 O,AD 与 BC 交于点 P,BE 与 CD 交于点 Q,连接 PQ
- 以下五个结论中成立的结论有_____ (把你认为正确的序号都填上)

1.AD=BE 2.PQ//AE 3.AP=BQ 4.DE=DP 5. $\angle AOB=60^\circ$

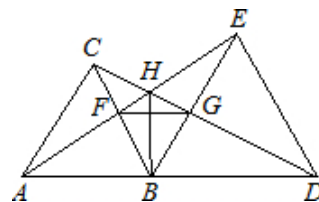


- 8.如图所示,已知 $\triangle ABC$ 和 $\triangle BDE$ 都是等边三角形,且A、B、D三点共线.下列结论:

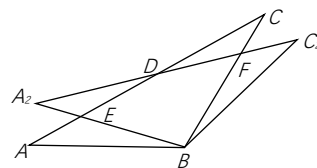
①AE=CD ②BF=BG ③HB平分 $\angle AHD$
④ $\angle AHC=60^\circ$ ⑤ $\triangle BFG$ 是等边三角形 ⑥FG//AD

其中正确的有()

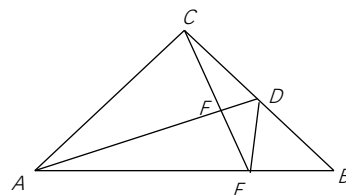
A.3个 B.4个 C.5个 D.6个



- 9.在 $\triangle ABC$ 中, $AB=BC=2$, $\angle ABC=120^\circ$,将 $\triangle ABC$ 绕点B顺时针旋转角 α ($0^\circ < \alpha < 90^\circ$)得 $\triangle A_1BC_1$, A_1B 交AC于点E, A_1C_1 分别交AC,BC于D,F两点
- 如图1,观察并猜想,在旋转过程中,线段 EA_1 与FC有怎样的数量关系?并证明你的结论



- 10.如图所示, $\triangle ABC$ 是等腰直角三角形, $\angle ACB=90^\circ$,AD是BC边上的中线,过C作AD的垂线,交AB于点E,交AD于点F,求证: $\angle ADC=\angle BDE$.



- 11.如图1,四边形ABCD是正方形,M是AB延长线上一点.直角三角尺的一条直角边经过点D,且直角顶点E在AB边上滑动(点E不与点A,B重合),另一条直角边与 $\angle CBM$ 的平分线BF相交于点F.

(1)如图14—1,当点E在AB边的中点位置时:

- 1>通过测量DE,EF的长度,猜想DE与EF满足的数量关系是_____;
- 2>连接点E与AD边的中点N,猜想NE与BF满足的数量关系是_____;
- 3>请证明你的上述两猜想.

(2)如图14—3,当点E在AB边上的任意位置时,请你在AD边上找到一点N,使得 $NE=BF$,进而猜想此时DE与EF有怎样的数量关系,并证明

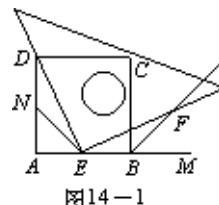


图14—1

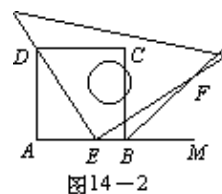


图14—2

- 12.已知"Rt" $\triangle ABC$ 中," $AC=BC$, $\angle C=90^\circ$ ",D"为AB边的中点, $\angle EDF=90^\circ$, $\angle EDF$ 绕D点旋转,它的两边分别交AC、CB(或它们的延长线)于E、F.

当 $\angle EDF$ 绕D点旋转到 $DE \perp AC$ 于E时(如图1),易证 $S_{\triangle DEF} + S_{\triangle CEF} = \frac{1}{2} S_{\triangle ABC}$.

当 $\angle EDF$ 绕D点旋转到DE和AC不垂直时,在图2和图3这两种情况下,上述结论是否成立?若成立,请给予证明;若不成立, $S_{\triangle DEF}$ 、 $S_{\triangle CEF}$ 、 $S_{\triangle ABC}$ 又有怎样的数量关系?请写出你的猜想,不需证明.

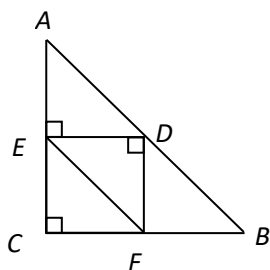


图1

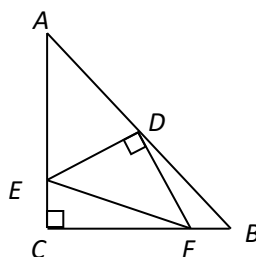


图2

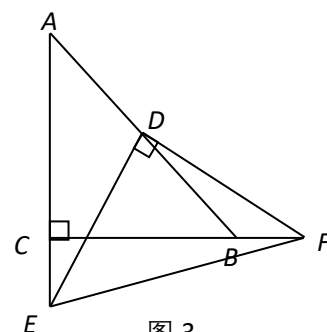
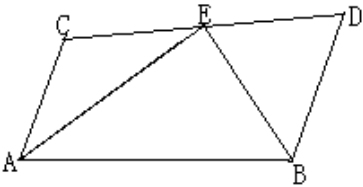
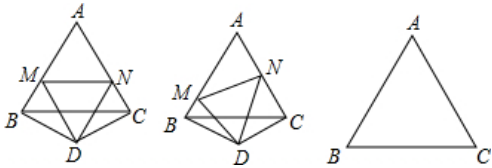


图3

13.已知 $AC \parallel BD$, $\angle CAB$ 和 $\angle DBA$ 的平分线 EA 、 EB 与 CD 相交于点 E .
 求证: $AB=AC+BD$.

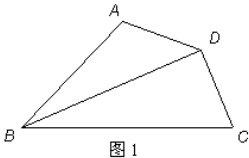


14.等边 $\triangle ABC$, D 为 $\triangle ABC$ 外一点, $\angle BDC=130^\circ$, $BD=DC$. $\angle MDN=60^\circ$ 射线 DM 与直线 AB 相交于点 M , 射线 DN 与直线 AC 相交于点 N ,

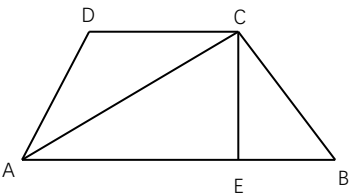


- (1)当点 M 、 N 在边 AB 、 AC 上,且 $DM=DN$ 时,直接写出 BM 、 NC 、 MN 之间的数量关系.
- (2)当点 M 、 N 在边 AB 、 AC 上,且 $DM \neq DN$ 时,猜想(1)中的结论还成立吗? 若成立,请证明.
- (3)当点 M 、 N 在边 AB 、 CA 的延长线上时,请画出图形,并写出 BM 、 NC 、 MN 之间的数量关系.

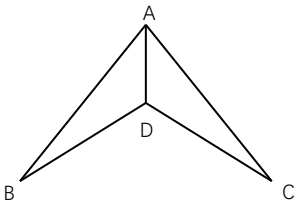
15.已知,如图,在四边形 $ABCD$ 中, $BC > AB$, $AD=DC$, BD 平分 $\angle ABC$.
 求证: $\angle BAD + \angle BCD = 180^\circ$.



