



# 沈阳工业大学

SHENYANG UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

## 数字电子技术

沈阳工业大学  
电子技术教研室

**05**  
PART FIVE

▶ **知识点5 卡诺图逻辑函数的化简**



**沈阳工业大学**  
SHENYANG UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



## 卡诺图逻辑函数的化简

### 逻辑函数的卡诺图表示法

- 实质：将逻辑函数的最小项之和的以图形的方式表示出来
- 以 $2^n$ 个小方块分别代表  $n$  变量的所有最小项，并将它们排列成矩阵，而且使几何位置相邻的两个最小项在逻辑上也是相邻的（只有一个变量不同），就得到表示  $n$  变量全部最小项的卡诺图。



## 表示最小项的卡诺图

- 二变量卡诺图

		$B$	
		0	1
$A$	0	$A'B'$ $m_0$	$A'B$ $m_1$
	1	$AB'$ $m_2$	$AB$ $m_3$

## 三变量的卡诺图



## 表示最小项的卡诺图

- 二变量卡诺图

A \ B	0	1
0	$A'B'$ $m_0$	$A'B$ $m_1$
1	$AB'$ $m_2$	$AB$ $m_3$

## 三变量的卡诺图

A \ BC	00	01	11	10
0	$m_0$	$m_1$	$m_3$	$m_2$
1	$m_4$	$m_5$	$m_7$	$m_6$





## 表示最小项的卡诺图

- 二变量卡诺图

		$B$	
		0	1
$A$	0	$A'B'$ $m_0$	$A'B$ $m_1$
	1	$AB'$ $m_2$	$AB$ $m_3$

- 三变量的卡诺图

		$BC$			
		00	01	11	10
$A$	0	$m_0$	$m_1$	$m_3$	$m_2$
	1	$m_4$	$m_5$	$m_7$	$m_6$

- 4变量的卡诺图

		$CD$			
		00	01	11	10
$AB$	00	$m_0$	$m_1$	$m_3$	$m_2$
	01	$m_4$	$m_5$	$m_7$	$m_6$
	11	$m_{12}$	$m_{13}$	$m_{15}$	$m_{14}$
	10	$m_8$	$m_9$	$m_{11}$	$m_{10}$



- 五变量的卡诺图

$AB \backslash CDE$									
		000	001	011	010	110	111	101	100
00		$m_0$	$m_1$	$m_3$	$m_2$	$m_6$	$m_7$	$m_5$	$m_4$
01		$m_8$	$m_9$	$m_{11}$	$m_{10}$	$m_{14}$	$m_{15}$	$m_{13}$	$m_{12}$
11		$m_{24}$	$m_{25}$	$m_{27}$	$m_{26}$	$m_{30}$	$m_{31}$	$m_{29}$	$m_{28}$
10		$m_{16}$	$m_{17}$	$m_{19}$	$m_{18}$	$m_{22}$	$m_{23}$	$m_{21}$	$m_{20}$



## 用卡诺图表示逻辑函数

1. 将函数表示为最小项之和的形式  $\sum m_i$
2. 在卡诺图上与这些最小项对应的位置上添入1, 其余地方添0。





## 用卡诺图表示逻辑函数

例：

$$\begin{aligned} Y(A, B, C, D) &= A'B'C'D + A'BD' + AB' \\ &= A'B'C'D + (C + C')A'BD' + AB'[(CD)' + C'D + CD' + CD] \\ &= \sum m(1, 4, 6, 8, 9, 10, 11, 15) \end{aligned}$$



## 用卡诺图表示逻辑函数

$AB \backslash CD$					
		00	01	11	10
00	0	1	0	0	
01	1	0	0	1	
11	0	0	1	0	
10	1	1	1	1	



