
Lógica – ejercicios y definiciones

Versión del 12/08/2013

Resumen de definiciones

Constantes lógicas

F : Falso

V : Verdadero

Para evitar paréntesis

1. Precedencia \neg \wedge - \vee - $\underline{\vee}$ \rightarrow \leftrightarrow (de mayor a menor).

P.ej. $\neg p \vee q \rightarrow r \wedge s$ es $((\neg p) \vee q) \rightarrow (r \wedge s)$.

2. Mismo “cuernito” Podemos escribir $p \vee q \vee r \vee s$ en lugar de $((p \vee q) \vee r) \vee s$.
Vale lo mismo para \wedge .

¡ OJO !

Si hay un “choque de cuernitos”, o sea, un \wedge y un \vee juntos, **hay** que poner paréntesis, si no es una fórmula incorrecta.

P.ej. $p \vee q \wedge r$ es incorrecta, hay que decidir si es $(p \vee q) \wedge r$ o $p \vee (q \wedge r)$.

Evaluar una fórmula - lógica proposicional

Valuación

Asignación de valor de verdad a cada letra proposicional, $v(p)$.

Tablas de verdad

A	$\neg A$	A	B	$A \wedge B$	$A \vee B$	$A \underline{\vee} B$	$A \rightarrow B$	$A \leftrightarrow B$
V	F	V	V	V	V	F	V	V
V	F	V	F	F	V	V	F	F
F	V	F	V	F	V	V	V	F
F	V	F	F	F	F	F	V	V

Evaluar una fórmula - lógica de predicados

Valuación

Se compone de cuatro cosas.

1. Un universo de valuación D .
2. Para cada constante a , un elemento de D que corresponde a a en esta valuación, $v(a)$.
3. Para cada predicado unario p , un subconjunto de D que son los que satisfacen p , $v(p)$.
4. Para cada predicado binario p , un subconjunto de $D \times D$ que son los pares que satisfacen p , $v(p)$.

Cálculo de valor de verdad

$p(a)$ es verdadera si y sólo si $v(a)$ está en $v(p)$.

$p(a, b)$ es verdadera si y sólo si el par $(v(a), v(b))$ está en $v(p)$.

$\forall x : B$ es verdadera si y sólo si cualquier elemento de D “satisface” B .

$\exists x : B$ es verdadera si y sólo si hay al menos un elemento de D que “satisface” B .

Las conectivas se interpretan de acuerdo a la tabla de verdad de cada una.

Una fórmula proposicional es ...

tautología si y sólo si es verdadera en cualquier valuación.
 contradicción si y sólo si es falsa en cualquier valuación.
 contingencia si no es ni tautología ni contradicción.

Dos fórmulas A y B son ...

equivalentes $A \Leftrightarrow B$ si y sólo si para cualquier valuación v , $v(A) = v(B)$.
 B consecuencia de A $A \Rightarrow B$ si y sólo si para cualquier valuación v en la que $v(A) = V$, se cumple que $v(B) = V$.

Leyes lógicas – para proposicional y primer orden

A, B, C representan fórmulas cualesquiera.

Asociativa $\left\{ \begin{array}{l} (A \wedge B) \wedge C \Leftrightarrow A \wedge (B \wedge C) \\ (A \vee B) \vee C \Leftrightarrow A \vee (B \vee C) \end{array} \right.$ Conmutativa $\left\{ \begin{array}{l} (A \wedge B) \Leftrightarrow (B \wedge A) \\ (A \vee B) \Leftrightarrow (B \vee A) \end{array} \right.$

Distributiva $\left\{ \begin{array}{l} A \wedge (B \vee C) \Leftrightarrow (A \wedge B) \vee (A \wedge C) \\ A \vee (B \wedge C) \Leftrightarrow (A \vee B) \wedge (A \vee C) \end{array} \right.$

Definición disyunción exclusiva

$A \underline{\vee} B \Leftrightarrow (A \wedge \neg B) \vee (B \wedge \neg A)$

Complementación $\left\{ \begin{array}{l} (A \wedge \neg A) \Leftrightarrow \mathbf{F} \\ (A \vee \neg A) \Leftrightarrow \mathbf{V} \end{array} \right.$

Identidad $\left\{ \begin{array}{l} (A \wedge \mathbf{V}) \Leftrightarrow A \\ (A \vee \mathbf{F}) \Leftrightarrow A \end{array} \right.$

Constantes $\left\{ \begin{array}{l} \neg \mathbf{V} \Leftrightarrow \mathbf{F} \\ \neg \mathbf{F} \Leftrightarrow \mathbf{V} \end{array} \right.$

Idempotencia $\left\{ \begin{array}{l} (A \wedge A) \Leftrightarrow A \\ (A \vee A) \Leftrightarrow A \end{array} \right.$

De Morgan $\left\{ \begin{array}{l} \neg(A \wedge B) \Leftrightarrow \neg A \vee \neg B \\ \neg(A \vee B) \Leftrightarrow \neg A \wedge \neg B \end{array} \right.$

Involución o doble negación
 $\neg(\neg A) \Leftrightarrow A$

Definición de condicional

$(A \rightarrow B) \Leftrightarrow \neg A \vee B$

Negación de condicional

$\neg(A \rightarrow B) \Leftrightarrow A \wedge \neg B$

Definición de bicondicional

$(A \leftrightarrow B) \Leftrightarrow (A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow A)$

Contrarrecíproco

$(A \rightarrow B) \Leftrightarrow (\neg B \rightarrow \neg A)$

Absorción $\left\{ \begin{array}{l} A \wedge (A \vee B) \Leftrightarrow A \\ A \vee (A \wedge B) \Leftrightarrow A \end{array} \right.$

Dominación $\left\{ \begin{array}{l} (A \wedge \mathbf{F}) \Leftrightarrow \mathbf{F} \\ (A \vee \mathbf{V}) \Leftrightarrow \mathbf{V} \end{array} \right.$

Modus Ponens

$(A \rightarrow B) \wedge A \Rightarrow B$

Modus Ponens con \vee

$(A \rightarrow C) \wedge (B \rightarrow C) \wedge (A \vee B) \Rightarrow C$

Simplificación $\left\{ \begin{array}{l} (A \wedge B) \Rightarrow A \\ (A \wedge B) \Rightarrow B \end{array} \right.$

Adición $\left\{ \begin{array}{l} A \Rightarrow (A \vee B) \\ B \Rightarrow (A \vee B) \end{array} \right.$

Silogismo hipotético

$(A \rightarrow B) \wedge (B \rightarrow C) \Rightarrow A \rightarrow C$

Transitividad del bicondicional

$(A \leftrightarrow B) \wedge (B \leftrightarrow C) \Rightarrow A \leftrightarrow C$

Leyes lógicas – para primer orden

Universal constante $\forall x : A[x] \Rightarrow A[a]$	Universal variable $\forall x : A[x] \Rightarrow A[y]$ (y no cuantif. en $A[x]$)
--	---

Generalización
 $A[x] \Rightarrow \forall x : A[x]$

Existencial $A[a] \Rightarrow \exists x : A[x]$	Testigo $\exists x : A[x] \Rightarrow A[a]$ (a nueva)
--	---

Universal negado $\exists x : \neg A \Leftrightarrow \neg \forall x : A$	Existencial negado $\forall x : \neg A \Leftrightarrow \neg \exists x : A$
---	---

Dónde se puede usar leyes lógicas

Razonamientos de **equivalencia**: se pueden usar en cualquier lado las leyes lógicas de equivalencia (“doble mano”); no se pueden usar las leyes lógicas de consecuencia (“mano única”).