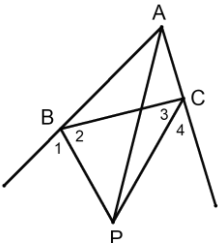
16.如图,四边形 $ABCD$ 中, AC 平分 $\angle BAD$, $CE \perp AB$ 于 E , $AD+AB=3AE$, 则 $\angle B$ 与 $\angle ADC$ 互补.为什么?



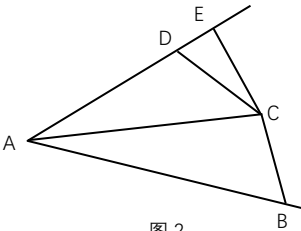
17.如图 4,在 $\triangle ABC$ 中, $BD=CD$, $\angle ABD = \angle ACD$, 求证 AD 平分 $\angle BAC$.



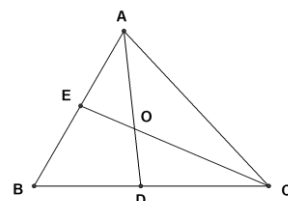
18.如图,在 $\triangle ABC$ 中 $\angle ABC$, $\angle ACB$ 的外角平分线交 P . 求证: AP 是 $\angle BAC$ 的角平分线



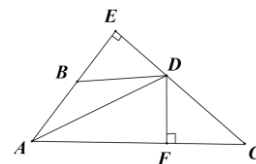
19.如图在四边形 $ABCD$ 中, AC 平分 $\angle BAD$, $\angle ADC + \angle ABC = 180$ 度, $CE \perp AD$ 于 E , 猜想 AD 、 AE 、 AB 之间的数量关系, 并证明你的猜想,



20.如图,已知在 $\triangle ABC$ 中, $\angle B=60^\circ$, $\triangle ABC$ 的角平分线 AD,CE 相交于点 O ,求证: $OE=OD$

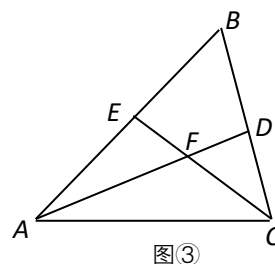
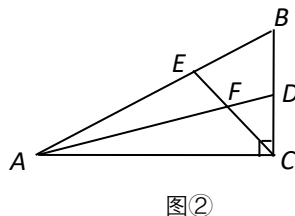
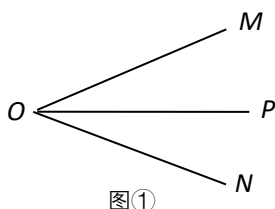


21.如图所示,已知在 $\triangle AEC$ 中, $\angle E=90^\circ$, AD 平分 $\angle EAC$, $DF \perp AC$,垂足为 F , $DB=DC$,求证: $BE=CF$



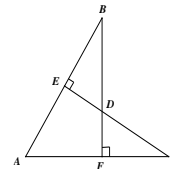
22.如图①, OP 是 $\angle MON$ 的平分线,请你利用该图形画一对以 OP 所在直线为对称轴的全等三角形.请你参考这个作全等三角形的方法,解答下列问题:

- (1) 如图②,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB$ 是直角, $\angle B=60^\circ$, AD,CE 分别是 $\angle BAC, \angle BCA$ 的平分线, AD,CE 相交于点 F .请你判断并写出 FE 与 FD 之间的数量关系;
- (3) 如图③,在 $\triangle ABC$ 中,如果 $\angle ACB$ 不是直角,而(1)中的其它条件不变,请问,你在(1)中所得结论是否仍然成立?若成立,请证明;若不成立,请说明理由.

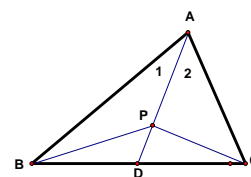


23.已知:如图, $BF \perp AC$ 于点 F , $CE \perp AB$ 于点 E ,且 $BD=CD$,求证:

- (1) $\triangle BDE \cong \triangle CDF$
- (2) 点 D 在 $\angle A$ 的平分线上

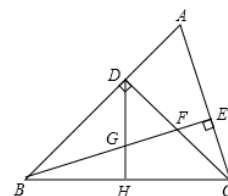


24.如图在 $\triangle ABC$ 中, $AB > AC$, $\angle 1 = \angle 2$, P 为 AD 上任意一点,求证: $AB - AC > PB - PC$

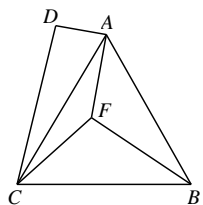


25.已知:如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ABC=45^\circ$, $CD \perp AB$ 于 D , BE 平分 $\angle ABC$,且 $BE \perp AC$ 于 E ,与 CD 相交于点 F , H 是 BC 边的中点,连结 DH 与 BE 相交于点 G .

- (1) 求证: $BF=AC$;
- (2) 求证: $CE=0.5BF$;
- (3) CE 与 BC 的大小关系如何?试证明你的结论.



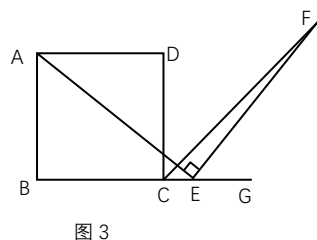
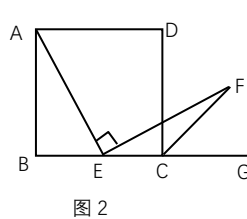
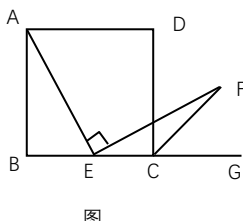
26.如图,在四边形 $ABCD$ 中, $AB=BC$, BF 是 $\angle ABC$ 的平分线, $AF \parallel DC$,连接 AC 、 CF ,求证: CA 是 $\angle DCF$ 的平分线.



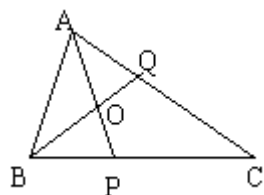
27.数学课上,张老师出示了问题:如图 1,四边形 $ABCD$ 是正方形,点 E 是边 BC 的中点. $\angle AEF = 90^\circ$,且 EF 交正方形外角 $\angle DCG$ 的平分线 CF 于点 F ,求证: $AE=EF$.

经过思考,小明展示了一种正确的解题思路:取 AB 的中点 M ,连接 ME ,则 $AM=EC$,易证 $\triangle AME \cong \triangle ECF$,所以 $AE=EF$. 在此基础上,同学们作了进一步的研究:

- (1)小颖提出:如图 3,如果把“点 E 是边 BC 的中点”改为“点 E 是边 BC 上(除 B, C 外)的任意一点”,其它条件不变,那么结论“ $AE=EF$ ”仍然成立,你认为小颖的观点正确吗? 如果正确,写出证明过程; 如果不正确,请说明理由;
- (2)小华提出:如图 3,点 E 是 BC 的延长线上(除 C 点外)的任意一点,其他条件不变,结论“ $AE=EF$ ”仍然成立. 你认为小华的观点正确吗? 如果正确,写出证明过程; 如果不正确,请说明理由.

