PRÁCTICA 8: *Autómatas de Pila*

Pablo Verdes · Alejandro Hernández · Valeria Pérez Mogetta · Natalia Colussi

1. Dé un autómata de pila que reconozca cada uno de los siguientes lenguajes y que, al aceptar una cadena, su pila quede vacía:

   a) $\{a^n b^n \mid n \in \mathbb{N}_0\}$

   b) $\{a^n b^m c^n \mid m, n \in \mathbb{N}_0\}$

   c) $\{a^n b^{2n} c^m \mid m, n \in \mathbb{N}_0\}$

   d) $\{a^r b^s c^t \mid r, s, t \in \mathbb{N}_0 \ \wedge \ t = r + s\}$

   e) $\{a^r b^s c^t d^u \mid r, s, t, u \in \mathbb{N}_0 \ \wedge \ r + s = 2\,(t + u)\}$

   f) $\left\{ww^R \mid w \in \{a, b\}^*\right\}$

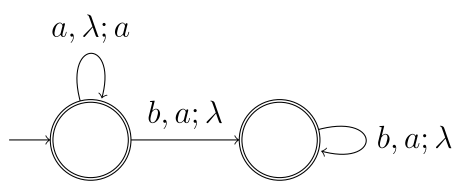
   g) $\{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ es palíndrome}\}$

   h) $\left\{w \circ swap\,(w)^R \mid w \in \{a, b\}^*\right\}$, donde $swap\,(w)$ devuelve la cadena que se obtiene de reemplazar en w cada ocurrencia de a por b y cada ocurrencia de b por a

   i) $\{a^m b^n \mid m, n \in \mathbb{N}_0 \ \wedge \ n \leq 2m\}$

   j) $\{w \in \{a, b\}^* \mid N_a\,(w) = N_b\,(w)\}$

2. *a*) ¿Cuál es el lenguaje aceptado por el autómata de pila cuyo diagrama de transiciones se presenta a continuación?



   b) Modifique el diagrama de transiciones para que el autómata de pila acepte el mismo lenguaje, pero termine con su pila vacía.

3. Muestre cómo pueden combinarse dos autómatas de pila M_1 y M_2 para formar un solo autómata que acepte el lenguaje $L\,(M_1) \cup L\,(M_2)$.

4. Muestre cómo puede modificarse un autómata de pila M para que acepte el lenguaje $L\,(M)^*$.

5. Utilice el *pumping lemma* para lenguajes independientes de contexto[1] para probar que los siguientes lenguajes no pueden ser aceptados por ningún autómata de pila:

   a) $L_1 = \{a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N}_0\}$
   b) $L_2 = \left\{a^i b^j c^k \mid i, j, k \in \mathbb{N}_0 \;\wedge\; i < j < k\right\}$
   c) $L_3 = \{0^n \# 0^{2n} \# 0^{3n} \mid n \in \mathbb{N}_0\}$
   d) $L_4 = \{a^n \mid n \text{ es primo}\}$
   Sugerencia: si p es un número primo y k cualquier otro número natural, la sucesión $(p, p+k, p+2k, \ldots, p+nk, \ldots)$ contiene al menos un natural que no es primo.

[1]Si L es un lenguaje independiente de contexto que contiene un número infinito de cadenas, entonces debe existir en L una cadena de la forma $xuyvz$, donde x, u, y, v, z son subcadenas, al menos una de u y v es no vacía, y $xu^n yv^n z \in L$ para cada $n \geq 1$.