## 用卡诺图化简函数

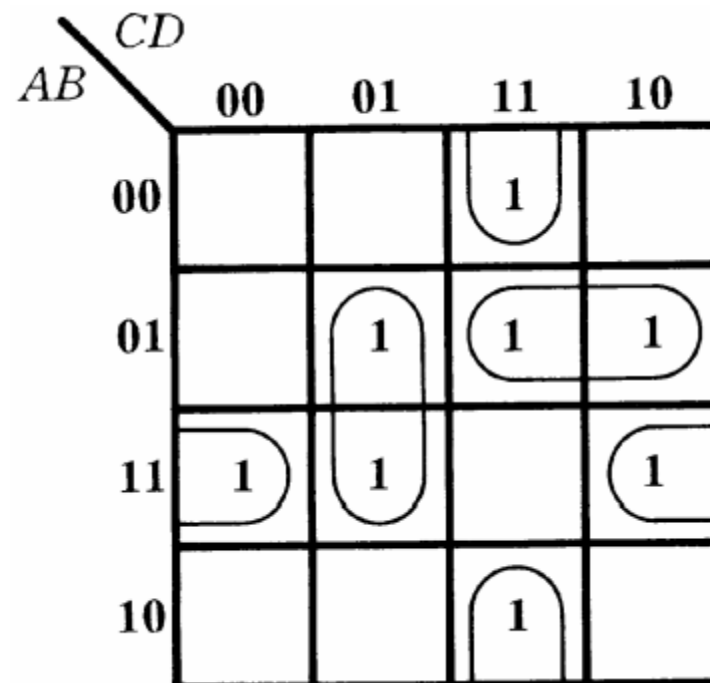
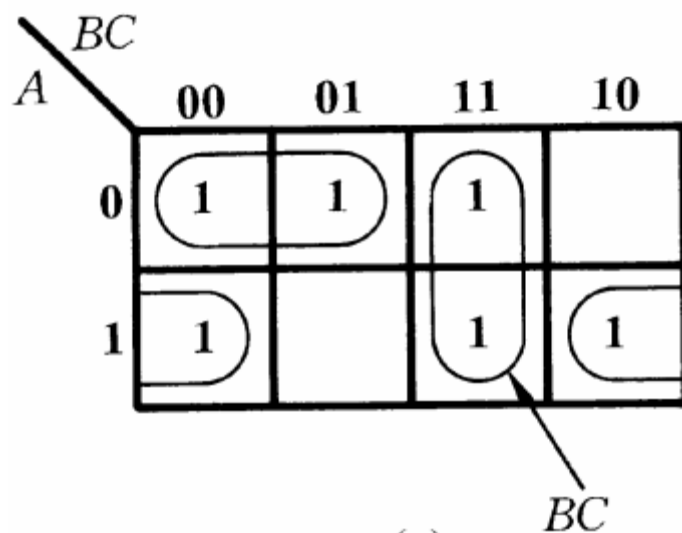
- 依据：具有相邻性的最小项可合并，消去不同因子。
- 在卡诺图中，最小项的相邻性可以从图形中直观地反映出来。



- 合并最小项的原则：
  - 两个相邻最小项可合并为一项，消去一对因子
  - 四个排成矩形的相邻最小项可合并为一项，消去两对因子
  - 八个相邻最小项可合并为一项，消去三对因子



两个相邻最小项可合并为一项，  
消去一对因子





## 用卡诺图化简函数

- 化简步骤：
  - 用卡诺图表示逻辑函数
  - 找出可合并的最小项
  - 化简后的乘积项相加  
(项数最少, 每项因子最少)





## 卡诺图化简的原则

- 化简后的乘积项应包含函数式的所有最小项，即覆盖图中所有的1。
- 乘积项的数目最少，即圈成的矩形最少。
- 每个乘积项因子最少，即圈成的矩形最大。



例:  $Y(A,B,C) = AC' + A'C + B'C + BC'$

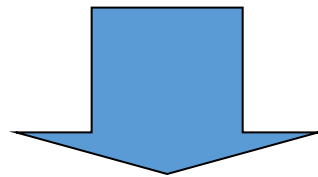
A \ BC	00		01	1 1	1 0
	0				
1					



例:  $Y(A,B,C) = AC' + A'C + B'C + BC'$

A \ BC				
	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	1	1	0	1

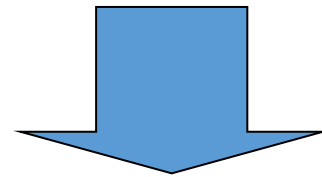
$AB' + A'C + BC'$





例:  $Y(A,B,C) = AC' + A'C + B'C + BC'$

A \ BC	BC			
	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	1	1	0	1

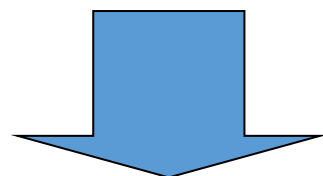


$$AC' + A'B + B'C$$



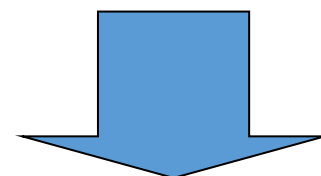
例:  $Y(A,B,C) = AC' + A'C + B'C + BC'$

A \ BC				
	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	1	1	0	1



$$AB' + A'C + BC'$$

A \ BC				
	00	01	11	10
0	0	1	1	1
1	1	1	0	1



$$AC' + A'B + B'C$$

化简结果不唯一



例:  $Y = ABC + ABD + AC'D + C' \cdot D' + AB'C + A'CD'$

		CD			
		00	01	11	10
AB	00				
	01				
	11				
	10				





例:  $Y = ABC + ABD + AC'D + C' \cdot D' + AB'C + A'CD'$

		CD			
		00	01	11	10
AB	00	1	0	0	1
	01	1	0	0	1
	11	1	1	1	1
	10	1	1	1	1

$$A + D'$$



知识要点：卡诺图化简的原理和方法

知识难点：用卡诺图表述和简化实际问题