

## Examen final - Primera etapa

Estudiantes en condición libre

⌚ Hora de entrega: **11:25hs.**

Apellido y nombre:

Legajo:

DNI:

Carrera:

1. Calcule los siguientes límites:

-a-  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(e^x - 1)}{e^{2x} - 1}$

-b-  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\arctan(x) - \frac{\pi}{4}}{x - 1}$

-c-  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + x \cos x + 3}{2x^3 + 1}$

2. Sea  $f$  una función continua en  $[a, b]$  y derivable en  $(a, b)$  y sea  $g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  la función dada por

$$g(x) = x^2 f(x) - (a + b) x f(x) + a b f(x).$$

Muestre que existe un punto  $\xi \in (a, b)$  tal que  $g'(\xi) = 0$ .

3. -a- Determine los posibles valores de  $a, b \in \mathbb{R}$  de manera tal que la función

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 1, & x \geq 0 \\ b \cos x + ax + a, & x < 0 \end{cases}$$

resulte derivable en  $x = 0$ .

-b- Para los valores  $a$  y  $b$  hallados en el apartado anterior, calcule el valor de la integral

$$\int_{-\pi}^{-1} f(x) dx.$$

4. Analice el valor de verdad de las siguientes proposiciones. Justifique su respuesta.

-a- Si  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  es una función derivable en  $x = 0$  y tal que  $f(0) = 0$  y  $f'(0) \neq 0$ , entonces

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x f\left(\frac{1}{x}\right) = 0.$$

-b- La recta de ecuación  $y = 2x - 1$  es una asíntota oblicua de la función  $f : (-\infty, 0) \rightarrow \mathbb{R}$ , dada por  $f(x) = \frac{e^x + 4x^2 - 4x + 1}{2x - 1}$ .

-c- La función  $e^x \arctan x + 1$  es una primitiva de la función  $e^x \left( \arctan x + \frac{1}{1+x^2} \right)$ .

-d- Si  $f$  es una función continua y par en  $\mathbb{R}$ , entonces  $\int_{-1}^1 x^3 f(x) dx = 0$ .

5. Un incendio forestal se propaga en forma de círculo cuyo radio cambia a razón de  $1,8 \text{ m/min}$ . ¿Con qué rapidez crece la superficie de la región incendiada cuando su radio es  $60 \text{ m}$ ?

## Examen final - Primera etapa

Estudiantes en condición regular

☞ Hora de entrega: **10:25hs.**

---

Apellido y nombre:

---

Legajo:

DNI:

Carrera:

---

1. Calcule el siguiente límite:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(e^x - 1)}{e^{2x} - 1}.$$

2. Sea  $f$  una función continua en  $[a, b]$  y derivable en  $(a, b)$  y sea  $g : [a, b] \rightarrow \mathbb{R}$  la función dada por

$$g(x) = x^2 f(x) - (a + b) x f(x) + ab f(x).$$

Muestre que existe un punto  $\xi \in (a, b)$  tal que  $g'(\xi) = 0$ .

3. -a- Determine los posibles valores de  $a, b \in \mathbb{R}$  de manera tal que la función

$$f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 1, & x \geq 0 \\ b \cos x + ax + a, & x < 0 \end{cases}$$

resulte derivable en  $x = 0$ .

- b- Para los valores  $a$  y  $b$  hallados en el apartado anterior, calcule el valor de la integral

$$\int_{-\pi}^{-1} f(x) dx.$$

4. Un incendio forestal se propaga en forma de círculo cuyo radio cambia a razón de  $1,8 \text{ m/min}$ . ¿Con qué rapidez crece la superficie de la región incendiada cuando su radio es  $60 \text{ m}$ ?