50.

分析 (1)利用同角的余角相等得出∠CAD=∠BCE,进而根据 AAS 证明△ADC≌△CEB

(2)根据 AAS 证明△ADC≌△CEB 后,得其对应边相等,进而得到 ED=BE-AD

(3)根据 AAS 证明△ADC≌△CEB 后,得 DC=BE,AD=CE,又有 ED=CE+DC,进而得到 ED=AD+BE

解答

(1)证明:∵AD⊥CE,BE⊥CE

∴∠ADC=∠CEB=90°

∵∠ACD+∠ECB=90°,∠CAD+∠ACD=90°

∴∠CAD=∠BCE(同角的余角相等)

∵在△ADC 与△CEB 中

∠ADC=∠CEB ∠CAD=∠BCE AC=BC

∴△ADC≌△CEB(AAS).

(2)证明:∵AD⊥CE,BE⊥CE,

∴∠ADC=∠CEB=90°.

∵∠ACD+∠ECB=90°,∠CAD+∠ACD=90°,

∴∠CAD=∠BCE(同角的余角相等).

∵在△ADC 与△CEB 中

∠ADC=∠CEB ∠CAD=∠BCE AC=BC ,

∴△ADC≌△CEB(AAS).

∴DC=BE,AD=CE.

又∵ED=CD-CE,

∴ED=BE-AD.

(3)ED=AD+BE.

证明:∵AD⊥CE,BE⊥CE,

∴∠ADC=∠CEB=90°.

∵∠ACD+∠ECB=90°,∠CAD+∠ACD=90°,

∴∠CAD=∠BCE(同角的余角相等).

在△ADC 与△CEB 中

∠ADC=∠CEB ∠CAD=∠BCE AC=BC ,

∴△ADC≌△CEB(AAS).

∴DC=BE,AD=CE.

又∵ED=CE+DC,

∴ED=AD+BE

51.(3)

分析 (1)根据等腰三角形的两腰相等进行解答.

(2)证明△DOB≌△COA,根据全等三角形的对应边相等进行说明

解答:

(1)相等.

在图 1 中,∵△AOB,△COD 均是等腰直角三角形,∠AOB=∠COD=90°,

∴OA=OB,OC=OD,

∴0A-0C=0B-OD,

∴AC=BD;

(2)相等.

在图 3 中,0D=OC,∠DOB=∠COA,OB=OA,

∴△DOB≌△COA,

∴BD=AC

52.

分析 此题的两个小题思路是一致的;已知∠QAP=∠BAC,那么这两个等角同时减去同一个角(3 题是加上同一个角),来证得∠QAB=∠PAC; 而根据旋转的性质知:AP=AQ,且已知 AB=AC,即可由 SAS 证得△ABQ≌△ACP,进而得出 BQ=CP 的结论

解答:

(1)

∵∠QAP=∠BAC,

∴∠QAP-∠BAP=∠BAC-∠BAP,

即∠QAB=∠CAP;

在△BQA 和△CPA 中,

AQ=AP ∠QAB=∠CAP AB=AC ,

∴△BQA≌△CPA(SAS);

∴BQ=CP.

(2)BQ=CP 仍然成立,理由如下:

∵∠QAP=∠BAC,

∴∠QAP+∠PAB=∠BAC+∠PAB,

即∠QAB=∠PAC;

在△QAB 和△PAC 中,

AQ=AP ∠QAB=∠PAC AB=AC ,

∴△QAB≌△PAC(SAS),

∴BQ=CP

53.

分析 (1)根据外角的性质,得∠AFD=∠D+∠ABC,∠DCA=∠A+∠ABC,从而得出∠AFD=∠DCA;

(2)成立.由△ABC≌△DEF,可证明∠ABF=∠DEC.则△ABF≌△DEC,从而证出∠AFD=∠DCA;

(3)BO⊥AD.由△ABC≌△DEF,可证得点 B 在 AD 的垂直平分线上,进而证得点 O 在 AD 的垂直平分线上,则直线 BO 是 AD 的垂直平分线,即 BO⊥AD

解答:

(1)∠AFD=∠DCA（或相等）.