Razonamientos de **consecuencia**: las leyes lógicas de equivalencia se pueden usar en cualquier lado. Las leyes lógicas de consecuencia se pueden usar, pero no adentro de la parte izquierda de un condicional, ni tampoco adentro de una negación.

P.ej., en la fórmula $((A \vee B) \rightarrow (C \wedge \neg D)) \vee E$

- **sí** se pueden usar leyes lógicas adentro de C y de E .
- **no** se pueden usar leyes lógicas adentro de A , de B ni de D .

Para-todo y existe – la tablita

\forall verdadero demostrar	\forall falso contraejemplo
\exists verdadero ejemplo	\exists falso demostrar

Métodos de demostración

Si quiero demostrar $A \rightarrow B$, tengo tres esquemas

Directo Me baso en $A \rightarrow B$, supongo A , llego a B .

Contrarrecíproco Me baso en $\neg B \rightarrow \neg A$, supongo $\neg B$, llego a $\neg A$.

Absurdo Me baso en $(A \wedge \neg B) \rightarrow \mathbf{F}$, supongo $A \wedge \neg B$, llego a una contradicción.

Ejercicios - primera parte

1. A partir de considerar como cierto que

si hoy es martes entonces llueve

indicar, en cada uno de los siguientes casos, si se puede obtener alguna conclusión, y si sí se puede, indicar cuál es la conclusión que se obtiene.

- | | |
|----------------------|-------------------|
| a) hoy es martes. | c) hoy llueve. |
| b) hoy es miércoles. | d) hoy no llueve. |

2. Análogo al anterior, considerando como cierto que

o Juan va a la cancha o Pedro se corta el pelo

para cada uno de los siguientes casos

- | | |
|----------------------------|-------------------------------|
| a) Pedro se corta el pelo. | c) Pedro no se corta el pelo. |
| b) Juan va a la cancha. | d) Juan no va a la cancha. |

3. Sobre una banda del barrio se sabe lo siguiente

- a) Ana y Roque tocan la batería.
- b) Si Julia toca los teclados, entonces Ana toca la guitarra.
- c) O bien Irma o bien Ana tocan el bajo.

A partir de una de estas tres afirmaciones se puede saber algo sobre Ana, independientemente de lo que pase con cualquier otra persona. ¿De cuál de las tres afirmaciones se trata, y qué nos dice sobre Ana?

4. Cinco amigos charlan acerca de una fiesta que va a haber en unos días. El debate es sobre si Juana y/o Rosa van a ir.

- Alberto dice que van a ir las dos.
- Benito dice que no va a ir ninguna de las dos.
- Carlos dice que al menos una va a ir.
- Darío dice que va a ir una de las dos, pero no las dos.
- Erenesto dice que si va Juana, entonces también va Rosa.

Se pide

- a) Formalizar la opinión de cada uno de los cinco amigos usando lógica proposicional.
- b) Llega el día de la fiesta, y Rosa aparece; de Juana todavía no se sabe si va a ir o no. De los cinco ¿quiénes seguro acertaron, quiénes seguro erraron, quénes no se sabe? Relacionar con valuaciones y tablas de verdad.
- c) Un rato después, nos enteramos que Juana no va a ir. ¿Cómo cambia la situación descripta en el punto anterior?

5. Los mismos cinco amigos ahora están hablando de la primera ronda de un torneo de fútbol; ahora el tema es qué equipos van a clasificar a la segunda ronda.

- Alberto dice que si Sacachispas clasifica, entonces Yupanqui también.
- Benito dice que Sacachispas y Yupanqui clasifican.
- Carlos dice que al menos uno de los dos clasifica.
- Darío dice que ninguno de los dos clasifica.
- Erenesto dice que a lo sumo uno de los dos clasifica.

Se pide

- a) Formalizar la opinión de cada uno de los cinco amigos usando lógica proposicional.
 - b) Indicar quiénes entre los cinco amigos pueden afirmar, a partir de lo que dicen, algo sobre Sacachispas en particular, y qué es lo que pueden afirmar.
 - c) Si Sacachispas finalmente sí clasifica, ¿quién/es de los amigos no tenían razón?
6. Para cada una de las siguientes oraciones, indicar si representan proposiciones o no
- | | |
|--|--|
| a) Llueve. | j) La casa más grande de la cuadra. |
| b) Tal vez llueva. | k) Pasame el pincel finito. |
| c) Vos, ¿pensás que llueve? | l) El tren pasó hace dos minutos. |
| d) Mi perro dinamita. | m) El próximo tren va a La Plata. |
| e) Rápido como un tata. | n) ¿Miraste debajo de la cama? |
| f) Mi perro dinamita es rápido como un tata. | ñ) Miré debajo de la cama. |
| g) Si me hubiese acordado de regar el potus. | o) Abajo de la cama afloran sus zapatos. |
| h) La casa de la esquina es grande. | p) $3+2=47$ |
| i) Por la esquina pasan más de 7 colectivos. | q) $3+2$ |
| | r) $3+2$ es un número primo. |

7. Representar cada una de estas frases usando lógica proposicional. En cada caso, indicar para cada variable proposicional usada, qué proposición representa.

- 1) Si llueve, busco el impermeable y las botas.
- 2) Para entrar, alcanza con que o Juan o Ana hayan traído la llave.
- 3) Vine en tren, voy a volver en colectivo o caminando.
- 4) Si llueve, entonces van a crecer más peras y más manzanas.
- 5) Ana corrió, Juan nadó y Roque se quedó durmiendo la siesta.
- 6) Si Lucía se puede concentrar y Lara está inspirada, entonces va a ser un lindo partido.
- 7) Si paso por la biblioteca o voy hasta el centro de estudiantes, entonces voy a conseguir el libro de Matel y las fotocopias para Inglés.

- 8) Es condición suficiente para que Deportivo Riestra no descienda, que gane al menos un partido.
 - 9) Es condición necesaria para que Ramírez sea goleador, que haga al menos 8 goles en lo que queda de campeonato.
 - 10) No vinieron ni Ernesto ni Clara.
 - 11) Deportivo Cachulo tiene asegurada la victoria si, y sólo si, lo pone a Benítez.
 - 12) Deportivo Cachulo tiene asegurada la victoria si lo pone a Benítez.
 - 13) Si no lo pone a Benítez, Deportivo Cachulo no tiene asegurada la victoria.
 - 14) La bolsa o la vida (o sea, o me das tu billetera, o te mato).
 - 15) O voy en tren o voy caminando.
 - 16) O en Acme o en Pepero me van a llamar (una persona que entregó el curriculum en las dos empresas).
 - 17) Si esta noche no hay luna, seguro que mañana o llueve o hace frío.
 - 18) Llueve solamente los martes (o sea, siempre que llueve, es martes).
 - 19) Llueve todos los martes.
 - 20) Llueve exactamente los martes (o sea, todos los martes, y ningún otro día).
 - 21) No es cierto que si tomás sangre de toro entonces te crece el pelo.
 - 22) El 159 te deja en mi casa, el 85 no.
 - 23) Una de dos: o me pasás a buscar o me llamás un remis.
 - 24) Si tenés tortuga sos feliz, si no no.
 - 25) A Elba o a Inés te las vas a encontrar, a Lucía y Mara seguro, a Lola no.
 - 26) Conseguís descuento pagando con tarjeta, de ninguna otra forma.
 - 27) Pagando en efectivo no conseguís descuento.
 - 28) No llevé ni malla ni ojotas.
 - 29) No es cierto que haya llevado malla y ojotas.
 - 30) Si Pedro habla o Juan grita, entonces yo bailo.
 - 31) Si Pedro o Juan hablan, entonces yo también.
8. Formalizar las siguientes frases, usando siempre las mismas variables proposicionales con el mismo significado.
- Ni Pedro ni Tamara hablan coreano.
 - Pedro habla coreano pero Tamara no.
 - Pablo habla coreano, Tamara también.
 - Si Pedro habla coreano, entonces Tamara también.
 - No es cierto que Pedro y Tamara hablen coreano.
 - Si ni Pedro ni Tamara hablan coreano, entonces Eugenia tampoco.
 - No es cierto que ni Pedro ni Eugenia hablan coreano.

