Examen final - 21/12/2022 ✏ Hora de entrega: **10h30.**

Apellido y nombre:

Legajo: DNI: Comisión: Carrera:

---

1. Determine las primitivas de las siguientes funciones:

   a) $f_1(x) = \tan(x)$

   b) $f_2(x) = \dfrac{1}{x^2+3x-4}$

2. Dada la función
$$f(x) = \begin{cases} a\cos x + b, & x \geqslant \frac{\pi}{2} \\ \left(x-\frac{\pi}{2}\right)^2 + \operatorname{sen}\left(x-\frac{\pi}{2}\right), & x < \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

   a) Determine todos los valores $a,b \in \mathbb{R}$, de manera tal que f sea derivable en $\mathbb{R}$.

   b) Para los valores de a y b determinados en el apartado anterioir, halle las asíntotas de la función $\frac{f(x)}{x}$.

3. Sea $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definida por
$$f(x) = e^x\left(x^3 - 3x^2 + 4x - 4\right).$$
   Determine los puntos en los cuales la recta tangente a la gráfica de f es paralela al eje x.

4. Calcule los siguientes límites:

   a) $\displaystyle\lim_{x\to+\infty} \frac{\arctan(x)}{x^2+1}$

   b) $\displaystyle\lim_{x\to 0^-} \frac{\frac{1}{x} - \frac{x}{1+x^2}}{\frac{1}{\sqrt{-x}} + \frac{1}{x}}$

Complemento para alumnos libres

5. Considere las funciones f y g dadas por
$$f(x) = \begin{cases} \dfrac{1}{x^2}, & x \neq 0 \\ 1, & x = 0 \end{cases} \quad \text{y} \quad g(x) = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{2}x\right)}{x}, \quad x \neq 0.$$

   a) Halle el dominio y la ley de la función $g \circ f$.

   b) Determine el conjunto de puntos en los cuales $g \circ f$ es continua.

   c) Determine el conjunto de puntos en los cuales $g \circ f$ es derivable y obtenga la ley de la derivada.

6. Determine si cada una de las siguientes proposiciones es verdadera o falsa. Justifique su respuesta.

   a) La recta de ecuación $y = x$ es una asíntota oblicua de la función $f(x) = \sqrt{x^2+2}$.

b) Para todo $a, b \in \mathbb{R}$, vale la desigualdad

$$|\cos(a) - \cos(b)| \leqslant |a - b|.$$

c) Sean f y g dos funciones tales que $f(x) \leqslant g(x)$, para todo $x \geqslant s$, donde s es un número real fijo. Entonces, si $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$, se tiene que $\lim\limits_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$.

d) Si f es una función continua en $[a, b]$, derivable en (a, b) y tal que $f(a) \neq f(b)$, entonces $f'(x) \neq 0$, para todo $x \in (a, b)$.

ESCUELA DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Av. Pellegrini 250. Rosario
+54 0341 - 480 2649 internos 216 - 119