(2)∠AFD=∠DCA（或成立）,理由如下:

方法一:由△ABC≌△DEF,得 AB=DE,BC=EF (或 BF=EC) ,

∠ABC=∠DEF,∠BAC=∠EDF

∴∠ABC-∠FBC=∠DEF-∠CBF,

∴∠ABF=∠DEC.

在△ABF 和△DEC 中, AB=DE ∠ABF=∠DEC BF=EC

∴△ABF≌△DEC,∠BAF=∠EDC.

∴∠BAC-∠BAF=∠EDF-∠EDC,∠FAC=∠CDF.

∵∠AOD=∠FAC+∠AFD=∠CDF+∠DCA,

∴∠AFD=∠DCA.

方法二:连接 AD. 同方法一△ABF≌△DEC,

∴AF=DC.

由△ABC≌△DEF,得 FD=CA.

在△AFD≌△DCA, AF=DC FD=CA AD=DA

∴△AFD≌△DCA,∠AFD=∠DCA.

(3)如图,BO⊥AD.

方法一:由△ABC≌△DEF,点 B 与点 E 重合,

得∠BAC=∠BDF,BA=BD.

∴点 B 在 AD 的垂直平分线上,

且∠BAD=∠BDA.

∵∠OAD=∠BAD-∠BAC,∠ODA=∠BDA-∠BDF,

∴∠OAD=∠ODA.

∴OA=OD,点 O 在 AD 的垂直平分线上.

∴直线 BO 是 AD 的垂直平分线,BO⊥AD.

方法二:延长 BO 交 AD 于点 G,同方法一,OA=OD.

在△ABO 和△DBO 中, AB=DB BO=BO OA=OD

∴△ABO≌△DBO,∠ABO=∠DBO.

在△ABG 和△DBG 中, AB=DB ∠ABG=∠DBG BG=BG

∴△ABG≌△DBG,∠AGB=∠DGB=90°.

∴BO⊥AD

54

分析 延长 EB 使得 BG=DF,易证△ABG≌△ADF（SAS）可得 AF=AG,进而求证△AEG≌△AEF 可得∠EAG=∠EAF,再求出∠EAG+∠EAF=90°即可解题.

解答:

延长 EB 使得 BG=DF,

在△ABG 和△ADF 中,

由 AB=AD ∠ABG=∠ADF=90° BG=DF ,

可得△ABG≌△ADF（SAS）,

∴∠DAF=∠BAG,AF=AG,

又∵EF=DF+BE=EB+BG=EG,AE=AE,

∴△AEG≌△AEF（SSS）,

∴∠EAG=∠EAF,

∵∠DAF+∠EAF+∠BAE=90°

∴∠EAG+∠EAF=90°,

∴∠EAF=45°.

55.

分析 (1)连 CD,根据等腰直角三角形的性质得到 CD 平分∠ACB,CD⊥AB,∠A=45°,CD=DA,则∠BCD=45°,∠CDA=90°,由∠DM⊥DN 得∠EDF=90°,根据等角的余角相等得到∠CDE=∠ADF,根据全等三角形的判定易得△DCE≌△ADF,即可得到结论

(2)由△DCE≌△ADF,则 S△DCE=S△ADF,于是四边形 DECF 的面积=S△ACD,由而 AB=3 可得 CD=DA=1,根据三角形的面积公式易求得 S△ACD,从而得到四边形 DECF 的面积

解答

(1)连 CD,如图,

∵D 为等腰 Rt△ABC 斜边 AB 的中点,

∴CD 平分∠ACB,CD⊥AB,∠A=45°,CD=DA,

∴∠BCD=45°,∠CDA=90°,

∵∠DM⊥DN,

∴∠EDF=90°,

∴∠CDE=∠ADF,

在△DCE 和△ADF 中,

∠DCE=∠DAF DC=DA ∠CDE=∠ADF ,

∴△DCE≌△ADF,

∴DE=DF;

(2)∵△DCE≌△ADF,

∴$S_{\triangle DCE}=S_{\triangle ADF}$,

∴四边形 DECF 的面积=$S_{\triangle ACD}$,

而 AB=3

∴CD=DA=1,

∴四边形 DECF 的面积=$S_{\triangle ACD}$=13CD×DA=13

56.