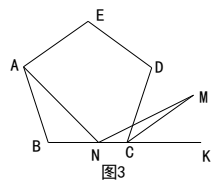
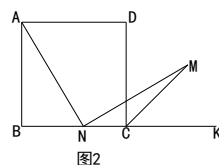
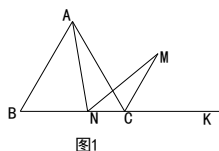


28. $\triangle ABC$ 中, $\angle BAC=60^\circ$, $\angle C=40^\circ$, AP 平分 $\angle BAC$ 交 BC 于 P , BQ 平分 $\angle ABC$ 交 AC 于 Q ,求证: $AB+BP=BQ+AQ$.



29.问题背景,如下命题:

- 1.如图 1,在正三角形 ABC 中, N 为 BC 边上任一点, CM 为正三角形外角 $\angle ACK$ 的平分线,若 $\angle ANM=60^\circ$,则 $AN=NM$
- 2.如图 3,在正方形 $ABCD$ 中, N 为 BC 边上任一点, CM 为正方形外角 $\angle DCK$ 的平分线,若 $\angle ANM=90^\circ$,则 $AN=NM$
- 3.如图 3,在正五边形 $ABCDE$ 中, N 为 BC 边上任一点, CM 为正五边形外角 $\angle DCK$ 的平分线,若 $\angle ANM=108^\circ$,则 $AN=NM$

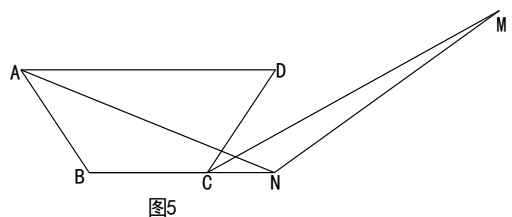
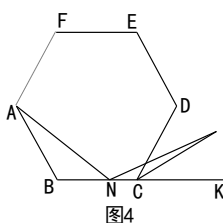


任务要求:

(1)请你证明以上三个命题;

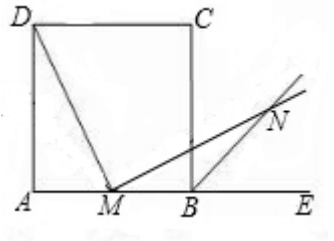
(2)请你继续完成下面的探索:

- 1>如图 4,在正 n ($n \geq 3$) 边形 $ABCDEF \dots$ 中, N 为 BC 边上任一点, CM 为正 n 边形外角 $\angle DCK$ 的平分线,问当 $\angle ANM$ 等于多少度时,结论 $AN=NM$ 成立 (不要求证明).
- 2>如图 5,在梯形 $ABCD$ 中, $AD \parallel BC$, $AB=BC=CD$, N 为 BC 延长线上一点, CM 为 $\angle DCN$ 的平分线,若 $\angle ANM = \angle ABC$,请问 $AN=NM$ 是否还成立? 若成立,请给予证明; 若不成立,请说明理由.

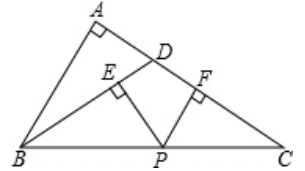


30.

- (1)如图,已知在正方形 $ABCD$ 中, M 是 AB 的中点, E 是 AB 延长线上一点, $MN \perp DM$ 且交 $\angle CBE$ 的平分线于 N . 试判定线段 MD 与 MN 的大小关系;
- (2)若将上述条件中的“ M 是 AB 的中点”改为“ M 是 AB 上或 AB 延长线上任意一点”,其余条件不变. 试问 (1) 中的结论还成立吗? 如果成立,请证明; 如果不成立,请说明理由.

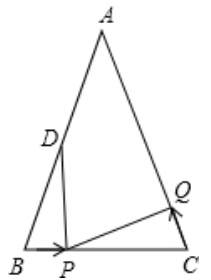


- 31.如图,在 $\triangle ABC$ 中, $\angle A=90^\circ$, D 是 AC 上的一点, $BD=DC$, P 是 BC 上的任一点, $PE \perp BD$, $PF \perp AC$, E 、 F 为垂足. 求证: $PE+PF=AB$.



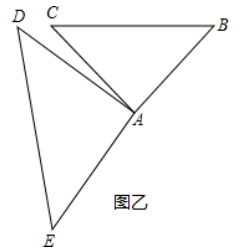
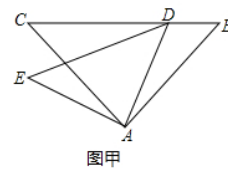
- 32.如图,已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC=6\text{cm}$, $\angle B=\angle C$, $BC=4\text{cm}$,点 D 为 AB 的中点.

- (1)如果点 P 在线段 BC 上以 1cm/s 的速度由点 B 向点 C 运动,同时,点 Q 在线段 CA 上由点 C 向点 A 运动.
- 1>若点 Q 的运动速度与点 P 的运动速度相等,经过 1 秒后, $\triangle BPD$ 与 $\triangle CQP$ 是否全等,请说明理由;
- 2>若点 Q 的运动速度与点 P 的运动速度不相等,当点 Q 的运动速度为多少时,能够使 $\triangle BPD$ 与 $\triangle CQP$ 全等?
- (2)若点 Q 以②中的运动速度从点 C 出发,点 P 以原来的运动速度从点 B 同时出发,都逆时针沿 $\triangle ABC$ 三边运动,则经过_____后,点 P 与点 Q 第一次在 $\triangle ABC$ 的_____边上相遇?请直接写出答案



- 33.已知:在 $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB$ 为锐角,点 D 为射线 BC 上一动点,连接 AD ,以 AD 为一边且在 AD 的左侧作等腰直角 $\triangle ADE$,解答下列各题:如果 $AB=AC$, $\angle BAC=90^\circ$.

- (1)当点 D 在线段 BC 上时 (与点 B 不重合),如图甲,线段 BD , CE 之间的位置关系为?
- (2)当点 D 在线段 BC 的延长线上时,如图乙,(1)中的结论是否还成立? 为什么?

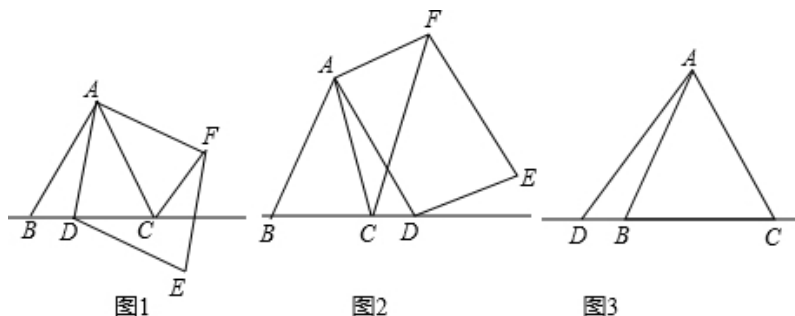


34. 已知 $\triangle ABC$ 为等边三角形, 点 D 为直线 BC 上的一动点 (点 D 不与 B 、 C 重合), 以 AD 为边作菱形 $ADEF$ (A 、 D 、 E 、 F 按逆时针排列), 使 $\angle DAF = 60^\circ$, 连接 CF .