9. Para cada una de las expresiones siguientes: indicar si es o no una fórmula proposicional bien formada; si lo es, entonces agregar los paréntesis que faltan para llevarla a la definición formal.

- | | |
|------------------------------------|---|
| a) $p \vee \neg q$. | i) $p \rightarrow \neg q \vee r$. |
| b) $p \vee \wedge q$. | j) $p \vee q \wedge r$. |
| c) $p \vee \neg p$. | k) $p \vee (q \wedge r)$. |
| d) $\neg \neg \neg p$. | l) $p \vee q \rightarrow r \wedge p$. |
| e) $\neg \neg pq$. | m) $pq \vee r$. |
| f) $\neg p \neg q$. | n) $\neg \neg, p \vee q$. |
| g) $\neg p \rightarrow q \vee r$. | \tilde{n}) $\neg \neg, p \vee q \rightarrow q$. |
| h) $p \neg \rightarrow q \vee r$. | o) $\neg \neg, p \rightarrow q \vee q$. |

10. Construir las tablas de verdad de las siguientes fórmulas proposicionales.

- | | |
|--|--|
| a) $(p \vee q) \rightarrow p$ | \tilde{n}) $p \rightarrow (q \rightarrow p)$ |
| b) $(p \wedge q) \rightarrow p$ | o) $p \rightarrow (q \vee r)$ |
| c) $(p \wedge q) \rightarrow (q \wedge p)$ | p) $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg p \rightarrow \neg q)$ |
| d) $(p \wedge q) \rightarrow (q \vee p)$ | q) $(p \rightarrow q) \rightarrow (\neg q \rightarrow \neg p)$ |
| e) $p \rightarrow (p \wedge q)$ | r) $\neg(p \wedge q)$ |
| f) $p \rightarrow (p \vee q)$ | s) $(\neg(p \wedge q)) \rightarrow \neg p$ |
| g) $p \rightarrow (p \wedge p)$ | t) $(\neg(p \vee q)) \rightarrow \neg p$ |
| h) $(p \wedge q) \vee r \rightarrow r$ | u) $(p \underline{\vee} q) \underline{\vee} r$ |
| i) $(p \wedge q) \rightarrow (q \vee r)$ | v) $(p \underline{\vee} q) \vee r$ |
| j) $(p \rightarrow q) \rightarrow (q \rightarrow p)$ | w) $(\neg(p \underline{\vee} q)) \wedge r$ |
| k) $(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)$ | x) $(p \leftrightarrow q) \rightarrow (p \rightarrow q)$ |
| l) $(p \vee q) \wedge p$ | y) $(p \rightarrow q) \rightarrow (p \leftrightarrow q)$ |
| m) $(p \rightarrow q) \rightarrow p$ | z) $(p \leftrightarrow q) \rightarrow (p \wedge q)$ |
| n) $((p \rightarrow q) \rightarrow p) \rightarrow p$ | |

11. Las fórmulas $\neg p \vee q$ y $\neg(p \vee q)$, ¿son equivalentes? Extraer alguna conclusión acerca del uso del paréntesis a partir de la respuesta a esta pregunta.

12. Determinar el valor de verdad de la proposición a partir de la información dada.

- | | |
|---|------------------------------------|
| a) $(p \vee q) \rightarrow p$ | v(p) = V |
| b) $(p \wedge q) \rightarrow p$ | v(p) = F |
| c) $(p \underline{\vee} q) \wedge (r \leftrightarrow s)$ | v(p) = v(r) = V v(q) = v(s) = F |
| d) $p \rightarrow ((p \wedge q) \vee r)$ | v(p) = F v(r) = V |
| e) $(p \vee \neg q) \rightarrow (p \rightarrow q)$ | v(p) = V v(q) = F |
| f) $\neg(p \wedge q) \wedge (r \rightarrow s)$ | v(q) = v(r) = v(s) = F v(p) = V |
| g) $((\neg p \vee q) \wedge (s \vee \neg p)) \vee r \rightarrow (p \vee q)$ | v(p) = V |
| h) $(p \wedge \neg(q \vee r)) \vee s$ | v(q) = v(r) = v(s) = F v(p) = V |

13. A partir de saber que

si llueve y hace frío, entonces Roque está resfriado

indicar, en cada uno de los siguientes casos, si se puede obtener alguna conclusión, y si sí se puede, indicar cuál es la conclusión que se obtiene.

- | | |
|---------------------------------|-------------------------------------|
| ■ llueve | ■ ni Juan ni Roque están resfriados |
| ■ no llueve | ■ llueve y hace frío |
| ■ Roque está resfriado | ■ llueve o hace frío |
| ■ Juan está resfriado | ■ no llueve y hace frío |
| ■ Juan y Roque están resfriados | ■ Roque no está resfriado |

14. Análogo al anterior, si lo que se sabe es que

si llueve o hace frío, entonces Roque está resfriado.

15. Análogo al anterior, si lo que se sabe es que

si llueve, entonces Juan y Roque están resfriados.

16. Análogo al anterior, si lo que se sabe es que

si hace frío, entonces al menos uno entre Juan y Roque está resfriado.

17. En cada caso, dada la valuación de la fórmula (a la que llamaremos A) y las valuaciones que se dan de algunas variables proposicionales, hallar la valuación de las que se piden.

- | | | | |
|---|------------|------------|---------------------------|
| a) $A = (p \vee \neg q) \leftrightarrow (r \rightarrow s)$ | $v(A) = F$ | $v(r) = F$ | hallar $v(p), v(q)$ |
| b) $A = \neg(p \wedge q) \underline{\vee} (r \vee s)$ | $v(A) = V$ | $v(r) = V$ | hallar $v(p), v(q)$ |
| c) $A = (p \underline{\vee} q) \wedge \neg(r \vee s)$ | $v(A) = V$ | $v(p) = V$ | hallar $v(q), v(r), v(s)$ |
| d) $A = (p \vee r) \underline{\vee} ((q \wedge p) \leftrightarrow r)$ | $v(A) = V$ | $v(r) = V$ | hallar $v(p), v(q)$ |

18. Determinar si la información indicada es suficiente para determinar el valor de verdad de las siguientes proposiciones.

$$a) (p \vee q) \rightarrow (p \vee r) \qquad v(p) = V$$

$$b) (p \vee q) \rightarrow p \qquad v(p) = F$$

$$c) (\neg p \vee q) \rightarrow (p \rightarrow q) \qquad \text{nada}$$

o sea, ¿se puede determinar el valor de verdad **sin ninguna** información?

$$d) \neg(p \wedge q) \leftrightarrow (p \wedge q) \qquad v(p) = V$$

$$e) (r \vee s) \rightarrow p \qquad v(p) = V$$

$$f) (p \wedge \neg(q \vee r)) \vee s \qquad v(p) = v(s) = F$$

$$g) (p \wedge \neg(q \vee r)) \vee s \qquad v(s) = V$$

$$h) (p \wedge \neg(q \vee r)) \vee s \qquad v(q) = v(s) = F$$

$$i) (r \wedge (p \rightarrow q)) \underline{\vee} ((q \vee p) \rightarrow r) \qquad v(q) = V$$

$$j) (r \wedge (p \rightarrow q)) \underline{\vee} ((q \vee p) \rightarrow r) \qquad v(q) = F$$

19. Estamos buscando un anillo y una cadena.

Juana nos dice que o bien Pedro tiene el anillo o bien Rosa tiene la cadena.