解答

图 10-2 成立，图 10-3 不成立.

证明图 10-2.如图 10-4。

延长 DC 至点 K，使 CK=AK,连接 BK,

则△BAE≌△BCK ,

∴BE=BK,∠ABE=∠KBC,

∵∠FBE=60°,∠ABC=120''

∴∠FBC+∠ABE = 60°

∴∠FBC+∠KBC=60°,∴∠KBF=∠FBE= 60°

∴KBF≌EBF,∴KF=EF,∴KC+CF= EF,

即 AE+CF= EF,图 10- 3 不成立,

AE, CF, EF 的关系是 AE-CF= EF .

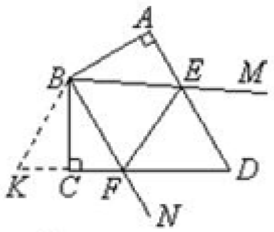


图 10—4

58.

分析 (1)由 DM=DN,∠MDN=60°,可证得△MDN 是等边三角形,又由△ABC 是等边三角形,CD=BD,易证得 Rt△BDM≌Rt△CDN,然后由直角三角形的性质,即可求得 BM、NC、MN 之间的数量关系 BM+NC=MN,此时 QL =33

(2)在 CN 的延长线上截取 CM1=BM,连接 DM1．可证△DBM≌△DCM1,即可得 DM=DM1,易证得∠CDN=∠MDN=60°,则可证得△MDN≌△M1DN,然后由全等三角形的性质,即可得结论仍然成立;

(3)首先在 CN 上截取 CM1=BM,连接 DM1,可证△DBM≌△DCM1,即可得 DM=DM1,然后证得∠CDN=∠MDN=60°,易证得△MDN≌△M1DN,则可得 NC-BM=MN

解答:

(1)如图 1,BM、NC、MN 之间的数量关系 BM+NC=MN．

此时 Q L =33

∵DM=DN,∠MDN=60°

∴△MDN 是等边三角形

∵△ABC 是等边三角形

∴∠A=60°

∵BD=CD,∠BDC=130°

∴∠BDC=∠DCB=30°

∴∠MBD=∠NCD=90°

∵DM=DN,BD=CD

∴Rt△BDM≌Rt△CDN

∴∠BDM=∠CDN=30°,BM=CN

∴DM=3BM,DN=3CN

∴MN=3BM=3CN=BM+CN

∴AM=A

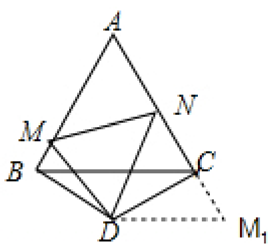
∴△AMN 是等边三角形

∵AB=AM+BM

∴AM:AB=3:3

∴Q L =33

(2)猜想:结论仍然成立



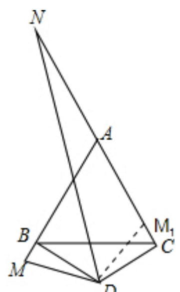


图3

在 CN 的延长线上截取 CM1=BM,连接 DM1

∵∠MBD=∠M1CD=90°,BD=CD

∴△DBM≌△DCM_1

∴DM=DM_1,∠MBD=∠M_1CD,M_1C=BM

∵∠MDN=60°,∠BDC=130°

∴∠M_1DN=∠MDN=60°

∴△MDN≌△M1DN

∴MN=M_1N=M_1C+NC=BM+NC

∴△AMN 的周长为

AM+MN+AN=AM+BM+CN+AN=AB+AC

∴QL=33

（3）证明:在 CN 上截取 CM_1=BM,连接 DM_1

可证△DBM≌△DCM_1

∴DM=DM_1

可证∠CDN=∠MDN=60°

∴△MDN≌△M_1DN

∴MN=M_1N

∴NC-BM=MN

59.