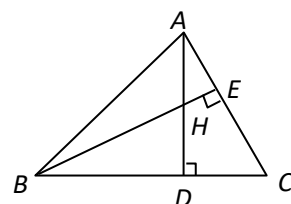
(1) 如图 1, 当点 D 在边 BC 上时, 求证: ① $BD = CF$; ② $AC = CF + CD$;

(2) 如图 3, 当点 D 在边 BC 的延长线上且其他条件不变时, 结论 $AC = CF + CD$ 是否成立? 若不成立, 请写出 AC 、 CF 、 CD 之间存在的数量关系, 并说明理由;

(3) 如图 3, 当点 D 在边 BC 的延长线上且其他条件不变时, 补全图形, 并直接写出 AC 、 CF 、 CD 之间存在的数量关系.



35. 在 $\triangle ABC$ 中, $AD \perp BC$, $BE \perp AC$, D 、 E 为垂足, AD 与 BE 交于点 H , $BD = AD$. 求证: $BH = AC$
 $BE \perp AD$

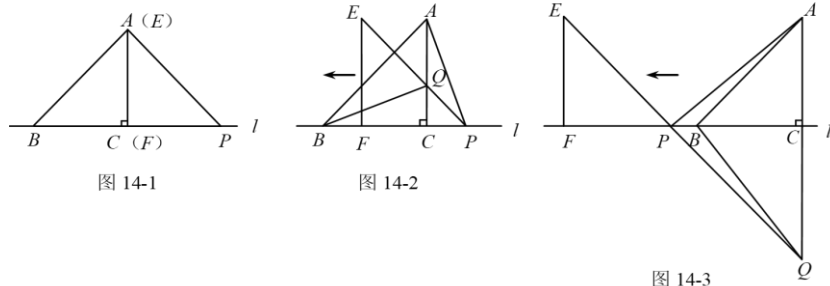


36. 如图 14-1, 在 $\triangle ABC$ 中, BC 边在直线 l 上, $AC \perp BC$, 且 $AC = BC$. $\triangle EFP$ 的边 FP 也在直线 l 上, 边 EF 与边 AC 重合, 且 $EF = FP$.

(1) 在图 14-1 中, 请你通过观察、测量, 猜想并写出 AB 与 AP 所满足的数量关系和位置关系;

(2) 将 $\triangle EFP$ 沿直线 l 向左平移到图 14-2 的位置时, EP 交 AC 于点 Q , 连结 AP , BQ . 猜想并写出 BQ 与 AP 所满足的数量关系和位置关系, 请证明你的猜想;

(3) 将 $\triangle EFP$ 沿直线 l 向左平移到图 14-3 的位置时, EP 的延长线交 AC 的延长线于点 Q , 连结 AP , BQ . 你认为 (2) 中所猜想的 BQ 与 AP 的数量关系和位置关系还成立吗? 若成立, 给出证明; 若不成立, 请说明理由.

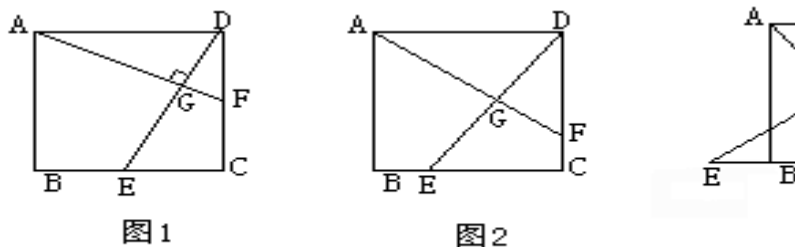


37. 如图 1, 在正方形 $ABCD$ 中, 点 E 、 F 分别为边 BC 、 CD 的中点, AF 、 DE 相交于点 G , 则可得结论: ① $AF = DE$;

② $AF \perp DE$ (不需要证明)

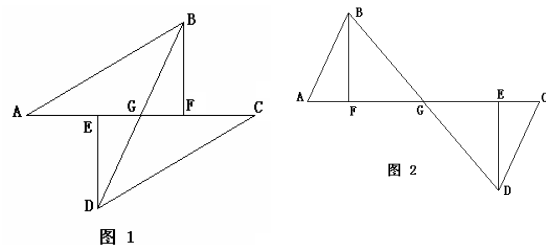
(1) 如图 3, 若点 E 、 F 不是正方形 $ABCD$ 的边 BC 、 CD 的中点, 但满足 $CE = DF$. 则上面的结论①、②是否仍然成立? (请直接回答“成立”或“不成立”)

(2) 如图 3, 若点 E 、 F 分别在正方形 $ABCD$ 的边 CB 的延长线和 DC 的延长线上, 且 $CE = DF$, 此时上面的结论①、②是否仍然成立? 若成立, 请写出证明过程; 若不成立, 请说明理由

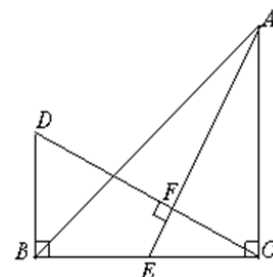


第25题

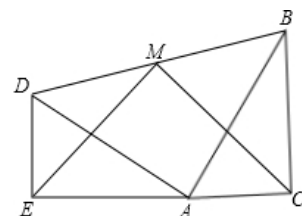
- 38.如图 1,A、E、F、C 在同一条直线上,AE=CF,过 E、F 分别作 $DE \perp AC$, $BF \perp AC$,若 $AB=CD$,试说明 BD 平分 EF; 若将 $\triangle DEC$ 的边 EC 沿 AC 方向移动变为图 2 时,其余条件不变,BD 是否还平分 EF,请说明理由.



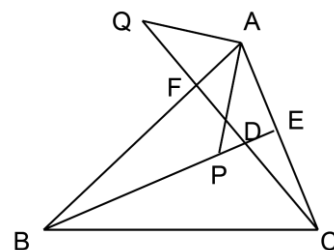
- 39.如图, $\triangle ABC$ 中, $\angle ACB = 90^\circ$, $AC = BC$, AE 是 BC 边上的中线,过 C 作 $CF \perp AE$,垂足为 F,过 B 作 $BD \perp BC$ 交 CF 的延长线于 D .
求证 (1) $AE = CD$
(2)若 $AC = 13$ cm,求 BD 的长



- 40.如图,两个全等的含 30° 、 60° 角的三角板 ADE 和三角板 ABC 放置在一起, $\angle DEA = \angle ACB = 90^\circ$, $\angle DAE = \angle ABC = 30^\circ$, E、A、C 三点在一条直线上,连接 BD,取 BD 中点 M,连接 ME、MC,试判断 $\triangle EMC$ 的形状,并说明理由 .