Luisa nos dice que o bien Pedro tiene el anillo o bien Rosa no tiene la cadena.

Formalizar lo que dijeron Juana y Luisa, e indicar qué conclusión podemos obtener usando tablas de verdad, dado que ninguna de las dos miente.

20. Sabemos que

si Lucas es de River, entonces Dora es de Quilmes,

si Julio es de River, entonces Dora es de Quilmes, y

entre Lucas y Julio, al menos uno de los dos es de River.

Formalizar estos datos e indicar qué conclusión se puede obtener, usando tablas de verdad.

21. Nos enteramos que:

si llueve y hace frío, entonces se empaña la ventana,

la ventana no está empañada, y

llueve.

Formalizar estos datos e indicar qué conclusión se puede obtener, usando tablas de verdad.

22. Abro la heladera y falta el pote de helado. Julián y Manuel juran que no comieron helado. Por otra parte, se sabe que a Julián le gusta comer en el sillón, y a Manuel le gusta comer en el patio. O sea, si hay una mancha de helado en el sillón, entonces Julián comió helado; y análogamente con el patio y Manuel. Se encuentra una mancha de helado en el sillón.

Representar la información descripta en lógica, y usarla para demostrar que uno de los dos miente, y quién es.

Ejercicios - segunda parte

1. Representar cada una de estas frases usando lógica proposicional. En cada caso, indicar para cada variable proposicional usada, qué proposición representa.
 - 1) Si Pepe o Nahuel me ayudan, entonces voy a aprobar al menos una entre Intro, Orga y Mate1.
 - 2) Ana se puso una remera que no es roja y un pantalón es azul, o bien me estoy confundiendo de persona.
 - 3) Si vienen Ana y Romina, entonces vamos a preparar una jarra de licuado.
 - 4) Si viene Ana, entonces vamos a preparar una jarra de licuado y unas tostadas.
 - 5) No es cierto que vengo a la facultad lunes y jueves.
 - 6) No vengo a la facultad ni lunes ni jueves.
 - 7) Entre lunes y jueves, hay al menos un día en el que no vengo a la facultad.
 - 8) Si es martes entonces se puede entrar gratis al teatro, si es miércoles también.
 - 9) En mayo y en agosto llueve muy seguido.
2. Mañana hay una reunión, a la cual Lucila y Lucas están invitados. Alguien dice que o viene Lucila o viene Lucas. Alberto entiende que lo que se dijo es $p \vee q$, Betina entiende $p \vee q$. Los dos creen que lo que se dijo es cierto. Hay un caso que para Alberto no puede pasar y para Betina sí, o viceversa. ¿Cuál es ese caso, y qué piensa cada uno?
3. Tenemos dos fórmulas A y B y una valuación v tal que $v((r \vee s) \wedge A) = V$ y $v(B) = V$. ¿Se puede determinar $v((r \vee s) \wedge B)$? ¿Se puede determinar $v(r)$? ¿Se puede determinar $v(r \vee s)$? Para las que se pueda determinar, decir si es V o F .
4. Tenemos dos fórmulas A y B tales que sabemos que las fórmulas $A \leftrightarrow B$, $A \rightarrow p$ y B son verdaderas. ¿Qué conclusión podemos obtener?
5. Verificar la corrección de las siguientes leyes lógicas
 - a) Alguno de los casos de la ley distributiva.
 - b) Alguno de los casos de absorción.
 - c) Involución.
 - d) Negación del condicional.
 - e) Absorción.
 - f) Transitividad del condicional.
6. Mostrar que
 - a) $p \rightarrow q \not\equiv p \vee q$
 - b) $p \vee q \not\equiv p \rightarrow q$
7. Demostrar usando leyes lógicas las relaciones de consecuencia entre fórmulas que siguen. En los casos en los que la inversa no valga, mostrarlo armando una valuación.
 - a) $\neg p \rightarrow p \Rightarrow p$

- b) $(p \rightarrow q) \wedge p \Rightarrow q$
- c) $\neg p \Rightarrow \neg(p \wedge q)$
- d) $(p \rightarrow q) \wedge \neg q \Rightarrow \neg p$
- e) $p \rightarrow r \Rightarrow (p \wedge q) \rightarrow r$
- f) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge p \Rightarrow r$
- g) $p \Rightarrow \neg(\neg p \wedge (q \rightarrow r))$
- h) $(p \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r) \wedge (r \rightarrow (s \wedge t)) \wedge (p \vee q) \Rightarrow s$
- i) $p \wedge (q \vee ((r \vee ((s \vee t) \rightarrow r)) \wedge q)) \Rightarrow q$

8. Se sabe que:

- Juan fue a Mar del Plata o a Miramar.
- Si Juan fue a Mar del Plata, entonces trajo almejas.
- Si Juan fue a Miramar, entonces trajo almejas.

Mostrar que Juan trajo almejas usando leyes lógicas.

9. Sabemos que Yupanqui es puntero y Claypole va segundo. Mostrar usando leyes lógicas que si Atlas pierde entonces Yupanqui es puntero.

10. Sabemos que Roque, o bien está cursando Mate 1, o bien está cursando Intro y Orga, pero no ambas cosas (o sea, no está cursando las tres). Nos enteramos también que no está cursando Orga. Mostrar usando leyes lógicas que está cursando Mate 1.

11. Sabemos que si es martes, entonces llueve y hace frío; también sabemos que es martes. Mostrar que hace frío usando leyes lógicas.

12. Sabemos que si es martes, entonces llueve y hace frío; también sabemos que no hace frío. Mostrar que no es martes usando leyes lógicas.

13. Consideremos cuatro fórmulas, A , B , C y D . Se pide

- a) Mostrar que si $A \Rightarrow B$ y $B \vee C \Rightarrow D$, entonces $A \vee C \Rightarrow D$.
- b) Mostrar que si $A \Rightarrow B$ y $B \wedge C \Rightarrow D$, entonces $A \wedge C \Rightarrow D$.

14. Cuando Lucas nació, una adivina pronosticó que su futuro sería ser, o bien músico, o bien pintor. La adivina dijo la verdad. Cuando se enteró, la tía Mary dijo que si Lucas se decidía por la música, ella se iba a encargar de ser su representante. Pasados 20 años, vemos que Mary no es la representante de Lucas. Usando leyes lógicas, descubrir a qué se dedica Lucas.

15. Sabemos que si se riega la begonia o si llueve, entonces le van a salir flores y va a crecer en altura; también sabemos que la begonia no crece en altura. Mostrar usando leyes lógicas que no se está regando la begonia.

16. Entre los duendes que trabajan fabricando juguetes para Papá Noel están Beto y Roque. Si un chico es de Córdoba o de Mendoza, entonces el regalo lo fabrica Beto; si es de Santa Cruz o de Chubut, entonces el regalo lo fabrica Roque.

Si un chico varón recibe un regalo fabricado por Beto, entonces es una pelota; si es una nena, entonces recibe una caja de lápices para pintar. Si un chico varón recibe un regalo fabricado por Roque, entonces es un tren; si es una nena, entonces recibe una sogá para saltar.

Mostrar usando leyes lógicas que si un chico es varón y es de Chubut, entonces recibe un tren. Para ello, usar toda la información suministrada como premisa, y demostrar que el esquema de consecuencia

$$v \wedge ch \Rightarrow t$$

es válido (v : varón, ch : de Chubut, t : tren).

