Primer examen parcial

✏ Hora de entrega: **12h30.**

Apellido y nombre:

Legajo: DNI: Comisión: Carrera:

1. Considere la función h definida por $h\,(x) = \left|\dfrac{2x+1}{x-1}\right|$.
   (a) Determine el dominio de la función h.
   (b) A partir de la gráfica de la función $f\,(x) = \frac{1}{x}$, obtenga la gráfica de la función h, especificando las transformaciones realizadas.
   (c) A partir de la gráfica de la función h, determine su conjunto imagen.

2. Sea $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ la función definida por

$$f\,(x) = \begin{cases} 2\,x^3, & -1 \leqslant x < 0 \\ \sqrt{x}, & 0 \leqslant x \leqslant 1 \end{cases} .$$

   (a) Demuestre que f admite inversa y determine analíticamente la ley y el dominio de f^{-1}.
   (b) Si $g : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}$ es la función definida por $g\,(x) = \cos\,(x)$, halle la ley y el dominio de la función $f \circ g$.

3. Determine la veracidad de las siguientes afirmaciones, justificando adecuadamente.
   (a) $\forall x, y \in \mathbb{R},\ (2\,x + y)^2 = 4\,x^2 + 4\,x\,y + y^2$.
   (b) Sea $f(x) = \dfrac{2x+3}{x}$. El conjunto de números reales $\{f(n) :\ n \in \mathbb{N}\}$ tiene mínimo.
   (c) Existe una función con dominio $\mathbb{R}$ que es (estrictamente) creciente y par.
   (d) Sean $f(x) = 3|x|$ y $g(x) = \operatorname{sen}(x)$ dos funciones reales. El conjunto imagen de la función $f \circ g$ es un conjunto acotado (superior e inferiormente).
   (e) Si $z \in \mathbb{R}$ es tal que $|z-3| < \dfrac{1}{h}$, $\forall\ h \in \mathbb{N}$, entonces $z = 3$.

ESCUELA DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Av. Pellegrini 250. Rosario
+54 0341 - 480 2649 internos 216 - 119

Primer examen parcial

✏ Hora de entrega: **12h30**.

Apellido y nombre:

Legajo: DNI: Comisión: Carrera:

1. Considere la función h definida por $h(x) = \left|\dfrac{3x-2}{x-2}\right|$.
   (a) Determine el dominio de la función h.
   (b) A partir de la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{x}$, obtenga la gráfica de la función h, especificando las transformaciones realizadas.
   (c) A partir de la gráfica de la función h, determine su conjunto imagen.

2. Sea $f : [-1,1] \to \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} 2\,x^2, & -1 \leqslant x < 0 \\ -\sqrt{x}, & 0 \leqslant x \leqslant 1 \end{cases}.$$

   (a) Demuestre que f admite inversa y determine analíticamente la ley y el dominio de f^{-1}.
   (b) Si $g : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}$ es la función definida por $g(x) = \operatorname{sen}(x)$, halle la ley y el dominio de la función $f \circ g$.

3. Determine la veracidad de las siguientes afirmaciones, justificando adecuadamente.
   (a) Sean $f(x) = 3|x|$ y $g(x) = \cos(x)$ dos funciones reales. El conjunto imagen de la función $f \circ g$ es un conjunto acotado (superior e inferiormente).
   (b) $\forall x, y \in \mathbb{R},\ (x + 2\,y)^2 = x^2 + 4\,x\,y + 4\,y^2$.
   (c) Si $t \in \mathbb{R}$ es tal que $|t-2| < \dfrac{1}{h}$, $\forall\, h \in \mathbb{N}$, entonces $t = 2$.
   (d) Sea $f(x) = \dfrac{2x-3}{x}$. El conjunto de números reales $\{f(n) :\ n \in \mathbb{N}\}$ tiene máximo.
   (e) Existe una función con dominio $\mathbb{R}$ que es (estrictamente) decreciente y par.

ESCUELA DE CIENCIAS EXACTAS Y NATURALES
DEPARTAMENTO DE MATEMÁTICA
Av. Pellegrini 250. Rosario
+54 0341 - 480 2649 internos 216 - 119

Primer examen parcial

✏ Hora de entrega: **12h30**.

Apellido y nombre:

Legajo: DNI: Comisión: Carrera:

1. Considere la función h definida por $h(x) = \left|\dfrac{2x+5}{x+1}\right|$.
   (a) Determine el dominio de la función h.
   (b) A partir de la gráfica de la función $f(x) = \frac{1}{x}$, obtenga la gráfica de la función h, especificando las transformaciones realizadas.
   (c) A partir de la gráfica de la función h, determine su conjunto imagen.

2. Sea $f : [-1, 1] \to \mathbb{R}$ la función definida por

$$f(x) = \begin{cases} -2\,x^2, & -1 \leqslant x < 0 \\ \sqrt{x}, & 0 \leqslant x \leqslant 1 \end{cases}.$$

   (a) Demuestre que f admite inversa y determine analíticamente la ley y el dominio de f^{-1}.
   (b) Si $g : [-\pi, \pi] \to \mathbb{R}$ es la función definida por $g(x) = \cos(x)$, halle la ley y el dominio de la función $f \circ g$.

3. Determine la veracidad de las siguientes afirmaciones, justificando adecuadamente.
   (a) Existe una función con dominio $\mathbb{R}$ que es par y (estrictamente) creciente.
   (b) Sean $f(x) = 2|x|$ y $g(x) = \operatorname{sen}(x)$ dos funciones reales. El conjunto imagen de la función $f \circ g$ es un conjunto acotado (superior e inferiormente).
   (c) Si $w \in \mathbb{R}$ es tal que $|w-4| < \dfrac{1}{h}$, $\forall\ h \in \mathbb{N}$, entonces $w = 4$.
   (d) $\forall x, y \in \mathbb{R},\ (3\,x + y)^2 = 3\,x^2 + 6\,x\,y + y^2$.
   (e) Sea $f(x) = \dfrac{2x+5}{x}$. El conjunto de números reales $\{f(n) :\ n \in \mathbb{N}\}$ tiene mínimo.