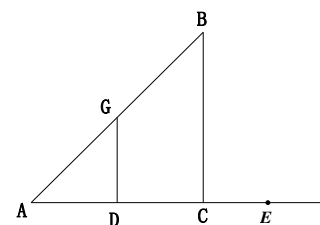
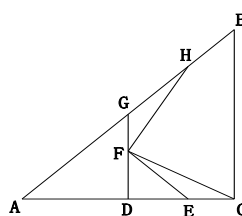


- 41.已知 BE,CF 是 $\triangle ABC$ 的高,且 $BP=AC$, $CQ=AB$,试确定 AP 与 AQ 的数量关系和位置关系

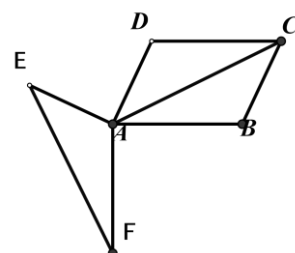


- 42.在 $\text{Rt}\triangle ABC$ 中, $AC = BC$, $\angle ACB = 90^\circ$, D 是 AC 的中点, $DG \perp AC$ 交 AB 于点 G.

- (1)如图 1,E 为线段 DC 上任意一点,点 F 在线段 DG 上,且 $DE=DF$,连结 EF 与 CF,过点 F 作 $FH \perp FC$,交直线 AB 于点 H .
1>求证: $DG=DC$
2>判断 FH 与 FC 的数量关系并加以证明
(2)若 E 为线段 DC 的延长线上任意一点,点 F 在射线 DG 上,(1)中的其他条件不变,借助图 3 画出图形.在你所画图形中找出一对全等三角形,并判断你在(1)中得出的结论是否发生改变.(请直接写出结论)



- 43.如图, $AD \parallel BC$, $AD = BC$, $AE \perp AD$, $AF \perp AB$,且 $AE = AD$, $AF = AB$,求证: $AC = EF$



44. 直线 CD 经过 $\angle BCA$ 的顶点 C, $CA=CB$. E、F 分别是直线 CD 上两点, 且 $\angle BEC = \angle CFA = \angle \alpha$

(1) 若直线 CD 经过 $\angle BCA$ 的内部, 且 E、F 在射线 CD 上, 请解决下面两个问题:

1> 如图 1, 若 $\angle BCA = 90^\circ$, $\angle \alpha = 90^\circ$, 则 EF _____ $|BE - AF|$ (填“>”, “<”或“=”号)

2> 如图 3, 若 $0^\circ < \angle BCA < 180^\circ$, 若使 1> 中的结论仍然成立, 则 $\angle \alpha$ 与 $\angle BCA$ 应满足的关系是

(2) 如图 3, 若直线 CD 经过 $\angle BCA$ 的外部, $\angle \alpha = \angle BCA$ 请探究 EF、与 BE、AF 三条线段的数量关系, 并给予证明

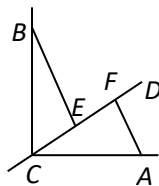


图 1

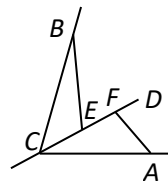


图 2

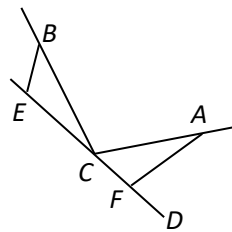
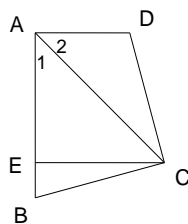


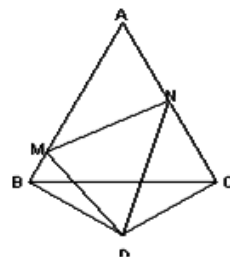
图 3

45. 已知: 如图, 四边形 ABCD 中, AC 平分 $\angle BAD$, $CE \perp AB$ 于 E, 且 $\angle B + \angle D = 180^\circ$, 求证: $AE = AD + BE$



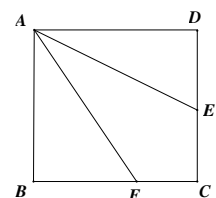
46. 操作: 如图①, $\triangle ABC$ 是正三角形, $\triangle BDC$ 是顶角 $\angle BDC = 130^\circ$ 的等腰三角形, 以 D 为顶点作一个 60° 角, 角的两边分别交 AB、AC 边于 M、N 两点, 连接 MN.

请探究: 线段 BM、MN、NC 之间的关系, 并加以证明.

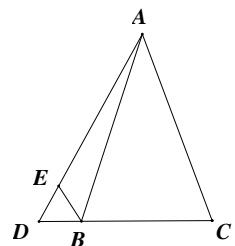


47. 如图, 已知 E 是正方形 ABCD 的边 CD 的中点, 点 F 在 BC 上, 且 $\angle DAE = \angle FAE$

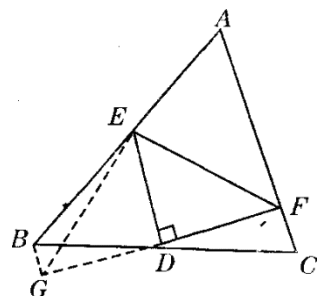
求证: $AF = AD - CF$



48. 如图所示, 已知 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, D 是 CB 延长线上一点, $\angle ADB = 60^\circ$, E 是 AD 上一点, 且 $DE = DB$, 求证: $AC = BE + BC$



49. 在 $\triangle ABC$ 中, $BD=DC$, $ED \perp DF$, 求证: $BE + CF > EF$

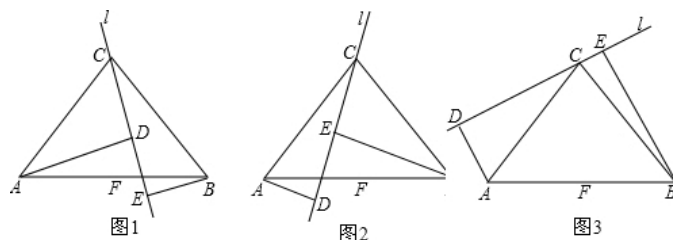


50. 已知, 如图, 三角形 ABC 是等腰直角三角形, $\angle ACB=90^\circ$, F 是 AB 的中点, 直线 l 经过点 C , 分别过点 A 、 B 作 l 的垂线, 即 $AD \perp CE$, $BE \perp CE$ //此题答案在附页

(1) 如图 1, 当 CE 位于点 F 的右侧时, 求证: $\triangle ADC \cong \triangle CEB$;

(2) 如图 3, 当 CE 位于点 F 的左侧时, 求证: $ED = BE - AD$;

(3) 如图 3, 当 CE 在 $\triangle ABC$ 的外部时, 试猜想 ED 、 AD 、 BE 之间的数量关系, 并证明你的猜想.