17. Un aparato que clasifica naranjas, si una naranja es grande la coloca en la caja 1, y si es jugosa en la caja 2. Sabiendo que una naranja es o bien grande o bien jugosa, y que no está en la caja 1, mostrar usando leyes lógicas que está en la caja 2.

18. Verificar que las siguientes fórmulas son equivalentes usando leyes lógicas.

a)	$\neg p \rightarrow p$	y	p
b)	$p \rightarrow (q \wedge r \wedge s)$	y	$(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow s) \wedge (p \rightarrow r)$
c)	$p \rightarrow (q \vee \neg(\neg q \vee p))$	y	$p \rightarrow q$
d)	$\neg(p \wedge \neg q)$	y	$p \rightarrow q$
e)	$\neg(q \wedge (p \wedge \neg r))$	y	$q \rightarrow (p \rightarrow r)$
f)	$\neg((p \wedge q) \rightarrow \neg r)$	y	$p \wedge q \wedge r$
g)	$p \wedge q \wedge (p \vee r)$	y	$p \wedge q$
h)	$p \rightarrow q$	y	$\neg q \rightarrow \neg p$
i)	$p \rightarrow q$	y	$(p \wedge \neg q) \rightarrow \mathbf{F}$
j)	$p \rightarrow (q \vee r)$	y	$(p \wedge \neg q) \rightarrow r$
k)	$p \rightarrow (q \vee r \vee s \vee t)$	y	$(p \wedge \neg q \wedge \neg s \wedge \neg t) \rightarrow r$

19. Obtener una fórmula proposicional más simple equivalente a la dada en cada caso, utilizando leyes lógicas.

- a) $(p \vee (p \rightarrow \neg p)) \wedge q$
- b) $(p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow r) \wedge p$
- c) $(p \wedge (q \vee r)) \vee (\neg r \rightarrow q)$
- d) $\neg(\neg p \vee \neg q) \vee (p \wedge \neg q)$
- e) $(p \wedge (p \rightarrow p)) \wedge (q \wedge (p \vee q)) \wedge (\neg(p \wedge \neg q) \wedge p)$
- f) $(p \wedge q \wedge r) \vee (p \wedge \neg q \wedge r)$
- g) $\neg(\neg(p \rightarrow q)) \wedge (r \vee (p \rightarrow q))$
- h) $((\neg p \wedge q) \vee p) \wedge (q \vee p) \wedge \neg q$
- i) $((\neg p \wedge q) \vee (p \wedge q)) \vee (p \wedge \neg q)$

- j) $(p \rightarrow q) \wedge (p \rightarrow \neg q)$
k) $(p \vee \neg(r \wedge q)) \wedge ((\neg p \rightarrow \neg r) \vee q)$
l) $(\neg((p \wedge r) \wedge (r \rightarrow r)) \wedge \neg q) \vee ((p \wedge r) \wedge q)$
m) $\neg(p \wedge (q \vee ((p \rightarrow q) \wedge (p \wedge \neg q)))) \wedge p$

20. Tenemos dos fórmulas, llamémoslas A y B , de las cuales sabemos que son equivalentes. Tenemos también una valuación v de la que sabemos que $v(A) = V$. ¿Qué podemos decir de $v(\neg B)$?

21. Dos amigas fueron a una charla, y parecen tener una diferencia sobre una cosa en particular que dijo el expositor. Lucía entendió que si llueve, entonces van a crecer más papas y más cebollas. En cambio, Micaela entendió que si llueve entonces van a crecer más papas, y que además, si llueve van a crecer más cebollas.

Demostrar que Lucía y Micaela entendieron cosas equivalentes.

22. Atilio y Beto están especulando con quiénes van a concurrir a la reunión de mañana. Atilio dice que Sergio va a estar, y además, que si llueve entonces Rosa no va a estar. Beto dice que o bien no va a estar Sergio, o bien llueve y va a estar Rosa. Mostrar usando leyes lógicas que las opiniones de Beto y Atilio son exactamente contrarias, o sea, que cada una es la negación de la otra.

23. En un banco de pruebas de electricidad hay tres lámparas. A cada una entran tres cables, a los que vamos a llamar p , q y r . Estas lámparas se pueden encender con tres colores distintos, verde, azul o rojo.

El comportamiento de la lámpara 1 es el siguiente. ¡OJO! las reglas deben ser leídas **en orden**, se mira la segunda solamente si la primera no aplica.

- Si por p y por q pasa corriente, entonces se prende en verde.
- Si por r pasa corriente, entonces se prende en azul.
- Caso contrario, se prende en rojo.

La lámpara 2 tiene la siguiente lógica

- Si por p pasa corriente, entonces se prende en verde.
- Si por r pasa corriente, entonces se prende en azul.
- Si por q pasa corriente, entonces se prende en verde.
- Caso contrario, se prende en rojo.

Finalmente, esto es lo que hace a lámpara 3

- Si por p pasa corriente, entonces se prende en verde.
- Si por q pasa corriente, entonces se prende en verde.
- Si por r pasa corriente, entonces se prende en azul.
- Caso contrario, se prende en rojo.

Se pide

- a) Describir para cada lámpara, una fórmula que describa la condición para que se prenda en verde, otra para la condición para que se prenda en rojo, y otra más, que corresponda al azul. En total son 9 fórmulas.

24. Determinar la relación de fuerza entre los siguientes pares de fórmulas.

a) V	y p	f) $(p \wedge q) \rightarrow r$	y $p \rightarrow r$
b) F	y p	g) $(p \vee q) \rightarrow r$	y $p \rightarrow r$
c) $p \vee q$	y $p \vee q$	h) $p \wedge (q \vee r)$	y $p \wedge q$
d) $p \wedge q \wedge r$	y $p \wedge q$	i) $p \rightarrow (q \wedge r)$	y $p \rightarrow q$
e) $p \vee q \vee r$	y $p \vee r$		

25. Para poder manejar un auto, se requiere que el que maneje tenga los comprobantes de seguro al día y de patente paga si el auto tiene menos de 10 años. El que maneja debe ser el dueño de dicho auto. Por otro lado, existe la posibilidad de que el que maneje no sea el dueño del auto, en este caso, la cédula verde no puede estar vencida, o bien, debe poseer una tarjeta azul. Se quiere saber, en que casos una persona puede o no manejar.

- a) Escribir una fórmula en forma normal conjuntiva o disyuntiva (la que te parezca más adecuada) que represente las condiciones que debe cumplir una persona para poder manejar. OJO - solamente las condiciones, o sea, la fórmula **no** debe tener la forma

$$A \rightarrow m$$

donde m representa “puede manejar”, sino ser **solamente** la parte A .

- b) Si a todos (dueños y no dueños) se les agrega la condición de quien maneja debe tener consigo su DNI, ¿qué habría que cambiar en la fórmula? Las condiciones, ¿son más fuertes que antes del agregado, más débiles, o no se pueden comparar?

26. Una empresa indica varios requisitos para incorporar a un conjunto de profesionales. Debe ser, o bien un contador con al menos 5 años de experiencia comprobable, o bien un abogado que presente al menos dos referencias de trabajos anteriores. Además, debe hablar inglés o francés, y residir en zona sur. Se pide

- a) Describir los requisitos mediante una fórmula en forma normal disyuntiva.
 b) Modificar la fórmula para contemplar que si una persona viene recomendada por el directorio, entonces sólo corre el requisito de la profesión, o sea, alcanza con que sea abogado o contador.

