PRÁCTICA 5: *Funciones Recursivas de Listas*

Pablo Verdes Dante Zanarini Alejandro Hernández Valeria Pérez Mogetta Natalia Colussi

1. Calcular, si es posible:

   (a) $\langle \square_i \square_d \rangle \, [1, 3, 5, 7, 9, 2, 3, 7, 5, 9, 9]$

   (b) $\langle \square_i \square_d \rangle \, [1, 2, 3, 4, 5, 6]$

   (c) $O_d \, \langle \lhd O_d \rhd \rangle \, \square_d \, [5, X]$

   (d) $\rhd \, \langle \rhd O_i \lhd S_i \rangle \lhd [x, y, Z]$

2. ¿Cuál es el dominio de las siguientes funciones?

   (a) $\langle \lhd \rangle$

   (b) $O_d \, \langle \square_d \rhd O_d \rangle \, \square_d$

   (c) $\langle S_i \rangle$

   (d) $\langle \square_d \square_i \rangle$

   (e) $O_d \, \langle S_i S_i \rangle$

   (f) $O_d \, \langle \rhd \square_i \lhd \rangle$

3. Construya las siguientes funciones:

   (a) Constante a izquierda: $k_i \, [X] = [k, X]$

   (b) Constante a derecha: $k_d \, [X] = [X, k]$

   (c) Pasar a izquierda: $\lhd \, [Y, x] = [x, Y]$

   (d) Pasar a derecha: $\rhd \, [x, Y] = [Y, x]$

   (e) Duplicar a izquierda: $D_i \, [x, Y] = [x, x, Y]$

   (f) Duplicar a derecha: $D_d \, [Y, x] = [Y, x, x]$

   (g) Sucesor a izquierda persistente: $\widetilde{S}_i \, [x, Y] = [x + 1, x, Y]$

   (h) Predecesor a izquierda: $P_i \, [x, Y] = [x - 1, Y]$

   (i) Predecesor a izquierda persistente: $\widetilde{P}_i \, [x, Y] = [x - 1, x, Y]$

   (j) Predecesor a izquierda acotado: $\widehat{P}_i \, [x, Y] = \begin{cases} [x - 1, Y] & x \neq 0 \\ [0, Y] & x = 0 \end{cases}$

(k) Intercambiar extremos: $\leftrightarrow [x, Y, z] = [z, Y, x]$

(l) Suma a izquierda: $\Sigma_i [x, y, Z] = [x + y, Z]$

(m) Suma a izquierda persistente: $\widetilde{\Sigma}_i [x, y, Z] = [x + y, x, y, Z]$

(n) Resta a izquierda: $R_i [x, y, Z] = [x - y, Z]$

(o) Resta a izquierda persistente: $\widetilde{R}_i [x, y, Z] = [x - y, x, y, Z]$

(p) Resta a izquierda acotada: $\widehat{R}_i [x, y, Z] = \begin{cases} [x - y, Y] & x \geq y \\ [0, Y] & x < y \end{cases}$

(q) Producto a izquierda: $\Pi_i [x, y, Z] = [xy, Z]$

(r) Producto a izquierda persistente: $\widetilde{\Pi}_i [x, y, Z] = [xy, x, y, Z]$

(s) Exponencial a izquierda extendido: $\widehat{E}_i [x, y, Z] = \begin{cases} [1, Z] & x = y = 0 \\ [x^y, Z] & \text{en caso contrario} \end{cases}$

(t) Distinguidora del cero a izquierda: $D_0 [x, Y] = \begin{cases} [0, Y] & x \neq 0 \\ [1, Y] & x = 0 \end{cases}$

4. Construya funciones con los siguientes dominios:

(a) $\mathcal{L}^{\geq 2}$

(b) $\{[x, Y, z] \in \mathcal{L} \mid x = z\}$

(c) $\{[x, y, Z] \in \mathcal{L} \mid x \text{ divide a } y\}$

(d) $\left\{[x, y, Z] \in \mathcal{L}^{\geq 2} \mid x + y \neq 0\right\}$

(e) $\left\{[x, Z] \in \mathcal{L}^{\geq 1} \mid x \leq a \wedge x \geq b\right\}$

5. Construya las siguientes funciones:

(a) $F_1 [x, Y] = [1 + 2x + x^2, Y]$

(b) $F_2 [x_1, x_2, \ldots, x_n, Y, z_1, z_2, \ldots, z_m] = [z_1, z_2, \ldots, z_m, Y, x_1, x_2, \ldots, x_n]$

(c) $F_3 [x, y, Z] = \left[Z, \underbrace{y, y, \ldots, y}_{x \text{ veces}}\right]$

(d) $F_4 [x, Y] = [1, 2, 3, \ldots, x, Y]$

(e) $F_5 [x_1, x_2, \ldots, x_n, Y] = [1x_1, 2x_2, \ldots, nx_n, Y]$

(f) $F_6\,[x, Y] = \begin{cases} [z, Y] & x = 2z \\ \text{indefinida} & \text{en caso contrario} \end{cases}$

(g) $F_7\,[x, y, Z] = \begin{cases} [x, x^2, x^3, Z] & \text{si } x + y \text{ es impar} \\ \text{indefinida} & \text{en caso contrario} \end{cases}$

(h) $F_8\,[n, Y] = [S_n, n, Y]$, donde S_n es el n-ésimo número de la sucesión de Fibonacci, dada por:

$$S_0 = 0,\ S_1 = 1,\ S_n = S_{n-1} + S_{n-2}$$

(i) $F_9\,[Z] = [\,]$

6. Sea Q un predicado unario.

(a) Definir $F\,[x, Y] = \begin{cases} G\,[x, Y] & \text{si se cumple } Q\,(x) \\ H\,[x, Y] & \text{si no} \end{cases}$

Nótese que aún si G y H fueran funciones destructivas (podrían devolver una lista que no tenga ni x, ni Y, o incluso la lista vacía) la definición de F debe seguir siendo válida.

(b) Utilice el resultado del ejercicio anterior para definir $F\,[x, Y] = \begin{cases} [x + 1, Y] & \text{si } x < 5 \\ [x - 1, Y] & \text{si } x \geq 5 \end{cases}$