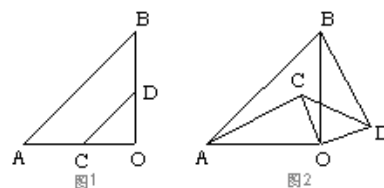


51. 如图 1、图 3、图 3, $\triangle AOB$, $\triangle COD$ 均是等腰直角三角形, $\angle AOB = \angle COD = 90^\circ$,

(1) 在图 1 中, AC 与 BD 相等吗, 有怎样的位置关系? 请说明理由.

(2) 若 $\triangle COD$ 绕点 O 顺时针旋转一定角度后, 到达图 3 的位置, 请问 AC 与 BD 还相等吗, 还具有那种位置关系吗? 为什么?

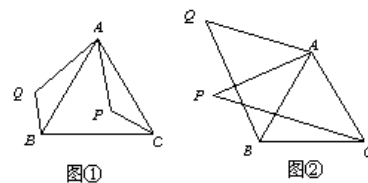
(3) 若 $\triangle COD$ 绕点 O 顺时针旋转一定角度后, 到达图 3 的位置, 请问 AC 与 BD 还相等吗? 还具有上问中的位置关系吗? 为什么? //此题答案在附页



52. 如图①, 已知在 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, P 是 $\triangle ABC$ 内部任意一点, 将 AP 绕 A 顺时针旋转至 AQ , 使 $\angle QAP = \angle BAC$, 连接 BQ 、 CP , 则 $BQ=CP$ //此题答案在附页

(1) 据图①证明 $BQ=CP$

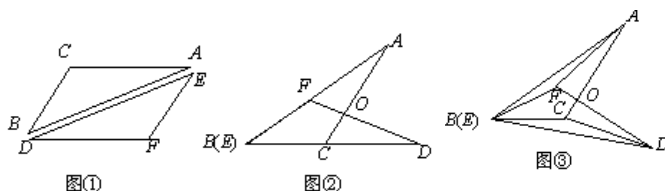
(2) 将点 P 移到等腰三角形 ABC 之外(如图②), 原题中的条件不变, $BQ=CP$ 仍然成立, 请证明



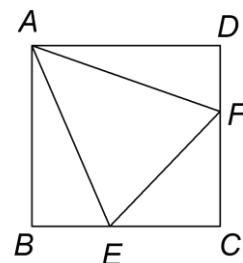
53. 将一张透明的平行四边形胶片沿对角线剪开, 得到图①中的两张三角形胶片 $\triangle ABC$ 与 $\triangle DEF$, 且 $\triangle ABC \cong \triangle DEF$. 将这两张三角形胶片的顶点 B 与顶点 E 重合, 把 $\triangle DEF$ 绕点 B 顺时针方向旋转, 这时 AC 与 DF 相交于点 O //此题答案在附页

(1) 当 $\triangle DEF$ 旋转至如图②位置, 点 $B(E)$, C , D 在同一直线上时, $\angle AFD$ 与 $\angle DCA$ 的数量关系是

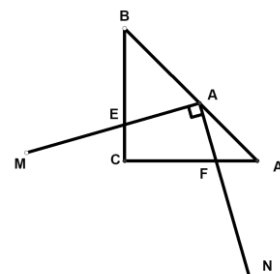
(2) 当 $\triangle DEF$ 继续旋转至如图③位置时, (1)中的结论还成立吗? AO 与 DO 存在怎样的数量关系? 请说明理由.



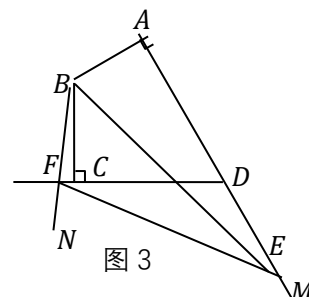
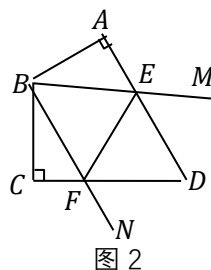
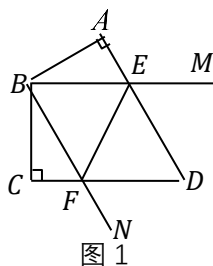
54. 正方形 ABCD 中, E 为 BC 上的一点, F 为 CD 上的一点, $BE + DF = EF$, 求 $\angle EAF$ 的度数
 //此题答案在附页



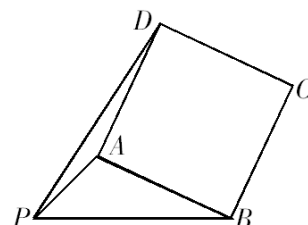
55. D 为等腰 Rt $\triangle ABC$ 斜边 AB 的中点, $DM \perp DN$, DM, DN 分别交 BC, CA 于点 E, F. //此题答案在附页
 (1) 当 $\angle MDN$ 绕点 D 转动时, 求证 $DE = DF$.
 (2) 若 $AB = 3$, 求四边形 DECF 的面积.



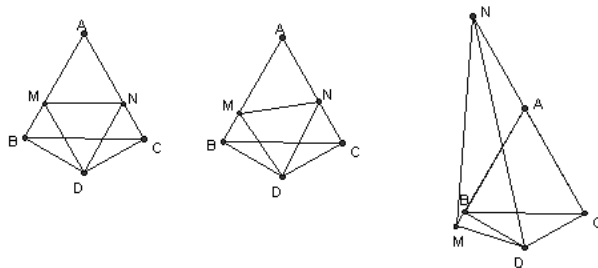
56. 已知四边形 ABCD 中, $AB \perp AD$, $BC \perp CD$, $AB = BC$, $\angle ABC = 120^\circ$, $\angle MBN = 60^\circ$, $\angle MBN$ 绕 B 点旋转, 它的两边分别交 AD, DC (或它们的延长线) 于 E, F. //此题答案在附页
 当 $\angle MBN$ 绕 B 点旋转到 $AE = CF$ 时 (如图 1), 易证 $AE + CF = EF$.
 当 $\angle MBN$ 绕 B 点旋转到 $AE \neq CF$ 时, 在图 2 和图 3 这两种情况下, 上述结论是否成立? 若成立, 请给予证明; 若不成立, 线段 AE, CF, EF 又有怎样的数量关系? 请写出你的猜想, 不需证明.



57. 已知: $PA = \sqrt{2}$, $PB = 4$, 以 AB 为一边作正方形 ABCD, 使 P, D 两点落在直线 AB 的两侧.
 (1) 如图, 当 $\angle APB = 45^\circ$ 时, 求 AB 及 PD 的长;
 (2) 当 $\angle APB$ 变化, 且其它条件不变时, 求 PD 的最大值, 及相应 $\angle APB$ 的大小.