27. Para que una sección de cañería sea aceptada dentro del sistema hidráulico de un edificio, debe: ser de plomo o hierro lustrado, o bien de PVC; tener más de 8 milímetros de espesor, y debe ser de color rojo o azul. Llega un vendedor ofreciendo dos secciones de caño azul de 12 centímetros de espesor, uno de hierro y otro de PVC. A partir de describir las condiciones mediante una fórmula en forma normal disyuntiva, verificar para cada una de las secciones de caño propuestas si puede ser aceptada.

28. Un servicio de correos puede hacer envíos de hasta 3 kg a Mendoza o Salta, y a Córdoba sin límite de peso. El servicio puede enviar un sobre, que deberá tener una estampilla; o una caja, que deberá tener pegado un código de barras que la identifica. Finalmente, toda pieza que sea enviada debe tener anotado el código postal, y también el nombre del remitente.

Describir las posibles características de las piezas que maneja esta empresa por medio de una fórmula en forma normal disyuntiva.

Ejercicios - tercera parte

1. Indicar cuáles de los siguientes enunciados son esquemas proposicionales y establecer en dichos casos su conjunto de verdad, acorde al conjunto universal asumido.
 - a) $|x| = 3$
 - b) $2|x \text{ y } 5|x$
 - c) $x^2 + 1$
 - d) $x^2 = 1$
 - e) x es una localidad de Quilmes.
 - f) La calle x de Bernal corta Roque Sáenz Peña.
 - g) Tarta y x .
 - h) El disco x es de los Redondos.
 - i) x , Juan y el bajista.
 - j) x tocó en el último Quilmes Rock.
2. Para cada esquema proposicional que se presenta, elegir dos universos, uno en el que valga la fórmula que resulta de anteceder el cuantificador universal, y otro en el que valga solamente la fórmula correspondiente al existencial. El primer conjunto debe tener al menos dos elementos, y en general debe ser lo más amplio posible.
 - a) x está cursando Matemática 1.
 - b) $x^2 = 9$
 - c) $x < 10$
 - d) El aula x del ágora tiene computadoras.
 - e) El profesor x dicta una o más materias de la TPI.
 - f) $x/2 \in \mathbb{N}$
 - g) La banda x es argentina.
3. Simbolizar en forma coherente los siguientes conjuntos de oraciones, indicando previamente en cada caso el universo de definición y el diccionario empleado:
 - a) Ana no duerme.
Todos los que tienen sueño, duermen.
Hay al menos una persona joven que no tiene sueño.
Todos los arquitectos que no tienen sueño escuchan radio.
Todos los jóvenes, o bien tienen sueño, o bien juegan con la compu.
Marcos es un arquitecto que juega con la compu.
No hay nadie que escuche radio y que además juegue con la compu.
Hay al menos una persona que no es arquitecto, escucha radio y tiene sueño.
 - b) Ana es maestra de Roque.
Nora es maestra de Lucas y de Carla.
Todos los correntinos comen surubí.
Todos los entrerrianos tienen, al menos, un maestro correntino.
Juan es el padre de Lara, que es correntina.
Pedro, que come surubí, es maestro de Roque.
Todos los maestros de Roque, o bien comen dorado, o bien son misioneros.
Ningún correntino come corvina, pero Ana sí.
 - c) Algunos japoneses toman sake, todos toman té, ninguno toma licuado.
Hay al menos un italiano al que le pasa que todos sus amigos toman vino.
Todos los brasileros y uruguayos toman cerveza.
Algunos chilenos mayores toman chicha.

Todos los colombianos tienen un amigo que toma café.
 Todos los venezolanos tienen un amigo del que todos los hermanos toman café y licuado.
 Una persona es saludable si toma licuado y cerveza.
 No hay nadie que tome cerveza y también té.
 Los argentinos que toman cerveza, también toman Fernet.
 Todas las personas toman, al menos, una bebida que también toma el padre.

- d) José desaprobó un parcial, sin embargo, estudió mucho.
 María le explicó cosas a Felipe, Felipe estudió mucho, pero no entendió todos los temas.
 Todos a los que María les explicó cosas, aprobaron.
 Algunos alumnos que aprobaron, tienen la carpeta incompleta.
 Ningún alumno que faltó mucho a clase aprobó el parcial, excepto María.
 Si alguien con la carpeta completa le explicó cosas a otra persona, esta última aprobó el parcial.
 Todos los que entendieron todos los temas, es porque alguien le tuvo que explicar cosas.

4. En cada ítem se presentan: un universo, algunos predicados y algunas fórmulas. Analizar, para el universo y la interpretación indicado, el valor de verdad de cada fórmula.

- a) Universo: $U = \{a, b, c, d, e, f, g, h\}$ donde $a = \text{Roque}$, $b = \text{Tamara}$, $c = \text{Nora}$, $d = \text{Fabio}$, $e = \text{Hugo}$, $f = \text{Axel}$, $g = \text{Ana}$, $h = \text{Malena}$.

$$\text{Predicados: } \begin{cases} p = \{a, c, e, h\} \\ q = \{b, c, d, f, g\} \\ r = \{a, b, c, d, e\} \\ s = \{d, h\} \end{cases}$$

$p(x) = x$ está cursando Mate 1.
 $q(x) = x$ está cursando Intro.
 $r(x) = x$ hizo el ingreso el año pasado.
 $s(x) = x$ ya tiene aprobada Intro.

1. $\forall x : r(x) \rightarrow (p(x) \vee q(x))$
2. $\exists x : p(x) \wedge \neg r(x)$
3. $\forall x : (p(x) \wedge r(x)) \rightarrow \neg q(x)$
4. $\exists x : (p(x) \wedge q(x)) \wedge \neg r(x)$
5. $\exists x : p(x) \wedge s(x)$
6. $\forall x : p(x) \rightarrow (s(x) \vee \neg r(x))$.

Dar una traducción de todas las fórmulas al lenguaje natural.

- b) Universo: $U = \{a, b, c, d, e, f\}$ donde $a = \text{Roque}$, $b = \text{Juan}$, $c = \text{Pedro}$, $d = \text{Fabio}$, $e = \text{Hugo}$, $f = \text{Axel}$.

$$\text{Predicados: } \begin{cases} p = \{a, c, e\} \\ q = \{b, c, d, f\} \\ r = \{a, b\} \end{cases}$$

$p(x) = x$ ve bien con el ojo derecho.
 $q(x) = x$ ve bien con el ojo izquierdo.
 $r(x) = x$ tiene buen oído.

1. $\forall x : p(x) \vee q(x)$
2. $\exists x : p(x) \wedge q(x)$
3. $\exists x : (p(x) \wedge q(x)) \wedge r(x)$
4. $\exists x : (p(x) \wedge q(x)) \vee r(x)$
5. $\forall x : p(x) \rightarrow (q(x) \wedge r(x))$
6. $\forall x : p(x) \rightarrow \neg(q(x) \vee r(x))$.

Para las fórmulas 1 a 4, dar una traducción al lenguaje natural.

- c) Universo: $U = \{a, b, c, d\}$ donde $a = \text{tomate}$, $b = \text{calabaza}$, $c = \text{cebolla}$, $d = \text{choclo}$.

Un solo predicado, $p = \{(a, a), (a, b), (a, c), (a, d), (b, c), (c, d)\}$

$p(x, y)$ = es sano comer x acompañado con y (sí, quiere decir que es sano comer tomate acompañado con tomate).

1. $\forall x : \exists y : p(x, y)$
2. $\exists x : \forall y : p(x, y)$
3. $\forall x : \forall y : \forall z : (p(x, y) \wedge p(y, z)) \rightarrow p(x, z)$
4. $\forall x : \exists y : \forall z : p(x, z) \rightarrow \neg p(y, z)$

Para las fórmulas 1 y 2, dar una traducción al lenguaje natural.

