

Алгоритм построения согласованной кластерной ранжировки

20 ноября 2025 г.

Основные шаги алгоритма

1. Подготовка матриц

- Исходные данные: матрицы отношений Y_A и Y_B
- Построение транспонированных матриц Y'_A и Y'_B

2. Выявление противоречий

- Вычисление матрицы противоречий: $P = (Y_A \circ Y'_B) \vee (Y'_A \circ Y_B)$
- Определение ядра противоречий $S(A, B)$ - пар объектов с $p_{ij} = 0$

3. Построение согласованного порядка

- Матрица согласованного порядка: $C = Y_A \circ Y_B$
- Учет противоречий: для $(i, j) \in S(A, B)$ устанавливаем $c_{ij} = c_{ji} = 1$

4. Определение кластеров

- Матрица эквивалентности: $E = C \circ C^T$
- Нахождение транзитивного замыкания E^* алгоритмом Уоршелла
- Выделение кластеров как компонент связности графа E^*

5. Упорядочивание кластеров

- Попарное сравнение кластеров по матрице C
- Определение отношения порядка между кластерами

6. Формирование результата

- Построение итоговой кластерной ранжировки $f(A, B)$
- Запись объектов в порядке, полученном на предыдущем шаге

Ключевые особенности

- Противоречивые объекты объединяются в общие кластеры
- Порядок между кластерами сохраняется из исходных ранжировок
- Алгоритм Уоршелла обеспечивает транзитивность отношений эквивалентности
- Результат - непротиворечивая кластерная ранжировка, учитывающая обе экспертные оценки

Пример реализации

Для примера из лекции с 10 объектами:

1. **Вход:** Y_A, Y_B - матрицы отношений экспертов
2. **Шаг 2:** $S(A, B) = \{(1, 3), (2, 4)\}$ - ядро противоречий
3. **Шаг 4:** Модифицируем C : $c_{1,3} = c_{3,1} = c_{2,4} = c_{4,2} = 1$
4. **Шаг 5-6:** E^* показывает компоненты связности
5. **Шаг 7:** Кластеры: $\{1, 3\}, \{2, 4\}, \{5, 7\}, \{6\}, \{8\}, \{9\}, \{10\}$
6. **Шаг 8-9:** $f(A, B) = [\{1, 3\} < \{2, 4\} < 6 < \{5, 7\} < 8 < 9 < 10]$