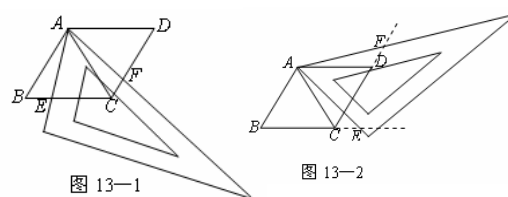
58. 在等边 $\triangle ABC$ 的两边 AB 、 AC 所在直线上分别有两点 M 、 N , D 为 $\triangle ABC$ 外一点, 且 $\angle MDN=60^\circ$, $\angle BDC=120^\circ$, $BD=DC$. 探究: 当 M 、 N 分别在直线 AB 、 AC 上移动时, BM 、 NC 、 MN 之间的数量关系及 $\triangle AMN$ 的周长 Q 与等边 $\triangle ABC$ 的周长 L 的关系
//此题答案在附页



- (1) 如图 1, 当点 M 、 N 在 AB 、 AC 上, 且 $DM=DN$ 时, BM 、 NC 、 MN 之间的数量关系是_____; 此时 $Q/L=$ _____
- (2) 如图 3, 点 M 、 N 在 AB 、 AC 上, 且当 $DM \neq DN$ 时, 猜想(1)问的两个结论还成立吗? 写出你的猜想并加以证明
- (3) 如图 3, 当 M 、 N 分别在边 AB 、 CA 的延长线上时, 若 $AN=x$, 则 $Q=$ _____ (用 x 、 L 表示)

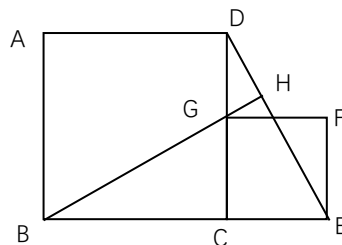
59. 用两个全等的等边三角形 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ACD$ 拼成菱形 $ABCD$. 把一个含 60° 角的三角尺与这个菱形叠合, 使三角尺的 60° 角的顶点与点 A 重合, 两边分别与 AB 、 AC 重合. 将三角尺绕点 A 按逆时针方向旋转. //此题答案在附页

- (1) 当三角尺的两边分别与菱形的两边 BC 、 CD 相交于点 E 、 F 时, (如图13—1), 通过观察或测量 BE 、 CF 的长度, 你能得出什么结论? 并证明你的结论;
- (2) 当三角尺的两边分别与菱形的两边 BC 、 CD 的延长线相交于点 E 、 F 时(如图13—3), 你在(1)中得到的结论还成立吗? 简要说明理由.



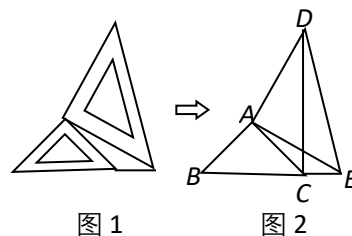
60. 如图, 正方形 $ABCD$ 的边长为 1, G 为 CD 边上一动点(点 G 与 C 、 D 不重合)以 CG 为一边向正方形 $ABCD$ 外作正方形 $GCEF$, 连接 DE 交 BG 的延长线于 H .

- 求证 (1) $\triangle BCG \cong \triangle DCE$
(2) $BH \perp DE$



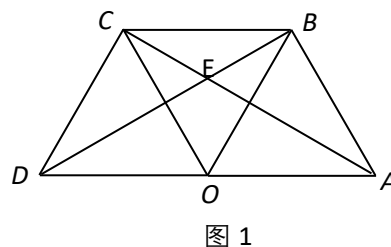
61. 两个大小不同的等腰直角三角形三角板如图 1 所示放置, 图 3 是由它抽象出的几何图形, B 、 C 、 E 在同一条直线上, 连结 DC .

- (1) 请找出图 3 中的全等三角形, 并给予证明 (说明: 结论中不得含有未标识的字母);
- (2) 证明: $DC \perp BE$.



62.

- (1) 如图 1, 点 O 是线段 AD 的中点, 分别以 AO 和 DO 为边在线段 AD 的同侧作等边三角形 OAB 和等边三角形 OCD , 连结 AC 和 BD , 相交于点 E , 连结 BC . 求 $\angle AEB$ 的大小;



(2)如图 2, $\triangle OAB$ 固定不动,保持 $\triangle OCD$ 的形状和大小不变,将 $\triangle OCD$ 绕着点 O 旋转($\triangle OAB$ 和 $\triangle OCD$ 不能重叠),求 $\angle AEB$ 的大小.

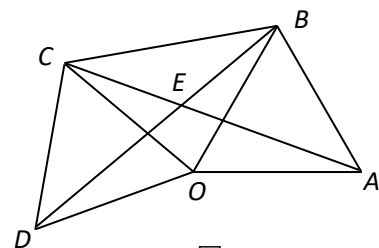
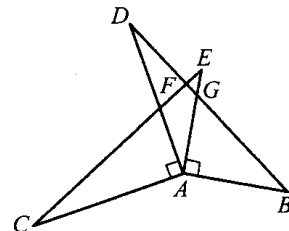
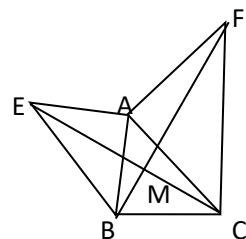


图 2

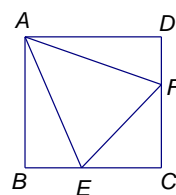
63. 如图, $AE \perp AB$, $AD \perp AC$, $AB = AE$, $\angle B = \angle E$,
求证 (1) $BD = CE$
(2) $BD \perp CE$. //此题答案在附页



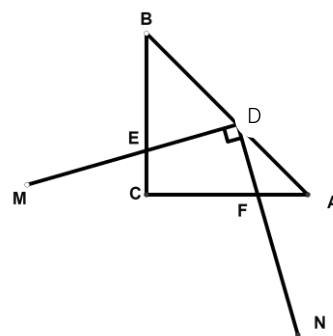
64. 如图所示,已知 $AE \perp AB$, $AF \perp AC$, $AE = AB$, $AF = AC$.
求证 (1) $EC = BF$
(2) $EC \perp BF$



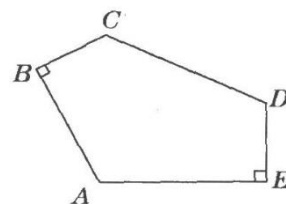
65. 正方形 ABCD 中, E 为 BC 上的一点, F 为 CD 上的一点, $BE + DF = EF$, 求 $\angle EAF$ 的度数. //此题答案在附页



66. D 为等腰 $\text{Rt}\triangle ABC$ 斜边 AB 的中点, $DM \perp DN$, DM, DN 分别交 BC, CA 于点 E, F.
(1) 当 $\angle MDN$ 绕点 D 转动时, 求证 $DE = DF$.
(2) 若 $AB = 3$, 求四边形 DECF 的面积.

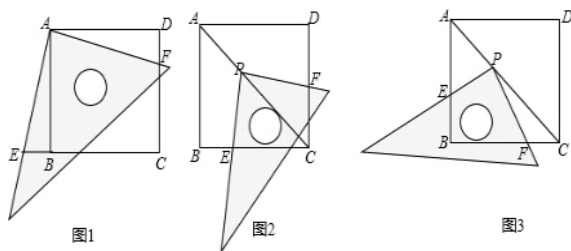


67. 如图, 已知 $AB = CD = AE = BC + DE = 3$, $\angle ABC = \angle AED = 90^\circ$, 求五边形 ABCDE 的面积
//此题答案在附页



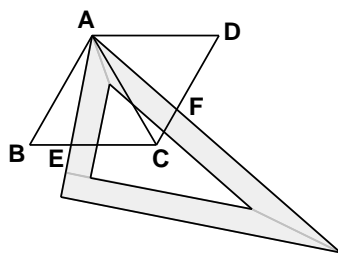
68.