- d) Universo: $U = \{a, b, c, d\}$ donde $a = \text{Bosque}$, $b = \text{Buró}$, $c = \text{Santa Cruz}$, $d = \text{Lunáticos}$.

Predicados, $\begin{cases} p = \{(a, b), (a, c), (a, d), (d, b)\} \\ q = \{c, d\} \\ r = \{a, b, c\} \end{cases}$

$p(x, y)$ El boliche x pasa mejor música que el boliche y .

$q(x)$ El boliche x va mucha gente.

$s(x)$ El boliche x es muy grande.

1. $\forall x : \exists y : p(x, y) \rightarrow q(x)$
2. $\forall x : \forall y : p(x, y) \rightarrow q(x) \wedge \neg q(y)$
3. $\forall x : \forall y : p(x, y) \wedge \neg s(y) \rightarrow q(x)$
4. $\exists x : \exists y : p(x, y) \wedge s(y) \wedge \neg q(x)$

Para las fórmulas 2 y 3, dar una traducción al lenguaje natural.

5. a) En un cajón hay 8 naranjas y 3 manzanas; llamemos a las naranjas a_1, a_2, \dots, a_8 y a las manzanas b_1, b_2 y b_3 . Las únicas frutas grandes del cajón son a_2, a_4, a_6, a_8, b_2 . Las únicas frutas jugosas del cajón son a_2, a_6, b_3 .

Tomando como universo el cajón descripto, indicar si es verdadera o es falsa cada una de las afirmaciones que siguen:

- Todas las naranjas grandes son jugosas.
- Todas las naranjas jugosas son grandes.
- Hay al menos una naranja grande y jugosa.

- b) Lo mismo, considerando el universo formado por un cajón que tiene 5 manzanas y 3 peras.

- c) Lo mismo, considerando el universo formado por un cajón que tiene 10 naranjas, digamos d_1 a d_{10} , de las cuales todas son grandes y ninguna es jugosa.

- d) Lo mismo, considerando el universo formado por un cajón que tiene 10 naranjas, digamos d_1 a d_{10} , de las cuales todas son jugosas y ninguna es grande.
- e) Lo mismo, considerando el universo formado por un cajón que tiene 6 naranjas, a las que llamaremos c_1 a c_6 , donde las grandes son c_1, c_3, c_5 y las jugosas c_2, c_4, c_6 .
- f) Igual que el anterior, pero considerando que c_2 también es grande.
6. Un registro de bailarines del conurbano incluye la siguiente información
- Ana es de Quilmes, sabe bailar tango y rock, no sabe bailar salsa.
Beto es de Quilmes, sabe bailar tango, no sabe bailar ni rock ni salsa.
Carlos es de Quilmes, sabe bailar salsa y rock, no sabe bailar tango.
Danilo es de Lanús, sabe bailar tango, rock y salsa.
Emilia es de Lanús, sabe bialar tango y salsa, no sabe bailar rock.
Fernanda es de Avellaneda, sabe bialar tango y salsa, no sabe bailar rock.
Gastón es de Avellaneda, no sabe bailar ni tango, ni salsa, ni rock.
- Tomando el universo de estos siete bailarines, indicar para cada una de estas afirmaciones si es verdadera o falsa.
- a) Hay al menos una persona de Quilmes que sabe bailar tango y rock.
- b) Todas las personas que viven en Quilmes saben bailar tango y rock.
- c) Todas las personas que viven en Lanús saben bailar tango y rock.
- d) Todas las personas que saben bailar salsa, también saben bailar rock.
- e) Todas las personas que saben bailar salsa, o bien bailan rock, o bien bailan tango.
- f) Todas las personas que viven en Quilmes o en Lanús saben bailar al menos un ritmo entre salsa, rock y tango.
7. Ana dice lo siguiente: “Todos los que cursan Mate1, también cursan al menos una entre Intro y Orga”. Beto le responde: “Lo que decís es falso, yo soy un contraejemplo”.
- Si le creemos a Beto, ¿qué podemos asegurar sobre materias que cursó y/o que no cursó?
8. Consideremos un universo formado por los siguientes seis ríos:
- El Atuel, qe pasa por Mendoza, San Juan y San Luis, es ancho y tiene muchos peces, no es ni cristalino ni de agua fría.
 - El Bermejo, que pasa por San Juan y San Luis pero no por Mendoza, tiene muchos peces y es de agua fría, no es ni ancho ni cristalino.
 - El Colorado, pasa por Mendoza y San Luis pero no por San Juan, no tiene muchos peces, no es ni ancho ni cristalino ni de agua fría.
 - El Dorado, pasa por San Luis pero no por Mendoza ni por San Juan, tiene muchos peces, es de agua fría, es cristalino, no es ancho.
 - El Pinturas, pasa por San Juan pero no por Mendoza ni por San Luis, es cristalino y ancho, no es de agua fría y no tiene muchos peces.
 - El Futaleufú, pasa por Mendoza y por San Juan pero no por San Luis, es cristalino, ancho y de agua fría, no tiene muchos peces.

Indicar para cada una de las siguientes frases si es verdadera o falsa para este universo

- a) Hay al menos un río que tiene muchos peces y que pasa por Mendoza y San Juan, pero no por San Luis.
- b) Ningún río cristalino pasa por Mendoza.
- c) Todos los ríos anchos que pasan por San Juan, también pasan por Mendoza.
- d) Todo río que pasa por San Luis es, o bien ancho, o bien cristalino.
- e) Si un río pasa por Mendoza y también pasa por San Juan, entonces es ancho.
- f) Si un río es ancho y cristalino, entonces o bien es de agua fría, o bien tiene muchos peces, o ambas cosas.
- g) No es cierto que todos los ríos que pasan por Mendoza son anchos.
- h) Hay un río que pasa por Mendoza y no es ancho.

9. Consideremos el universo formado por cinco personas: Ana, Beto, César, Dalila y Elsa, o sea $U = \{a, b, c, d, e\}$; los predicados:

$$\begin{array}{ll} p(x) & x \text{ es japonés} \\ r(x) & x \text{ toca la guitarra} \end{array} \qquad \begin{array}{ll} q(x) & x \text{ toca el violín} \\ s(x, y) & x \text{ es maestro de } y \end{array}$$

cuyas extensiones son:

$$p = \{a, b, c\}, q = \{b, c, d\}, r = \{c, e\}, s = \{(c, a), (e, b), (e, c), (d, b), (e, d)\}$$

y los enunciados

- a) Todos los japoneses que tocan el violín, también tocan la guitarra.
- b) Todas las personas tienen, al menos, un maestro que toca, o bien el violín, o bien la guitarra.
- c) Hay al menos una persona que es maestro de todos los japoneses que tocan el violín.

Se pide: formalizar los enunciados en lógica de primer orden usando los símbolos de predicado indicados, y analizar el valor de verdad de las fórmulas resultantes en el universo que se presenta **justificando cada valor hallado**.

10. Consideremos el universo formado por cinco bandas: Rokito, Saraza, Tábanos, Ubriacos, Wilsones, o sea $U = \{r, s, t, u, w\}$; los predicados:

$$\begin{array}{ll} p(x, y) & \text{la banda } x \text{ toca temas de la banda } y \\ r(x) & \text{la banda } x \text{ tocó en Córdoba} \end{array} \qquad \begin{array}{ll} q(x) & \text{la banda } x \text{ es un trío} \\ s(x) & \text{la banda } x \text{ tocó en Mendoza} \end{array}$$

cuyas extensiones son:

$$\begin{aligned} p &= \{(r, t), (r, w), (s, r), (s, s), (s, w), (t, t), (u, t), (u, u), (w, u)\} \\ q &= \{r, u, t\}, r = \{s, u, w\}, s = \{r, s, t\} \end{aligned}$$

y los enunciados

- a) Todos los tríos que no tocaron en Córdoba, tocaron en Mendoza.
- b) Todas las bandas tocan temas de, al menos, una banda que tocó en Córdoba y en Mendoza.
- c) Hay al menos una banda de la cual todos los tríos tocan temas.

