Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO
Av. Pellegrini 250. S2000BTP Rosario. Sta. Fe

Análisis Matemático I - PM - LM - LCC - PF - LF - 2022

Examen final - Primera etapa

Estudiantes en condición libre ✏ Hora de entrega: **11:25hs.**

Apellido y nombre:

Legajo: DNI: Carrera:

---

1. Analizar el valor de verdad de las siguientes proposiciones. Justificar adecuadamente.

   -a- Si f es una función continua y par en $\mathbb{R}$, entonces $\int_{-2}^{2} xf(x)dx = 0$.

   -b- Los gráficos de $f(x) = 1 - \frac{x}{\pi}$ y de $g(x) = \operatorname{sen}(x)$ se cortan en exactamente un punto.

   -c- $\int_{\pi^2/4}^{\pi^2} \frac{\operatorname{sen}(\sqrt{x})}{\sqrt{x}}dx = 2\cos(\pi^2/4) - 2\cos(\pi^2)$.

   -d- La recta tangente a la curva $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 20$ en $x = -2$ es perpendicular a la recta $y = 1 - \frac{x}{24}$.

   -e- f es una función tal que $|f(x)| \leqq \operatorname{sen}^2(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Entonces $\lim_{x\to 3\pi} f(x) = 0$.

   -f- Dadas las funciones $u(x) = \tan(x)$, $v(x) = \frac{x^2+2}{1-x^2}$, $v \circ u$ tiene una discontinuidad evitable en $x = \frac{\pi}{4}$.

2. Sea la función F dada por
$$F(x) = \frac{x+1}{(x^2+2x+2)^3}.$$
   I. Mostrar su familia de primitivas, justificando el procedimiento.
   II. Elegir la primitiva de la función F cuya gráfica pasa por el punto $(-1, 1)$.

3. Una globo esférico se infla de tal forma que su radio aumenta a razón de 1mm por segundo. ¿A qué velocidad cambia su volumen cuando su radio es de 3cm?

4. Sea la función $h : (0, +\infty) \to \mathbb{R}$ de la forma
$$h(x) = \frac{ax}{x^2+bx}.$$
   Determinar las constantes a y b de manera que $h'(2) = \frac{-2}{9}$ y $\left(h^{-1}\right)'(1) = -2$.

5. Sea la función g definida por
$$g(a) = \lim_{x\to+\infty} \sqrt{(x+a^2)(a+x)} - x.$$
   Encontrar la ley y el dominio de g e indicar los intervalos de monotonía. Justificar todo el desarrollo.

ESCUELA DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Av. Pellegrini 250. Rosario
+54 0341 - 480 2649 internos 216 - 119

Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura
UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO
Av. Pellegrini 250. S2000BTP Rosario. Sta. Fe

Examen final - Primera etapa

Estudiantes en condición regular ✏ Hora de entrega: **10:25hs.**

Apellido y nombre:

Legajo: DNI: Carrera:

1. Analizar el valor de verdad de las siguientes proposiciones. Justificar adecuadamente.

   -a- Si f es una función continua y par en $\mathbb{R}$, entonces $\int_{-2}^{2} xf(x)dx = 0$.

   -b- Los gráficos de $f(x) = 1 - \frac{x}{\pi}$ y de $g(x) = \operatorname{sen}(x)$ se cortan en exactamente un punto.

   -c- $\int_{\pi^2/4}^{\pi^2} \frac{\operatorname{sen}(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx = 2\cos(\pi^2/4) - 2\cos(\pi^2)$.

   -d- La recta tangente a la curva $y = 2x^3 - 3x^2 - 12x + 20$ en $x = -2$ es perpendicular a la recta $y = 1 - \frac{x}{24}$.

   -e- f es una función tal que $|f(x)| \leqq \operatorname{sen}^2(x)$, $\forall x \in \mathbb{R}$. Entonces $\lim_{x \to 3\pi} f(x) = 0$.

   -f- Dadas las funciones $u(x) = \tan(x)$, $v(x) = \frac{x^2+2}{1-x^2}$, $v \circ u$ tiene una discontinuidad evitable en $x = \frac{\pi}{4}$.

2. Sea la función F dada por
$$F(x) = \frac{x+1}{(x^2+2x+2)^3}.$$

   I. Mostrar su familia de primitivas, justificando el procedimiento.

   II. Elegir la primitiva de la función F cuya gráfica pasa por el punto $(-1, 1)$.

3. Una globo esférico se infla de tal forma que su radio aumenta a razón de 1mm por segundo. ¿A qué velocidad cambia su volumen cuando su radio es de 3cm?

ESCUELA DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Av. Pellegrini 250. Rosario
+54 0341 - 480 2649 internos 216 - 119