- (1)如图 1,现有一正方形 ABCD,将三角尺的指直角顶点放在 A 点处,两条直角边也与 CB 的延长线、DC 分别交于点 E、F. 请你通过观察、测量,判断 AE 与 AF 之间的数量关系,并说明理由 .
- (2)将三角尺沿对角线平移到图 3 的位置,PE、PF 之间有怎样的数量关系,并说明理由 .
- (3)如果将三角尺旋转到图 3 的位置,PE、PF 之间是否还具有(2)中的数量关系? 如果有,请说明



69.用两个全等的等边三角形 $\triangle ABC$ 和 $\triangle ACD$ 拼成菱形 ABCD.把一个含 60° 角的三角尺与这个菱形叠合,使三角尺的 60° 角的顶点与点 A 重合,两边分别与 AB、AC 重合.将三角尺绕点 A 按逆时针方向旋转.

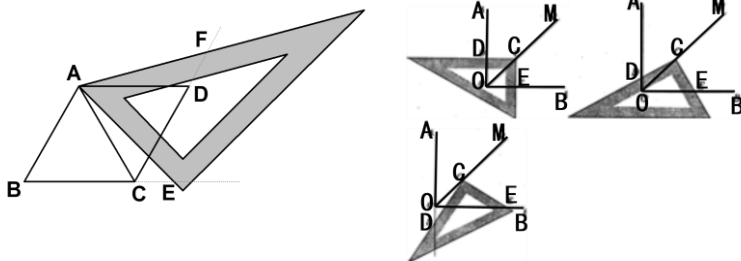
- (1)当三角尺的两边分别与菱形的两边 BC、CD 相交于点 E、F 时(如图所示),通过观察或测量 BE、CF 的长度,你能得出什么结论? 并证明你的结论;
- (2)当三角尺的两边分别与菱形的两边 BC、CD 的延长线相交于点 E、F 时 (如图所示),你在 (1) 中得到的结论还成立吗? 说明理由.



70.已知 $\angle AOB=90^\circ$, $\angle AOB$ 的平分线 OM 上有一点 C,将一个三角板的直角顶点与点 C 重合,它的两条直角边分别与 OA、OB 或它们的反向延长线相交于 D、E.

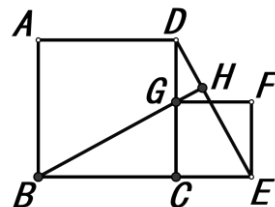
当三角形绕点 C 旋转到 CD 与 OA 垂直时 (如图 1), 易证: $CD=CE$

当三角板绕点 C 旋转到 CD 与 OA 不垂直时,在图 3 图 3 这两种情况下,上述结论是否成立,请给予证明,若不成立,请写出你的猜想,不需证明.



71.如图,正方形 ABCD 的边长为 1,G 为 CD 边上一动点 (点 G 与 C、D 不重合), 以 C 为一边向正方形 ABCD 外作正方形 GCEF,连接 DE 交 BG 的延长线于 H.

- (1)说明: $\triangle BCG \cong \triangle DCE$
- (2)BG 与 CD 有何关系? 为什么?
- (3)将正方形 GCEF 绕点 C 顺时针旋转,在旋转过程中, (1) 、 (3) 中的结论还成立吗? 画出一个图形,直接回答,不必说明理由.

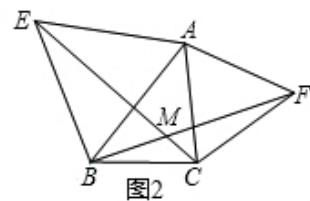
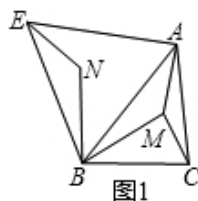


72.如图 1,点 M 为锐角三角形 ABC 内任意一点,连接 AM、BM、CM . 以 AB 为一边向外作等边三角形 $\triangle ABE$,将 BM 绕点 B 逆时针旋转 60° 得到 BN,连接 EN //此题答案在附页

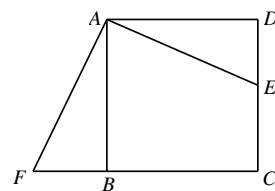
(1)求证: $\triangle AMB \cong \triangle ENB$

(2)若 $AM+BM+CM$ 的值最小,则称点 M 为 $\triangle ABC$ 的费尔马点 若点 M 为 $\triangle ABC$ 的费尔马点,试求此时 $\angle AMB$ 、 $\angle BMC$ 、 $\angle CMA$ 的度数

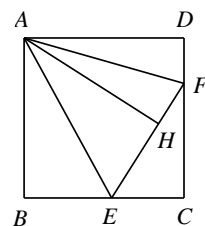
(3)小翔受以上启发,得到一个作锐角三角形费尔马点的简便方法:如图②,分别以 $\triangle ABC$ 的 AB、AC 为一边向外作等边 $\triangle ABE$ 和等边 $\triangle ACF$,连接 CE、BF,设交点为 M,则点 M 即为 $\triangle ABC$ 的费尔马点 . 试说明这种作法的依据



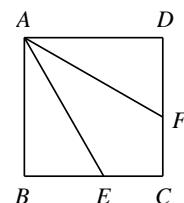
73.如图,已知点 E 是正方形 ABCD 的边 CD 上一点,点 F 是 CB 的延长线上一点,且 $EA \perp AF$,求证: $DE=BF$



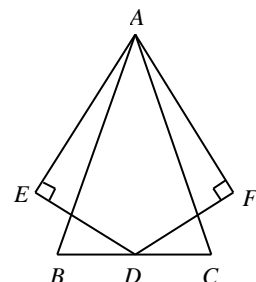
74.E、F 分别是正方形 ABCD 的边 BC、CD 上的点,且 $\angle EAF=45^\circ$, $AH \perp EF$, H 为垂足,求证: $AH=AB$



75.如图,正方形 ABCD 中, $\angle FAD = \angle FAE$. 求证: $BE+DF=AE$



76.如图,在等腰 $\triangle ABC$ 中, $AB=AC$, D 是 BC 的中点,过 A 作 $AE \perp DE$, $AF \perp DF$,且 $AE=AF$,求证: $\angle EDB = \angle FDC$



77.已知,如图, $\triangle ABC$ 是等边三角形,过 AC 边上的点 D 作 $DG \parallel BC$,交 AB 于点 G,在 GD 的延长线上取点 E,使 $DE=DC$,连接 AE,BD.

(1)求证: $\triangle AGE \cong \triangle DAB$;

(2)过点 E 作 $EF \parallel DB$,交 BC 于点 F,连 AF,求 $\angle AFE$ 的度数.