Se pide: formalizar los enunciados en lógica de primer orden usando los símbolos de predicado indicados, y analizar el valor de verdad de las fórmulas resultantes en el universo que se presenta **justificando cada valor hallado**.

11. Demostrar usando leyes lógicas estas relaciones de consecuencia entre fórmulas.

- a) $(\forall x : p(x) \rightarrow (q(x) \wedge r(x))) \wedge (\forall x : (r(x) \vee s(x)) \rightarrow t(x)) \wedge p(a) \Rightarrow t(a)$
- b) $(\forall x : \forall y : (p(x) \wedge q(y)) \rightarrow r(x, y)) \wedge p(b) \wedge q(c) \Rightarrow \exists x : r(b, x)$
- c) $\neg(\forall x : p(x) \rightarrow q(x)) \Rightarrow \exists x : p(x)$
- d) $(\neg\exists x : \neg p(x) \wedge \neg q(x)) \wedge \neg p(a) \Rightarrow q(a)$
- e) $\neg(\forall x : p(x) \vee q(x)) \Rightarrow \exists x : q(x) \rightarrow r(x)$
- f) $(\neg(\exists x : \neg p(x) \wedge q(x))) \wedge (\forall x : p(x) \rightarrow r(x)) \wedge q(a) \Rightarrow r(a)$
- g) $(\forall x : \forall y : \forall z : (p(x, y) \wedge p(y, x)) \rightarrow (p(x, z) \leftrightarrow p(y, z))) \wedge p(a, b) \wedge p(b, c) \wedge p(b, a) \Rightarrow p(a, c)$

12. A partir de representar las frases que siguen, manteniendo para todas ellas la interpretación de predicados y constantes

En todos los restaurantes de Solano que abren los sábados se sirve pechito de cerdo y también milanesas.

En todos los restaurantes de Bernal se sirve lomo a la pimienta.

Si en un restaurante se sirven milanesas, entonces también se sirve puré.

“La Recova” y “Parrilinda” son restaurantes de Solano.

“Café Sur” y “Estragón” son restaurantes de Bernal.

“La Recova” y “Estragón” abren los sábados.

demostrar que en “La Recova” se sirve puré y que en “Estragón” se sirve lomo a la pimienta.

13. A partir de representar las frases que siguen, manteniendo para todas ellas la interpretación de predicados y constantes

Los carpinteros y los plomeros saben serruchar.

Los correntinos que saben serruchar, también saben lijar.

No han ningún albañil que sepa serruchar y también conectar cables.

Tanto los albañiles salteños como los tucumanos saben poner alfombras.

Todos los gasistas que saben soldar son también plomeros.

Pedro es un gasista correntino que sabe soldar.

Julio es un albañil salteño que sabe conectar cables.

Roque es albañil.

se pide

- a) Demostrar que Pedro sabe lijar.
 - b) Demostrar que Julio sabe poner alfombras pero no serruchar.
 - c) Indicar por qué no se puede demostrar que Roque sabe poner alfombras.
14. A partir de representar las frases que siguen, manteniendo para todas ellas la interpretación de predicados y constantes

Los que viven en Bolívar que no trabajan de carniceros, saben preparar raviolos.
Los hijos de los que saben preparar paella, también saben preparar paella.
Los que viven en Necochea o Ramallo saben preparar pizza.
Los que viven en La Plata saben preparar todos los platos que llevan harina.
Los que viven en una ciudad costera saben prepara paella.
Los raviolos, la pizza y las empanadas llevan harina.
Necochea y Miramar son ciudades costeras.
Juan vive en Miramar.

Sara (que vive en Ramallo) y Romina (que vive en La Plata) son hijas de Juan.
se pide encontrar dos platos distintos que saben preparar tanto Sara como Romina,
y uno más que sabe preparar al menos una de ellas. Justificar en cada caso con
una demostración.

15. Demostrar, en la forma indicada en cada caso, que los siguientes condicionales son verdaderos
- a) Si el producto de dos números es par y uno es impar, entonces el otro es par.
(Absurdo)
 - b) Si un número es mayor a 10, entonces el resultado de sumarle 3 es mayor a 10.
(Contrarrecíproco)
 - c) Si $8 * a$ es menor o igual a $15 + 3 * a$, entonces a es menor o igual a 3.
(Directo)
 - d) Si el resultado de multiplicar un número por dos y a lo que da sumarle uno, o bien es menor a 21, o bien es mayor a 61; entonces el número es o bien menor que 10 o bien mayor que 30.
(Contrarrecíproco)
 - e) Si un número es impar, entonces el resultado de multiplicarlo por 7 y después sumarle 3 es par.
(Absurdo)
 - f) Si sumo un número mayor a 100 con otro mayor a 200, entonces el resultado es mayor a 300.
(Directo)
 - g) Si un número es múltiplo de tres, entonces el resultado de sumarle 6 es múltiplo de 3.
(Directo)
 - h) Si un número al cubo es menor a 1000, entonces el número es menor a 10.
(Contrarrecíproco)
 - i) Si la suma de dos números es menor que 10, entonces alguno de los dos es menor que 5.
(Absurdo).
 - j) Si un número no es múltiplo de 30, entonces o bien es impar, o bien no es múltiplo de 3, o bien no es múltiplo de 5.
(Contrarrecíproco)
 - k) Si la suma de dos números es mayor a 10, entonces al menos uno de los dos es mayor a 5.
(Acá tenés que elegir vos)

- l)* Si la suma de dos números es par y uno es par, entonces el otro también.
(Absurdo)
- m)* Si $2a + b < 30$, entonces $a < 10$ ó $b < 10$.
(Acá tenés que elegir vos)
- n)* Si el producto de tres números es par, entonces al menos uno de los números es par.
(Absurdo)
- ñ)* Si el producto de tres números es impar, entonces al menos uno de los números es impar.
(Acá tenés que elegir vos)
- o)* Si a y b son los dos mayores que 10, entonces $2n + 3m > 40$ y $2n > m + 10$.
(Directo)
- p)* Si un número no es múltiplo de 10, entonces o bien no es múltiplo de 5, o bien es impar.
(Contrarrecíproco)

16. Refutar las siguientes afirmaciones:

- a)* Si un número es múltiplo de 3 y de 5, entonces es impar.
- b)* Para cualquier número n natural, o bien $n^2 - (n - 1)^2 < 20$, o bien $n^2 - (n - 1)^2 > 50$.
- c)* Si sumo dos múltiplos de 3, el resultado es o bien múltiplo de 6 o bien múltiplo de 9.
- d)* Si $n = 17 * k + 4$, entonces n es múltiplo de 3, de 2 ó de 5.
- e)* El cuadrado de cualquier número entero es par.
- f)* Si un número es par, entonces su sucesor es múltiplo de 3.
- g)* Si la suma de dos números es mayor o igual a 10, entonces alguno de los dos es estrictamente mayor a 5.
O sea, si $a + b \geq 10$, entonces $a > 5$ ó $b > 5$.
- h)* Si $2a + 3b + 4c \geq 90$, entonces $a > 10$ ó $b > 10$.