分析 (1)利用全等三角形的判定得出△ABE≌△ACF即可得出答案

(2)根据已知可以得出∠BAE=∠CAF,进而求出△ABE≌△ACF即可

(3)利用四边形AECF的面积S=S△AEC+S△ACF=S△AEC+S△ABE=S△ABC求出即可

解答

(1)得出结论是:BE=CF,
证明:∵∠BAC=∠EAF=60°,
∴∠BAC-∠EAC=∠EAF-∠EAC,
即:∠BAE=∠CAF,
又∵AB=AC,∠ABE=∠ACF=60°,
∴ ∠BAE=∠CAF AB=AC ∠ABE=∠ACF ,
∴△ABE≌△ACF（ASA）,
∴BE=CF,
(2)还成立,
证明:∵∠BAC=∠EAF=60°,
∴∠BAC+∠EAC=∠EAF+∠EAC,
即∠BAE=∠CAF,
又∵AB=AC,∠ABE=∠ACF=60°,
即 ∠BAE=∠CAF AB=AC ∠ABE=∠ACF ,
∴△ABE≌△ACF（ASA）,
∴BE=CF,
(3)证明:∵△ABE≌△ACF,
∴S△ABE=S△ACF,
∴四边形AECF的面积S=S△AEC+S△ACF=S△AEC+S△ABE=S△ABC;
而S△ABC=1 3 S菱形ABCD,
∴S=1 3 S菱形ABCD

60.

分析 (1)根据正方形的边的性质和直角可通过 SAS 判定△BCG≌△DCE,从而利用全等的性质得到∠BGC=∠DEC;

(2)连接 BD,解题关键是利用垂直平分线的性质得出 BD=BE,从而找到 BD= 3,CE=BE-BC= 3 -1,根据全等三角形的性质求解即可

解答

(1)证明:∵四边形 ABCD、GCEF 都是正方形,
∴BC=DC,∠BCG=∠DCE=90°,GC=EC
∴△BCG≌△DCE（3 分）
∴∠BGC=∠DEC（4 分）
(2)连接 BD
如果 BH 垂直平分 DE,则有 BD=BE（6 分）
∵BC=CD=1,
∴BD= 3 （8 分）
∴CE=BE-BC= 3 -1（9 分）
∴CG=CE= 3 -1
即当 CG= 3 -1 时,BH 垂直平分 DE

61.

分析 (1)此题根据△ABC 与△AED 均为等腰直角三角形,容易得到全等条件证明△ABE≌△ACD

(2)根据（1）的结论和已知条件可以证明 DC⊥BE

解答:

(1)∵△ABC 与△AED 均为等腰直角三角形
∴AB=AC,AE=AD,∠BAC=∠EAD=90°
∴∠BAC+∠CAE=∠EAD+∠CAE
即∠BAE=∠CAD
在△ABE 与△ACD 中
∵AB=AC,∠BAE=∠CAD,AE=AD
∴△ABE≌△ACD
(2)∵△ABE≌△ACD
∴∠ACD=∠ABE=45°
又∵∠ACB=45°
∴∠BCD=∠ACB+∠ACD=90°．
∴DC⊥BE．

63.

解答

(1)AE⊥AB,AD⊥AC ∠BAE=∠CAD
∠BAD=∠CAE．而 AB=AE,∠B=∠E,
∴△ABD≌△AEC．∴BD=CE．
(2)由△ABD≌△AEC 知∠B=∠E．
而∠AGB=∠EGF,∴∠EFG=∠EAB=90°,∴BD⊥CE．

65.

