Segundo examen parcial

✏ Hora de entrega: **12h30**.

Apellido y nombre:

Legajo: DNI: Comisión: Carrera:

1. Sean $f(x) = \dfrac{1}{x^2-1}$ y g una función tal que $g(0) = 1$, $g'(0) = -1$, $g(-1) = 1$ y g es derivable en $x = -1$. Responder verdadero (**V**) o falso (**F**) en cada uno de los siguientes enunciados:

   ☐ $\displaystyle\lim_{x\to -1^+} f(x).g(x) = +\infty$.

   ☐ $f'(x) = -\dfrac{2x}{(x^2-1)^2}, \forall x \in \mathbb{R} - \{-1, 1\}$.

   ☐ $\displaystyle\lim_{x\to 0} \frac{1}{x} f(x).(g(x)-1) = 1$.

   ☐ Si $h(x) = (g \circ f)(x)$ entonces $(h.g)'(0) = -1$.

2. Sea f la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{\operatorname{sen}(x+4)}{x+4} & \text{si } x < -4, \\ 1 & \text{si } x \in [-4, -2], \\ \dfrac{x^3+4x^2+6x+3}{(x+2)(x+1)} & \text{si } x \in (-2, -1) \cup (-1, +\infty). \end{cases}$$

   a) ¿Es -1 raíz de $x^3 + 4x^2 + 6x + 3$?

   b) Determinar todos los puntos de continuidad de f. Justificar adecuadamente.

   c) Clasificar las discontinuidades de f.

   d) Hallar, si existen, todas las asíntotas de f (verticales, horizontales y oblicuas).

   e) Sea $g(x) = -(x+2)^2$. Determinar si $f \circ g$ es continua en $a = 0$. Justificar la respuesta.

3. Sea $h(x) = -\cos(2x+1) + 3 \operatorname{arc\,sen}\left(\dfrac{4}{x}\right)$.

   a) Hallar el dominio de la función h.

   b) Analizar, justificando adecuadamente, la derivabilidad de la función h.

   c) Determinar dominio y ley de la función h'.

4. Demostrar que las gráficas de las funciones $f(x) = x^3$ y $g(x) = 3x^2 - 1$ se cortan exactamente dos veces en el intervalo $[-1, 1]$.

Segundo examen parcial

✏ Hora de entrega: **12h30**.

Apellido y nombre:

Legajo: DNI: Comisión: Carrera:

---

1. Sean $f(x) = \dfrac{8}{x^2-4}$ y g una función tal que $g(0) = 2$, $g'(0) = -2$, $g(-2) = 1$ y g es derivable en $x = -2$. Responder verdadero (**V**) o falso (**F**) en cada uno de los siguientes enunciados:

   ☐ $f'(x) = -\dfrac{16x}{(x^2-4)^2}, \forall x \in \mathbb{R} - \{-2, 2\}$.

   ☐ Si $h(x) = (g \circ f)(x)$ entonces $(h.g)'(0) = -2$.

   ☐ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1}{x} f(x).(g(x) - 2) = 4$.

   ☐ $\lim\limits_{x\to -2^+} f(x).g(x) = +\infty$.

2. Sea f la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3 - x^2 - 3x + 2}{(x-2)(x-1)} & \text{si } x \in (-\infty, 1) \cup (1, 2), \\ 1 & \text{si } x \in [2, 4], \\ \dfrac{\operatorname{sen}(x-4)}{x-4} & \text{si } x > 4. \end{cases}$$

   a) ¿Es 2 raíz de $x^3 - x^2 - 3x + 2$?

   b) Determinar todos los puntos de continuidad de f. Justificar adecuadamente.

   c) Clasificar las discontinuidades de f.

   d) Hallar, si existen, todas las asíntotas de f (verticales, horizontales y oblicuas).

   e) Sea $g(x) = (x+2)^2$. Determinar si $f \circ g$ es continua en $a = 0$. Justificar la respuesta.

3. Sea $g(x) = 4 \operatorname{arc\,sen}\left(\dfrac{3}{x}\right) - \cos(3x - 1)$.

   a) Hallar el dominio de la función g.

   b) Analizar, justificando adecuadamente, la derivabilidad de la función g.

   c) Determinar dominio y ley de la función g'.

4. Demostrar que las gráficas de las funciones $f(x) = 4x^2$ y $g(x) = x^4 + 2$ se cortan exactamente dos veces en el intervalo $[-1, 1]$.

Segundo examen parcial

✏ Hora de entrega: **12h30**.

Apellido y nombre:

Legajo: DNI: Comisión: Carrera:

---

1. Sean $f(x) = \dfrac{2\sqrt{2}}{x^2-2}$ y g una función tal que $g(0) = 2$, $g'(0) = -\sqrt{2}$, $g(-\sqrt{2}) = 1$ y g es derivable en $x = -\sqrt{2}$. Responder verdadero (**V**) o falso (**F**) en cada uno de los siguientes enunciados:

   - ☐ $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{1}{x} f(x).(g(x)-2) = 2.$
   - ☐ Si $h(x) = (g \circ f)(x)$ entonces $(h.g)'(0) = -\sqrt{2}$.
   - ☐ $f'(x) = -\dfrac{4\sqrt{2}x}{(x^2-2)^2}, \forall x \in \mathbb{R} - \{-\sqrt{2}, \sqrt{2}\}.$
   - ☐ $\lim\limits_{x\to -\sqrt{2}^+} f(x).g(x) = +\infty.$

2. Sea f la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{x^3+x^2-x-1}{(x+2)(x-1)} & \text{si } x \in (-\infty,-2) \cup (-2,1), \\ 2 & \text{si } x \in [1,4], \\ 1 + \dfrac{\operatorname{sen}(x-4)}{x-4} & \text{si } x > 4. \end{cases}$$

   a) ¿Es 1 raíz de x^3+x^2-x-1?

   b) Determinar todos los puntos de continuidad de f. Justificar adecuadamente.

   c) Clasificar las discontinuidades de f.

   d) Hallar, si existen, todas las asíntotas de f (verticales, horizontales y oblicuas).

   e) Sea $g(x) = (x+2)^2$. Determinar si $f \circ g$ es continua en $a = 0$. Justificar la respuesta.

3. Sea $w(x) = \cos(1-x) - 5 \operatorname{arc\,sen}\left(\dfrac{3}{x}\right)$.

   a) Hallar el dominio de la función w.

   b) Analizar, justificando adecuadamente, la derivabilidad de la función w.

   c) Determinar dominio y ley de la función w'.

4. Demostrar que las gráficas de las funciones $f(x) = 3x^2$ y $g(x) = x^3+1$ se cortan exactamente dos veces en el intervalo $[-1,1]$.