



Facultad de Ciencias Exactas, Ingeniería y Agrimensura UNIVERSIDAD NACIONAL DE ROSARIO

Av. Pellegrini 250. S2000BTP Rosario. Sta. Fe

Análisis Matemático I - ECEN - 2022

Examen final - 14/12/2022

Hora de entrega: 10h30.

Apellido y nombre:

DNI: Legajo:

Comisión:

Carrera:

1. Calcule el valor de la integral

$$\int_{1}^{e} \frac{1}{x} \cos\left(\frac{\pi \ln x}{2}\right) dx.$$

2. Calcule los siguientes límites, justificando detalladamente.

a)
$$\lim_{x \to 0} \frac{(x+1)\tan x}{x}$$
.
b) $\lim_{x \to 1^+} \frac{x+1}{x^2+x-2}$.

b)
$$\lim_{x \to 1^+} \frac{x+1}{x^2+x-2}$$

c)
$$\lim_{x \to -\infty} \frac{x^3 + x^2 \cos x}{x^2 + 1}$$

3. Pruebe que la ecuación polinómica

$$x^{101} + x^{51} + x + 1 = 0$$

tiene una única solución real.

4. Una lámina cuadrada se contrae de manera tal que su perímetro disminuye a razón de $2~\mathrm{cm/min}$. Determine la razón de cambio del área de la lámina cuando el perímetro es de $10~\mathrm{cm}$.

Complemento para alumnos libres

5. Sea

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + 1}{ax + b}, & \text{si } x > 0\\ \arctan(x + \cos(x)), & \text{si } x \leqslant 0 \end{cases}$$

- a) Para $x \neq 0$, decidir si f es derivable y si lo es, halle la ley de f'.
- b) Halle todos los $a, b \in \mathbb{R}$ tales que f es derivable en x = 0. Para los valores a, b hallados:
- c) Halle la recta tangente en x = 0.
- d) Determine las asíntotas de f.
- 6. Determine si cada una de las siguientes proposiciones es verdadera o falsa. Justifique su respuesta.
 - a) Si $f(x) = -2x^2 \sin(x^2) e^{x^2}$, entonces $\int f(x) = \cos(x^2) e^{x^2} + c$.
 - b) Sea f una función continua en [0,1] y derivable en (0,1). Si f(0)=0 y $f'(x)\leqslant 1$, para todo $x \in (0,1)$, entonces $f(x) \leq x$, para todo $x \in [0,1]$.
 - c) Si f y g son funciones discontinuas en a, entonces f + g es discontinua en a.
 - d) Sea f una función derivable en $\mathbb{R}\setminus\{0\}$. Si $\lim_{x\to 0^-}f'(x)=\lim_{x\to 0^+}f'(x)=c\in\mathbb{R}$, entonces f es derivable en x = 0 y f'(0) = c.

ESCUELA DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA Av. Pellegrini 250. Rosario +54 0341 - 480 2649 internos 216 - 119