分析 延长 EB 使得 BG=DF,易证△ABG≌△ADF（SAS）可得 AF=AG,进而求证△AEG≌△AEF 可得∠EAG=∠EAF,再求出∠EAG+∠EAF=90°即可解题

解答

延长 EB 使得 BG=DF

在△ABG 和△ADF 中

由 AB=AD ∠ABG=∠ADF=90° BG=DF

可得△ABG≌△ADF（SAS）

∴∠DAF=∠BAG,AF=AG

又∵EF=DF+BE=EB+BG=EG,AE=AE

∴△AEG≌△AEF（SSS）

∴∠EAG=∠EAF

∵∠DAF+∠EAF+∠BAE=90°

∴∠EAG+∠EAF=90°

∴∠EAF=45°

67.

分析 可延长 DE 至 F,使 EF=BC,可得△ABC≌△AEF,连 AC,AD,AF,可将五边形 ABCDE 的面积转化为两个△ADF 的面积,进而求出结论．解答:解:延长 DE 至 F,使 EF=BC,连 AC,AD,AF

解答

∵AB=CD=AE=BC+DE,∠ABC=∠AED=90°

∴CD=EF+DE=DF

在 Rt△ABC 与 Rt△AEF 中

∵ AB=AE ∠ABC=∠AEF BC=EF ∴Rt△ABC≌Rt△AEF（SAS）

∴AC=AF

在△ACD 与△AFD 中

∵ AC=AF CD=DF AD=AD

∴△ACD≌△AFD（SSS）

∴S_{ABCDE}=3S△ADF=3×13×DF×AE=3×13×3×3=

:(*此处答案出现错误*

72.

分析 (1)结合等边三角形的性质,根据 SAS 可证△AMB≌△ENB

(2)连接 MN,由（1）的结论证明△BMN 为等边三角形,所以 BM=MN,即 AM+BM+CM=EN+MN+CM,所以当 E、N、M、C 四点共线时,AM+BM+CM 的值最小,从而可求此时∠AMB、∠BMC、∠CMA 的度数;

(3)根据（3）中费尔马点的定义,又△ABC 的费尔马点在线段 EC 上,同理也在线段 BF 上．因此线段 EC 与 BF 的交点即为△ABC 的费尔马点

解答

(1)证明:∵△ABE 为等边三角形

∴AB=BE,∠ABE=60°

而∠MBN=60°

∴∠ABM=∠EBN

又∵BM=BN

∴△AMB≌△ENB

(2)连接 MN,由（1）知,AM=EN

∵∠MBN=60°,BM=BN

∴△BMN 为等边三角形

∴BM=MN

∴AM+BM+CM=EN+MN+C

∴当 E、N、M、C 四点共线时,AM+BM+CM 的值最小

此时,∠BMC=180°-∠NMB=130°

∠AMB=∠ENB=180°-∠BNM=130°,

∠AMC=360°-∠BMC-∠AMB=130°

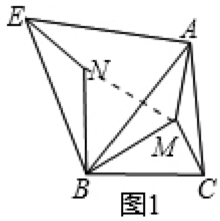


图1

(3)由（3）知,△ABC 的费尔马点在线段 EC 上,同理也在线段 BF 上．

因此线段 EC 与 BF 的交点即为△ABC 的费尔马点．

77.

解答

(1)证明:∵△ABC 是等边三角形,DG∥BC,

∴∠AGD=∠ABC=60°,∠ADG=∠ACB=60°,且∠BAC=60°,

∴△AGD 是等边三角形,

AG=GD=AD,∠AGD=60°.

∵DE=DC,∴GE=GD+DE=AD+DC=AC=AB,

∴在△AGE 与△DAB 中, GE=AB

∠AGD=∠BAD

AG=DA

,∴△AGE≌△DAB(SAS);

(2)解:由(1)知 AE=BD,∠ABD=∠AEG.

∵EF∥DB,DG∥BC,

∴四边形 BFED 是平行四边形.

∴EF=BD,∴EF=AE.

∵∠DBC=∠DEF,

∴∠ABD+∠DBC=∠AEG+∠DEF,即∠AEF=∠ABC=60°.

∴△AFE 是等边三角形,∠AFE=60°.